1 Si la diferencia entre 8 veces cierto número, y 24 se multiplica por dicho número, resulta cero ¿cuál es el número?

Solución.

$$t = \text{número}$$
$$(8t - 24)\, t = 0$$
$$8t^2 - 24t = 0$$
$$t\,(8t - 24) = 0$$
$$t = 0$$
$$t = \frac{24}{8}$$
$$t = 3$$

Comprobamos.

$$(8\,(3) - 24)\, 3 = 0$$
$$(24 - 24)\, 3 = 0$$
$$0 \cdot 3 = 0$$
$$0 = 0. \checkmark$$

2 ¿Que número multiplicado por 30 es 1000 unidades menor que su cuadrado?

Solución.

$$30\, x < x^2$$
$$30x + 1000 = x^2$$
$$x^2 - 30x - 1000 = 0$$
$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2 \cdot a}$$
$$x = \frac{30 \pm \sqrt{900 - 4(1)(-1000)}}{2 \cdot 1}$$
$$x = \frac{30 \pm \sqrt{4900}}{2} \implies \frac{30 \pm 70}{2}$$

$$x_1 = 50 \checkmark$$
$$x_2 = -20$$

Comprobamos.

$$50^2 - 30\,(50) - 1000 = 0$$
$$2500 - 1500 - 1000 = 0$$
$$0 = 0 \checkmark$$

3 Un Polígono de n lados tiene $\frac{1}{2}$ n (n-3) diagonales ¿cuántos lados tiene un Polígono con 27 diagonales?

Solución.

$$d = \frac{n(n-3)}{2}$$

$$27 = \frac{n(n-3)}{2}$$

$$2 \cdot 27 = n(n-3)$$

$$54 = n^2 - 3n$$

$$n^2 - 3n - 54 = 0$$

$$(n-9)(n+6) = 0$$

$$n - 9 = 9 \qquad n + 6 = -6$$

El Positivo

Respuesta: El Polígono tiene 9 lados.

Comprobamos.

$$27 = \frac{9(9-3}{2}$$

$$27 = \frac{54}{2}$$

$$27 = 27 \checkmark$$

4 Determina dos números impares consecutivos sabiendo que la suma de sus cuadrados es 394.

Solución

$$x^2 + (x+2)^2 = 394$$

$$x^2 + x^2 + 2(x^2) + 2^2 = 394$$

$$2x^2 + 4x + 4 = 394$$

$$2x^2 + 4x - 394 = 0$$

$$2(x - 13)(x + 15) = 0$$

$$x_1 = -15$$

$$x_2 = 13$$

Comprobamos.

$$13^2 + (13+2)^2 = 394$$

$$169 + 15^2 = 394$$

$$394 = 394 \checkmark$$

5 un número excede a otro 4 unidades
si el producto de ambos es 285
¿cuales son los números?

la números son
$\underline{z \; y \; P}$

solución.

$$\begin{cases} z + 4 = P \\ z \cdot P = 285 \end{cases}$$

$$z(z + 4) = 285$$

$$z^2 + 4z - 285 = 0$$

$$z = \frac{-4 \pm \sqrt{4^2 - 4(1)(-285)}}{2 \cdot 1} = 0$$

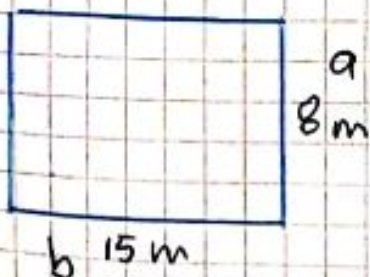$$z = \frac{-4 \pm \sqrt{16 + 1140}}{2} \Rightarrow \frac{4 \pm \sqrt{1156}}{2}$$

$$z = \frac{-4 \pm 34}{2} = \begin{matrix} 15 \\ -19 \end{matrix} \qquad \begin{matrix} z_1 = 15 \\ z_2 = -19 \end{matrix}$$

comprobamos.

$$\begin{cases} 15 + 4 = 19 \\ 15 \cdot 19 = 285 \end{cases} \longrightarrow P = 19$$

6 un terreno rectangular mide 15m de largo
y 8 m de ancho. ¿cuántos metros habría que
disminuir simultaneamente el largo y el ancho
para que la diagonal sea 4m menor?

a
8 m

b   15 m

$$x - 15 = b$$
$$x - 8 = a$$

$$d^2 = a^2 + b^2$$

$$d = \sqrt{8^2 + 15^2}$$

$$d = \sqrt{64 + 225}$$

$$d = 17$$

$$d^2 = a^2 + b^2$$
$$(17-4)^2 = (x-8)^2 + (y+15)^2$$
$$13 = x^2 - 2 \gamma 8 + 8^2 + x^2 - 2x \, 15 + 15^2$$
$$169 = x^2 - 16x + 64 + x^2 - 30x + 22$$
$$169 = 2x^2 - 46x + 289$$
$$0 = \frac{\cancel{2}x^2 - 46x + 120}{\cancel{2}}$$
$$0 = x^2 - 23x + 60$$
$$0 = (x-20)(x-3)$$
$$\begin{array}{cc} x - 20 = 0 & x - 3 = 0 \\ x = 20 & x = 3 \end{array}$$

Comprobamos.
$$169 = (3-8)^2 + (3-15)^2$$
$$169 = 25 + 144$$
$$169 = 169. \checkmark$$

El valor de la fraccion es 1 si se disminuye
el numerador en 3 unidades, y se aumenta
el denominador en 5 unidades, el nuevo valor
es igual a 3 ¿cual es la fracción?

Solución.

$$\frac{x}{x} = 1$$

$$\frac{x-3}{x+5} = 3$$

$$\downarrow$$

$$x - 3 = 3(x+5)$$

$$\frac{-9}{-9} = 1$$

$$x - 3 = 3x + 15$$

$$x - 3x = 15 + 3$$

$$V = \frac{18}{2} = -9$$

Escaneado con CamScanner

8 Determine el valor de x en:

$$0,21 - 0,26x = -0,04x - 0,06$$

$$\cancel{100}\left[\frac{21}{\cancel{100}} + \frac{26}{\cancel{100}}x = -\frac{4x}{\cancel{100}} - \frac{6}{\cancel{100}}\right]$$

$$21 + 26x = -4x - 6$$

$$26x + 4x = -6 - 21$$

$$30x = -27$$

$$x = \frac{27}{30}$$

9 Determine el valor de x en

$$mcd = 3^2 \cdot 2^2$$

$$\frac{6x+1}{3} - \frac{11x-2}{9} - \frac{1}{4}(6x-2) = \frac{5}{6}(6x+1)$$

$$\frac{6x+1}{3} - \frac{11x-2}{3} - \frac{1}{2^2}(6x-2) = \frac{5}{3\cdot 2}(6x+1)$$

$$\cancel{3^2} \cdot 2^2\left[\frac{6x+1}{\cancel{3}} - \frac{11x-2}{\cancel{3^2}} - \frac{1}{\cancel{2^2}}(6x-2) = \frac{5}{3\cdot 2}(6x+1)\right]$$

$$3 \cdot 2^2(6x+1) - 2^2(11x-2) - 3^2(6x-2) = 2\cdot 3\cdot 5(6x+1)$$

$$12(6x+1) - 4(11x-2) - 9(6x-2) = 30(6x+1)$$

$$72x + 12 - 44x + 8 - 54x + 18 = 180x + 30$$

$$72x - 44x - 54x - 180x = 30 - 12 - 8 - 18$$

$$-206x = -8$$

$$x = \frac{8}{206}$$

10. Determinar el valor de x en

$$\sqrt{5}\, x + 5 = \sqrt{5} + 5x$$

$$\sqrt{5}\, x - 5x = \sqrt{5} - 5$$

$$(\sqrt{5} - 5)x = \sqrt{5} - 5$$

$$\frac{\sqrt{5} - 5}{\sqrt{5} - 5}\, x = \frac{\sqrt{5} - 5}{\sqrt{5} - 5}$$

$$x = \frac{\sqrt{5} - 5}{\sqrt{5} - 5}$$

$$x = 1$$

11 Determine el valor de x en

$$\frac{2x+4}{2x-1} = \frac{4x+5}{x-3}$$

$$(2x+4)(x-3) = (2x-1)(4x+5)$$

$$2x^2 + 4x - 6x - 12 = 8x^2 - 4x + 10x - 5$$

$$2x^2 - 2x - 12 = 8x^2 + 6x - 5$$

$$-1(-6x^2 - 8x - 7) = 0 \quad -1$$

$$6x^2 + 8x + 7 = 0$$

$$x = \frac{-8 \pm \sqrt{64 - 4(42)}}{2 \cdot 6}$$

$$x_1 = \frac{-4 + \sqrt{1} \cdot \sqrt{26}}{6} \qquad x_2 = \frac{-4 - \sqrt{1}\sqrt{26}}{6}$$

12 Determine el valor de x en

Solución.

$$12x + 5 - 4x^2 = 9x + 5$$

$$\underbrace{-4x^2}_{a} + \underbrace{3x}_{b} + \underbrace{0}_{c} = 0$$

$$x_1 = \frac{3}{4}$$

$$x_2 = 0$$

13 Determine dos números impares consecutivos sabiendo que la suma de sus cuadrados es 394.

Solución.

Sea "n" número impar

$n + 2$ impar consecutivo

$$n^2 + (n+2)^2 = 394$$

$$n^2 + n^2 + 2 \cdot 2n + 4 = 394$$

$$2n^2 + 4n + 4 = 394$$

$$2n^2 + 4n - 390 = 0 \qquad \text{Divide en 2}$$

$$n^2 + 2n - 195 = 0$$

$$(n + 15)(n - 13) = 0$$

$$\cdot n + 15 = 0 \qquad n - 13 = 0$$
$$n = -15 \qquad \wedge \qquad n = 13$$

$$13^2 + (-15)^2 = 169 + 225 = 394.$$

14 Determine el valor de x en

Solución.

$$\frac{\frac{x+5}{2} + 2}{2} = -13 + \frac{49 - x}{2}$$

$$\frac{\frac{x + 5 + 4}{2}}{2} = -13 + \frac{49 - x}{2}$$

$$\cancel{4}\left(\frac{x+9}{\cancel{4}}\right) = \left(-13 + \frac{49 - x}{2}\right) 4$$

$$x + 9 = -52 + 2(49 - x)$$
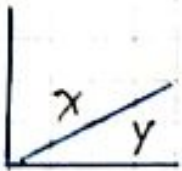
$$x + 9 = -52 + 98 - 2x$$

$$2x + x = 96 - 9$$

$$3x = 37$$

$$x = \frac{37}{3}$$

[15] Si se divide un angulo recto en dos angulos agudos, de modo que uno sea el doble de otro mas 3° ¿cual es la medida de cada uno?

Solución.

$$x + y = 90 \qquad x = 2y + 30$$

$$2y + 30 + y = 90$$

$$3y + 30 = 90$$

$$3y = 60 \qquad\qquad x = 90 - y$$

$$y = 20 \qquad\qquad x = 90 - 20$$

$$x = 70.$$

e) $(x+1)^2 - (x-1)^2 + 12 \geq 0$ Resolvemos de las formas

$x^2 + 2(x)(1) + 1^2) - (x^2 - 2(x)(1) + 1^2) + 12 \geq 0$ $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$

$x^2 + 2x + 1 - x^2 + 2x - 1 + 12 \geq 0$ $(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$

- Este signo afecta toda la inecuación de ahí para adelante.
- Cancelamos terminos de la inecuación.

$2x + 2x + 12 \geq 0$ → Resolvemos como una

$4x + 12 \geq 0$ ecuación teniendo en cuenta

$4x \geq -12$ que si la inecuación se multiplica

$x \geq -\dfrac{12}{4}$ o se divide con un negativo se

tendra que cambiar el signo de

$x \geq -3$ la inecuación

Esto quiere decir que el intervalo esta entre

$[-3, \alpha)$

$x \in [-3, \alpha)$
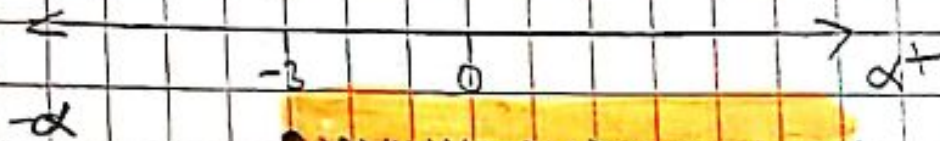
○ $x^2 - 9x + 14 < 0 \rightarrow$ Esto es un trinomio

   $(x - 7)(x - 2) < 0$ de la forma $ax^2 + bx + c$

   y se resuelve de la

· Raiz del   · Dos números que   siguiente manera

primer termino   multiplicados den el ultimo

   termino y sumados den el

   termino del medio

$(+x - 7)(x - 2) < 0 \rightarrow$ Luego igualamos las expresiones

$x - 7 = 0$ $x - 2 = 0$ a cero

$x = 7$ $x = 2$

Estos van a ser nuestros valores para tomar en cuenta a la
hora de reemplazarlos en el cementerio de números en
la recta real.

Ahora reemplazamos valores de la recta real y buscamos
valores que satisfagan la inecuación

   observamos que

$(x-7)(x-2) < 0 \rightarrow$ Probamos con 0   los números que cumple

$(0-7)(0-2) < 0$ la   son:

$(-7)(-2) < 0$ $x \in R (2, 7) \rightarrow$ Sin incluir el 2 y

$+14 < 0$ el 7

No cumple $\rightarrow$ Probamos con 5

   $(5-7)(5-2) < 0$

   $(-2)(+3) < 0$

   $-5 < 0$

   si cumple

   Probamos con 9

   $(9-7)(9-2) < 0$

   $(2)(7) < 0$

   $14 < 0$

   No cumple

$$\frac{(x-7)!}{(x-6)!} + \frac{(x+8)!}{(x+7)!} = 74$$

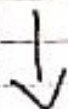$$\frac{(x-7)(x-6)!}{(x-6)!} + \frac{(x+8)(x+2)!}{(x+7)!} = 74$$

$(x-7) + (x+8) = 74$ → Lo verdad ahí ya no se como resolverlo pevo lo podemos hacer de 2 formas

$\therefore x - 7 + x + 8 = 74$ $(x-7) + (y+8) = 74$

$\therefore x = 74 - 1$ → $x(-7+8) = 74$

$x = \dfrac{73}{2}$ $x = 74$

          $(-7+8)$

          $x = \dfrac{74}{1} = 74$

$$\frac{\left(\frac{73}{2} - 7\right)!}{\left(\frac{73}{2} - 6\right)!} + \frac{\left(\frac{73}{2} + 8\right)!}{\left(\frac{73}{2} + 7\right)!} = 74 \quad \rightarrow \text{Reenplazamos con } x \text{ y nos da el resultado}$$

$$\frac{\left(\frac{73}{2} - 7\right)\left(\frac{73}{2} - 6\right)!}{\left(\frac{73}{2} - 6\right)!} + \frac{\left(\frac{73}{2} + 8\right)\left(\frac{73}{2} + 7\right)!}{\left(\frac{73}{2} + 7\right)!} = 74$$

$$\left(\frac{73}{2} - 7\right) + \left(\frac{73}{2} + 8\right) = 74$$

$$\left(\frac{73 - 14}{2}\right) + \frac{73 + 16}{2} = 74$$

EXPRESIONES
ALGEBRAICAS
SOL 2

$$\frac{59}{2} + \frac{89}{2} = 74$$

$$\frac{118 + 178}{4} = 74$$

$$\frac{296}{4} = 74$$

$$74 = 74$$

Ejercicios.

Resuelve las ecuaciones exponenciales y comprueba los resultados.

① $5^{2x-1} = \sqrt[3]{25^{x^2-\frac{1}{4}}}$ → $\sqrt[3]{(5^2)^{x^2-\frac{1}{4}}}$

$5^{2x-1} = 5^{\frac{2x^2-\frac{1}{2}}{3}}$

$\sqrt[3]{5^{2x^2-\frac{1}{2}}}$

$2x-1 = \frac{2x^2-\frac{1}{2}}{3}$

$5^{\frac{2x^2-\frac{1}{2}}{3}}$

$2x-1 = \frac{4x^2-1}{\frac{2}{3}} = \frac{4x^2-1}{6}$

$\sqrt[n]{a^m}$

$= a^{\frac{m}{n}}$

$6(2x-1) = \left(\frac{4x^2-1}{6}\right)6$

$12x-6 = 4x^2-1$

$12x-6-4x^2+1 = 0$
$12x-5-4x^2 = 0$
$-4x^2+12x-5 = 0 \quad (-1)$
$4x^2-12x+5 = 0$
$4x^2-2x-10x+5 = 0$

factorizamos...

$2x(2x-1)-5(2x-1) = 0$

$(2x-1)(2x-5) = 0$

$2x-1 = 0$ 　　　　　　$2x-5 = 0$
　$x = \frac{1}{2}$ 　　　　　　　$x = \frac{5}{2}$
　$x = 0,5$ 　　　　　　　　$x = 2,5$

comprobamos.

$$2(0,5) - 1 = (0,5)^2 - \frac{1}{4}$$

$$0 = 0$$

entonces

$$5^0 = \sqrt[3]{25^0}$$

$$1 = 1 \checkmark$$

④

$$4^{x+1} + 2^{x+3} - 320 > 0$$

$$a^{m+n} = a^m \cdot a^n$$

$$4^x \cdot 4 + 2^x \cdot 2^3 - 320 > 0$$

$$(2^2)^x \cdot 4 + 2^x \cdot 8 - 320 = 0$$

$$(2^x)^2 \cdot 4 + 2^x \cdot 8 - 320 > 0$$

$$t^2 \cdot 4 + 2^x \cdot 8 - 320 > 0$$

$$4t^2 + 8t - 320 = 0$$

$t = 2^x$

↓
nuestra
variable

$$4t^2 + 8t - 320 = 0$$
$$\overline{\hspace{2cm}4}$$

$$t^2 + 2t - 80 = 0 \quad\longrightarrow\quad$$ Se elige 10 y 8 en que su diferencia 2 y su producto 80

$$t^2 + 10t - 8t - 80 = 0$$

$$t(t+10) - 8(t+10) = 0$$

$$(t+10)(t-8) = 0$$

$$t + 10 = 0 \qquad\qquad t - 8 = 0$$
$$t = 0 - 10 \qquad\qquad t = 0 + 8$$
$$\underline{t = -10} \qquad\qquad t = 8$$

$$2^x = -10 \qquad\qquad 2^x = 8$$
$$\qquad\qquad\qquad 2^x = 2^3$$
$$\qquad\qquad\qquad \underline{x = 3}$$

comprobamos:

$$4^{3+1} + 2^{3+3} - 320 = 0$$
$$4^4 + 2^6 - 320 = 0$$
$$256 + 64 - 320 = 0$$
$$0 = 0$$

5.

$$10^{3-x} = 1$$
$$10^{3-3} = 1 \qquad \underline{x = 3}$$
$$10^{0} = 1$$
$$\underline{1 = 1}$$

6.

$$2^{2x} + 2^{2x-1} + 2^{2(x-1)} + 2^{2x-3} + 2^{2(x-2)} = 1984$$
$$2^{2x} + 2^{2x-1} + 2^{2x-2} + 2^{2x-3} + 2^{2x-4} = 1984$$

Factorizamos...

$$(2^4 + 2^3 + 2^2 + 2 + 1) \cdot 2^{2x-4} = 1984$$
$$(16 + 8 + 4 + 2 + 1) \cdot 2^{2x-4} = 1984$$
$$31 \cdot 2^{2x-4} = 1984$$

Dividimos en ambos lados : 31

$$\frac{31 \cdot 2^{2x-4}}{31} = \frac{1984}{31}$$
$$2^{2x-4} = 64$$
$$2^{2x-4} = 2^6 \rightarrow \text{bases iguales trabajamos exponentes}$$

$$2x - 4 = 6$$
$$2x = 6 + 4$$
$$2x = 10$$
$$x = \frac{10}{2}$$
$$\underline{x = 5}$$

Comprobamos...

$$2^{2(5)} + 2^{2(5)-1} + 2^{2(5-1)} + 2^{2(5)-3} + 2^{2(5-2)} = 1984$$

$$2^{10} + 2^9 + 2^8 + 2^7 + 2^6 = 1984$$

$$1024 + 512 + 256 + 128 + 64 = 1984$$

$$1984 = 1984$$

7️⃣ $$2^{x-1} + 2^{x-2} + 2^{x-3} + 2^{x-4} = 960$$

$$2^{x-4}(2^3 + 2^2 + 2 + 1) = 960$$

$$2^{x-4}(8 + 4 + 2 + 1) = 960$$

$$\frac{2^{x-4}(15)}{15} = \frac{960}{15}$$

$$2^{x-4} = 64$$

$$2^{x-4} = 2^6$$

$$x - 4 = 6$$

$$x = 6 + 4$$

$$x = 10$$

Comprobamos.

$$2^{10-1} + 2^{10-2} + 2^{10-3} + 2^{10-4} = 960$$

$$2^9 + 2^8 + 2^7 + 2^6 = 960$$

$$512 + 256 + 128 + 64 = 960$$

$$960 = 960.$$

8 $\rightarrow$ $3^x + 3^{1-x} = 4$

$$\boxed{x = 0} \qquad 1 - x = 0$$
$$1 - 0 = 1$$
$$\boxed{1 = x}$$

$$3^1 + 3^{1-1} = 4$$
$$3 + 3^0 = 4$$
$$3 + 1 = 4$$
$$\boxed{4 = 4}$$

9 $\rightarrow$ $4e^{-3x} - 5e^{-x} + e^x = 0$

Factorizamos.

$$e^{-3x}\left(4 - 5e^{2x} + e^{4x}\right) = 0$$
$$0 \qquad \cdot \; = 0$$

10 $\rightarrow$ $2^{1-x^2} = \dfrac{1}{8}$

$$2^{1-x^2} = 2^{-3}$$
$$1 - x^2 = -3$$
$$-x^2 = -3 - 1$$
$$-x^2 = -4 \qquad (-1)$$
$$x^2 = 4$$
$$x = \sqrt{4}$$
$$\boxed{x = 2}$$

comprobamos..

$$2^{1-2^2} = \frac{1}{8}$$
$$2^{1-4} = \frac{1}{8}$$
$$2^{-3} = \frac{1}{8}$$
$$\boxed{\frac{1}{8} = \frac{1}{8}}$$

11 →

$$2^{x-1} + 2^x + 2^{x+1} = 7$$

$$x - 1 = 0 \qquad x = 0, \qquad x + 1 = 0$$
$$x = 1 \qquad\qquad\qquad\qquad\qquad x = -1$$

Comprobamos...

$$2^{1-1} + 2^1 + 2^{1+1} = 7 \qquad \boxed{x = 1}$$

$$1 + 2 + 4 = 7$$

$$7 = 7$$