

Ejemplo estandarización y cálculo de probabilidades

Ricardo Alberich, Juan Gabriel Gomila y Arnau Mir

Section 1

Ejemplo estandarización y cálculo de probabilidades

Planteamiento del problema

Supongamos que, con base en datos históricos, creemos que el **porcentaje del aumento del salario anual** para los directores ejecutivos de todas las corporaciones de tamaño medio se distribuyen **normalmente** con una **media del 12.2%** y una **desviación estándar del 3.6%**.

Planteamiento del problema

Supongamos que, con base en datos históricos, creemos que el **porcentaje del aumento del salario anual** para los directores ejecutivos de todas las corporaciones de tamaño medio se distribuyen **normalmente** con una **media del 12.2%** y una **desviación estándar del 3.6%**.

Se elige una muestra **aleatoria simple** de **10 directores ejecutivos** y nos piden cuál es la probabilidad que el porcentaje medio del aumento de los directores de dicha muestra sea **mayor del 14.4%**.

Solución

Sean $X_1, X_2, X_3, X_4, X_5, X_6, X_7, X_8, X_9, X_{10}$ la m.a.s. que nos da los 10 aumentos de los 10 directores ejecutivos elegidos.

Solución

Sean $X_1, X_2, X_3, X_4, X_5, X_6, X_7, X_8, X_9, X_{10}$ la m.a.s. que nos da los 10 aumentos de los 10 directores ejecutivos elegidos.

Sea

$$\bar{X} = \frac{X_1 + X_2 + X_3 + X_4 + X_5 + X_6 + X_7 + X_8 + X_9 + X_{10}}{10},$$

la variable aleatoria que nos da el **aumento medio de los 10 directores de la muestra.**

Solución

Sean $X_1, X_2, X_3, X_4, X_5, X_6, X_7, X_8, X_9, X_{10}$ la m.a.s. que nos da los 10 aumentos de los 10 directores ejecutivos elegidos.

Sea

$$\bar{X} = \frac{X_1 + X_2 + X_3 + X_4 + X_5 + X_6 + X_7 + X_8 + X_9 + X_{10}}{10},$$

la variable aleatoria que nos da el **aumento medio de los 10 directores de la muestra**.

Como la distribución de cada variable aleatoria X_i , $i = 1, 2, \dots, 10$ es $X_i = N(\mu = 12.2, \sigma = 3.6)$, la **distribución de \bar{X}** será:

Solución

Sean $X_1, X_2, X_3, X_4, X_5, X_6, X_7, X_8, X_9, X_{10}$ la m.a.s. que nos da los 10 aumentos de los 10 directores ejecutivos elegidos.

Sea

$$\bar{X} = \frac{X_1 + X_2 + X_3 + X_4 + X_5 + X_6 + X_7 + X_8 + X_9 + X_{10}}{10},$$

la variable aleatoria que nos da el **aumento medio de los 10 directores de la muestra**.

Como la distribución de cada variable aleatoria $X_i, i = 1, 2, \dots, 10$ es $X_i = N(\mu = 12.2, \sigma = 3.6)$, la **distribución de \bar{X}** será:

$$\bar{X} = N\left(\mu_{\bar{X}} = \mu_X = 12.2, \sigma_{\bar{X}} = \frac{\sigma_X}{\sqrt{10}} = \frac{3.6}{\sqrt{10}} = 1.1384\right)$$

Solución

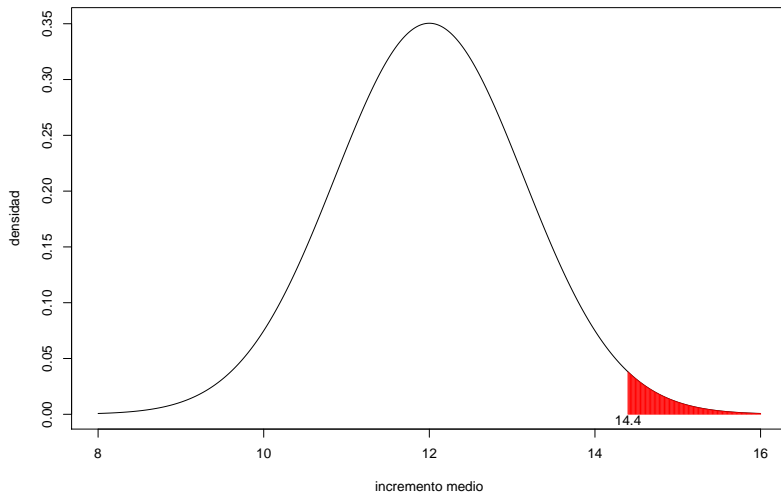
Nos piden $P(\bar{X} > 14.4)$:

Solución

Nos piden $P(\bar{X} > 14.4)$:

$$P(\bar{X} > 14.4) = P\left(Z > \frac{14.4 - 12.2}{1.1384}\right) = P(Z > 2.1082) = 0.0175075.$$

Solución



Planteamiento del problema

Un fabricante de bujías dice que la **duración** de las mismas se distribuye según una **distribución normal** con una **media de 100000 km.** y una **desviación estándar de 6500 km.**

Planteamiento del problema

Un fabricante de bujías dice que la **duración** de las mismas se distribuye según una **distribución normal** con una **media de 100000 km.** y una **desviación estándar de 6500 km.**

Se ha elegido una **muestra de 16 bujías** y se ha verificado que tienen una **duración media de 94150 km.** Si la afirmación del fabricante fuese cierta, ¿cuál es la probabilidad de encontrar una muestra con una **duración media de 94150 km. o menos?**

Solución

Sean T_1, \dots, T_{16} la duración de las 16 bujías de la muestra.

Solución

Sean T_1, \dots, T_{16} la duración de las 16 bujías de la muestra.

Sea $\bar{T} = \frac{T_1 + \dots + T_{16}}{16}$ la variable aleatoria que nos da la duración media de una muestra de 16 bujías.

Solución

Sean T_1, \dots, T_{16} la duración de las 16 bujías de la muestra.

Sea $\bar{T} = \frac{T_1 + \dots + T_{16}}{16}$ la variable aleatoria que nos da la duración media de una muestra de 16 bujías.

Como cada T_i se distribuye como una distribución normal $N(\mu = 100000, \sigma = 6500)$, la distribución de la variable \bar{T} será:

Solución

Sean T_1, \dots, T_{16} la duración de las 16 bujías de la muestra.

Sea $\bar{T} = \frac{T_1 + \dots + T_{16}}{16}$ la variable aleatoria que nos da la duración media de una muestra de 16 bujías.

Como cada T_i se distribuye como una distribución normal $N(\mu = 100000, \sigma = 6500)$, la distribución de la variable \bar{T} será:

$$\bar{T} = N\left(\mu_{\bar{T}} = \mu = 100000, \sigma_{\bar{T}} = \frac{\sigma}{\sqrt{16}} = \frac{6500}{4} = 1625\right).$$

Solución

Nos piden:

Solución

Nos piden:

$$\begin{aligned}P(\bar{T} \leq 94150) &= P\left(Z \leq \frac{94150 - 100000}{1625}\right) = P(Z \leq -3.6) \\&= 0.0001591.\end{aligned}$$

Solución

Nos piden:

$$P(\bar{T} \leq 94150) = P\left(Z \leq \frac{94150 - 100000}{1625}\right) = P(Z \leq -3.6) \\ = 0.0001591.$$

Si la afirmación del fabricante fuese **cierta**, la probabilidad de encontrar una muestra con una **duración media de 94150 km. o menos** sería muy **improbable**.

Solución

Nos piden:

$$P(\bar{T} \leq 94150) = P\left(Z \leq \frac{94150 - 100000}{1625}\right) = P(Z \leq -3.6) \\ = 0.0001591.$$

Si la afirmación del fabricante fuese **cierta**, la probabilidad de encontrar una muestra con una **duración media de 94150 km. o menos** sería muy **improbable**.

Por tanto, tendríamos que ser bastante **escépticos** acerca de la afirmación del fabricante.

Solución

