Actividad | 3 |
Transformaciones Lineales

Matemáticas Matriciales

Ingeniería en Desarrollo de Software

academiaglobal

TUTOR: Eduardo Israel Castillo García

ALUMNO: José Adolfo Herrera Segura

FECHA: 26 de Octubre del 2025

Contenido

Introducción

En la presente actividad se aborda sobre las transformaciones lineales, principalmente la resolución de ejercicios. Para poder llevar a cabo esta actividad es fundamental el conocer que esta describe como se mueven o cambian los vectores en el espacio, lo que incluye la rotación, los escalamientos, la reflexión y la deformación. Pero para esto se deben de cumplir ciertas propiedades que son las que permiten que las transformaciones preserven la estructura del espacio vectorial, lo que asegura que el mapeo de vectores sea predecible y consistente.

La relevancia de estas radica en áreas como la física, ya que son fundamentales para el modelar movimiento, las fuerzas y cambios en las coordenadas. Desde un punto de vista diferente encontramos que desempeñan un papel importante en la computación gráfica y el procesamiento de imágenes, ya que como lo mencionaba la principio esto nos muestra como se mueven o cambian los vectores, logrando así las ampliaciones de imágenes, las deformaciones, rotaciones etc.

Descripción

En esta actividad se centra en la aplicación de las propiedades fundamentales de las trasformaciones lineales. En los ejercicios 1 y 2, los valores dados para T, se organizaron como las columnas de la matriz M(T). Una vez establecida la matriz, el calculo de cualquier vector x se redujo a una multiplicación matricial T(x) = M(T) * x. Esto con la finalidad de aprovechar la linealidad y ser más eficiente.

Dentro del ejercicio 3, fue un ejercicio un tanto más demostrativo, el cual nos solicito encontrar la transformación lineal en R^2 , relacionada con el plano W en R^3. Donde para resolver esto, se utilizó la transformación lineal T(x,y) = (x, y, (2x - y)/3) la cual fue proporcionada. La idea de esta solución fue el de validar que la transformación mapeada en algún punto genérico de R^2 , en este caso (3,6) a aun punto R^3 , satisface la ecuación del plano (2x – y + 3z = 0). Al sustituir cada componente para (x, y, z), resultantes de la ecuación de T y verificar que la igualdad se cumple, esto nos demuestra que la transformación lineal propuesta cumple con el requerimiento.

Justificación

La elección de esta metodología, que se basa en las transformaciones lineales y su representación matricial, siendo la solución óptima para resolver los ejercicios presentados en la actividad. Es una decisión basada en la eficiencia conceptual y operativa del algebra lineal. El principal beneficio de este enfoque es la capacidad de simplificación y generalización, una vez teniendo la matriz M(T), el calculo de cualquier vector x en el dominio se reduce a la operación de la multiplicación matricial. Esto siendo lo que permite que los sistemas informáticos realices millones de transformaciones por segundo en aplicaciones de alto rendimiento, como simulaciones físicas o renderizadas en 3D. A su vez, el método matricial es el único que garantiza que las propiedades esenciales de la linealidad se cumplan de manera precisa y rigurosa. Esto incluyendo la preservación de la suma de vectores y la multiplicación escalar asegurando que las transformaciones sean coherentes geométricamente.

Desarrollo

Ejercicio 1

Transformaciones Lineales

Ejercicio 1: Calcula T:

$$T\begin{bmatrix}1\\0\\0\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}2\\3\end{bmatrix},\quad T\begin{bmatrix}0\\1\\0\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}-1\\4\end{bmatrix} \text{ y } T\begin{bmatrix}0\\0\\1\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}5\\-3\end{bmatrix}$$

$$\text{Calcular } T\begin{bmatrix}3\\-4\\5\end{bmatrix}$$

$$M(T) = \begin{pmatrix}2 & -1 & 5\\ 3 & 4 & -3\end{pmatrix} \quad T\begin{bmatrix}3\\-4\\5\end{bmatrix}$$

$2x - y + 5z$

$3x + 4y - 3z$

★ $2x - y + 5z$

$2(3) - (-4) + 5(5)$

$6 + 4 + 25$

$\underline{35}$

★ $3x + 4y - 3z$

$3(3) + 4(-4) - 3(5)$

$9 - 16 - 15$

$\underline{-22}$

$$T = (35, -22) \;//$$

Ejercicio 2

Ejercicio 2 : Calcular T:

$$T\begin{bmatrix}1\\0\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}1\\2\\3\end{bmatrix}, \quad y \quad T\begin{bmatrix}0\\1\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}-4\\0\\5\end{bmatrix} \quad \text{CalculaT} \begin{bmatrix}-3\\7\end{bmatrix}$$

$$M(T) = \begin{pmatrix}1 & -4\\2 & 0\\3 & 5\end{pmatrix} \quad T = \begin{bmatrix}-3\\7\end{bmatrix}$$

$x - 4y$
$2x$
$3x + 5y$

$\star\ x - 4y$
$(-3) - 4(7)$
$-3 - 28$
$\underline{-31}$

$\star\ 2x$
$2(-3)$
$\underline{-6}$

$\star\ 3(-3) + 5(7)$
$-9 + 35$
$\underline{26}$

$$\underline{T = (-31, -6, 26)}\ //$$

Ejercicio 3

3.- Encontrar una transformación lineal en R2, en el plano.

$$W = \left\{ \begin{vmatrix} x \\ y \\ z \end{vmatrix} : 2x - y + 3z = 0 \right\}$$

Utiliza la siguiente transformación lineal:

$T(x, y) = (x, y, (2x - y)/3)$

Se toma un punto en R^2 como (3, 6)

$x = 3 \quad Y = 6$

$$\begin{aligned} T(3,6) &= (3, 6, (2(3) - (6))/3) \\ &= (3, 6, (6-6)/3) \\ &= (3, 6, 0) \end{aligned}$$

El punto (3,6) en {R}^2 se mapea al punto (3,6,0) en el plano $2x - y + 3z$ en {R}^3, lo cuál cumple la ecuación del plano. //

Conclusión

La resolución de los anteriores ejercicios de transformaciones lineales es fundamental para diversas áreas tantos en las ingenierías como en la informática, la metodología presentada se puede traducir directamente en algoritmos, un claro ejemplo que encontré en los softwares de diseño asistido por computadora, donde cada manipulación de un modelo 3D, desde una rotación, traslación o escalamiento se realiza multiplicando la matriz de coordenadas por una matriz de transformación lineal. El poder lograr una eficiencia conceptual simplificando funciones complejas a una operación matricial concisa, permite que diferentes softwares realices estas transformaciones con cierta precisión y alto rendimiento en cada simulación o renderizado un claro ejemplo como lo veo es AutoCad, SolidWords, entre otros.

Eso desde el punto de vista laboral, pero si tomamos en consideración la vida cotidiana, podemos encontrar esta misma metodología en un filtro de alguna foto, cuando se ajusta la perspectiva del GPS. En si El poder desarrollar estos ejercicios da paso a conocer que el uso de estas herramientas sirven para resolver problemas complejos de manera más eficiente en los entornos tecnológicos.

Referencias

- Grossman, S. I., & Flores Godoy, J. J. (2019). *Álgebra lineal* (8.ª ed.). McGraw-Hill Interamericana.