

Ejemplos variables aleatorias discretas

Ricardo Alberich, Juan Gabriel Gomila y Arnau Mir

En la Taquería Rodríguez se calcula que la variable aleatoria X = número de tacos vegetarianos vendidos un día cualquiera entre la 3 y las 5 de la tarde sigue la siguiente distribución de probabilidad:

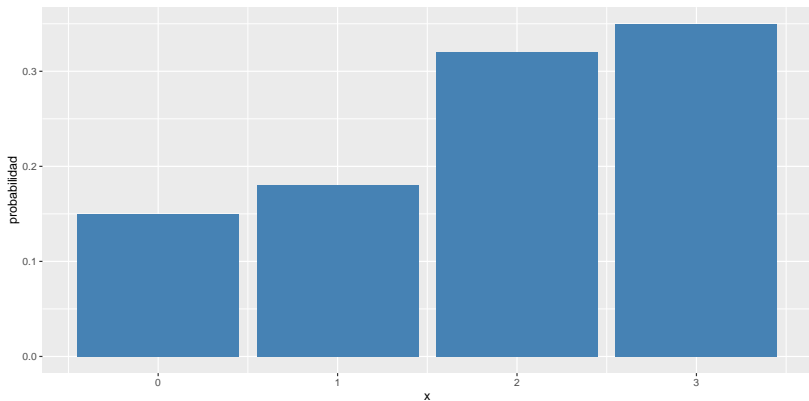
| x | $P_X(x) = P(X = x)$ |
|-----|---------------------|
| 0 | 0.15 |
| 1 | 0.18 |
| 2 | 0.32 |
| 3 | 0.35 |

Cada taco tiene un precio de 3 euros.

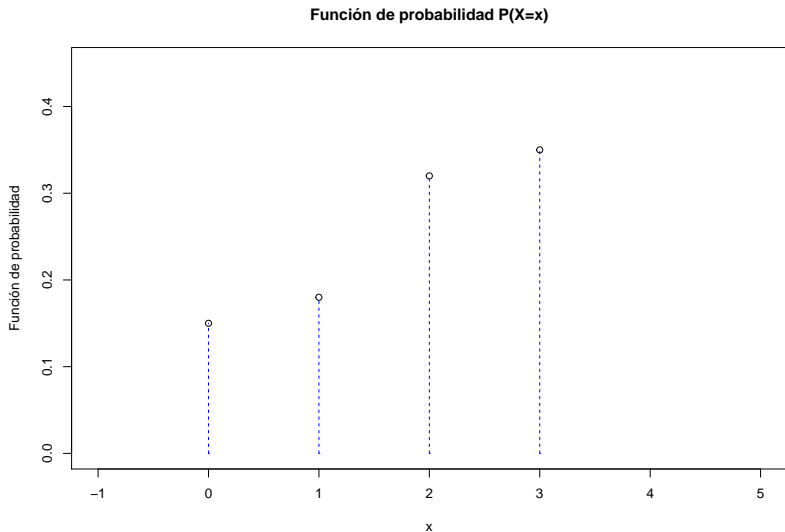
Ventas en Taquería Rodríguez

- 1 Dibujar la función de probabilidad
- 2 Calcular y dibujar la función de distribución.
- 3 Calcular la probabilidad de vender al menos dos tacos vegetales.

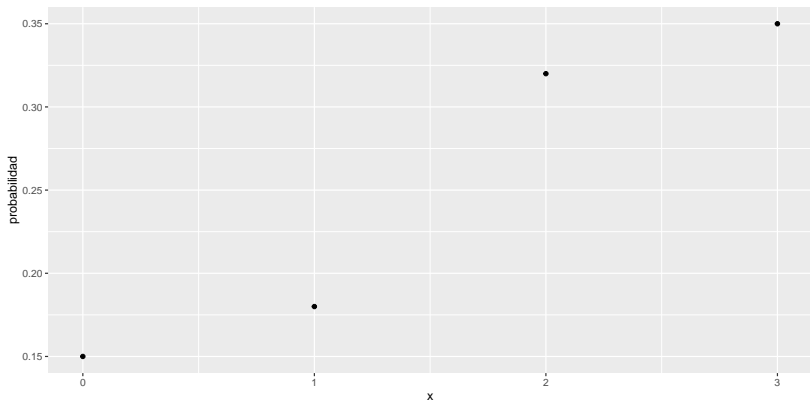
Dibujar la función de probabilidad



Dibujar la función de probabilidad



Dibujar la función de probabilidad



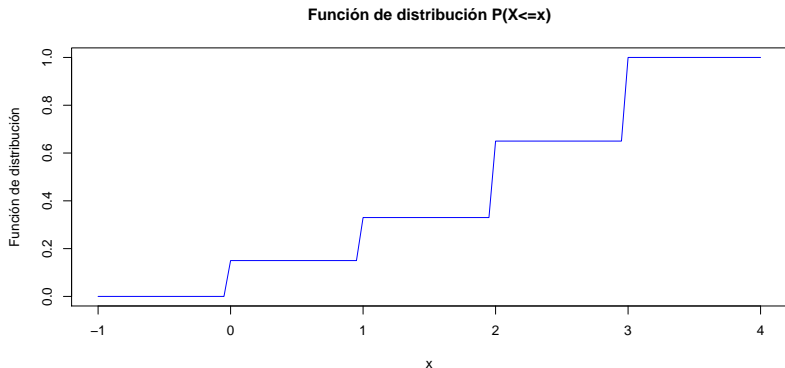
Calcular y dibujar la función de distribución

| x | $P_X(x) = P(X = x)$ | $F_X(x) = P(X \leq x)$ |
|-----|---------------------|------------------------|
| 0 | 0.15 | 0.15 |
| 1 | 0.18 | 0.33 |
| 2 | 0.32 | 0.65 |
| 3 | 0.35 | 1.00 |

Calcular y dibujar la función de distribución

$$F_X(x) = P(X \leq x) = \begin{cases} 0 & \text{si } x < 0 \\ 0.15 & \text{si } 0 \leq x < 1 \\ 0.33 & \text{si } 1 \leq x < 2 \\ 0.65 & \text{si } 2 \leq x < 3 \\ 1.00 & \text{si } x \geq 3 \end{cases}$$

Calcular y dibujar la función de distribución



- Ciclos Lucho es un comercio de venta de bicicletas que tiene un almacén y varias tiendas.
- Desde hace unos años también vende bicicletas y patinetes eléctricos.
- En particular en una de las tiendas el modelo de patinete eléctrico el P37 se está vendiendo muy bien.

Stock patinetes eléctricos.

Por los datos de los últimos meses se estima que la distribución del número de ventas diarias en esa tienda es:

| x | $P_X(x) = P(X = x)$ |
|-----|---------------------|
| 0 | 0.09 |
| 1 | 0.09 |
| 2 | 0.23 |
| 3 | 0.14 |
| 4 | 0.14 |
| 5 | 0.11 |
| 6 | 0.15 |
| 7 | 0.05 |

Se pide

- a. Calcular la función de distribución
- b. En qué nos puede ayudar estos datos a la hora de pedir stock al almacén principal de Ciclos Lucho.

Stock patinetes eléctricos. Calcular la función de distribución

| x | $P_X(x)$ | $F_X(x)$ |
|-----|----------|----------|
| 0 | 0.09 | 0.09 |
| 1 | 0.09 | 0.18 |
| 2 | 0.23 | 0.41 |
| 3 | 0.14 | 0.55 |
| 4 | 0.14 | 0.69 |
| 5 | 0.11 | 0.80 |
| 6 | 0.15 | 0.95 |
| 7 | 0.05 | 1.00 |

Stock patinetes eléctricos. Petición de stocks

| x | $P_x(x)$ | $F_X(x)$ | $P(X > x)$ | $F_X(x) \%$ | $P(X > x) \%$ |
|-----|----------|----------|------------|-------------|---------------|
| 0 | 0.09 | 0.09 | 0.91 | 9.00 | 91.00 |
| 1 | 0.09 | 0.18 | 0.82 | 18.00 | 82.00 |
| 2 | 0.23 | 0.41 | 0.59 | 41.00 | 59.00 |
| 3 | 0.14 | 0.55 | 0.45 | 55.00 | 45.00 |
| 4 | 0.14 | 0.69 | 0.31 | 69.00 | 31.00 |
| 5 | 0.11 | 0.80 | 0.20 | 80.00 | 20.00 |
| 6 | 0.15 | 0.95 | 0.05 | 95.00 | 5.00 |
| 7 | 0.05 | 1.00 | 0.00 | 100.00 | 0.00 |

Ventas en Taquería Rodríguez. Esperanza y varianza

En la **Taquería Rodríguez** se calcula que la variable aleatoria $X =$ **número de tacos vegetarianos vendidos** un día cualquiera entre la 3 y las 5 de la tarde sigue la siguiente distribución de probabilidad:

| x | $P_X(x) = P(X = x)$ |
|-----|---------------------|
| 0 | 0.15 |
| 1 | 0.18 |
| 2 | 0.32 |
| 3 | 0.35 |

Cada taco tiene un precio de 3 euros.

Ventas en Taquería Rodríguez. Esperanza y varianza

- 1 Calcular la esperanza del número de tacos vendidos
- 2 Calcular la varianza y la desviación típica del número de tacos vendidos.
- 3 Calcular la esperanza y la varianza del los ingresos en euros por las ventas.

Ventas en Taquería Rodríguez. Esperanza y varianza

| x | $P_X(x)$ | $x \cdot P_X(x)$ | $(x - \mu)^2$ | $(x - \mu)^2 \cdot P_X(x)$ |
|------|----------|------------------|---------------|----------------------------|
| 0 | 0.15 | 0.00 | 3.4969 | 0.524535 |
| 1 | 0.18 | 0.18 | 0.7569 | 0.136242 |
| 2 | 0.32 | 0.64 | 0.0169 | 0.005408 |
| 3 | 0.35 | 1.05 | 1.2769 | 0.446915 |
| Suma | 1 | $\mu = 1.87$ | | $\sigma^2 = 1.1131$ |

$$\begin{aligned}\mu &= E(X) = \sum_{x=0}^3 x \cdot P_X(x) = 0 \cdot 0.15 + 1 \cdot 0.18 + 2 \cdot 0.32 + 3 \cdot 0.35 \\ &= 0.18 + 0.64 + 1.05 = 1.87.\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\sigma^2 &= \text{Var}(X) = \sum_{x=0}^3 (x - \mu)^2 \cdot P_X(x) \\&= (0 - 1.87)^2 \cdot 0.15 + (1 - 1.87)^2 \cdot 0.18 + (2 - 1.87)^2 \cdot 0.32 \\&\quad + (3 - 1.87)^2 \cdot 0.35 \\&= 3.4969 \cdot 0.15 + 0.7569 \cdot 0.18 + 0.0169 \cdot 0.32 + 1.2769 \cdot 0.35 \\&= 0.524535 + 0.136242 + 0.005408 + 0.446915 = 1.1131.\end{aligned}$$

Ventas en Taquería Rodríguez. Esperanza y varianza de los ingresos

La variable ingreso es $I = 3 \cdot X$ por lo tanto

$$\mu_I = E(I) = E(3 \cdot X) = 3 \cdot E(X) = 3 \cdot 1.87 = 5.61 \text{ euros .}$$

$$\sigma_I^2 = \text{Var}(I) = \text{Var}(3 \cdot X) = 3^2 \cdot \text{Var}(X) = 9 \cdot 1.1131 = 10.0179.$$

$$\sigma_I = +\sqrt{\sigma_I^2} = +\sqrt{9 \cdot 1.1131} = 3.1651066.$$

Stock patinetes eléctricos. Esperanza y varianza

- Ciclos Lucho es un comercio de venta de bicicletas que tiene un almacén y varias tiendas.
- Desde hace unos años también vende bicicletas y patinetes eléctricos.
- En particular una de las tiendas el modelo de patinete eléctrico el P37 se está vendiendo muy bien.
- Denotemos por $X =$ Número de patinantes P37 vendidos en un día.

Stock patinetes eléctricos. Esperanza y varianza

Por los datos de los últimos meses se estima que la distribución del número de ventas diarias en esa tienda es:

| x | $P_X(x) = P(X = x)$ |
|-----|---------------------|
| 0 | 0.09 |
| 1 | 0.09 |
| 2 | 0.23 |
| 3 | 0.14 |
| 4 | 0.14 |
| 5 | 0.11 |
| 6 | 0.15 |
| 7 | 0.05 |

Se pide

- a. Calcular el número esperado de patinetes vendidos por día.
- b. Calcular la varianza del número de patinetes vendidos por día

Stock patinetes eléctricos. Esperanza y varianza

| x | $P_X(x)$ | $x \cdot P_X(x)$ | $(x - \mu)^2$ | $(x - \mu)^2 \cdot P_X(x)$ | x^2 | $x^2 \cdot P_X(x)$ |
|------|----------|------------------|---------------|----------------------------|-------|--------------------|
| 0 | 0.09 | 0.00 | 11.0889 | 0.998001 | 0 | 0.00 |
| 1 | 0.09 | 0.09 | 5.4289 | 0.488601 | 1 | 0.09 |
| 2 | 0.23 | 0.46 | 1.7689 | 0.406847 | 4 | 0.92 |
| 3 | 0.14 | 0.42 | 0.1089 | 0.015246 | 9 | 1.26 |
| 4 | 0.14 | 0.56 | 0.4489 | 0.062846 | 16 | 2.24 |
| 5 | 0.11 | 0.55 | 2.7889 | 0.306779 | 25 | 2.75 |
| 6 | 0.15 | 0.90 | 7.1289 | 1.069335 | 36 | 5.40 |
| 7 | 0.05 | 0.35 | 13.4689 | 0.673445 | 49 | 2.45 |
| Suma | 1 | $\mu = 3.3300$ | | $\sigma^2 = 4.0211$ | | $E(X^2) = 15.1100$ |

$$\sigma_X^2 = \text{Var}(X) = E((X - \mu)^2) = 4.0211.$$

$$\begin{aligned}\sigma_X^2 &= \text{Var}(X) = E(X^2) - \mu^2 = 15.1100 - 3.3300^2 \\ &= 15.1100 - 11.0889 = 4.0211.\end{aligned}$$

$$\sigma_X = +\sqrt{\sigma_X^2} = +\sqrt{4.0211} = 2.0052681.$$