

Ejemplos variables aleatorias continuas

Ricardo Alberich, Juan Gabriel Gomila y Arnau Mir

Coste de la climatización de una piscina (64 205)

Un hotel de alta montaña con pistas de esquí dispone de una piscina climatizada se estima que en el mes más frío el coste de Y de la factura energética en euros depende de otra variable aleatoria T que es la temperatura media del mes en grados centígrados según la siguiente relación lineal $Y = 1000 - 6 \cdot T$.

Supongamos que la temperatura de ese ese mes sigue una distribución con media $\mu_T = E(T) = -5$ grados y varianza $\sigma_X^2 = Var(X) = 4$.

- Calcular la media del coste.
- Calcular la desviación típica del coste.

Coste de la climatización de una piscina

Solución

Transformación de una v.a. $X \equiv N(\mu, \sigma)$ en una normal estándar

Recordemos que si $X \equiv N(\mu, \sigma)$ entonces $Z = \frac{X - \mu}{\sigma} \equiv N(0, 1)$.

$$F_X(x) = P(X \leq x) = P\left(\frac{X - \mu}{\sigma} \leq \frac{x - \mu}{\sigma}\right) = P\left(Z \leq \frac{x - \mu}{\sigma}\right).$$

Transformación de una v.a. $X \equiv N(\mu, \sigma)$ en una normal estándar

Por ejemplo supongamos que X es una $N(\mu = 1, \sigma = 2)$

Calculemos $P(X \leq 1.25)$ de forma directa con R es

```
pnorm(1.25, mean=1, sd=2)
```

```
## [1] 0.5497382
```

Aproximando con una normal estándar

$$P(X \leq 1.25) = P\left(\frac{X-1}{2} \leq \frac{1.25-1}{2}\right) = P\left(Z \leq \frac{2.25-\mu}{\sigma}\right)$$

```
## [1] 0.125
```

```
## [1] 0.5497382
```

Supongamos que disponemos de cartera de renta variable que tiene un valor medio de 500000 euros una desviación estándar de 15000

Si X es el valor de la cartera y asumimos que tiene distribución aproximadamente normal ¿cuál es la probabilidad de que el valor de la cartera se encuentre entre 485000 y 520000 euros.

Cuantiles de una distribución. Cuantiles de la distribución normal.

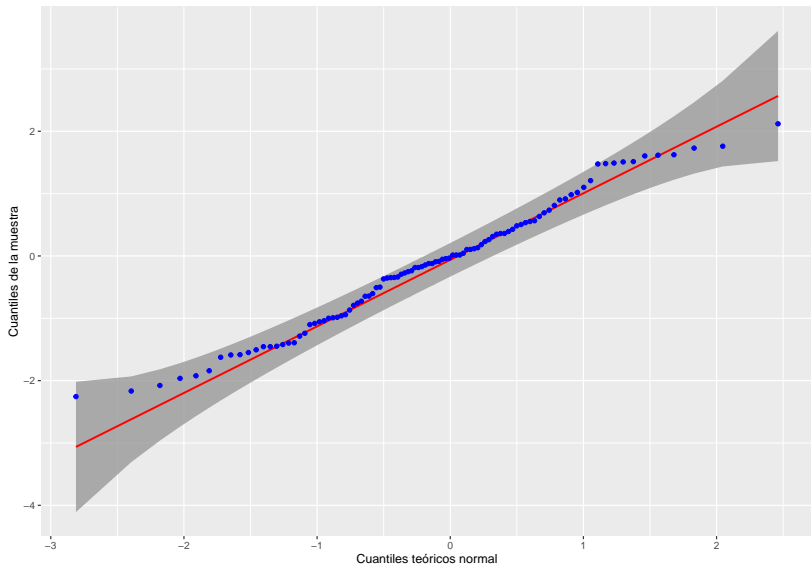
Gráficos cuantil cuantil (QQplots)

##	[1]	-0.1225	0.5525	0.3486	0.3596	0.8981	-1.9226
##	[7]	0.2617	0.9156	0.0138	1.7300	-1.0822	-0.2728
##	[13]	0.1820	1.5085	1.6045	-1.8415	1.6233	0.1314
##	[19]	1.4811	1.5133	-0.9424	-0.1857	-1.1011	1.2081
##	[25]	-1.6249	0.1054	-1.4554	-0.3540	-0.0937	1.1007
##	[31]	-1.9638	-1.4479	1.0194	-1.4214	-0.6045	-1.5835
##	[37]	-1.2859	-1.4547	-0.0871	0.5047	0.1164	1.7602
##	[43]	-0.3451	2.1200	-0.0344	-0.7922	1.4755	-0.7256
##	[49]	0.3124	0.6920	-0.5003	-2.2559	0.0437	-0.3688
##	[55]	-0.9602	0.1038	0.4273	-0.1705	-1.5491	-1.5056
##	[61]	0.0160	-0.1854	0.3919	-0.7567	0.2314	-0.9836
##	[67]	0.5651	1.6168	-0.2520	-1.0559	-0.3482	-0.0430
##	[73]	-1.3976	1.4902	-1.0394	-0.2369	-0.9991	-1.3925
##	[79]	0.9820	0.3609	-0.3375	-0.6434	-2.1669	0.6333
##	[85]	-0.1449	-1.2400	0.5340	-1.5883	-0.9910	0.4833
##	[91]	0.8106	-0.2937	-0.0535	0.7352	0.0150	-0.1220
##	[97]	-0.6468	-0.8679	-0.5087	-2.0776		

Gráficos cuantil cuantil (QQplots)

##	[1]	-2.2559	-2.1669	-2.0776	-1.9638	-1.9226	-1.8415
##	[7]	-1.6249	-1.5883	-1.5835	-1.5491	-1.5056	-1.4554
##	[13]	-1.4547	-1.4479	-1.4214	-1.3976	-1.3925	-1.2859
##	[19]	-1.2400	-1.1011	-1.0822	-1.0559	-1.0394	-0.9991
##	[25]	-0.9910	-0.9836	-0.9602	-0.9424	-0.8679	-0.7922
##	[31]	-0.7567	-0.7256	-0.6468	-0.6434	-0.6045	-0.5087
##	[37]	-0.5003	-0.3688	-0.3540	-0.3482	-0.3451	-0.3375
##	[43]	-0.2937	-0.2728	-0.2520	-0.2369	-0.1857	-0.1854
##	[49]	-0.1705	-0.1449	-0.1225	-0.1220	-0.0937	-0.0871
##	[55]	-0.0535	-0.0430	-0.0344	0.0138	0.0150	0.0160
##	[61]	0.0437	0.1038	0.1054	0.1164	0.1314	0.1820
##	[67]	0.2314	0.2617	0.3124	0.3486	0.3596	0.3609
##	[73]	0.3919	0.4273	0.4833	0.5047	0.5340	0.5525
##	[79]	0.5651	0.6333	0.6920	0.7352	0.8106	0.8981
##	[85]	0.9156	0.9820	1.0194	1.1007	1.2081	1.4755
##	[91]	1.4811	1.4902	1.5085	1.5133	1.6045	1.6168
##	[97]	1.6233	1.7300	1.7602	2.1200		

Gráficos cuantil cuantil (QQplots)



Gráficos cuantil cuantil (QQplots)

Generamos 100 valores aleatorios de una $U(0, 10)$.

```
##      [1] 0.1668 0.2478 0.2727 0.3278 0.4789 0.5209 0.5666
##      [8] 0.7277 0.7288 0.7382 0.7760 0.9923 1.1627 1.3542
##     [15] 1.3958 1.7298 1.8742 2.1414 2.1734 2.2489 2.3406
##     [22] 2.4007 2.5157 2.6668 2.6849 2.7274 2.8903 3.6166
##     [29] 3.6500 3.8109 3.8174 3.9249 3.9607 3.9768 4.0860
##     [36] 4.2635 4.4733 4.5127 4.5497 4.6267 4.6531 4.8629
##     [43] 5.0549 5.2368 5.2369 5.3120 5.4196 5.4570 5.4633
##     [50] 5.5227 5.6745 5.7221 6.0324 6.2262 6.3632 6.4044
##     [57] 6.5745 6.6228 6.6822 6.7882 6.8080 6.9313 6.9528
##     [64] 7.0135 7.0968 7.2849 7.5552 7.6343 7.8378 7.9386
##     [71] 8.1499 8.1542 8.2005 8.2198 8.2333 8.3749 8.4600
##     [78] 8.4666 8.6448 8.6754 8.8049 8.8650 8.9797 9.0209
##     [85] 9.1214 9.2996 9.3071 9.3429 9.3490 9.3740 9.4271
##     [92] 9.4569 9.4774 9.5534 9.5731 9.5818 9.6081 9.8299
##     [99] 9.8300 9.9524
```

Gráficos cuantil cuantil (QQplots)

