

Ejemplo de estimación de la media

Ricardo Alberich, Juan Gabriel Gomila y Arnau Mir

Section 1

Ejemplo de estimación de la media

Construcción de la muestra

Consideramos un supervisor de una empresa que tiene seis empleados bajo su responsabilidad, cuyos años de experiencia son

2, 4, 6, 6, 7, 8.

Construcción de la muestra

Consideramos un supervisor de una empresa que tiene seis empleados bajo su responsabilidad, cuyos años de experiencia son

2, 4, 6, 6, 7, 8.

Consideremos una muestra aleatoria simple de tamaño 2, es decir, supongamos que elegimos 2 empleados aleatoriamente. Como se pueden repetir, tenemos en total $6 \cdot 6 = 36$ casos:

Construcción de la muestra

##	Empleado.1	Empleado.2
## muestra 1	2	2
## muestra 2	4	2
## muestra 3	6	2
## muestra 4	6	2
## muestra 5	7	2
## muestra 6	8	2
## muestra 7	2	4
## muestra 8	4	4
## muestra 9	6	4
## muestra 10	6	4
## muestra 11	7	4
## muestra 12	8	4
## muestra 13	2	6
## muestra 14	4	6
## muestra 15	6	6

Construcción de la muestra

##		Empleado.1	Empleado.2
##	muestra 16	6	6
##	muestra 17	7	6
##	muestra 18	8	6
##	muestra 19	2	6
##	muestra 20	4	6
##	muestra 21	6	6
##	muestra 22	6	6
##	muestra 23	7	6
##	muestra 24	8	6
##	muestra 25	2	7
##	muestra 26	4	7
##	muestra 27	6	7
##	muestra 28	6	7
##	muestra 29	7	7
##	muestra 30	8	7

Construcción de la muestra

##		Empleado.1	Empleado.2
## muestra 31		2	8
## muestra 32		4	8
## muestra 33		6	8
## muestra 34		6	8
## muestra 35		7	8
## muestra 36		8	8

La variable aleatoria media

Para calcular la distribución de la variable aleatoria media

$\bar{X} = \frac{X_1 + X_2}{2}$, hemos de calcular la media de las muestras anteriores:

La variable aleatoria media

Para calcular la distribución de la variable aleatoria media

$\bar{X} = \frac{X_1 + X_2}{2}$, hemos de calcular la media de las muestras anteriores:

##	Empleado.1	Empleado.2	medias
## muestra 1	2	2	2.0
## muestra 2	4	2	3.0
## muestra 3	6	2	4.0
## muestra 4	6	2	4.0
## muestra 5	7	2	4.5
## muestra 6	8	2	5.0
## muestra 7	2	4	3.0
## muestra 8	4	4	4.0
## muestra 9	6	4	5.0
## muestra 10	6	4	5.0
## muestra 11	7	4	5.5
## muestra 12	8	4	6.0

La variable aleatoria media

##		Empleado.1	Empleado.2	medias
##	muestra 13	2	6	4.0
##	muestra 14	4	6	5.0
##	muestra 15	6	6	6.0
##	muestra 16	6	6	6.0
##	muestra 17	7	6	6.5
##	muestra 18	8	6	7.0
##	muestra 19	2	6	4.0
##	muestra 20	4	6	5.0
##	muestra 21	6	6	6.0
##	muestra 22	6	6	6.0
##	muestra 23	7	6	6.5
##	muestra 24	8	6	7.0
##	muestra 25	2	7	4.5
##	muestra 26	4	7	5.5
##	muestra 27	6	7	6.5

La variable aleatoria media

##		Empleado.1	Empleado.2	medias
##	muestra 28	6	7	6.5
##	muestra 29	7	7	7.0
##	muestra 30	8	7	7.5
##	muestra 31	2	8	5.0
##	muestra 32	4	8	6.0
##	muestra 33	6	8	7.0
##	muestra 34	6	8	7.0
##	muestra 35	7	8	7.5
##	muestra 36	8	8	8.0

Función de masa de la variable aleatoria media

La función de masa de la variable aleatoria media es la siguiente:

Función de masa de la variable aleatoria media

La función de masa de la variable aleatoria media es la siguiente:

```
## medias
```

```
##      2      3      4    4.5      5    5.5      6
```

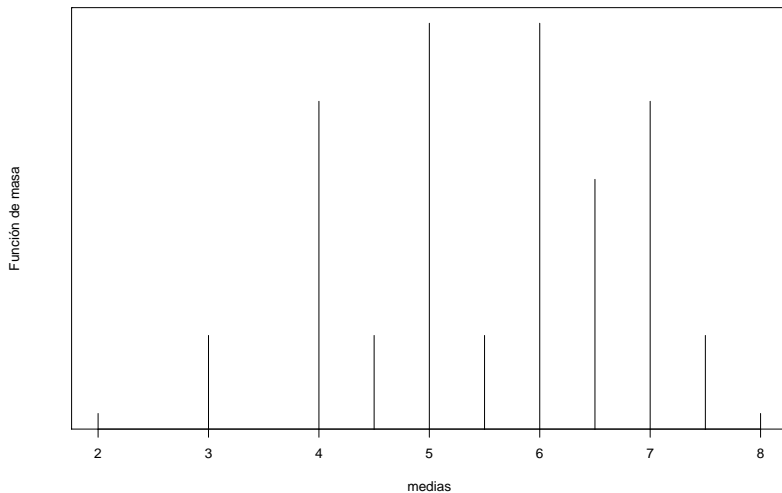
```
## 0.028 0.056 0.139 0.056 0.167 0.056 0.167
```

```
## medias
```

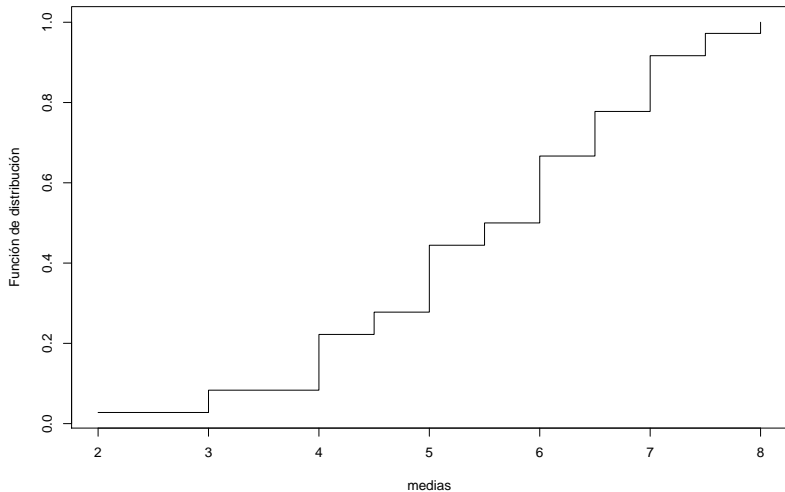
```
##    6.5      7    7.5      8
```

```
## 0.111 0.139 0.056 0.028
```

La variable aleatoria media



La variable aleatoria media



Esperanza de la variable aleatoria media

El valor medio de la variable aleatoria media será:

Esperanza de la variable aleatoria media

El valor medio de la variable aleatoria media será:

$$\begin{aligned}\mu_{\bar{X}} = & \frac{1}{11} (2 \cdot 0.028 + 3 \cdot 0.056 + 4 \cdot 0.139 + 4.5 \cdot 0.056 + 5 \cdot 0.167 \\ & + 5.5 \cdot 0.056 + 6 \cdot 0.167 + 6.5 \cdot 0.111 + 7 \cdot 0.139 \\ & + 7.5 \cdot 0.056 + 8 \cdot 0.028) = 5.5.\end{aligned}$$

Esperanza de la variable aleatoria media

El valor medio de la variable aleatoria media será:

$$\begin{aligned}\mu_{\bar{X}} = & \frac{1}{11} (2 \cdot 0.028 + 3 \cdot 0.056 + 4 \cdot 0.139 + 4.5 \cdot 0.056 + 5 \cdot 0.167 \\ & + 5.5 \cdot 0.056 + 6 \cdot 0.167 + 6.5 \cdot 0.111 + 7 \cdot 0.139 \\ & + 7.5 \cdot 0.056 + 8 \cdot 0.028) = 5.5.\end{aligned}$$

Dicho valor coincide con el valor medio de los años de experiencias de los empleados tal como vimos en teoría:

$$\mu_X = \frac{2 + 4 + 6 + 6 + 7 + 8}{6} = 5.5.$$

Varianza de la variable aleatoria media

La varianza de la variable aleatoria media será:

Varianza de la variable aleatoria media

La varianza de la variable aleatoria media será:

$$\begin{aligned}\sigma_{\bar{X}}^2 = & \frac{1}{11} (2^2 \cdot 0.028 + 3^2 \cdot 0.056 + 4^2 \cdot 0.139 + 4.5^2 \cdot 0.056 \\ & + 5^2 \cdot 0.167 + 5.5^2 \cdot 0.056 + 6^2 \cdot 0.167 + 6.5^2 \cdot 0.111 \\ & + 7^2 \cdot 0.139 + 7.5^2 \cdot 0.056 + 8^2 \cdot 0.028) - 5.5^2 = 1.9583333.\end{aligned}$$

Varianza de la variable aleatoria media

La varianza de la variable aleatoria media será:

$$\begin{aligned}\sigma_X^2 = & \frac{1}{11} (2^2 \cdot 0.028 + 3^2 \cdot 0.056 + 4^2 \cdot 0.139 + 4.5^2 \cdot 0.056 \\ & + 5^2 \cdot 0.167 + 5.5^2 \cdot 0.056 + 6^2 \cdot 0.167 + 6.5^2 \cdot 0.111 \\ & + 7^2 \cdot 0.139 + 7.5^2 \cdot 0.056 + 8^2 \cdot 0.028) - 5.5^2 = 1.9583333.\end{aligned}$$

La varianza de la variable X que nos da los años de experiencia de un empleado vale:

$$\sigma_X^2 = \frac{2^2 + 4^2 + 6^2 + 6^2 + 7^2 + 8^2}{6} - 5.5^2 = 3.9166667.$$

Varianza de la variable aleatoria media

La varianza de la variable aleatoria media será:

$$\begin{aligned}\sigma_{\bar{X}}^2 = & \frac{1}{11} (2^2 \cdot 0.028 + 3^2 \cdot 0.056 + 4^2 \cdot 0.139 + 4.5^2 \cdot 0.056 \\ & + 5^2 \cdot 0.167 + 5.5^2 \cdot 0.056 + 6^2 \cdot 0.167 + 6.5^2 \cdot 0.111 \\ & + 7^2 \cdot 0.139 + 7.5^2 \cdot 0.056 + 8^2 \cdot 0.028) - 5.5^2 = 1.9583333.\end{aligned}$$

La varianza de la variable X que nos da los años de experiencia de un empleado vale:

$$\sigma_X^2 = \frac{2^2 + 4^2 + 6^2 + 6^2 + 7^2 + 8^2}{6} - 5.5^2 = 3.9166667.$$

Se verifica tal como vimos en teoría que:

$$\sigma_{\bar{X}}^2 = 1.9583333 = \frac{\sigma_X^2}{2} = \frac{3.9166667}{2}.$$