Université Bordeaux
M1 d'Informatique

Modèles de Calcul : DM

Utilisation de solveur SAT.

On considère le problème Couverture par sommets (Vertex Cover). Soit $G = (V, E)$ un graphe, un sous-ensemble de sommets $C \subseteq V$ est dit *couvrant* si pour toute arête $(u, v) \in E$ au moins une de ses extrémités u ou v appartient à C. Le problème Couverture par sommets est défini ainsi :

INPUT : Un graphe non-orienté $G = (V, E)$ et un entier p.
QUESTION : Existe-t-il un sous-ensemble couvrant $C \subseteq V$ tel que $|C| = p$.

On veut utiliser un solveur SAT pour chercher des solutions au problème. On pourra utiliser indépendamment le solveur `minisat` ou `Glucose`. Les deux solveurs utilisent le même format de fichier en entrée. Le solveur `minisat` est disponible à l'adresse `http://minisat.se`. Pour une documentation, voir `http://www.dwheeler.com/essays/minisat-user-guide.html` Le solveur Glucose se trouve à l'adresse `http://www.labri.fr/~lsimon/glucose`

Pour définir les graphes dont vous devrez calculer une couverture par sommet, nous vous fournirons différents fichiers C implémentant les deux fonctions suivantes

```
int nb_sommet(void);
int est_adjacent(int u, int v);
```

La première fonction vous indique le nombre de sommets du graphe, la seconde vous renvoie 1 si les sommets u et v sont adjacents, 0 sinon, les sommets étants numérotés de 1 à `nb_sommet()` inclus. Quelques fichiers contenant de telles fonctions pour tester votre programme sont disponibles à l'adresse `http://www.labri.fr/perso/dorbec/MC/fonctions`

Vous devrez implémenter deux algorithmes :

- un algorithme qui prend un entier k en entrée et génère la formule SAT qui teste s'il existe une couverture de taille k.
- un algorithme qui appelle successivement le solveur sur différentes valeurs de k afin de calculer exactement la taille d'une couverture minimum.

Les programmes seront évalués lors de courtes démonstrations pendant le TD de la semaine du 1er décembre. Vous devrez nous expliquer la méthode employée pour la réduction du problème vers SAT, la taille des formules générées en fonction du nombre de sommets et d'arêtes du graphes, ainsi que de k. Vous devrez enfin tester votre programme.

Indices pour la réduction Pour modéliser la question de l'existence d'une couverture de sommets de taille k, une solution consiste à définir une variable pour chaque paire (i, j) qui représente si oui ou non le sommet numéro i est le $j$ième sommet de la couverture. Il faut ensuite écrire des clauses qui garantissent que seul un sommet porte un même numéro, et des clauses qui vérifient que toutes les arêtes sont couvertes.

Bon courage !