

## TABLAS DE CONTRASTES DE HIPÓTESIS MÁS USUALES I: UNA MUESTRA

En este documento recogemos los contrastes de hipótesis paramétricos más usuales para una muestra que se pueden llevar a cabo “a mano.” Para cada contraste damos: las condiciones, el estadístico de contraste, la región crítica, el intervalo de confianza y el p-valor.

En la definición de los estadísticos hemos usado las notaciones siguientes:

- $Z$ : Distribución normal estándar  $N(0, 1)$ .
- $t_n$ : Distribución  $t$  de Student con  $n$  grados de libertad.
- $\chi_n^2$ : Distribución khi-cuadrado con  $n$  grados de libertad.
- $X_\alpha$ : Indica el  $\alpha$ -cuantil de la variable aleatoria  $X$ , es decir (si  $X$  es continua, que es siempre el caso en este documento), el valor donde la función de distribución de  $X_\alpha$  vale  $\alpha$ :  $P(X \leq X_\alpha) = \alpha$ .

Recordemos las propiedades de simetría de  $Z$  y  $t$ :

- Simetría de la normal:  $z_\alpha = -z_{1-\alpha}$ .
- Simetría de la  $t$  de Student:  $t_{n,\alpha} = -t_{n,1-\alpha}$ .

Tipo de contraste y condiciones				
Hipótesis nula	Condiciones	Muestra	Hipótesis alternativa	Caso
$H_0 : \mu = \mu_0$	Población normal o $n$ grande. $\sigma$ conocida.	$n$ observaciones independientes.	$H_1 : \mu \neq \mu_0$	<b>I</b>
			$H_1 : \mu < \mu_0$	<b>II</b>
			$H_1 : \mu > \mu_0$	<b>III</b>
	Población normal. $\sigma$ desconocida.	$n$ observaciones independientes.	$H_1 : \mu \neq \mu_0$	<b>IV</b>
			$H_1 : \mu < \mu_0$	<b>V</b>
			$H_1 : \mu > \mu_0$	<b>VI</b>
	Población cualquiera. $\sigma$ desconocida. $n$ grande.	$n$ observaciones independientes.	$H_1 : \mu \neq \mu_0$	<b>VII</b>
			$H_1 : \mu < \mu_0$	<b>VIII</b>
			$H_1 : \mu > \mu_0$	<b>IX</b>
$H_0 : p = p_0$	Población Bernoulli. $n \geq 100$ , $n\hat{p} \geq 10$ , $n(1 - \hat{p}) \geq 10$	$n$ observaciones independientes.	$H_1 : p \neq p_0$	<b>X</b>
			$H_1 : p < p_0$	<b>XI</b>
			$H_1 : p > p_0$	<b>XII</b>
$H_0 : \sigma^2 = \sigma_0^2$	Población Normal. $\mu$ desconocida	$n$ observaciones independientes.	$H_1 : \sigma^2 \neq \sigma_0^2$	<b>XIII</b>
			$H_1 : \sigma^2 < \sigma_0^2$	<b>XIV</b>
			$H_1 : \sigma^2 > \sigma_0^2$	<b>XV</b>

Detalles del contraste				
Caso	Estadístico	Región crítica	Intervalo confianza	$p$ -valor
<b>I</b>	$Z = \frac{\bar{X}-\mu_0}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}}$ es $N(0, 1)$	$\{Z \leq -z_{1-\frac{\alpha}{2}}\} \cup \{Z \geq z_{1-\frac{\alpha}{2}}\}$	$\left] \bar{X} - z_{1-\frac{\alpha}{2}} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}}, \bar{X} + z_{1-\frac{\alpha}{2}} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \right[$	$2P(Z \geq  z )$
<b>II</b>		$\{Z \leq z_\alpha\}$	$\left] -\infty, \bar{X} - z_\alpha \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \right[$	$P(Z \leq z)$
<b>III</b>		$\{Z \geq z_{1-\alpha}\}$	$\left] \bar{X} - z_{1-\alpha} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}}, \infty \right[$	$P(Z \geq z)$
<b>IV</b>	$T = \frac{\bar{X}-\mu_0}{\frac{S}{\sqrt{n}}}$ es $t_{n-1}$	$\{T \leq -t_{n-1, 1-\frac{\alpha}{2}}\} \cup \{T \geq t_{n-1, 1-\frac{\alpha}{2}}\}$	$\left] \bar{X} - t_{n-1, 1-\frac{\alpha}{2}} \cdot \frac{S}{\sqrt{n}}, \bar{X} + t_{n-1, 1-\frac{\alpha}{2}} \cdot \frac{S}{\sqrt{n}} \right[$	$2P(t_{n-1} \geq  T )$
<b>V</b>		$\{T \leq t_{n-1, \alpha}\}$	$\left] -\infty, \bar{X} - t_{n-1, \alpha} \cdot \frac{S}{\sqrt{n}} \right[$	$P(t_{n-1} \leq T)$
<b>VI</b>		$\{T \geq t_{n-1, 1-\alpha}\}$	$\left] \bar{X} - t_{n-1, 1-\alpha} \cdot \frac{S}{\sqrt{n}}, \infty \right[$	$P(t_{n-1} \geq T)$
<b>VII</b>	$Z = \frac{\bar{X}-\mu_0}{\frac{S}{\sqrt{n}}}$ es aprox. $N(0, 1)$	$\{Z \leq -z_{1-\frac{\alpha}{2}}\} \cup \{Z \geq z_{1-\frac{\alpha}{2}}\}$	$\left] \bar{X} - z_{1-\frac{\alpha}{2}} \cdot \frac{S}{\sqrt{n}}, \bar{X} + z_{1-\frac{\alpha}{2}} \cdot \frac{S}{\sqrt{n}} \right[$	$2P(Z \geq  z )$
<b>VIII</b>		$\{Z \leq z_\alpha\}$	$\left] -\infty, \bar{X} - z_\alpha \cdot \frac{S}{\sqrt{n}} \right[$	$P(Z \leq z)$
<b>IX</b>		$\{Z \geq z_{1-\alpha}\}$	$\left] \bar{X} - z_{1-\alpha} \cdot \frac{S}{\sqrt{n}}, \infty \right[$	$P(Z \geq z)$
<b>X</b>	$Z = \frac{\hat{p}-p_0}{\sqrt{\frac{p_0(1-p_0)}{n}}}$ es $N(0, 1)$	$\{Z \leq -z_{\frac{\alpha}{2}}\} \cup \{Z \geq z_{1-\frac{\alpha}{2}}\}$	$\left] \hat{p} + z_{\frac{\alpha}{2}} \sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}}, \hat{p} + z_{1-\frac{\alpha}{2}} \sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}} \right[$	$2P(Z \geq  z )$
<b>XI</b>		$\{Z \leq z_\alpha\}$	$\left] -\infty, \hat{p} - z_\alpha \sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}} \right[$	$P(Z \leq z)$
<b>XII</b>		$\{Z \geq z_{1-\alpha}\}$	$\left] \hat{p} - z_{1-\alpha} \sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}}, \infty \right[$	$P(Z \geq z)$
<b>XIII</b> <sup>1</sup>	$\chi^2 = \frac{(n-1)\tilde{S}^2}{\sigma_0^2}$ es $\chi_{n-1}^2$	$\{\chi^2 \leq \chi_{n-1, \frac{\alpha}{2}}^2\} \cup \{\chi^2 \geq \chi_{n-1, 1-\frac{\alpha}{2}}^2\}$	$\left] \frac{(n-1)\tilde{S}^2}{\chi_{n-1, 1-\frac{\alpha}{2}}^2}, \frac{(n-1)\tilde{S}^2}{\chi_{n-1, \frac{\alpha}{2}}^2} \right[$	$2 \min\{P(\chi_{n-1}^2 \leq \chi^2), P(\chi_{n-1}^2 \geq \chi^2)\}$
<b>XIV</b>		$\{\chi^2 \leq \chi_{n-1, \alpha}^2\}$	$\left] 0, \frac{(n-1)\tilde{S}^2}{\chi_{n-1, \alpha}^2} \right[$	$P(\chi_{n-1}^2 \leq \chi^2)$
<b>XV</b>		$\{\chi^2 \geq \chi_{n-1, 1-\alpha}^2\}$	$\left] \frac{(n-1)\tilde{S}^2}{\chi_{n-1, 1-\alpha}^2}, \infty \right[$	$P(\chi_{n-1}^2 \geq \chi^2)$

<sup>1</sup>En este caso (**XIII**), si  $\mu$  es conocida, se puede usar el estadístico  $\chi^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (X_i - \mu)^2}{\sigma_0^2}$ , que tendrá distribución  $\chi_n^2$ .