Ejemplo estandarización y cálculo de probabilidades

Ricardo Alberich, Juan Gabriel Gomila y Arnau Mir

Section 1

Ejemplo estandarización y cálculo de probabilidades

Planteamiento del problema

Supongamos que, con base en datos históricos, creemos que el porcentaje del aumento del salario anual para los directores ejecutivos de todas las corporaciones de tamaño medio se distribuyen normalmente con una media del 12.2% y una desviación estándar del 3.6%.

Planteamiento del problema

Supongamos que, con base en datos históricos, creemos que el porcentaje del aumento del salario anual para los directores ejecutivos de todas las corporaciones de tamaño medio se distribuyen normalmente con una media del 12.2% y una desviación estándar del 3.6%.

Se elige una muestra aleatoria simple de 10 directores ejecutivos y nos piden cuál es la probabilidad que el porcentaje medio del aumento de los directores de dicha muestra sea mayor del 14.4%.

Solución

Sean $X_1, X_2, X_3, X_4, X_5, X_6, X_7, X_8, X_9, X_{10}$ la m.a.s. que nos da los 10 aumentos de los 10 directores ejecutivos elegidos.

Solución

Sean $X_1, X_2, X_3, X_4, X_5, X_6, X_7, X_8, X_9, X_{10}$ la m.a.s. que nos da los 10 aumentos de los 10 directores ejecutivos elegidos.

Sea

$$\overline{X} = \frac{X_1 + X_2 + X_3 + X_4 + X_5 + X_6 + X_7 + X_8 + X_9 + X_{10}}{10},$$

la variable aleatoria que nos da el aumento medio de los 10 directores de la muestra.

Solución

Sean $X_1, X_2, X_3, X_4, X_5, X_6, X_7, X_8, X_9, X_{10}$ la m.a.s. que nos da los 10 aumentos de los 10 directores ejecutivos elegidos.

Sea

$$\overline{X} = \frac{X_1 + X_2 + X_3 + X_4 + X_5 + X_6 + X_7 + X_8 + X_9 + X_{10}}{10},$$

la variable aleatoria que nos da el aumento medio de los 10 directores de la muestra.

Como la distribución de cada variable aleatoria X_i, $i = 1, 2, \ldots, 10$ es $X_i = N(\mu = 12.2, \sigma = 3.6)$, la distribución de $\overline{X}$ será:

Solución

Sean $X_1, X_2, X_3, X_4, X_5, X_6, X_7, X_8, X_9, X_{10}$ la m.a.s. que nos da los 10 aumentos de los 10 directores ejecutivos elegidos.

Sea

$$\overline{X} = \frac{X_1 + X_2 + X_3 + X_4 + X_5 + X_6 + X_7 + X_8 + X_9 + X_{10}}{10},$$

la variable aleatoria que nos da el aumento medio de los 10 directores de la muestra.

Como la distribución de cada variable aleatoria X_i, $i = 1, 2, \ldots, 10$ es $X_i = N(\mu = 12.2, \sigma = 3.6)$, la distribución de $\overline{X}$ será:

$$\overline{X} = N\left(\mu_{\overline{X}} = \mu_X = 12.2, \sigma_{\overline{X}} = \frac{\sigma_X}{\sqrt{10}} = \frac{3.6}{\sqrt{10}} = 1.1384\right)$$

Solución

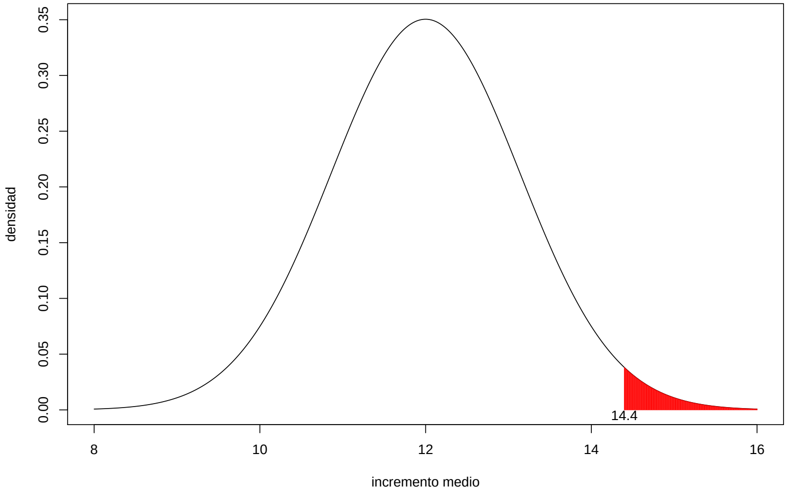
Nos piden $P(\overline{X} > 14.4)$:

Solución

Nos piden $P(\overline{X} > 14.4)$:

$$P(\overline{X} > 14.4) = P\left(Z > \frac{14.4 - 12.2}{1.1384}\right) = P(Z > 2.1082) = 0.0175075.$$

Solución


densidad
0.00
0.05
0.10
0.15
0.20
0.25
0.30
0.35
8
10
12
14
16
14.4
incremento medio

Planteamiento del problema

Un fabricante de bujías dice que la duración de las mismas se distribuye según una distribución normal con una media de 100000 km. y una desviación estándar de 6500 km.

Planteamiento del problema

Un fabricante de bujías dice que la duración de las mismas se distribuye según una distribución normal con una media de 100000 km. y una desviación estándar de 6500 km.

Se ha elegido una muestra de 16 bujías y se ha verificado que tienen una duración media de 94150 km. Si la afirmación del fabricante fuese cierta, ¿cuál es la probabilidad de encontrar una muestra con una duración media de 94150 km. o menos?

Solución

Sean $T_1, \ldots, T_{16}$ la duración de las 16 bujías de la muestra.

Solución

Sean $T_1, \ldots, T_{16}$ la duración de las 16 bujías de la muestra.

Sea $\overline{T} = \frac{T_1 + \cdots + T_{16}}{16}$ la variable aleatoria que nos da la duración media de una muestra de 16 bujías.

Solución

Sean $T_1, \ldots, T_{16}$ la duración de las 16 bujías de la muestra.

Sea $\overline{T} = \frac{T_1 + \cdots + T_{16}}{16}$ la variable aleatoria que nos da la duración media de una muestra de 16 bujías.

Como cada T_i se distribuye como una distribución normal $N(\mu = 100000, \sigma = 6500)$, la distribución de la variable $\overline{T}$ será:

Solución

Sean $T_1, \ldots, T_{16}$ la duración de las 16 bujías de la muestra.

Sea $\overline{T} = \frac{T_1 + \cdots + T_{16}}{16}$ la variable aleatoria que nos da la duración media de una muestra de 16 bujías.

Como cada T_i se distribuye como una distribución normal $N(\mu = 100000, \sigma = 6500)$, la distribución de la variable $\overline{T}$ será:

$$\overline{T} = N\left(\mu_{\overline{T}} = \mu = 100000, \sigma_{\overline{T}} = \frac{\sigma}{\sqrt{16}} = \frac{6500}{4} = 1625\right).$$

Solución

Nos piden:

Solución

Nos piden:

$$P(\overline{T} \leq 94150) = P\left(Z \leq \frac{94150 - 100000}{1625}\right) = P(Z \leq -3.6)$$
$$= 0.0001591.$$

Solución

Nos piden:

$$P(\overline{T} \leq 94150) = P\left(Z \leq \frac{94150 - 100000}{1625}\right) = P(Z \leq -3.6)$$
$$= 0.0001591.$$

Si la afirmación del fabricante fuese cierta, la probabilidad de encontrar una muestra con una duración media de 94150 km. o menos sería muy improbable.

Solución

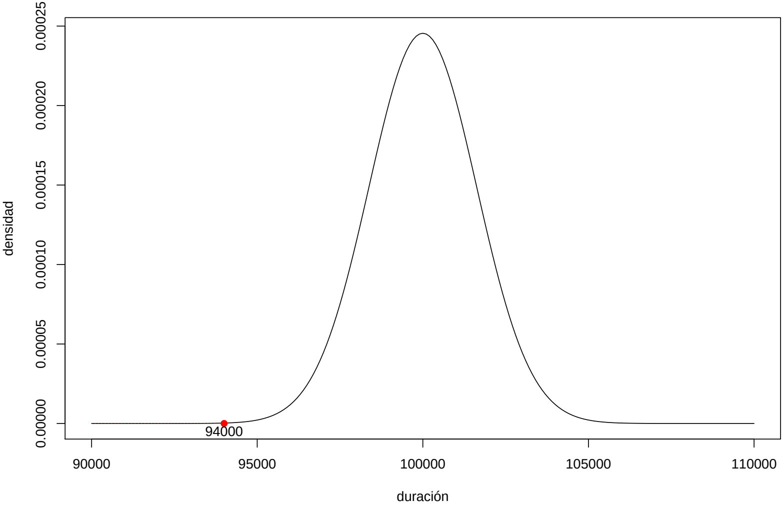
Nos piden:

$$P(\overline{T} \leq 94150) = P\left(Z \leq \frac{94150 - 100000}{1625}\right) = P(Z \leq -3.6)$$
$$= 0.0001591.$$

Si la afirmación del fabricante fuese cierta, la probabilidad de encontrar una muestra con una duración media de 94150 km. o menos sería muy improbable.

Por tanto, tendríamos que ser bastante escépticos acerca de la afirmación del fabricante.

Solución


densidad
0.00000
0.00005
0.00010
0.00015
0.00020
0.00025
94000
90000
95000
100000
105000
110000
duración