REDES NEURONALES 2024

Clase 8 parte 2

Jueves 5 de septiembre 2024

FAMAF, Universidad Nacional de Córdoba

Instituto de Física Enrique Gaviola (UNC-CONICET)

Bifurcaciones Pitchfork

Supercríticas

Recordemos que cerca de la bifurcación hacemos un desarrollo en serie de Taylor en las dos variables, *x* e *y*:

$$\dot{x} = f(x,r)$$
$$= f(x^*, r_c) + (x - x^*)\left.\frac{\partial f}{\partial x}\right|_{(x^*, r_c)} + (r - r_c)\left.\frac{\partial f}{\partial r}\right|_{(x^*, r_c)} + \tfrac{1}{2}(x - x^*)^2 \left.\frac{\partial^2 f}{\partial x^2}\right|_{(x^*, r_c)} + \cdots$$

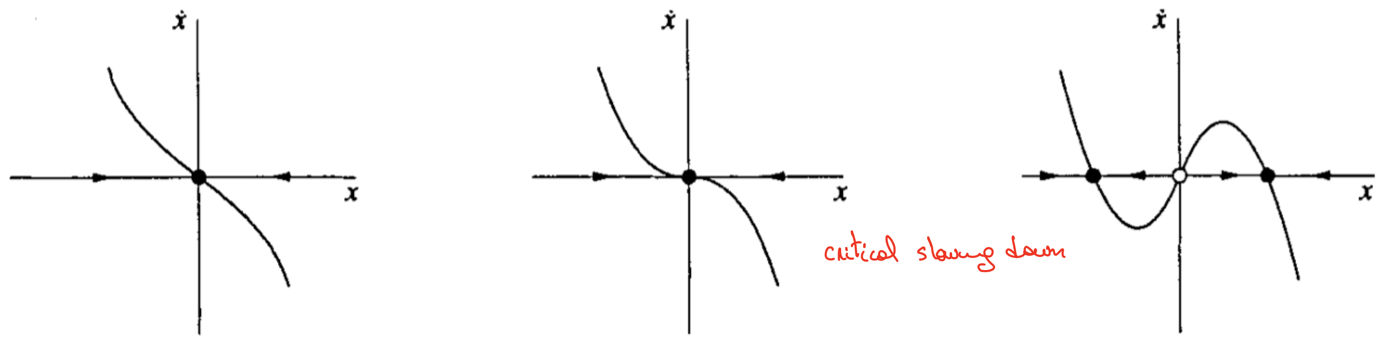
Si los términos que sobreviven son los siguientes:

$$\dot{x} = rx - x^3 = x(r - x^2)$$

Tenemos invarianza $x \longrightarrow -x$

$$(-\dot{x}) = -(\dot{x}) = -\dot{x} = r(-x) - (-x)^3$$
$$-\dot{x} = -rx + x^3$$
$$\dot{x} = rx - x^3$$

volvemos al inicio



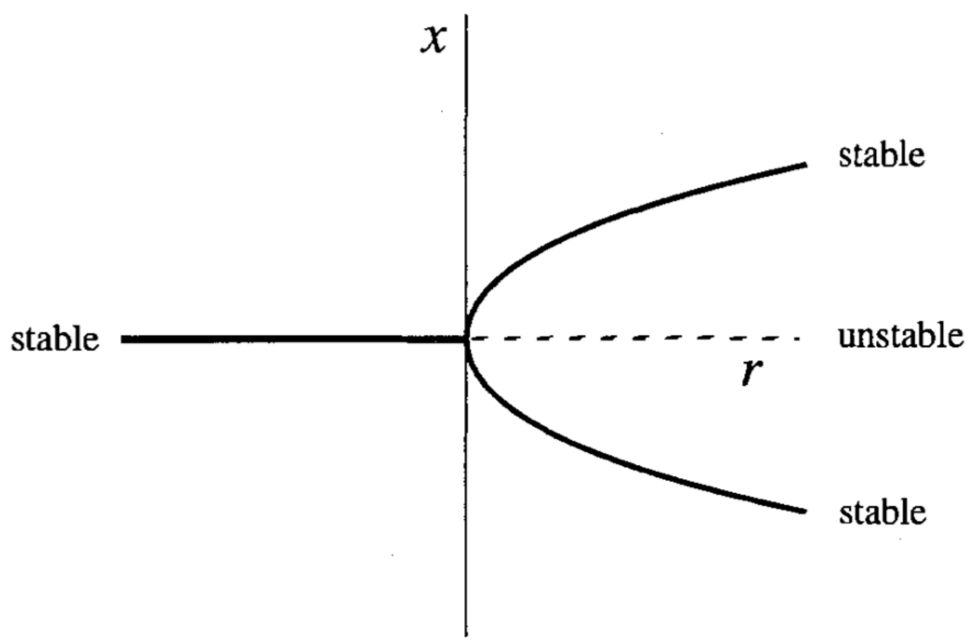
(a) $r<0$ (b) $r=0$ (c) $r>0$

critícal slowing down

→ exponencial sino ley de potencia ya una perturbación no decae en forma

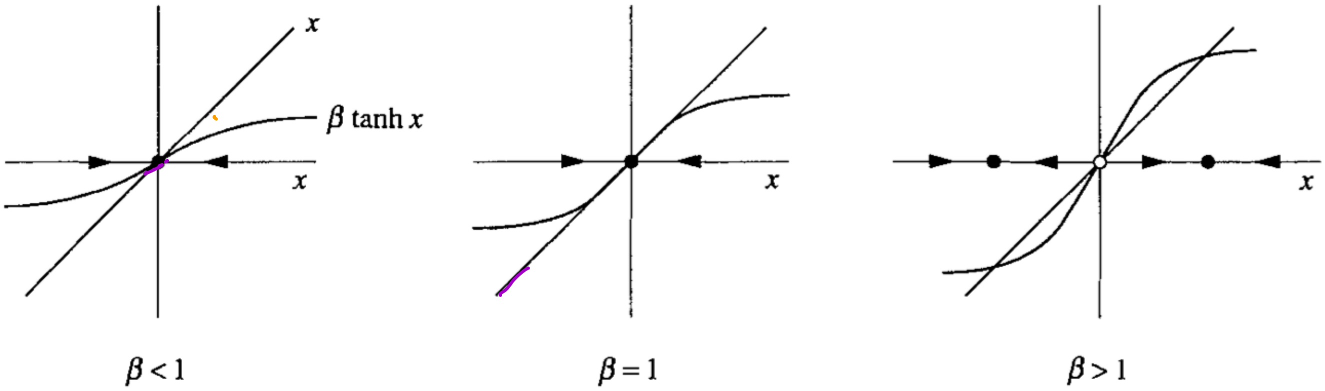
Para $r > 0$ tenemos dos raíces reales:

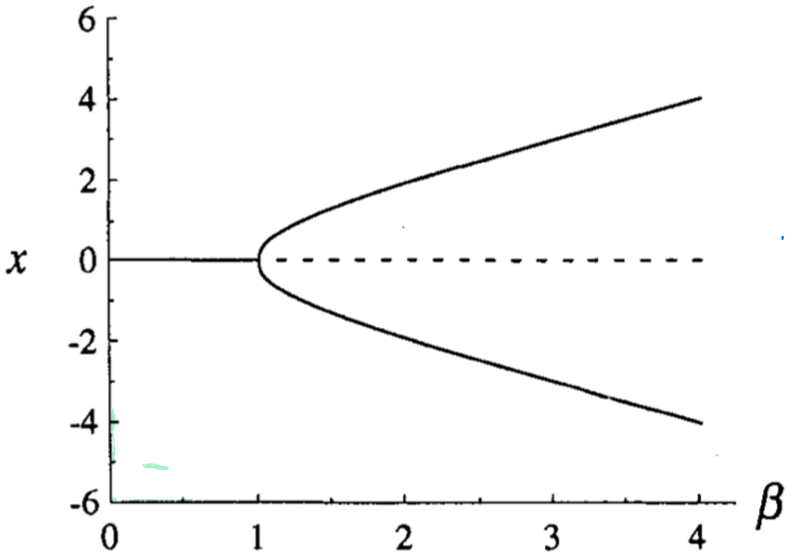
$$x^*_+ = \sqrt{r} \qquad x^* = -\sqrt{r}$$



Ejemplo

$$\dot{x} = -x + \beta \tanh(x)$$





Miremos la forma normal de la bifurcación pitchfork supercrítica:

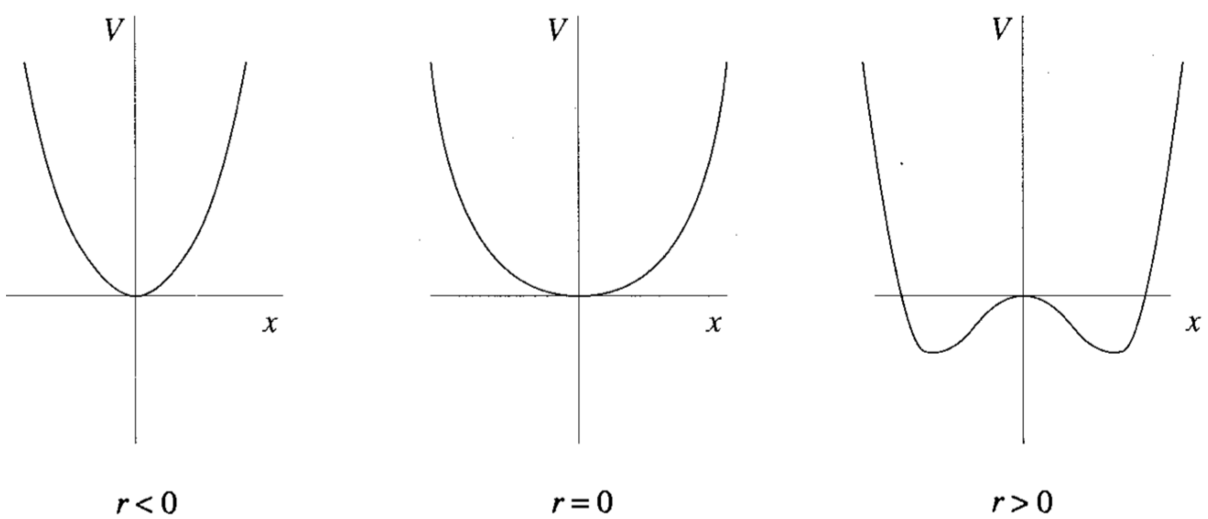
$$\dot{x} = rx - x^3$$

Podemos definir un potencial

$$V(x) = -\frac{rx^2}{2} + \frac{1}{4}x^4$$

$$\frac{dV(x)}{dx} = -rx + x^3$$

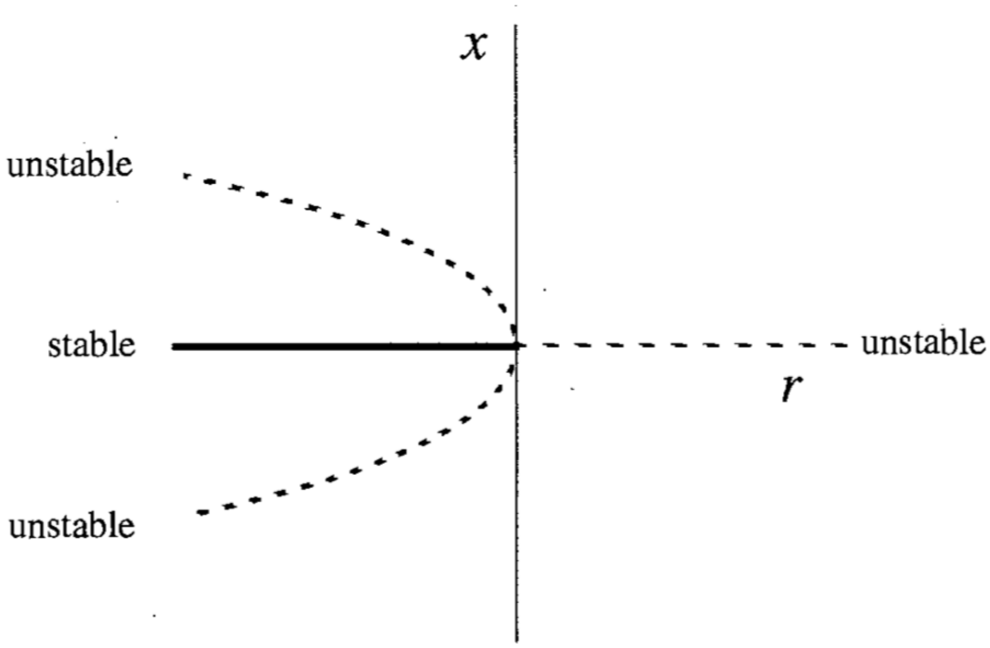
$$f(x) = -\frac{dV}{dx} = rx - x^3$$



Transición Pitchfork Subcríticas

$$\dot{x} = rx + x^3$$

signo que desestabiliza



$$\dot{x} = rx + x^3 - x^5$$