

Ejercicios

Ecuaciones y Sistemas Lineales

Curso Álgebra Lineal

Pregunta 1

Estudia la compatibilidad de los siguientes sistemas y resuélvelos cuando sea posible

$$(a) \begin{cases} x + y + 2z = 0 \\ x + 2y + z = 1 \\ 2x + 2y + z = -1 \end{cases}$$

$$(b) \begin{cases} x - 2y + 2z + 3t = -1 \\ x - 2y + z + 3t = -4 \\ -x + 2y + 2t = -3 \\ x - 2y + 2z + 5t = -5 \end{cases}$$

$$(c) \begin{cases} x + y + z + 2t = -1 \\ 2x + y + z + 4t = -3 \\ 3x + 2z + 4t = -6 \end{cases}$$

$$(d) \begin{cases} x + 2y - 3t = 3 \\ 3x - y - 7z - 9t = 2 \\ -x + 2y + 4z + 3t = 1 \end{cases}$$

$$(e) \begin{cases} x - 3y + 3z = 1 \\ 3x - 9y + 2z = 10 \end{cases}$$

$$(f) \begin{cases} x + 2y + z + 2t + 4u = 4 \\ -2x - 4y - z - 3t - 6u = 6 \\ 2x + 4y + 2t + 4u = 4 \\ 3x + 6y + z + 4t + 7u = 8 \end{cases}$$

Pregunta 2

Encuentra todas las matrices $A \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ tales que sean idempotentes, es decir, que cumplan $A^2 = A$

Pregunta 3

Sea $A \in \mathcal{M}_n(\mathbb{R})$. Demuestra que A es idempotente si, y solo si, la matriz $B = 2A - I_n$ es involutiva (si cumple $B^2 = I_n$)

Pregunta 4

Demosttrad que si $a, b, c, d \in \mathbb{R}$ son estrictamente positivos, entonces el sistema

$$\begin{cases} x + y + z + t = a \\ x - y - z + t = b \\ -x - y + z + t = c \\ -3x + y - 3z - 7t = d \end{cases}$$

no tiene solución

Pregunta 5

¿Para qué valores de $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$ tiene solución el sistema?

$$\begin{cases} x + by + az = 1 \\ ax + by + z = a \\ x + aby + z = b \end{cases}$$

Resolvedlo y determinad cuando tiene una solución única.

Pregunta 6

Resolved el sistema de ecuaciones lineales complejas

$$\begin{cases} x + y + iz + t = 0 \\ 2x - y + 2z - t = 1 \\ x + iy - z + it = 2 \\ x + y + z - t = 0 \end{cases}$$

Pregunta 7

Demosttrad que el sistema siguiente no tiene solución+

$$\begin{cases} x + 2y + 3t = 1 \\ x + 2y + 3z + 3t = 3 \\ x + z + 2t = 3 \\ x + y + z + 2t = 1 \end{cases}$$

Pregunta 8

Esta pregunta es para cuando hayas completado la sección de Sistemas con R , Python y Octave

Crear un programa en R , Python y Octave que calcule ecuaciones matriciales para matrices de cualquier orden.

El usuario deberá introducir el orden de las matrices, n , y las matrices A, B tales que $AX = B$.

Por su parte, el programa deberá comprobar si las matrices introducidas por el usuario son del orden adecuado y, en caso afirmativo, realizar las operaciones necesarias para calcular X .

El programa deberá devolver por consola la matriz X junto con un mensaje de que todo ha salido correcto. En caso de no ser así, deberá indicar por consola que ha habido un error (y a ser posible, el tipo de error).