Ejemplo de estimación de la media

Ricardo Alberich, Juan Gabriel Gomila y Arnau Mir

Section 1

Ejemplo de estimación de la media

Construcción de la muestra

Consideramos un supervisor de una empresa que tiene seis empleados bajo su responsabilidad, cuyos años de experiencia son

$$2,\ 4,\ 6,\ 6,\ 7,\ 8.$$

Construcción de la muestra

Consideramos un supervisor de una empresa que tiene seis empleados bajo su responsabilidad, cuyos años de experiencia son

$$2,\ 4,\ 6,\ 6,\ 7,\ 8.$$

Consideremos una muestra aleatoria simple de tamaño 2, es decir, supongamos que elegimos 2 empleados aleatoriamente. Como se pueden repetir, tenemos en total $6 \cdot 6 = 36$ casos:

Construcción de la muestra

```
##              Empleado.1 Empleado.2
## muestra 1             2          2
## muestra 2             4          2
## muestra 3             6          2
## muestra 4             6          2
## muestra 5             7          2
## muestra 6             8          2
## muestra 7             2          4
## muestra 8             4          4
## muestra 9             6          4
## muestra 10            6          4
## muestra 11            7          4
## muestra 12            8          4
## muestra 13            2          6
## muestra 14            4          6
## muestra 15            6          6
```

Construcción de la muestra

```
##              Empleado.1 Empleado.2
## muestra 16            6          6
## muestra 17            7          6
## muestra 18            8          6
## muestra 19            2          6
## muestra 20            4          6
## muestra 21            6          6
## muestra 22            6          6
## muestra 23            7          6
## muestra 24            8          6
## muestra 25            2          7
## muestra 26            4          7
## muestra 27            6          7
## muestra 28            6          7
## muestra 29            7          7
## muestra 30            8          7
```

Construcción de la muestra

```
##              Empleado.1 Empleado.2
## muestra 31            2          8
## muestra 32            4          8
## muestra 33            6          8
## muestra 34            6          8
## muestra 35            7          8
## muestra 36            8          8
```

La variable aleatoria media

Para calcular la distribución de la variable aleatoria media $\overline{X} = \frac{X_1+X_2}{2}$, hemos de calcular la media de las muestras anteriores:

La variable aleatoria media

Para calcular la distribución de la variable aleatoria media $\overline{X} = \frac{X_1+X_2}{2}$, hemos de calcular la media de las muestras anteriores:

```
##             Empleado.1 Empleado.2 medias
## muestra 1            2          2    2.0
## muestra 2            4          2    3.0
## muestra 3            6          2    4.0
## muestra 4            6          2    4.0
## muestra 5            7          2    4.5
## muestra 6            8          2    5.0
## muestra 7            2          4    3.0
## muestra 8            4          4    4.0
## muestra 9            6          4    5.0
## muestra 10           6          4    5.0
## muestra 11           7          4    5.5
## muestra 12           8          4    6.0
```

La variable aleatoria media

```
##              Empleado.1 Empleado.2 medias
## muestra 13            2          6    4.0
## muestra 14            4          6    5.0
## muestra 15            6          6    6.0
## muestra 16            6          6    6.0
## muestra 17            7          6    6.5
## muestra 18            8          6    7.0
## muestra 19            2          6    4.0
## muestra 20            4          6    5.0
## muestra 21            6          6    6.0
## muestra 22            6          6    6.0
## muestra 23            7          6    6.5
## muestra 24            8          6    7.0
## muestra 25            2          7    4.5
## muestra 26            4          7    5.5
## muestra 27            6          7    6.5
```

La variable aleatoria media

```
##              Empleado.1 Empleado.2 medias
## muestra 28          6          7    6.5
## muestra 29          7          7    7.0
## muestra 30          8          7    7.5
## muestra 31          2          8    5.0
## muestra 32          4          8    6.0
## muestra 33          6          8    7.0
## muestra 34          6          8    7.0
## muestra 35          7          8    7.5
## muestra 36          8          8    8.0
```

Función de masa de la variable aleatoria media

La función de masa de la variable aleatoria media es la siguiente:

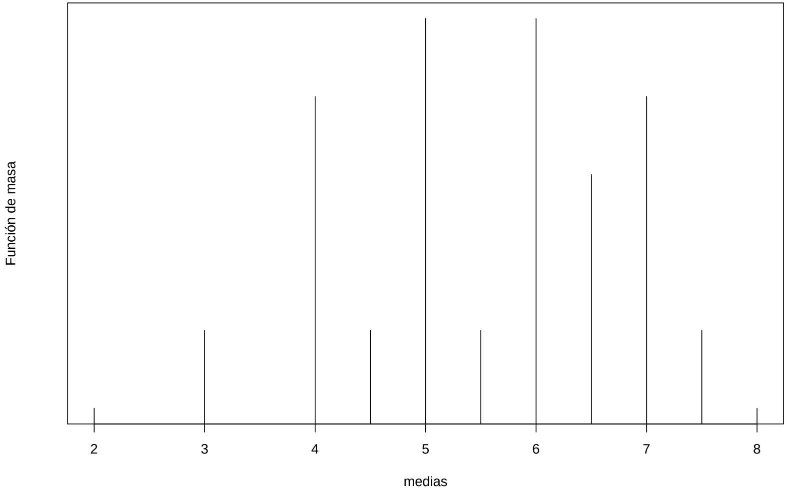
Función de masa de la variable aleatoria media

La función de masa de la variable aleatoria media es la siguiente:

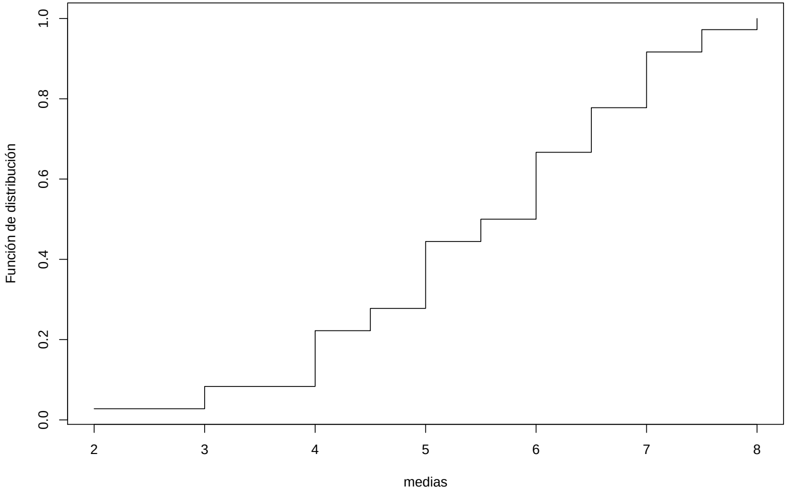
```
## medias
##     2     3     4   4.5     5   5.5     6
## 0.028 0.056 0.139 0.056 0.167 0.056 0.167
```

```
## medias
##   6.5     7   7.5     8
## 0.111 0.139 0.056 0.028
```

La variable aleatoria media



La variable aleatoria media



Esperanza de la variable aleatoria media

El valor medio de la variable aleatoria media será:

Esperanza de la variable aleatoria media

El valor medio de la variable aleatoria media será:

$$\begin{aligned}\mu_{\overline{X}} =& 2\cdot 0.028+3\cdot 0.056+4\cdot 0.139+4.5\cdot 0.056+5\cdot 0.167\\ &+5.5\cdot 0.056+6\cdot 0.167+6.5\cdot 0.111+7\cdot 0.139\\ &+7.5\cdot 0.056+8\cdot 0.028=5.5.\end{aligned}$$

Esperanza de la variable aleatoria media

El valor medio de la variable aleatoria media será:

$$\begin{aligned}\mu_{\overline{X}} =& 2\cdot 0.028 + 3\cdot 0.056 + 4\cdot 0.139 + 4.5\cdot 0.056 + 5\cdot 0.167\\ &+ 5.5\cdot 0.056 + 6\cdot 0.167 + 6.5\cdot 0.111 + 7\cdot 0.139\\ &+ 7.5\cdot 0.056 + 8\cdot 0.028 = 5.5.\end{aligned}$$

Dicho valor coincide con el valor medio de los años de experiencias de los empleados tal como vimos en teoría:

$$\mu_X = \frac{2+4+6+6+7+8}{6} = 5.5.$$

Varianza de la variable aleatoria media

La varianza de la variable aleatoria media será:

Varianza de la variable aleatoria media

La varianza de la variable aleatoria media será:

$$\begin{aligned}\sigma_{\overline{X}}^2 =& 2^2 \cdot 0.028 + 3^2 \cdot 0.056 + 4^2 \cdot 0.139 + 4.5^2 \cdot 0.056 \\ & + 5^2 \cdot 0.167 + 5.5^2 \cdot 0.056 + 6^2 \cdot 0.167 + 6.5^2 \cdot 0.111 \\ & + 7^2 \cdot 0.139 + 7.5^2 \cdot 0.056 + 8^2 \cdot 0.028 - 5.5^2 = 1.9583333.\end{aligned}$$

Varianza de la variable aleatoria media

La varianza de la variable aleatoria media será:

$$\begin{aligned}\sigma_{\overline{X}}^2 =& 2^2 \cdot 0.028 + 3^2 \cdot 0.056 + 4^2 \cdot 0.139 + 4.5^2 \cdot 0.056 \\ & + 5^2 \cdot 0.167 + 5.5^2 \cdot 0.056 + 6^2 \cdot 0.167 + 6.5^2 \cdot 0.111 \\ & + 7^2 \cdot 0.139 + 7.5^2 \cdot 0.056 + 8^2 \cdot 0.028 - 5.5^2 = 1.9583333.\end{aligned}$$

La varianza de la variable X que nos da los años de experiencia de un empleado vale:

$$\sigma_X^2 = \frac{2^2 + 4^2 + 6^2 + 6^2 + 7^2 + 8^2}{6} - 5.5^2 = 3.9166667.$$

Varianza de la variable aleatoria media

La varianza de la variable aleatoria media será:

$$\begin{aligned}\sigma_{\overline{X}}^2 = & 2^2\cdot 0.028+3^2\cdot 0.056+4^2\cdot 0.139+4.5^2\cdot 0.056\\ & +5^2\cdot 0.167+5.5^2\cdot 0.056+6^2\cdot 0.167+6.5^2\cdot 0.111\\ & +7^2\cdot 0.139+7.5^2\cdot 0.056+8^2\cdot 0.028-5.5^2=1.9583333.\end{aligned}$$

La varianza de la variable X que nos da los años de experiencia de un empleado vale:

$$\sigma_X^2=\frac{2^2+4^2+6^2+6^2+7^2+8^2}{6}-5.5^2=3.9166667.$$

Se verifica tal como vimos en teoría que:

$$\sigma_{\overline{X}}^2=1.9583333=\frac{\sigma_X^2}{2}=\frac{3.9166667}{2}.$$