REDES NEURONALES 2024

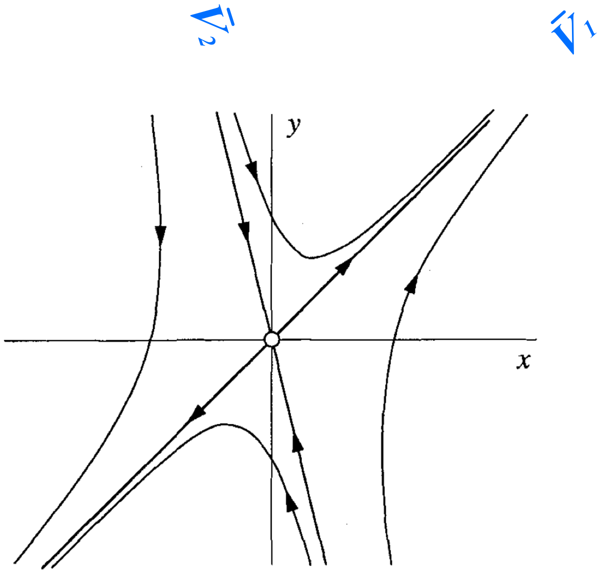
Clase 10 parte 3

Jueves 12 de septiembre 2024

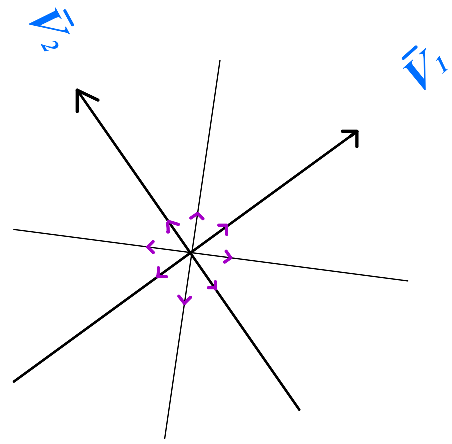
FAMAF, Universidad Nacional de Córdoba

Instituto de Física Enrique Gaviola (UNC-CONICET)

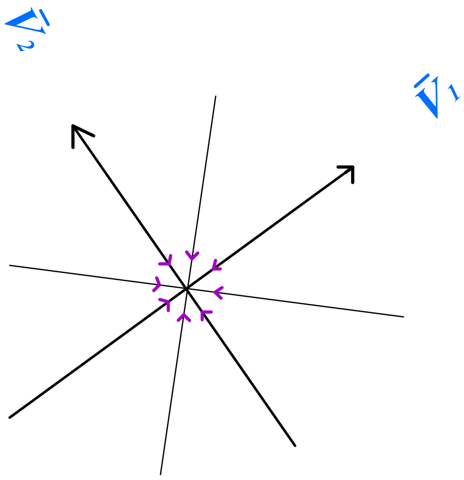
J28/9/23 c11p1



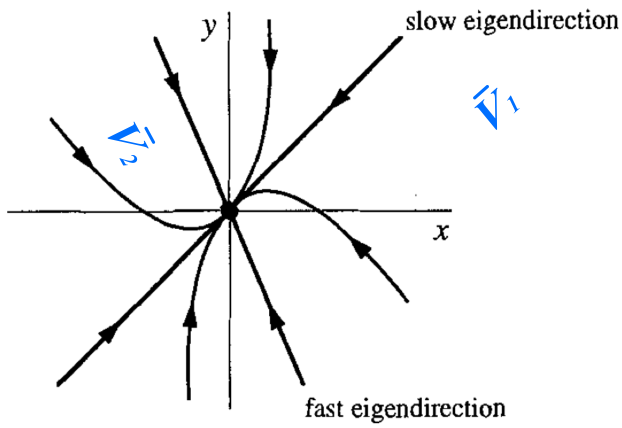
$\lambda_2 < 0 < \lambda_1$



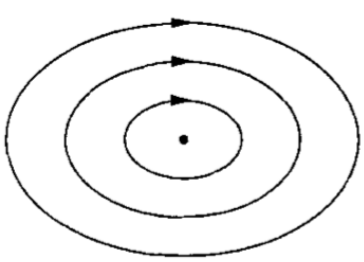
$0 < \lambda_1 = \lambda_2$

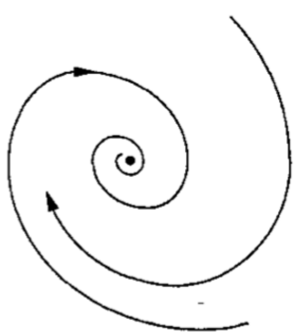


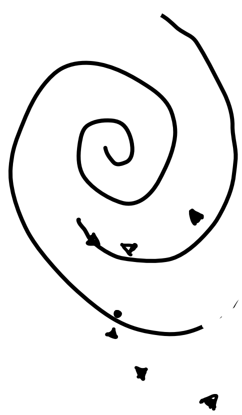
$0 > \lambda_1 = \lambda_2$



$\lambda_2 < \lambda_1 < 0$







En la última clase nos quedó pendiente el caso en el que uno de los autovectores es nulo, tenemos una única eigen dirección

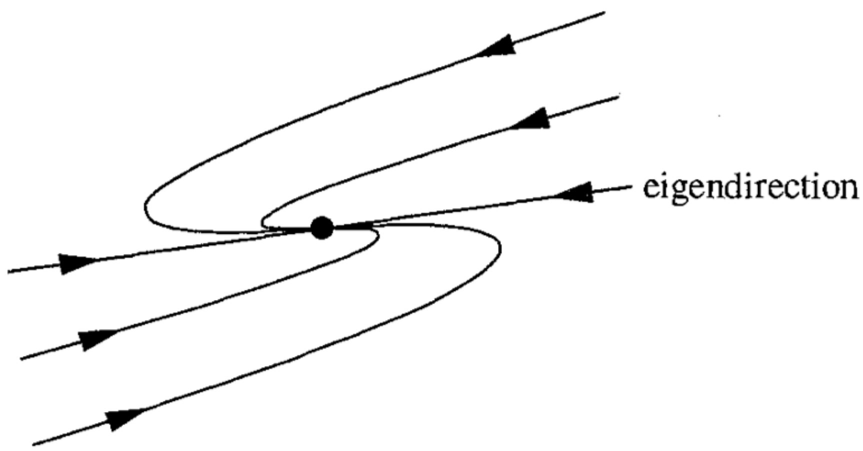
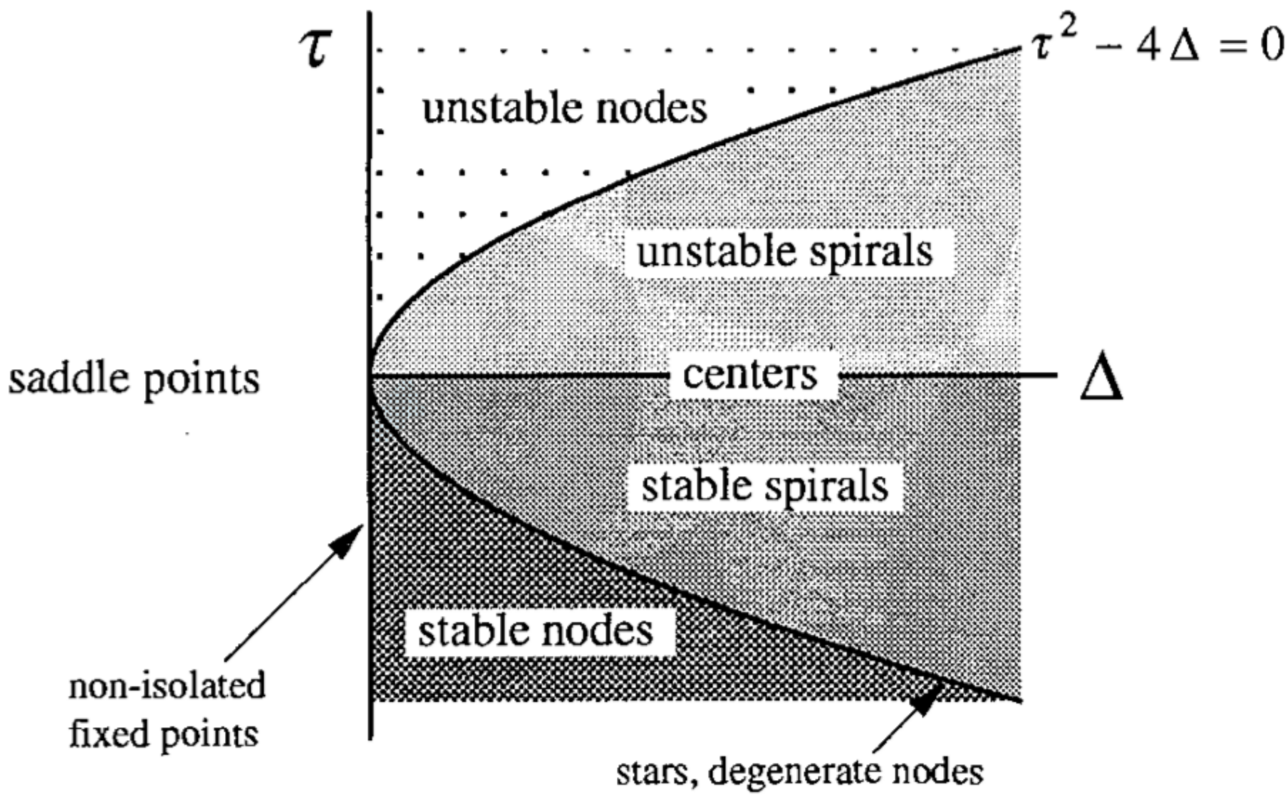


Diagrama de fases de los autovalores en función de τ y Δ



$$\lambda_{1,2} = \tfrac{1}{2}\left(\tau \pm \sqrt{\tau^2 - 4\Delta}\right), \qquad \Delta = \lambda_1 \lambda_2 , \qquad \tau = \lambda_1 + \lambda_2 .$$

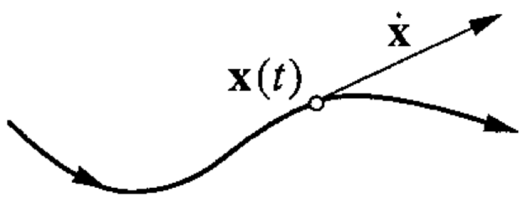
EL PLANO DE FASES

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= f_1(x_1, x_2) \\ \dot{x}_2 &= f_2(x_1, x_2) \end{aligned} \longrightarrow \dot{\bar{x}} = \bar{f}(\bar{x})$$

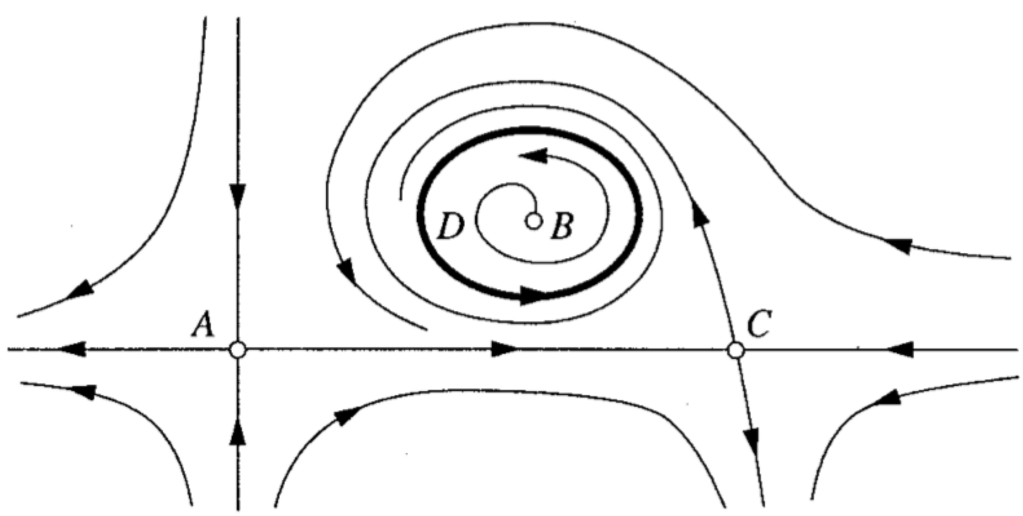
$\tilde{x}$ representa un punto en el plano (espacio) de las fases y $\dot{\tilde{x}}$ representa el vector velocidad en cada punto del plano. Si tenemos el campo de velocidades que asocia a cada $\bar{x}$ su velocidad, podemos seguir el flujo de nuestro sistema en el plano de fases.

El diagrama de fases en dos dimensiones

Todo el plano está lleno de trayectorias pues a cada punto del plano lo podemos como una condición inicial.



Para un sistema no lineal es difícil encontrar soluciones analíticas. Por esta razón trataremos de tener una descripción cualitativa del comportamiento del sistema sobre el plano de fases.



Un ejemplo simple

$$\dot{x} = -x + e^{-y}$$

$$\dot{y} = -y$$

Tiene un único punto fijo

$$(x^*, y^*) = (-1, 0)$$

$$y(t) = y(0)e^{-t}$$

$$\lim_{t \to \infty} y(t) = 0$$

$$\lim_{t \to \infty} e^{-y} = 1$$

Si t>>1 $\dot{x} \approx x+1$ inestabilidad

Nullclines $\dot{x}=0$, $\dot{y}=0$

$$\dot{x}=0 \Rightarrow x=-e^{-y}$$