1. Un fabricante de medicamentos dijo que la potencia media de uno de sus antibióticos fue 80 %. Se probó una muestra aleatoria de $n = 100$ cápsulas y produjo una media muestral de $\bar{x} = 79.7\,\%$ con una desviación estándar de $s = 0.8\,\%$. ¿Los datos presentan suficiencia evidencia para refutar lo dicho por el fabricante? Sea $\alpha = 0.05$.

   a) Exprese la hipótesis nula a ser probada.

   b) Exprese la hipótesis alternativa.

   c) Realiza una prueba estadística de la hipótesis nula y exprese su conclusión.

Respuesta *a*) $H_0 : \mu = 80$, *b*) $H_0 : \mu \neq 80$, *c*) $z = -3.75$, rechazar H_0

Datos proporcionados	
μ	80
n	100
x̄	79.7
SE	0.8
α	0.05

Hipótesis nula (H_0): El medicamento tiene la potencia que dice el fabricante.

H0: μ=80

Hipótesis nula (H_0): El medicamento tiene la potencia que dice el fabricante.

H1: μ /= 80

Calculando la estadística de prueba Z

$$Z = \frac{\bar{x} - \mu}{s/\sqrt{n}}$$ = **-3.75**

Determinando la región de rechazo

'0.05/2 = 0.025

El valor crítico de Z en la tabla de distribución normal para un nivel de confianza del 95% es +-1.96 significa que si Z es menor que -1.96 o mayor que 1.96, **rechazamos la hipótesis nula**.

Finalmente

Nuestro valor **Z = -3.75** es menor que **-1.96**, lo que cae en la región de rechazo.

Concusión

Los datos sugieren que la potencia del antibiótico **no** es realmente del 80% como dice el fabricante. Es decir, **hay evidencia suficiente para refutar la afirmación del fabricante**.

Un artículo del Time que describe varios aspectos de la vida de los estadounidenses indicó que la educación superior da resultados positivos. Los egresados de universidad trabajan 7.4 horas por día, menos que quienes no tienen educación universitaria. Suponga que el día hábil promedio, para una muestra aleatoria de $n = 100$ personas que tenían menos de cuatro años de educación universitaria, se calculó de $\bar{x} = 7.9$ horas con una desviación estándar de $s = 1.9$ horas.

a) Use el método del valor p para probar la hipótesis de que el número promedio de horas trabajadas, por personas que no tienen título universitario, es mayor que los que sí lo tienen. ¿A qué nivel se puede rechazar H_0?

b) Si usted fuera egresado de universidad, ¿cómo expresaría su conclusión para estar en la mejor posición?

c) Si no fuera egresado de universidad, ¿cómo expresaría su conclusión?

Respuesta $z = 2.63$; valor $p = 0.0043$; rechazar H_0 a los niveles de significancia de $1\,\%$ y $5\,\%$

Datos proporcionados	
μ	7.4
n	100
x̄	79.7
SE	1.9
Z	2.23
p	0.0043

Hipótesis nula (H_0): Las personas sin título trabajan lo mismo o menos que los egresados universitarios.
H_0: μ <= 7.4

Hipótesis alternativa (H_1): Las personas sin título trabajan **más** que los egresados universitarios.
H_1: μ > 7.4

Prueba de hipótesis usando el valor de p

Para rechazar $\mathbf{H_0}$, comparamos el valor p con **α**, el nivel de significancia. Nos piden determinar a qué nivel podemos rechazar $\mathbf{H_0}$.
Para **α = 0.05** (5% de significancia):
0.0043<0.05
Como el valor p es menor que 0.05, **rechazamos** $\mathbf{H_0}$ al nivel del **5%**.

Para **α = 0.01** (1% de significancia):
0.0043<0.01
Como el valor p también es menor que 0.01, **rechazamos** $\mathbf{H_0}$ al nivel del **1%**.

a) Como el valor p = 0.0043 es menor que 0.05 y 0.01podemos rechazar H_0 con un nivel de significacnia del 5% y 1%

b) Aunque las personas con título trabajan más horas, no implica que tengan mejores condiciones laborales o mayor calidad de vida

c) La evidencia muestra que la personas sin título trabajan más horas, por lo que tienen una mayor demanda laboral o que la universidad no garantiza mejores oportunidades laborales.

Análisis realizados en muestras de agua potable para 100 casas, en cada una de dos diferentes secciones de una ciudad, dieron las siguientes medias y desviaciones estándar de niveles de plomo (en partes por millón):

	Sección 1	Sección 2
Tamaño muestral	100	100
Media	34.1	36.0
Desviación estándar	5.9	6.0

a) Calcule el estadístico de prueba y su valor p (nivel de significancia observado) para probar una diferencia en las dos medias poblacionales. Use el valor p para evaluar la significancia estadística de los resultados al nivel de 5 %.

b) Use un intervalo de confi anza de 95 % para estimar la diferencia en los niveles medios de plomo para las dos secciones de la ciudad.

c) Suponga que ingenieros ambientales del municipio se preocuparán sólo si detectan una diferencia de más de 5 partes por millón en las dos secciones de la ciudad. Con base en su intervalo de confi anza en el inciso *b*), ¿la significancia estadística del inciso *a*) es de importancia práctica para los ingenieros del municipio? Explique.

Respuesta*a*. $z = -2.26$; valor $p = 0.0238$; rechazar H_0 b. $(-3.55, -0.25)$ c. no

	Sección 1	Sección 2
Tamaño muestral (n)	100	100
Media (x̄)	34.1	36
Desviación estándar (s)	5.9	6

Hipótesis nula (H0): No hay diferencia en los niveles medios de plomo.
H_0: μ_1 <= μ_2

Hipótesis alternativa (H1): Hay una diferencia en los niveles medios de plomo.
H_1: μ /= 7.4

Calculo estadístico de prueba Z

$$z = \frac{(\bar{x}_1 - \bar{x}_2) - 0}{\sqrt{\frac{s_1^2}{n_1} + \frac{s_2^2}{n_2}}} =$$ -2.2579083

Evaluar el valor p y nivel de significancia

p =	0.0238

Construcción del intervalo de confianza al 95%
(x‾1−x‾2)±Zα/2×Error estándar

SE = 0.8415

El valor crítico de **Z para un 95% de confianza** es **1.96**.
(−1.9)±(1.96×0.8415)
(−3.55,−0.25)

Aunque la diferencia es estadísticamente significativa, no es de mucha importancia para los ingenieros, porque no alcanza el umbral de 5 partes por millón

Un artículo del Washington Post expresó que casi 45 % de la población de estadounidenses nace con ojos cafés, aun cuando no necesariamente siguen así. Para probar lo dicho por el periódico, se seleccionó una muestra aleatoria de 80 personas y 32 de ellas tenían ojos cafés. ¿Hay suficiente evidencia para impugnar lo dicho por el periódico respecto a la proporción de personas de ojos cafés en Estados Unidos? Use $\alpha = 0.01$.

Respuestano; $z = -0.90$

Datos proporcionados	
p _0	7.4
n	80
x	32
p^	0.4
α	0.01

Hipótesis nula (H0): La proporción de personas con ojos cafés es 45%.
H0: p=0.45

Hipótesis alternativa (H1): La proporción **no** es 45%.
H1: p =/ 0.45

Calculo estadístico de prueba Z

$$Z = \frac{\hat{p} - p_0}{\sqrt{\frac{p_0(1-p_0)}{n}}}. \quad = \quad -0.9$$

Como nuestro **Z=−0.90** está dentro del rango **[−2.576,2.576**, **NO rechazamos H0**

La Sociedad protectora de animales informa que hay alrededor de 65 millones de perros en Estados Unidos y que aproximadamente 40 % de todas las familias en Estados Unidos tienen al menos un perro.11 En una muestra aleatoria de 300 familias, 114 dijeron que tenían al menos un perro. ¿Estos datos dan sufi ciente evidencia para indicar que la proporción de familias con al menos un perro es diferente de la publicada por la Humane Society? Pruebe usando $\alpha = 0.05$.

Respuesta no; $z = -0.71$

Datos proporcionados	
p _0	0.4
n	300
x	114
p^	0.38
$\boldsymbol{\alpha}$	0.05

Hipótesis nula (H0): La proporción de familias con al menos un perro es igual a la reportada.
H0: p=0.40

Hipótesis alternativa (H1): La proporción es diferente del 40%
H1: p =/ 0.40

Cálculo del estadístico de prueba Z

$$Z = \frac{\hat{p} - p_0}{\sqrt{\frac{p_0(1-p_0)}{n}}}. \quad = \quad -0.7071068$$

Comparación con el valor crítico
Zα/2=±1.96

Como nuestro **Z=−0.71** está dentro del intervalo **[−1.96,1.96**, **NO rechazamos H0**

Se realizó un experimento para probar el efecto de un nuevo medicamento en una infección viral. La infección fue inducida en 100 ratones y éstos se dividieron al azar en dos grupos de 50. El primer grupo, el grupo de control, no recibió tratamiento para la infección; el segundo grupo recibió el medicamento. Después de un periodo de 30 días, las proporciones de sobrevivientes, $\hat{p}_1$ y $\hat{p}_2$, en los dos grupos se encontraron de 0.36 y 0.60, respectivamente.

a) ¿Hay evidencia sufi ciente para indicar que el medicamento es efectivo para tratar la infección viral? Use $\alpha = 0.05$.

b) Use un intervalo de confi anza de 95 % para estimar la diferencia real en los porcentajes de curación para los grupos tratados contra los de control.

Respuesta *a*) sí; z = -2.40 b. $(-0.43, -0.05)$

Datos proporcionados	
n_1	50
n_2	50
p^_1	0.36
p^_2	0.6
$\boldsymbol{\alpha}$	0.05

Hipótesis nula (H0): No hay diferencia en las tasas de supervivencia.
H0: p_1=p_2

Hipótesis alternativa (H1): El medicamento **aumenta la supervivencia**, es decir, la proporción de sobrevivientes en el grupo tratado es mayor.
H1: p_1 < p_2

Cálculo del estadístico de prueba Z

$$z = \frac{\hat{p}_1 - \hat{p}_2}{\sqrt{\hat{p}(1-\hat{p})\left(\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}\right)}} \quad = \quad -2.4019223$$

Comparación con el valor crítico

Z _0.05 =−1.645 Rechazamos H_0

Construcción del interevalo de confianza al 95%

(p^1−p^2)±Zα/2×SE

(−0.24)±(1.96×0.092)

(−0.43,−0.05)

En un estudio, publicado en los Archives of Pedriatic Adolescent Medicine, 343 infantes de tiempo completo fueron examinados en sus revisiones de cuatro meses en busca de varios puntos importantes de desarrollo, por ejemplo voltearse, sujetar una sonaja, alcanzar un objeto, etcétera. La posición predominante de dormir en bebés, ya sea boca abajo (sobre su estómago), de espaldas o de lado, fue determinada en una entrevista telefónica con los padres. Los resultados muestrales para 320 de los 343 infantes de quienes se recibió información fueron como sigue:

	Boca abajo	Boca arriba o de costado
Número de infantes	121	199
Número que se volteaban	93	119

El investigador informó que era menos probable que los infantes que dormían de costado o de espaldas se voltearan, en la revisión de cuatro meses, que los que dormían principalmente boca abajo ($P < 0.001$). Use una prueba de muestra grande para confi rmar o refutar la conclusión del investigador.

Respuesta Rechazar H_0; $z = 3.14$ con valor $= 0.0008$; se confirman las conclusiones del investigador.

Posición al dormir	Boca abajo	Boca arriba o de costado
Número total de infantes	121	199
Número de infantes que se voltearon	93	119

Hipótesis nula (H0): No hay diferencia en la proporción de volteo entre ambos grupos.
H0: p_1=p_2

Hipótesis alternativa (H1): La proporción de volteo es mayor en los infantes que duermen boca abajo.
H1: p_1 > p_2

p^_1 = 0.76859504
p^_2 = 0.59798995

Cálculo del estadístico de prueba Z

$$z = \frac{\hat{p}_1 - \hat{p}_2}{\sqrt{\hat{p}(1-\hat{p})\left(\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}\right)}}$$ = 3.12972654

$$\hat{p} = \frac{x_1 + x_2}{n_1 + n_2}$$ = 0.6625

p = P(Z > 3.14 = 0.0008

Se confirma la conclusión del investigador: **los bebés que duermen boca abajo tienen más probabilidades de voltearse que los que duermen boca arriba o de costado**.