

UNIVERSITÀ POLITECNICA DELLE MARCHE

INGEGNERIA INFORMATICA E DELL' AUTOMAZIONE



Analisi e controllo di un manipolatore a tre gradi di libertà

Autori

Adolfo Damiano Cafaro
Giovanni Latiano
Francesco Silvi

Relatore

Prof. Giacomo Palmieri

8 giugno 2021

Indice

1	Introduzione	1
1.1	Descrizione del robot	2
2	Cinematica	4
3	Dinamica	6
3.1	Pattino 1	6
3.2	Asta 2	7
3.3	Asta 3	7
3.4	Asta 4	8
3.5	Pattino 5	8
3.6	Equazioni utili per la risoluzione del sistema in Matlab	9
3.7	Risoluzione sistema & espressione coppie/forze	10
4	Controllo	11
4.1	Simulazione con guadagno nullo del controllore	12
4.2	Simulazione con guadagno non nullo del controllore	15
4.3	Simulazione con forza esterna diversa da zero	18
5	Conclusioni	19
	Bibliografia	20

Elenco delle figure

1.1	Schema cinematico del robot piano a tre gradi di libertà	2
1.2	Raffigurazione delle variabili utilizzate per rappresentare il moto del manipolatore nel piano	3
3.1	Rappresentazione delle forze che agiscono sul corpo 1	6
3.2	Rappresentazione delle forze che agiscono sul corpo 2	7
3.3	Rappresentazione delle forze che agiscono sul corpo 3	8
3.4	Rappresentazione delle forze che agiscono sul corpo 4	8
3.5	Rappresentazione delle forze che agiscono sul corpo 5	9
3.6	Variabili x_2 e y_4	10
4.1	Controllo in dinamica inversa nello spazio giunti	11
4.2	Implementazione in Simulink del sistema in catena chiusa	11
4.3	Errore di posizione delle variabili di giunto. In giallo l'errore sulla variabile x_{c1} , in blu l'errore sulla variabile x_{c5} e in arancione l'errore sulla variabile θ_2	13
4.4	Traiettorie pianificate delle variabili di giunto. In giallo x_{c1} , in blu x_{c5} e in arancione θ_2	13
4.5	Traiettorie effettive delle variabili di giunto. In giallo x_{c1} , in blu x_{c5} e in arancione θ_2	13
4.6	L'andamento delle coppie τ , i segnali di ingresso al sistema, durante la simulazione, in giallo τ_1 , in blu τ_5 e in arancione τ_2	14
4.7	Traiettorie del terminale nello spazio cartesiano. In giallo P_x pianificata, in blu P_y pianificata, in arancione α pianificata, in verde P_x effettiva, in viola P_y effettiva, in azzurro α effettiva	14
4.8	Errore di posizione delle variabili di giunto. In giallo l'errore sulla variabile x_{c1} , in blu l'errore sulla variabile x_{c5} e in arancione l'errore sulla variabile θ_2	15
4.9	Traiettorie pianificate delle variabili di giunto. In giallo x_{c1} , in blu x_{c5} e in arancione θ_2	15
4.10	Traiettorie effettive delle variabili di giunto. In giallo x_{c1} , in blu x_{c5} e in arancione θ_2	16
4.11	L'andamento delle coppie τ , i segnali di ingresso al sistema, durante la simulazione, in giallo τ_1 , in blu τ_5 e in arancione τ_2	16
4.12	Traiettorie del terminale nello spazio cartesiano. In giallo P_x pianificata, in blu P_y pianificata, in arancione α pianificata, in verde P_x effettiva, in viola P_y effettiva, in azzurro α effettiva	16

4.13	Errore di posizione delle variabili di giunto. In giallo l'errore sulla variabile x_{c1} , in blu l'errore sulla variabile x_{c5} e in arancione l'errore sulla variabile θ_2	18
4.14	L'andamento delle coppie τ , i segnali di ingresso al sistema, durante la simulazione, in giallo τ_1 , in blu τ_5 e in arancione τ_2	18

1 Introduzione

I manipolatori robotici sono tra i robot più comuni in ambito industriale, questi vengono utilizzati per eseguire lavorazioni meccaniche come saldatura, incollaggio e movimentazione di oggetti nelle catene di produzione. In letteratura sono ampiamente descritte le problematiche e le applicazioni che riguardano questa tipologia di robot. Uno dei problemi più comuni riguarda il preciso posizionamento dell'end-effector, il così definito terminale del manipolatore [1]. Un altro problema comune nei manipolatori utilizzati in ambienti dinamici è la presenza di ostacoli non pianificati durante il moto; il documento [2] individua un algoritmo che permette al robot di evitare tali ostacoli non pianificati durante il moto e portare a compimento il task assegnato. Le applicazioni dei robot manipolatori non si riducono solo all'ambito industriale, ad esempio nel documento [3] vengono descritte le caratteristiche e il design di un manipolatore robotico utilizzato per l'esplorazione spaziale.

Il seguente progetto ha come obiettivo la descrizione del modello cinematico e dinamico del manipolatore in figura 1.1, un robot piano a tre gradi di libertà usato per il posizionamento del dispositivo terminale nel piano XY. Successivamente si procede al controllo del manipolatore nello spazio dei giunti.

Nel primo capitolo si studia la cinematica del manipolatore. Nel secondo si applicano le tecniche viste nel corso per modellarne la dinamica. E infine nel terzo capitolo è stato eseguito un controllo con profilo di velocità trapezoidale nello spazio giunti del robot. I software usati in questo progetto sono stati Matlab/Simulink.

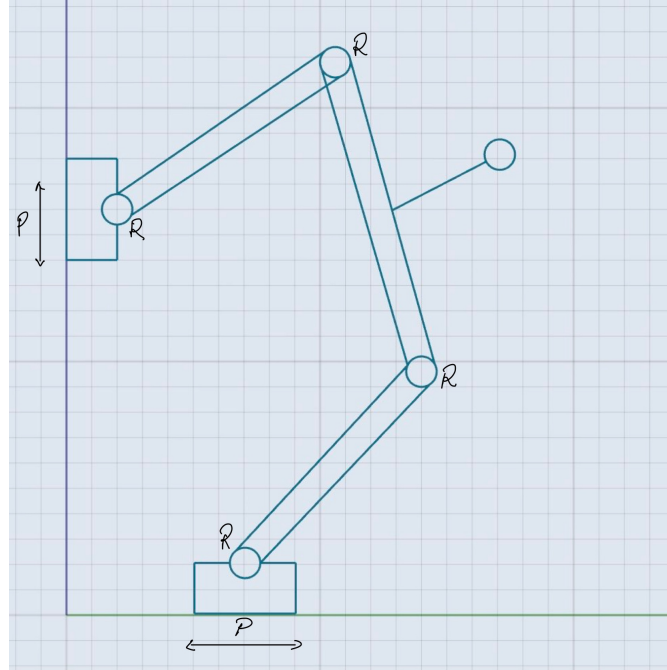


Figura 1.1: Schema cinematico del robot piano a tre gradi di libertà

1.1 Descrizione del robot

Il manipolatore è formato da due pattini di massa m_1 vincolati a muoversi su due binari ortogonali tra loro, di fatto formano una coppia prismatica. La posizione dei due pattini viene controllata tramite due forze agenti sui pattini con direzioni parallele ai binari. Sono presenti in totale tre aste di lunghezza l e massa m_a , due si collegano ai pattini tramite due coppie rotoidali, l'ultima si collega alle altre due aste tramite altre due coppie rotoidali. Da metà lunghezza di questa asta, ovvero $l/2$, con angolo normale, si estende un'altra asta di lunghezza d e massa m_a sulla cui estremità è ancorato l'end-effector. Sulla rotoidale, che collega il pattino che si muove sull'asse X e l'asta, agisce una coppia generata da un motore che permette di controllare l'angolo di rotazione dell'asta. Secondo l'equazione di Grübler per i gradi di libertà nel piano:

$$\text{gradi di libertà} = 3(m - 1) - 2c_1 - c_2 \quad (1.1)$$

dove m sono il numero di corpi del sistema, incluso il telaio, c_1 il numero delle coppie cinematiche di classe "1" (rotoidali, prismatiche) e c_2 il numero delle coppie cinematiche di classe "2" (camme piane). Essendo sei i membri meccanici del sistema e sei le coppie di classe c_1 , dall'equazione (1.1) si evince che il numero di gradi di libertà del sistema è pari a tre.

Come variabili interne si scelgono gli spostamenti dei pattini x_{c1} e x_{c5} e la rotazione θ_2 dell'asta due, per cui il vettore delle coordinate interne è definito come $q = [x_{c1}, x_{c5}, \theta_2]$.

La configurazione nello spazio cartesiano viene definita tramite il vettore delle coordinate esterne $p = [P_x, P_y, \alpha]$.

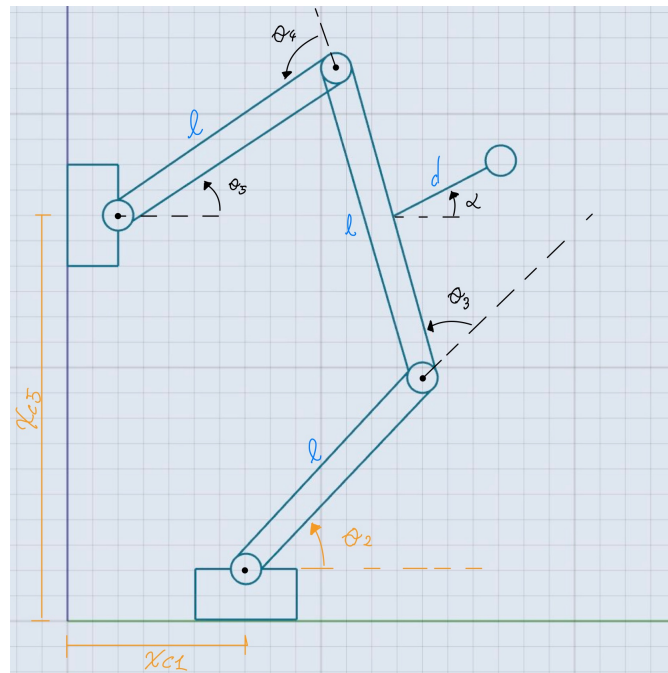


Figura 1.2: Raffigurazione delle variabili utilizzate per rappresentare il moto del manipolatore nel piano

2 Cinematica

In questo capitolo è stata analizzata la cinematica del manipolatore. Dalle equazioni di chiusura (2.1) si sono ricavati, tramite un *solve* in Matlab, gli angoli θ_3 e θ_4 in funzione delle variabili di giunto x_{c1} , x_{c5} e θ_2 . Le possibili soluzioni per i due angoli erano due, si è scelto di utilizzare la configurazione nella quale si verifica $\theta_3 > 0$ e $\theta_4 < 0$.

$$\begin{cases} x_{c1} + l\cos(\theta_2) + l\cos(\theta_2 + \theta_3) + l\cos(\theta_2 + \theta_3 + \theta_4) = 0 \\ l\sin(\theta_2) + l\sin(\theta_2 + \theta_3) + l\sin(\theta_2 + \theta_3 + \theta_4) - x_{c5} = 0 \end{cases} \quad (2.1)$$

Ricavati i valori di θ_3 e θ_4 , questi sono stati sostituiti nel sistema (2.2) per determinare la posizione e l'orientamento dell'end-effector in funzione delle sole variabili di giunto.

$$\begin{cases} P_x = x_{c1} + l\cos(\theta_2) + \frac{l}{2}\cos(\theta_2 + \theta_3) + d\cos(\alpha) \\ P_y = l\sin(\theta_2) + \frac{l}{2}\sin(\theta_2 + \theta_3) + d\sin(\alpha) \\ \alpha = \theta_2 + \theta_3 - \frac{\pi}{2} \end{cases} \quad (2.2)$$

Derivando le equazioni (2.2) si sono ottenute le espressioni delle velocità lineari e angolari dell'end-effector (2.3)

$$\begin{cases} \dot{x}_{c1} - \dot{\theta}_2 l\sin(\theta_2) - (\dot{\theta}_2 + \dot{\theta}_3)\frac{l}{2}\sin(\theta_2 + \theta_3) - \dot{\alpha}d\sin(\alpha) = \dot{P}_x \\ \dot{\theta}_2 l\cos(\theta_2) + (\dot{\theta}_2 + \dot{\theta}_3)\frac{l}{2}\cos(\theta_2 + \theta_3) + \dot{\alpha}d\cos(\alpha) = \dot{P}_y \\ \dot{\alpha} = (\dot{\theta}_2 + \dot{\theta}_3) \end{cases} \quad (2.3)$$

Per lo studio della cinematica inversa sono state risolte le equazioni (2.2) in Matlab rispetto le variabili di giunto x_{c1} , x_{c5} e θ_2 . Anche in questo caso, come per θ_3 e θ_4 le soluzioni ammissibili sono due per ogni variabile. In totale si potevano avere 4 configurazioni del manipolatore, in quanto le soluzioni di x_{c1} e θ_2 sono legate fra loro per ragioni di costruzione, mentre x_{c5} può essere scelta liberamente. Si è scelta la configurazione nella quale x_{c5} rimane ad una quota minore, così da riportarsi alla selezione precedentemente fatta per le soluzioni degli angoli θ_3 e θ_4 . Per x_{c1} e θ_2 invece si è scelta la combinazione di soluzioni che mantiene il pattino del manipolatore più all'esterno.

$$\begin{cases} x_{c1} = P_x + l\sqrt{(1 - \frac{(l\cos(\alpha) - 2P_y + 2d\sin(\alpha))^2}{(4l^2)})} - d\cos(\alpha) + \frac{l}{2}\sin(\alpha) \\ x_{c5} = l\sin(\theta_2 + \theta_3) + l\sin(\theta_2) - l\sqrt{(1 - \frac{(x_{c1} + l\cos(\theta_2 + \theta_3) + l\cos(\theta_2))^2}{l^2})} \\ \theta_2 = \pi + \arcsin(\frac{(l\cos(\alpha) - 2P_y + 2d\sin(\alpha))}{2l}) \end{cases} \quad (2.4)$$

Si è proseguito poi con il calcolo della matrice Jacobiana per risolvere il problema della cinematica di velocità. Il vettore delle velocità cardinali è pari alla matrice Jacobiana moltiplicata per le velocità delle variabili di giunto, come descritto dalla equazione (2.5).

$$\begin{bmatrix} \dot{P}_x \\ \dot{P}_y \\ \dot{\alpha} \end{bmatrix} = J(q) \begin{bmatrix} \dot{x}_{c1} \\ \dot{x}_{c5} \\ \dot{\theta}_2 \end{bmatrix} \quad (2.5)$$

Amnesso che la Jacobiana sia non singolare, vale la seguente relazione:

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_{c1} \\ \dot{x}_{c5} \\ \dot{\theta}_2 \end{bmatrix} = J(q)^{-1} \begin{bmatrix} \dot{P}_x \\ \dot{P}_y \\ \dot{\alpha} \end{bmatrix} \quad (2.6)$$

La matrice J è stata calcolata tramite la funzione "*jacobian*" di Matlab, alla quale vengono passati in ingresso le espressioni della cinematica diretta (2.2) e le 3 variabili di giunto x_{c1} , x_{c5} e θ_2 .

Tutti i calcoli elencati in precedenza sono stati effettuati in maniera simbolica su Matlab, con i risultati ottenuti sono poi state create le funzioni:

- **kin_dir_pos**: prende in ingresso il vettore q e restituisce il vettore p ;
- **kin_dir_vel**: prende in ingresso i vettori q e \dot{q} e restituisce il vettore \dot{p} ;
- **clc_q3_q4**: prende in ingresso il vettore q e restituisce in uscita i valori di θ_3 e θ_4 ;
- **clc_dq3_dq4**: prende in ingresso i vettori q e \dot{q} e restituisce i valori di $\dot{\theta}_3$ e $\dot{\theta}_4$;
- **kin_inv_pos**: prende in ingresso il vettore p e restituisce il vettore q ;
- **jacobian_tesina**: prende in ingresso il vettore q e restituisce la matrice J ;
- **kin_inv_vel**: prende in ingresso i vettori \dot{p} e q , richiama al suo interno la precedente funzione *jacobian_tesina*, calcola il vettore $\dot{q} = J(q)^{-1}\dot{p}$ e lo restituisce in uscita;

3 Dinamica

In questa fase del progetto si è modellata la dinamica del manipolatore. Per la modellazione del sistema 1.2 abbiamo usato la tecnica di *Newton-Eulero*:

$$\begin{aligned}\sum F_x &= m\ddot{x}_G \\ \sum F_Y &= m\ddot{y}_G \\ \sum M^G &= I\ddot{\theta}\end{aligned}\tag{3.1}$$

Per poter applicare Newton-Eulero abbiamo quindi suddiviso il sistema in sottosistemi, uno per ogni corpo, e proceduto quindi a scriverne le equazioni.

3.1 Pattino 1

Il sistema (3.2) descrive la dinamica del pattino che trasla lungo l'asse X e la figura 3.1 contiene la rappresentazione delle forze sul corpo.

$$\begin{cases} \tau_1 - H_2 = m_1\ddot{x}_1 \\ R_1 + V_2 - m_1g = 0 \\ M_1 - \tau_2 = 0 \end{cases}\tag{3.2}$$

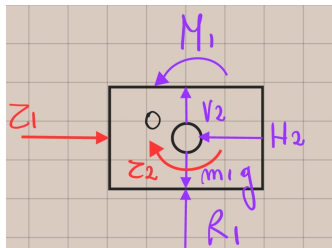


Figura 3.1: Rappresentazione delle forze che agiscono sul corpo 1

3.2 Asta 2

Il sistema (3.3) descrive la dinamica dell'asta 2 collegata al pattino tramite coppia rotoidale e motore. La figura 3.2 contiene la rappresentazione delle forze sul corpo.

$$\begin{cases} H_2 + H_3 = m_a \ddot{x}_2 \\ V_2 - V_3 - m_a g = m_a \ddot{y}_2 \\ \tau_2 - l \sin(\theta_2) H_3 - l \cos(\theta_2) V_3 - \frac{l}{2} \cos(\theta_2) m_a g = I_2 \ddot{\theta}_2 \end{cases} \quad (3.3)$$

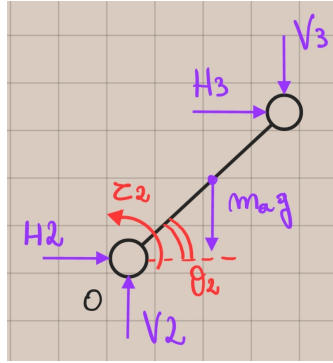


Figura 3.2: Rappresentazione delle forze che agiscono sul corpo 2

3.3 Asta 3

Il sistema (3.4) descrive la dinamica dell'asta 3 collegata all'asta 2 e 4 tramite due coppie rotoidali. La figura 3.3 contiene la rappresentazione delle forze sul corpo.

$$\begin{cases} H_4 - H_3 + F_x = 2m_a \ddot{P}_x \\ V_3 - V_4 + F_y - 2m_a g = 2m_a \ddot{P}_y \\ M_f - l \cos(\theta_2 + \theta_3) V_4 - l \sin(\theta_2 + \theta_3) H_4 + \\ + (\frac{l}{2} - \frac{d}{4} \operatorname{tg}(\pi - \theta_2 - \theta_3)) \cos(\pi - \theta_2 - \theta_3) 2m_a g = I_3 (\ddot{\theta}_2 + \ddot{\theta}_3) \end{cases} \quad (3.4)$$

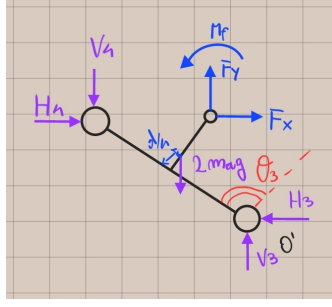


Figura 3.3: Rappresentazione delle forze che agiscono sul corpo 3

3.4 Asta 4

Il sistema (3.5) descrive la dinamica dell'asta 4 collegata al pattino 5 e all'asta 3 tramite due coppie rotoidali. La figura 3.4 contiene la rappresentazione delle forze sul corpo.

$$\begin{cases} -H_4 - H_5 = m_a \ddot{x}_4 \\ V_4 - V_5 - m_a g = m_a \ddot{y}_4 \\ l \cos(\theta_5) V_4 + l \sin(\theta_5) H_4 - \frac{l}{2} \cos(\theta_5) m_a g = I_5 \ddot{\theta}_5 \end{cases} \quad (3.5)$$

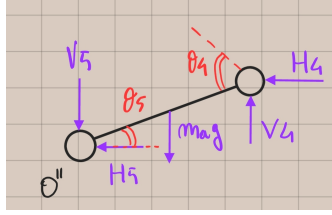


Figura 3.4: Rappresentazione delle forze che agiscono sul corpo 4

3.5 Pattino 5

Il sistema (3.6) descrive la dinamica del pattino 5 il quale trasla lungo l'asse Y. La figura 3.5 contiene la rappresentazione delle forze sul corpo.

$$\begin{cases} R_5 + H_5 = 0 \\ V_5 - m_1 g + \tau_5 = m_1 \ddot{y}_5 \\ M_5 = 0 \end{cases} \quad (3.6)$$

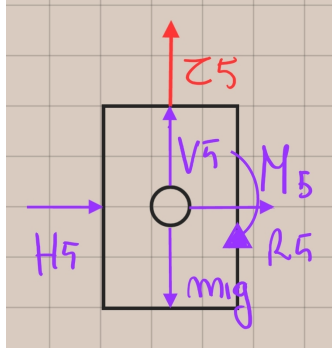


Figura 3.5: Rappresentazione delle forze che agiscono sul corpo 5

3.6 Equazioni utili per la risoluzione del sistema in Matlab

Per facilitare la risoluzione delle equazioni in Matlab le variabili \ddot{x}_2 , θ_5 e \ddot{y}_4 possono essere espresse in funzione delle tre variabili di giunto x_{c1} , x_{c5} , θ_2 . Le variabili x_2 e y_4 rappresentano rispettivamente la coordinata x del baricentro dell'asta due e la coordinata y del baricentro dell'asta quattro, come mostrato dalla figura 3.6

$$\begin{cases} x_2 = x_{c1} + \frac{l}{2}\cos(\theta_2) \\ \dot{x}_2 = \dot{x}_{c1} - \dot{\theta}_2\frac{l}{2}\sin(\theta_2) \\ \ddot{x}_2 = \ddot{x}_{c1} - \frac{l}{2}(\ddot{\theta}_2\sin(\theta_2) + \dot{\theta}_2^2\cos(\theta_2)) \end{cases} \quad (3.7)$$

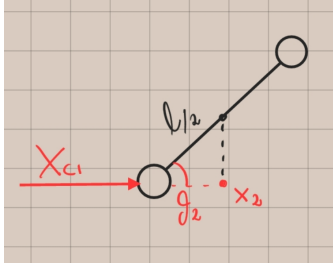
$$\begin{cases} \theta_5 = \theta_2 + \theta_3 + \theta_4 - \pi \\ \dot{\theta}_5 = \dot{\theta}_2 + \dot{\theta}_3 + \dot{\theta}_4 \\ \ddot{\theta}_5 = \ddot{\theta}_2 + \ddot{\theta}_3 + \ddot{\theta}_4 \end{cases} \quad (3.8)$$

$$\begin{cases} y_4 = x_{c5} + \frac{l}{2}\sin(\theta_5) \\ \dot{y}_4 = \dot{x}_{c5} + \dot{\theta}_5\frac{l}{2}\cos(\theta_5) \\ \ddot{y}_4 = \ddot{x}_{c5} + \frac{l}{2}(\ddot{\theta}_5\cos(\theta_5) - \dot{\theta}_5^2\sin(\theta_5)) \end{cases} \quad (3.9)$$

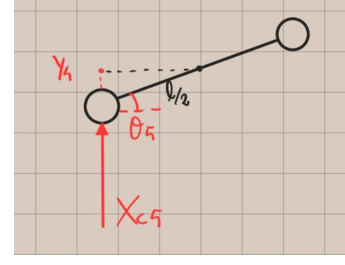
Dove si ricorda che le variabili θ_3 e θ_4 sono in funzione delle tre variabili di giunto x_{c1} , x_{c5} , θ_2 .

Per quanto riguarda le inerzie I_2 , I_3 , I_5 , esse sono state calcolate come segue:

$$\begin{cases} I_2 = m_a\frac{l^2}{4} + \frac{1}{12}m_al^2 \\ I_3 = I_2 + \frac{1}{12}m_ad^2 + m_a(\frac{d^2}{4} + \frac{l^2}{4}) \\ I_5 = I_2 \end{cases} \quad (3.10)$$



(a) Coordinata x del baricentro dell'asta due



(b) Coordinata y del baricentro dell'asta quattro

Figura 3.6: Variabili x_2 e y_4

3.7 Risoluzione sistema & espressione coppie/forze

Dopo aver impostato le equazioni su *Matlab* si è eseguito il *solve* riuscendo a trovare le tre forze/coppie $[\tau_1, \tau_5, \tau_2]$ che useremo per controllare il manipolatore. L'espressione desiderata delle coppie per il controllo del sistema è la seguente:

$$\tau = M(q)\ddot{q} + V(q, \dot{q}) + G(q) \quad (3.11)$$

Dove τ è il vettore delle coppie, M è la matrice di massa, che è funzione delle variabili di giunto q , G è la matrice di gravità in funzione anch'essa delle variabili di giunto ed infine V è la matrice di Coriolis la quale è funzione delle variabili di giunto e delle derivate di primo ordine delle variabili di giunto. La matrice M nel nostro caso è una matrice 3x3 ed è calcolata come segue:

$$M = \begin{bmatrix} \frac{\partial \tau_1}{\partial x_{c1}} & \frac{\partial \tau_1}{\partial x_{c5}} & \frac{\partial \tau_1}{\partial x_{\theta_2}} \\ \frac{\partial \tau_5}{\partial x_{c1}} & \frac{\partial \tau_5}{\partial x_{c5}} & \frac{\partial \tau_5}{\partial x_{\theta_2}} \\ \frac{\partial \tau_2}{\partial x_{c1}} & \frac{\partial \tau_2}{\partial x_{c5}} & \frac{\partial \tau_2}{\partial x_{\theta_2}} \end{bmatrix} \quad (3.12)$$

La matrice G è una matrice 3x1 ed è calcolata come segue:

$$G = \begin{bmatrix} \frac{\partial \tau_1}{\partial g} \\ \frac{\partial \tau_5}{\partial g} \\ \frac{\partial \tau_2}{\partial g} \end{bmatrix} \quad (3.13)$$

Infine la matrice V è una matrice 3x1 ed è calcolata come segue:

$$V = \begin{bmatrix} \tau_1 \\ \tau_5 \\ \tau_2 \end{bmatrix} - M\ddot{q} - G \quad (3.14)$$

Si può ora procedere al controllo del manipolatore.

4 Controllo

Questo capitolo è dedicato al controllo del manipolare robotico nello spazio dei giunti. Lo schema di controllo adottato è quello in figura 4.1 dove le variabili q^d , \dot{q}^d e \ddot{q}^d rappresentano rispettivamente le posizioni, le velocità e le accelerazioni di riferimento delle variabili di giunto. Queste variabili di riferimento vengono confrontate con le posizioni, velocità e accelerazioni effettive del sistema e in base al loro scostamento viene generato un opportuno segnale w che controlla la dinamica del manipolatore nello spazio dei giunti. L'errore di posizione $e = q^d - q$ e l'errore di velocità $\dot{e} = \dot{q}^d - \dot{q}$ sono l'ingresso di un controllore PD (proporzionale e derivativo) la cui uscita, sommata all'accelerazione desiderata, è il segnale di controllo del manipolatore.

Il sistema in catena chiusa è stato implementato in Simulink come mostrato in figura 4.2.

Lo spazio di stato è modellato tramite la matrice di massa M e un termine non lineare

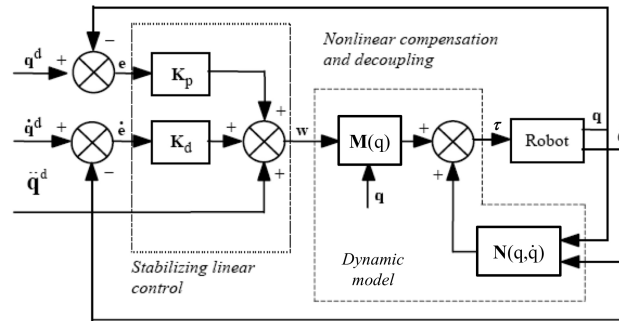


Figura 4.1: Controllo in dinamica inversa nello spazio giunti

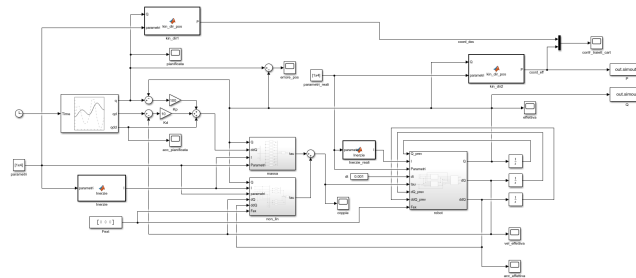


Figura 4.2: Implementazione in Simulink del sistema in catena chiusa

N . Dalla dinamica del sistema si ottiene che le coppie τ , fornite dai motori, sono legate alle variabili di giunto dalla seguente relazione:

$$\tau = M(q)\ddot{q} + N(q, \dot{q}) \quad (4.1)$$

La pianificazione del moto che genera i segnali di riferimento al controllo è stata eseguita con un profilo trapezoidale di velocità. Un profilo di velocità trapezoidale impone una accelerazione costante nella fase di partenza, una velocità di crociera e una decelerazione costante nella fase di arrivo. La traiettoria che ne risulta è costituita da un tratto lineare raccordato con due tratti parabolici nell'intorno delle posizioni iniziale e finale.

Di seguito sono state svolte tre simulazioni del sistema. Nelle prime due si impone al manipolatore di passare da uno stato $q_i = [0.5 \ 1.5 \ \frac{\pi}{3}]$ allo stato $q_f = [1 \ 1 \ \frac{\pi}{4}]$ in un secondo di tempo; si è inoltre supposto di avere una conoscenza incerta sui parametri del sistema e questa incertezza è stata implementata nel modello considerando i parametri reali $l_r = 0.99$ $d_r = 0.49$ $m_{1r} = 1.1$ $m_{ar} = 0.5$ differenti dai parametri ideali, $l_{id} = 0.99$ $d_{id} = 0.49$ $m_{1id} = 1.1$ $m_{aid} = 0.5$ utilizzati per generare il segnale di controllo. In entrambe le simulazioni la forza esterna, sul terminale del manipolatore, è stata settata a valore nullo. La differenza tra le due simulazioni è il guadagno del controllore PD, nella prima è stato settato $K_p = 0$ e $K_d = 0$ mentre nella seconda $K_p = 100$ e $K_d = 10$. Nella terza simulazione si sono imposti una forza e un momento non nulli al terminale del manipolatore.

4.1 Simulazione con guadagno nullo del controllore

Nella prima simulazione con i guadagni K_p e K_d nulli si osserva in figura 4.3 un errore di ordine 10^{-1} per x_{c5} , questo è dovuto allo scostamento presente fra i parametri stimati e quelli reali. Si nota anche che x_{c1} e θ_2 sono meno affetti dalla variazione dei parametri, difatti, per costruzione, x_{c5} si trova a dover compensare le imperfezioni di tutte e tre le aste. Mentre al pattino 1 è connesso un motore in grado di impostare l'orientamento dell'asta 2, il pattino 5 non possiede alcun motore in grado di agire sull'asta 4.

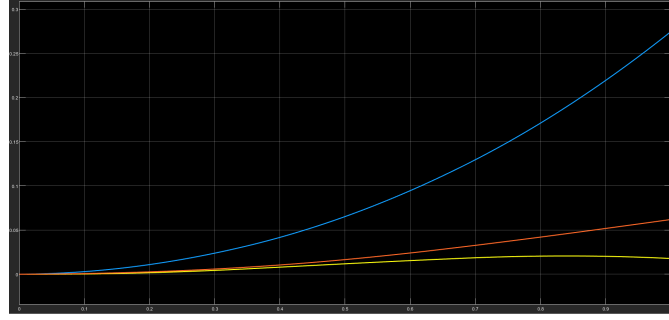


Figura 4.3: Errore di posizione delle variabili di giunto. In giallo l'errore sulla variabile x_{c1} , in blu l'errore sulla variabile x_{c5} e in arancione l'errore sulla variabile θ_2

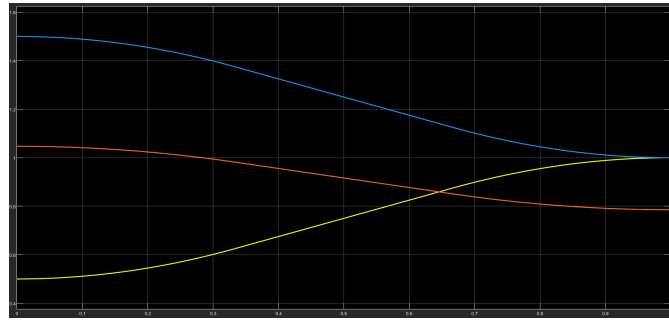


Figura 4.4: Traiettorie pianificate delle variabili di giunto. In giallo x_{c1} , in blu x_{c5} e in arancione θ_2

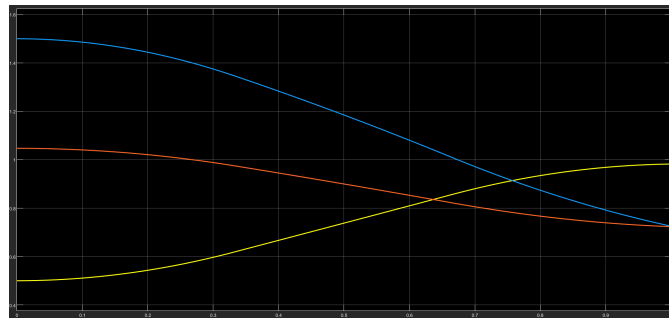


Figura 4.5: Traiettorie effettive delle variabili di giunto. In giallo x_{c1} , in blu x_{c5} e in arancione θ_2

Nelle immagini 4.4 e 4.5, sono mostrate le traiettorie pianificate ed effettive di x_{x1} , x_{x1} e θ_2 .

Il grafico delle coppie entranti al manipolatore è riportato in figura 4.6. Questi risultati si traducono nello spazio cartesiano come raffigurato in figura 4.7, nel quale è ben visibile uno scostamento fra le traiettorie pianificate e quelle effettive.

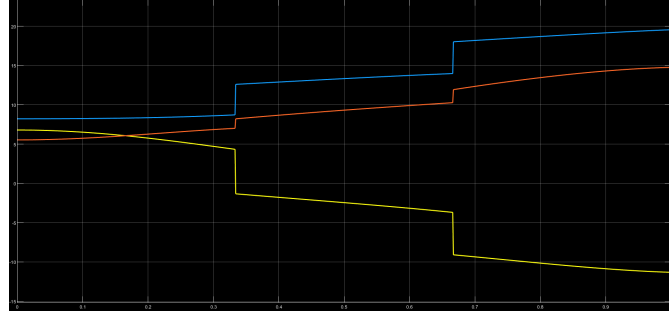


Figura 4.6: L'andamento delle coppie τ , i segnali di ingresso al sistema, durante la simulazione, in giallo τ_1 , in blu τ_5 e in arancione τ_2

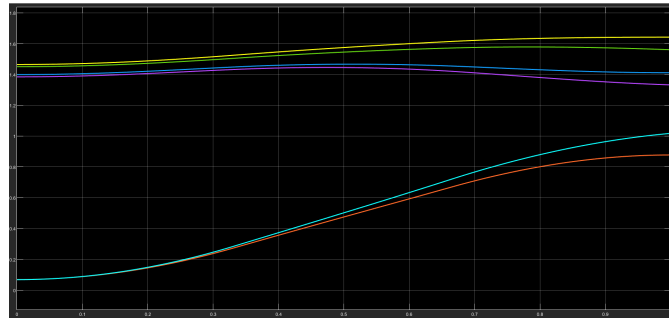


Figura 4.7: Traiettorie del terminale nello spazio cartesiano. In giallo P_x pianificata, in blu P_y pianificata, in arancione α pianificata, in verde P_x effettiva, in viola P_y effettiva, in azzurro α effettiva

4.2 Simulazione con guadagno non nullo del controllore

Nella seconda simulazione, aumentando il guadagno del controllore, si osserva una riduzione dell'errore di posizione che diventa dell'ordine di 10^{-4} . L'andamento dell'errore di posizione nella seconda simulazione è raffigurato nella figura 4.8. Nelle immagini 4.9 e 4.10 sono

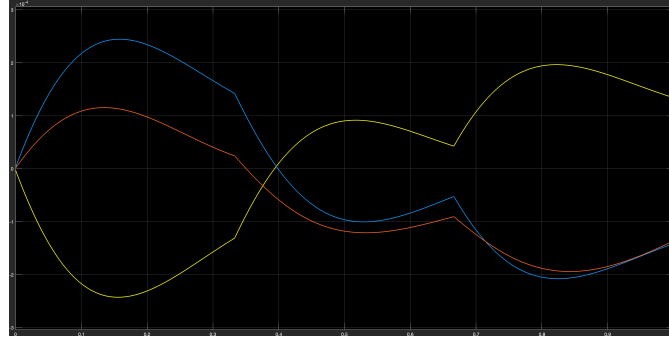


Figura 4.8: Errore di posizione delle variabili di giunto. In giallo l'errore sulla variabile x_{c1} , in blu l'errore sulla variabile x_{c5} e in arancione l'errore sulla variabile θ_2

mostrate le traiettorie pianificate ed effettive di x_{x1} , x_{x1} e θ_2 .

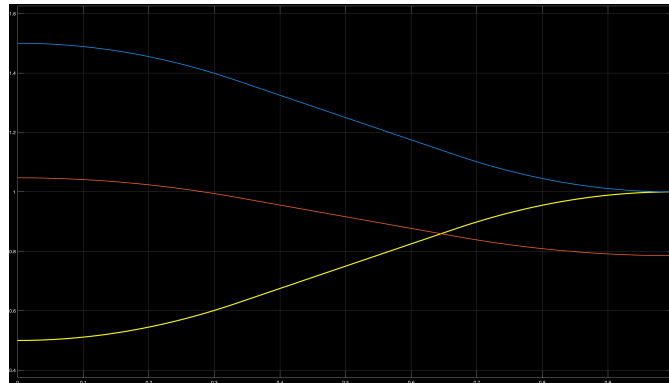


Figura 4.9: Traiettorie pianificate delle variabili di giunto. In giallo x_{c1} , in blu x_{c5} e in arancione θ_2

In figura 4.11 sono rappresentate le coppie che controllano le variabili di giunto durante la simulazione.

In questa simulazione, grazie ai valori di K_p e K_d , le traiettorie effettive nello spazio cartesiano hanno uno scostamento da quelle pianificare visibilmente minore rispetto alla simulazione analizzata in 4.1 (figura 4.12).

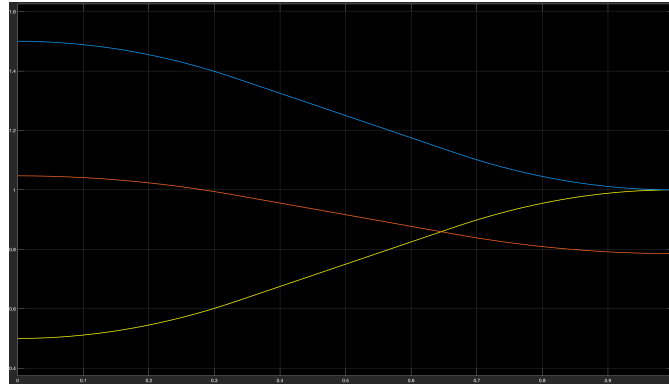


Figura 4.10: Traiettorie effettive delle variabili di giunto. In giallo x_{c1} , in blu x_{c5} e in arancione θ_2

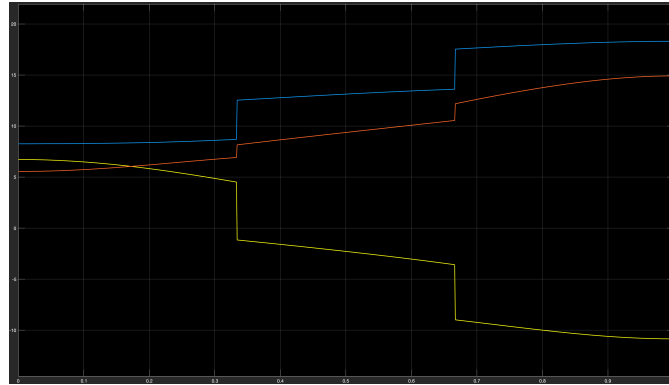


Figura 4.11: L'andamento delle coppie τ , i segnali di ingresso al sistema, durante la simulazione, in giallo τ_1 , in blu τ_5 e in arancione τ_2

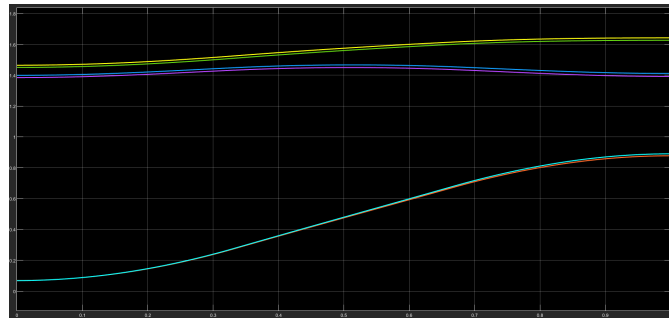


Figura 4.12: Traiettorie del terminale nello spazio cartesiano. In giallo P_x pianificata, in blu P_y pianificata, in arancione α pianificata, in verde P_x effettiva, in viola P_y effettiva, in azzurro α effettiva

4.3 Simulazione con forza esterna diversa da zero

Di seguito è riportata una simulazione del moto del manipolatore, nel passare dallo stato $q_i = [0.5 \ 1.5 \ \frac{\pi}{3}]$ allo stato $q_f = [1 \ 1 \ \frac{\pi}{4}]$, quando vengono applicati una forza ed un momento esterni sul terminale pari a $F_{ext} = [2 \ 5]N$ e $M_{ext} = -1Nm$.

Sono stati utilizzati gli stessi guadagni del controllore definiti nella sezione 4.2 e l'errore di posizione rimane nell'ordine di 10^{-3} , come descritto dalla figura 4.13. La differenza principale rispetto al caso studiato in 4.2 è l'ampiezza delle coppie, infatti, τ_1 e τ_5 sono aumentati in modulo, mentre il modulo di τ_2 è diminuito. In figura 4.14 è descritto l'andamento delle coppie durante la simulazione.

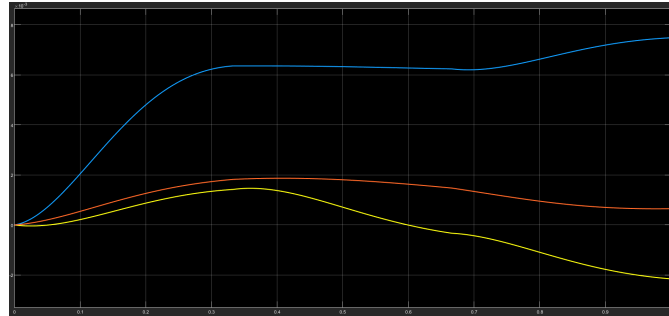


Figura 4.13: Errore di posizione delle variabili di giunto. In giallo l'errore sulla variabile x_{c1} , in blu l'errore sulla variabile x_{c5} e in arancione l'errore sulla variabile θ_2

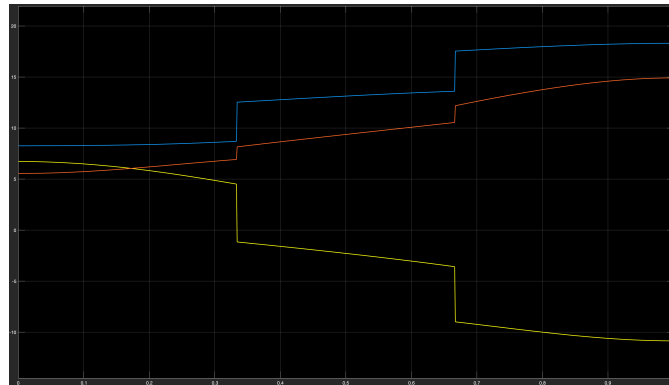


Figura 4.14: L'andamento delle coppie τ , i segnali di ingresso al sistema, durante la simulazione, in giallo τ_1 , in blu τ_5 e in arancione τ_2

5 Conclusioni

Partendo dallo studio della cinematica del manipolare a tre gradi di libertà è stato sviluppato il modello della dinamica individuando le matrici di massa, di gravità e di Coriolis per poi implementare un controllo PD basato su una pianificazione trapezoidale di velocità. Dalle simulazioni fatte si osserva come in assenza di guadagno per il controllore PD l'errore di posizione e di velocità tenda a divergere, mentre aumentando il guadagno del proporzionale e del derivativo l'errore di posizione tende asintoticamente a zero. Il controllo è stato eseguito nello spazio dei giunti e una possibile prosecuzione del lavoro potrebbe essere l'implementazione del controllo basato sulla pianificazione del moto nello spazio cartesiano.

Bibliografia

- [1] A. Hietanen, J. Latokartano, A. Foi, R. Pieters, V. Kyrki, M. Lanz e J.-K. Kämäräinen, «Benchmarking pose estimation for robot manipulation», *Robotics and Autonomous Systems*, vol. 143, p. 103810, 2021, ISSN: 0921-8890. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.robot.2021.103810>. indirizzo: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0921889021000956>.
- [2] W. Zhang, H. Cheng, L. Hao, X. Li, M. Liu e X. Gao, «An obstacle avoidance algorithm for robot manipulators based on decision-making force», *Robotics and Computer-Integrated Manufacturing*, vol. 71, p. 102114, 2021, ISSN: 0736-5845. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.rcim.2020.102114>. indirizzo: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0736584520303240>.
- [3] N. Sreekanth, A. Dinesan, A. R. Nair, G. Udupa e V. Tirumaladass, «Design of robotic manipulator for space applications», *Materials Today: Proceedings*, 2020, ISSN: 2214-7853. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.matpr.2020.10.382>. indirizzo: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S2214785320380032>.