Ejemplos estimación de varianzas

Ricardo Alberich, Juan Gabriel Gomila y Arnau Mir

Section 1

Ejemplos estimación de varianzas

Planteamiento del problema

José Fernández es responsable de la garantía de calidad en Integrated Electronics.

Planteamiento del problema

José Fernández es responsable de la garantía de calidad en Integrated Electronics.

Integrated Electronics acaba de firmar un contrato con una empresa en China para fabricar un dispositivo de control que es un componente de sus productos robóticos de fabricación.

Planteamiento del problema

José Fernández es responsable de la garantía de calidad en Integrated Electronics.

Integrated Electronics acaba de firmar un contrato con una empresa en China para fabricar un dispositivo de control que es un componente de sus productos robóticos de fabricación.

Integrated Electronics desea asegurarse de que estos nuevos componentes de menor costo cumplan con sus estándares de alta calidad.

Planteamiento del problema

Se le ha pedido a José que establezca un proceso de monitoreo de calidad para verificar los envíos del dispositivo de control A.

Planteamiento del problema

Se le ha pedido a José que establezca un proceso de monitoreo de calidad para verificar los envíos del dispositivo de control A.

La variabilidad de la resistencia eléctrica, medida en ohmios, es crítica para este dispositivo. Los estándares de fabricación especifican una desviación estándar de 3.6 y la distribución de la población de las mediciones de resistencia es normal cuando los componentes cumplen con la especificación de calidad.

Planteamiento del problema

Se le ha pedido a José que establezca un proceso de monitoreo de calidad para verificar los envíos del dispositivo de control A.

La variabilidad de la resistencia eléctrica, medida en ohmios, es crítica para este dispositivo. Los estándares de fabricación especifican una desviación estándar de 3.6 y la distribución de la población de las mediciones de resistencia es normal cuando los componentes cumplen con la especificación de calidad.

El proceso de monitoreo requiere que se obtenga una muestra aleatoria de $n = 6$ observaciones de cada envío de dispositivos y se calcule la varianza de la muestra.

Planteamiento del problema

Se le ha pedido a José que establezca un proceso de monitoreo de calidad para verificar los envíos del dispositivo de control A.

La variabilidad de la resistencia eléctrica, medida en ohmios, es crítica para este dispositivo. Los estándares de fabricación especifican una desviación estándar de 3.6 y la distribución de la población de las mediciones de resistencia es normal cuando los componentes cumplen con la especificación de calidad.

El proceso de monitoreo requiere que se obtenga una muestra aleatoria de $n = 6$ observaciones de cada envío de dispositivos y se calcule la varianza de la muestra.

Determine un límite superior para la varianza muestral tal que la probabilidad de exceder este límite, dada una desviación estándar de población de 3.6, sea menor que 0.05.

Solución

Sea $X_1, X_2, X_3, X_4, X_5, X_6$ las 6 mediciones de la muestra y sea

$$S^2 = \frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{6}(X_i - \overline{X})^2 = \frac{1}{5}\sum_{i=1}^{6}(X_i - \overline{X})^2,$$

la varianza muestral de la muestra.

Solución

Sea $X_1, X_2, X_3, X_4, X_5, X_6$ las 6 mediciones de la muestra y sea

$$S^2 = \frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{6}(X_i - \overline{X})^2 = \frac{1}{5}\sum_{i=1}^{6}(X_i - \overline{X})^2,$$

la varianza muestral de la muestra.

Como las mediciones siguen la distribución normal, la distribución de la variable $\frac{(n-1)S^2}{\sigma^2} = \frac{5\cdot S^2}{3.6^2} = \frac{5\cdot S^2}{12.96}$ será $\chi_{n-1}^2 = \chi_5^2$.

Solución

Nos piden hallar un límite a tal que:

$$P(S^2 > a) \leq 0.05.$$

Solución

Nos piden hallar un límite a tal que:

$$P(S^2 > a) \leq 0.05.$$

Podemos escribir la probabilidad anterior como

$$P\left(\frac{5 \cdot S^2}{12.96} > \frac{5 \cdot a}{12.96}\right) = P(\chi_5^2 > 0.3858025 \cdot a) \leq 0.05.$$

Solución

Nos piden hallar un límite a tal que:

$$P(S^2 > a) \leq 0.05.$$

Podemos escribir la probabilidad anterior como

$$P\left(\frac{5\cdot S^2}{12.96} > \frac{5\cdot a}{12.96}\right) = P(\chi_5^2 > 0.3858025\cdot a) \leq 0.05.$$

El percentil 95% de la distribución χ_5^2 vale $\chi_{5,0.95}^2 = 11.0704977$.

Solución

Nos piden hallar un límite a tal que:

$$P(S^2 > a) \leq 0.05.$$

Podemos escribir la probabilidad anterior como

$$P\left(\frac{5 \cdot S^2}{12.96} > \frac{5 \cdot a}{12.96}\right) = P(\chi_5^2 > 0.3858025 \cdot a) \leq 0.05.$$

El percentil 95% de la distribución χ_5^2 vale $\chi_{5,0.95}^2 = 11.0704977.$

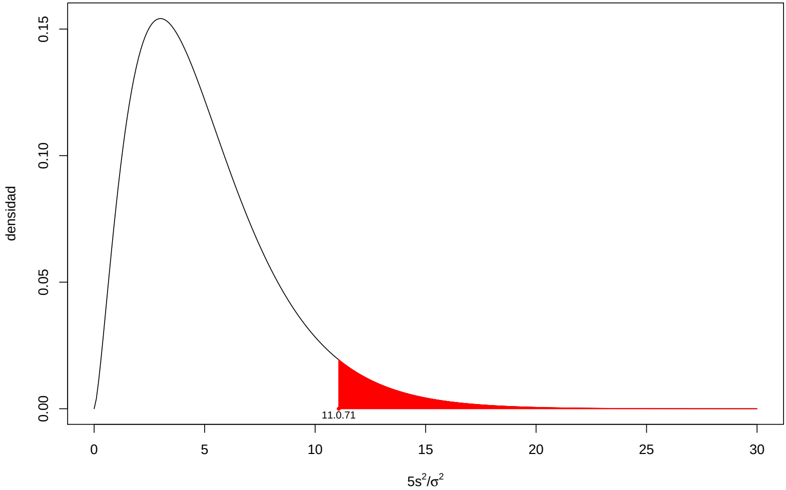
Por tanto,

$$0.3858025 \cdot a > 11.0704977, \Rightarrow a > \frac{11.0704977}{0.3858025} = 28.69473.$$

Solución

Si la varianza de la muestra supera 28.69473, significa que "algo no funciona" y tenemos suficientes evidencias para dudar que la varianza de la población no es $\sigma^2 = 3.6^2 = 12.96$.

Solución



Planteamiento del problema

Mónica Gómez es la gerente de la empresa Green Valley Foods, Inc., un empacador de productos vegetales congelados.

Planteamiento del problema

Mónica Gómez es la gerente de la empresa Green Valley Foods, Inc., un empacador de productos vegetales congelados.

Mónica quiere asegurarse de que la variación del peso de los paquetes sea pequeña para que la empresa no produzca una gran proporción de paquetes que estén por debajo del peso de paquete indicado.

Planteamiento del problema

Mónica Gómez es la gerente de la empresa Green Valley Foods, Inc., un empacador de productos vegetales congelados.

Mónica quiere asegurarse de que la variación del peso de los paquetes sea pequeña para que la empresa no produzca una gran proporción de paquetes que estén por debajo del peso de paquete indicado.

Le han encargado que obtenga el límite superior para la razón de la varianza de la muestra dividida por la varianza de la población para una muestra aleatoria de $n = 20$ observaciones

Planteamiento del problema

Mónica Gómez es la gerente de la empresa Green Valley Foods, Inc., un empacador de productos vegetales congelados.

Mónica quiere asegurarse de que la variación del peso de los paquetes sea pequeña para que la empresa no produzca una gran proporción de paquetes que estén por debajo del peso de paquete indicado.

Le han encargado que obtenga el límite superior para la razón de la varianza de la muestra dividida por la varianza de la población para una muestra aleatoria de $n = 20$ observaciones de tal forma que la probabilidad de que la relación esté por encima del límite superior sea de 0.025. Así, el 97.5% de los ratios estarán por debajo de este límite. Se puede suponer que la distribución de la población es normal.

Solución

Sea $X_1, \ldots, X_{20}$ los 20 pesos de la muestra de paquetes y sea

$$S^2 = \frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{20}(X_i - \overline{X})^2 = \frac{1}{19}\sum_{i=1}^{20}(X_i - \overline{X})^2,$$

la varianza muestral de la muestra.

Solución

Sea $X_1, \ldots, X_{20}$ los 20 pesos de la muestra de paquetes y sea

$$S^2 = \frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{20}(X_i - \overline{X})^2 = \frac{1}{19}\sum_{i=1}^{20}(X_i - \overline{X})^2,$$

la varianza muestral de la muestra.

Como los pesos siguen la distribución normal, la distribución de la variable $\frac{(n-1)S^2}{\sigma^2} = \frac{19\cdot S^2}{\sigma^2}$ será $\chi^2_{n-1} = \chi^2_{19}$, donde σ^2 representa la varianza de la población de los pesos de los paquetes.

Solución

Nos piden hallar un límite k tal que:

$$P\left(\frac{S^2}{\sigma^2} > k\right) = 0.025,\ \Rightarrow P\left(\frac{S^2}{\sigma^2} < k\right) = 1 - 0.025 = 0.975.$$

Solución

Nos piden hallar un límite k tal que:

$$P\left(\frac{S^2}{\sigma^2} > k\right) = 0.025, \Rightarrow P\left(\frac{S^2}{\sigma^2} < k\right) = 1 - 0.025 = 0.975.$$

Podemos escribir la probabilidad anterior como

$$P\left(\frac{19 \cdot S^2}{\sigma^2} < 19 \cdot k\right) = 0.975.$$

Solución

Nos piden hallar un límite k tal que:

$$P\left(\frac{S^2}{\sigma^2} > k\right) = 0.025, \Rightarrow P\left(\frac{S^2}{\sigma^2} < k\right) = 1 - 0.025 = 0.975.$$

Podemos escribir la probabilidad anterior como

$$P\left(\frac{19 \cdot S^2}{\sigma^2} < 19 \cdot k\right) = 0.975.$$

El percentil 97.5% de la distribución χ^2_{19} vale $\chi^2_{19,0.975} = 32.8523269$.

Solución

Nos piden hallar un límite k tal que:

$$P\left(\frac{S^2}{\sigma^2} > k\right) = 0.025, \Rightarrow P\left(\frac{S^2}{\sigma^2} < k\right) = 1 - 0.025 = 0.975.$$

Podemos escribir la probabilidad anterior como

$$P\left(\frac{19 \cdot S^2}{\sigma^2} < 19 \cdot k\right) = 0.975.$$

El percentil 97.5% de la distribución χ^2_{19} vale $\chi^2_{19,0.975} = 32.8523269$.

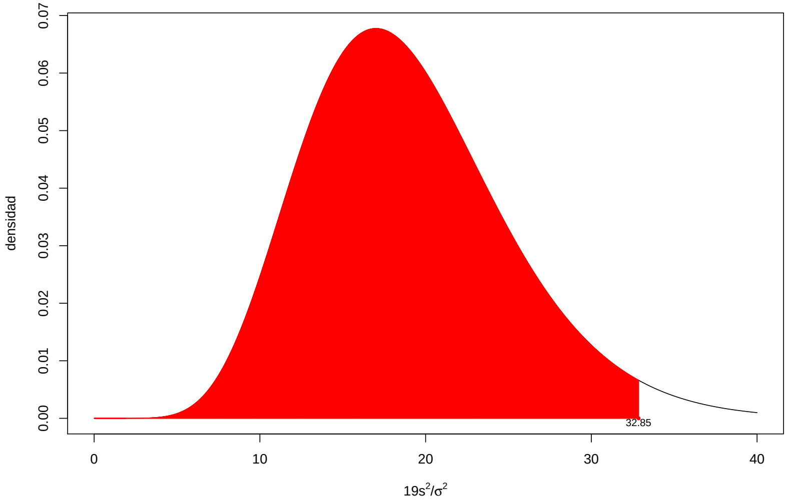
Por tanto,

$$19 \cdot k = 32.8523269, \Rightarrow k = \frac{32.8523269}{19} = 1.7290698.$$

Solución

Si la varianza de la muestra supera 28.69473, significa que "algo no funciona" y tenemos suficientes evidencias para dudar que la varianza de la población no es $\sigma^2 = 3.6^2 = 12.96$.

Solución



densidad
0.00
0.01
0.02
0.03
0.04
0.05
0.06
0.07
0
10
20
30
40
32.85
19s²/σ²