RELACIONES Y FUNCIONES.

1. Si $A = \{2, 3\}$ y $B = \{1, 4, 5\}$, encontrar tres relaciones definidas de A en B.

Solucion

El producto cartesiano de $A \times B$ esta conformado por las siguientes parejas o pares ordenados:

$$A \times B = \{(2,1), (2,4)\ (2,5)\ (3,1), (3,4)\ (3,5)\}$$

$$R_1 = \{(x, y) \in A \times B / y = 1\}$$

$$R_1 = \{(2,1), (3,1)\}$$

$$R_2 = \{(x, y) \in A \times B / x < y\}$$

$$R_2 = \{(2,4), (2,5), (3,4), (3,5)\}$$

$$R_3 = \{(x, y) \in A \times B / y = x+2\}$$

$$R_3 = \{(2,4), (3,5)\}$$

2. Sea $A = \{1, 2, 3, 4\}$ y $B = \{4, 5, 6, 7, 8\}$ y R la relacion definida de A en B determinada por $R = \{(x, y) \in A \times B / y = 2x\}$, encontrar dominio y rango de la relacion.

Solución: El total de pares ordenados que podemos tomar, o producto cartesiano es:

$$A \times B = \{(1,4), (1,5), (1,6), (1,7), (1,8), (2,4), (2,5), (2,6), (2,7), (2,8), (3,4), (3,5), (3,6), (3,7), (3,8), (4,4), (4,5), (4,6), (4,7), (4,8)\}$$

Pero los pares que pertenecen a la relacion R ($y = 2x$) son solo:

$$R = \{(2,4)\ (3,6), (4,8)\}$$

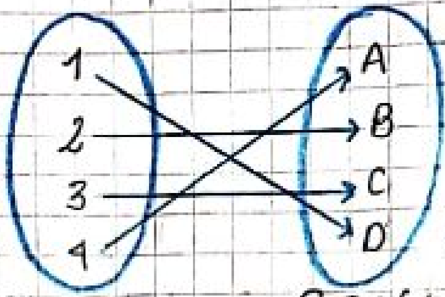
Así, el dominio y rango son:

$D = \{2, 3, 4\}$ ✓

$Rg = \{4, 6, 8\}$ ✓

③ En los sig diagramas, identifique cuales son funciones e indique su dominio y rango.

a)

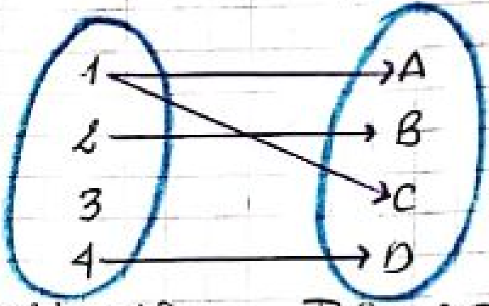


R: {A, B, C, D}

Dominio Rango

■ Es funcion ☐ No es funcion.

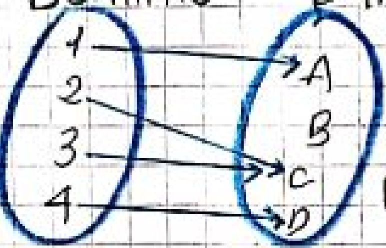
b) R: {A, B, C, D}



Dominio Rango.

☐ Es funcion ■ No lo es.

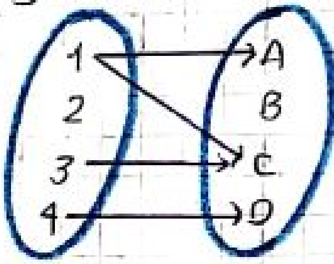
c) Dominio Rango



R: [A, C, D]

■ Es funcion ☐ No es funcion

d) Dominio Rango.

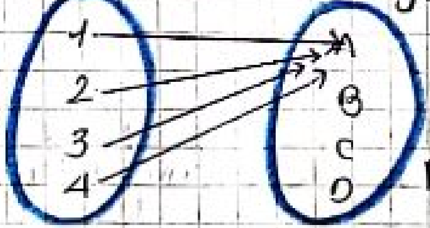


D: [1, 3, 4]

R: {A, C, D}

☐ Es funcion ■ no es funcion

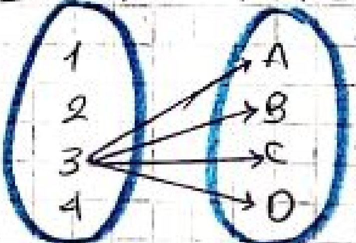
e) Dominio Rango



R: [A]

■ Es funcion ☐ no es funcion

f) Dominio Rango

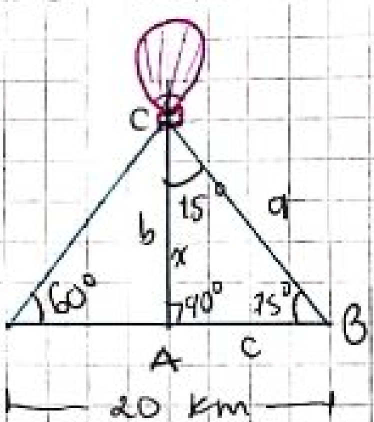


D: {3}

R: {A, B, C, D}

☐ Es funcion ■ no lo es.

Un Globo aerostatico es observado Por dos Personas Que se encuentran a lados opuestos de el y estan separados 20 km, si los angulos de elevacion de observacion son de 60° y 75° ¿cual es la altura del globo respecto al piso?



$$\frac{20}{\operatorname{sen} 45°} = \frac{b}{\operatorname{sen} 75}$$

$$b = \frac{20 \operatorname{sen} 75}{\operatorname{sen} 45}$$

$$b = \frac{20 \, \frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4}}{\frac{\sqrt{2}}{2}}$$

$$b = \frac{5\sqrt{6}+\sqrt{2}}{\frac{\sqrt{2}}{2}}$$

$$b = \frac{10(\sqrt{6}+\sqrt{2})}{\sqrt{2}} \cdot \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = \frac{10(\sqrt{12}+2)}{2} = \frac{10(2\sqrt{3}+2)}{2}$$

$$= \frac{10 \cdot \cancel{2}(\sqrt{3}+1)}{\cancel{2}}$$

$$\boxed{b = 10(\sqrt{3}+1)}$$

5

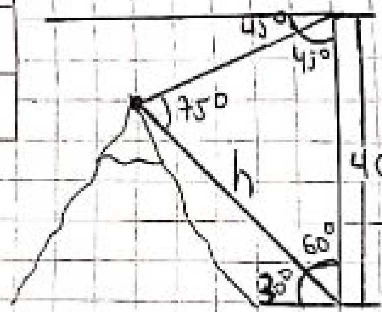
$$\operatorname{sen} 60° = \frac{h}{b} = \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{h}{10(\sqrt{3}+1)} = h = \frac{\sqrt{3}\,\cancel{10}(\sqrt{3}+1)}{\cancel{2}}$$

$$h = 5(\sqrt{3}+1)\sqrt{3}$$

$$\boxed{h = 5(3+\sqrt{3})}$$

Scanned by TapScanner

Calculo la altura de la montaña



Utilizamos ley del seno

$$\frac{\operatorname{Sen}\alpha}{a} = \frac{\operatorname{Sen}\beta}{b} = \frac{\operatorname{Sen}\theta}{c}$$

$$\frac{\operatorname{Sen} 75^\circ}{4000m} = \frac{\operatorname{Sen} 45^\circ}{h}$$ → Despejamos h

$$h = \frac{4000m \cdot \operatorname{Sen} 45^\circ}{\operatorname{Sen} 75^\circ} = \frac{\frac{4000m \cdot \sqrt{2}}{2}}{\frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4}} = \frac{2000 \cdot \sqrt{2}}{\frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4}} = \frac{4(2000\sqrt{2})}{\sqrt{6}+\sqrt{2}}$$

$$\frac{8000\sqrt{2}}{\sqrt{6}+\sqrt{2}} \cdot \frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{\sqrt{6}-\sqrt{2}} = \frac{(8000\sqrt{2})(\sqrt{6}-\sqrt{2})}{\sqrt{6^2}-\sqrt{2^2}} = \frac{8000\sqrt{12} - 8000\sqrt{2^2}}{4}$$

multiplicamos por el conjugado de las raíces

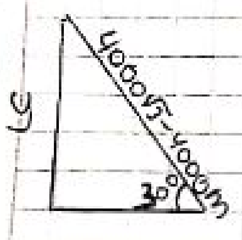
$$\frac{8000 \cdot 2\sqrt{3} - 8000 \cdot 2}{4} = \frac{16000\sqrt{3} - 16000}{4}$$

$$\frac{16000\sqrt{3}}{4} - \frac{16000}{4} = 4000\sqrt{3} - 4000$$

Se paramo los terminos de la fracción

$$h = 2928,203\ m$$

fracción



Por funciones trigonometricas

$$\text{Sen } 30 = \frac{y}{4000\sqrt{3} - 4000}$$

$$y = 4000\sqrt{3} - 4000 \cdot \text{Sen } 30^\circ$$

$$y = 4000\sqrt{3} - 4000 \cdot \frac{1}{2}$$

$$y = \frac{4000\sqrt{3}}{2} - \frac{4000}{2} = 2000\sqrt{3} - 2000 = 1464,102 \text{ m}$$

Altura de la montaña

Escaneado con CamScanner

Hallo E= teniendo en cuenta que $\frac{a}{\sec x} = \frac{b}{\tan x}$
y expresarlo en terminos de a y de b

$E = \sec x \cdot \tan x$

$E = \frac{1}{\cos x} \cdot \frac{\operatorname{sen} x}{\cos x}$

$E = \frac{\operatorname{sen} x}{\cos^2 x}$

$E = \frac{\operatorname{sen} x}{1 - \operatorname{sen}^2 x}$

$E = \frac{\frac{b}{a}}{1 - \left(\frac{b}{a}\right)^2} = \frac{\frac{b}{a}}{1 - \frac{b^2}{a^2}}$

$\frac{a}{\sec x} = \frac{b}{\tan x}$

$a \cdot \tan x = b \cdot \sec x$

$\frac{a \cdot \operatorname{sen} x}{\cos x} = \frac{b}{\cos x}$

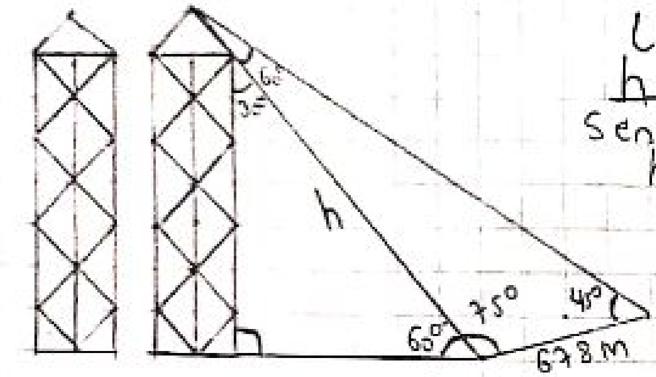
$\frac{a \cdot \operatorname{sen} x \cdot \cancel{\cos x}}{\cancel{\cos x}} = b$

$a \cdot \operatorname{sen} x = b$

$\operatorname{sen} x = \frac{b}{a}$ → Ahora reemplazamos en E

$\frac{\frac{b}{a}}{\frac{a^2 - b^2}{a^2}} = \frac{b \cdot a^2}{a(a^2 - b^2)} = \frac{b \cdot a}{a^2 - b^2}$

Calculo la altura de las torres



LEY DEL SENO $\frac{a}{\text{Sen }\alpha} = \frac{b}{\text{Sen }B} = \frac{c}{\text{Sen }W}$

$\frac{h}{\text{Sen }45^\circ} = \frac{678\,M}{\text{Sen }60^\circ}$ → hallamos h

$h = \frac{678\,M \cdot \text{Sen }45^\circ}{\text{Sen }60^\circ} = \frac{\cancel{678}\,M \cdot \frac{\sqrt{2}}{\cancel{2}}}{\frac{\sqrt{3}}{2}}$

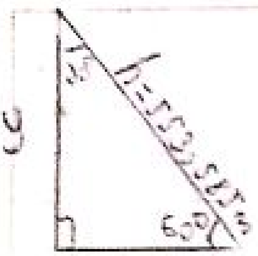
$h = \frac{339 \cdot \sqrt{2}}{\frac{\sqrt{3}}{2}} = \frac{339 \cdot 2\sqrt{2}}{\sqrt{3}} \cdot \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = \frac{678 \cdot \sqrt{6}}{3}$

multiplicamos para cancelar las raíces.

$h = 226 \cdot \sqrt{6} = 553{,}585\,M$

Ahora Hallamos la altura

Escaneado con CamScanner



Por razones trigonometricas

$$\text{Sen } 60° = \frac{y}{h}$$

$$y = \text{Sen } 60° \cdot h$$

$$y = 226\sqrt{6} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$y = \frac{226 \cdot \sqrt{18}}{2}$$

$$y = 113 \cdot \sqrt{18}$$ — Simplificamos

$$\begin{array}{r|l} 18 & 2 \\ 9 & 3 \\ 3 & 3 \\ 1 & \end{array}$$

$$y = 113 \cdot \sqrt{3^2 \cdot 2}$$

$$y = 113 \cdot 3\sqrt{2}$$

$$y = 339 \cdot \sqrt{2}\ m$$

$$\boxed{y = 479{,}418\ m}$$ → Altura de las torres

Escaneado con CamScanner

Indico si es verdadero o es falso

$$\tan\alpha + \frac{\cos\alpha}{1+\operatorname{sen}\alpha} = \sec\alpha$$

→ Se puede escribir de esa manera

Se puede escribir de esa manera ←

$$\frac{\operatorname{sen}\alpha}{\cos\alpha} + \frac{\cos^2\alpha}{1+\operatorname{sen}\alpha} = \frac{1}{\cos\alpha}$$

→ Recordemos que $\operatorname{sen}^2\alpha + \cos^2\alpha = 1$

$$\frac{\operatorname{sen}\alpha + (\operatorname{sen}^2\alpha + \cos^2\alpha)}{(1+\operatorname{sen}\alpha)\cos\alpha} = \frac{1}{\cos\alpha}$$

reorganizamos ←

$$\frac{\operatorname{sen}\alpha + 1}{(1+\operatorname{sen}\alpha)\cos\alpha} = \frac{1}{\cos\alpha}$$

Terminos iguales se cancelan

$$\frac{(1+\operatorname{sen}\alpha)}{(1+\operatorname{sen}\alpha)\cos\alpha} = \frac{1}{\cos\alpha}$$

$$\frac{1}{1\cdot\cos} = \frac{1}{\cos\alpha}$$

$$\frac{1}{\cos\alpha} = \frac{1}{\cos\alpha}$$

Llegamos a una verdad

Escaneado con CamScanner

$$\text{Sen}^4\alpha - \text{Cos}^4\alpha = \text{Sen}^2\alpha - \text{Cos}^2\alpha$$

$$\underbrace{(\text{Sen}^2\alpha + \cos^2\alpha)}(\text{Sen}^2\alpha - \cos^2\alpha) = \text{Sen}^2\alpha - \text{Cos}^2\alpha$$

Se puede expresar como una multiplicación de cuadrados. Multiplicando por su conjugado

De esta forma $(a+b)\cdot(a-b)$

$$(1)\ (\text{Sen}^2\alpha - \cos^2\alpha = \text{Sen}^2\alpha - \text{Cos}^2\alpha$$

$$\text{Sen}^2\alpha - \cos^2\alpha = \text{Sen}^2\alpha - \text{Cos}^2\alpha$$

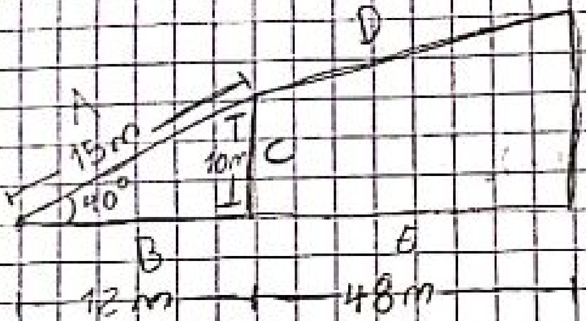
Llegamos a una verdad

Tener en cuenta que: $\text{Sen}^2\alpha + \cos^2\alpha = 1$

Escaneado con CamScanner

trigonometria

- Luis esta haciendo un puente, para lo cual nesecita colocar cuerdas a 40° de la horizontal, si el primer tramo se utilizo una cuerda de 15m, una distancia de 12m y una columna de altura de 10m, si se quiere cubrir un segundo tramo ¿cuanta cuerda faltaria y cuanta altura faltaria para que se pueda cubrir? si se sabe que es a una distancia de 48m



$D = 60m$

$F = 40m$

$\frac{E}{B} = \frac{F}{C}$

$\frac{\cancel{48}^{4}m}{\cancel{12}_{1}m} = \frac{F}{10m}$

$\frac{E}{B} = \frac{D}{A}$

$\frac{\cancel{48}^{4}m}{\cancel{12}_{1}m} = \frac{D}{15m}$

$F = 4 \cdot 10 = 40m$

$D = 4 \cdot 15 = 60m$

Rta = a la cuerda le faltaria 45m ya que, toda la cuerda es 60, y como temos 15m, se restan y da la cuerda que nos hace falta.

a la comuna le faltaria 40m ya que es una columna diferente.

- Luis tien que asegurar un palo de la luz con un cable, si el palo mide 20m y la distancia a la que debe atar la cuerda a un viga en el suelo es de 30m ¿cuanto debe Luis, pedir de cuerda?. ¿hallar los angulos ∠C?

$$\frac{E}{B} = \frac{F}{C}$$

$$\frac{48m}{12m} = \frac{F}{10m}$$

$$\frac{E}{B} = \frac{D}{A}$$

$$\frac{48m}{12m} = \frac{D}{15m}$$

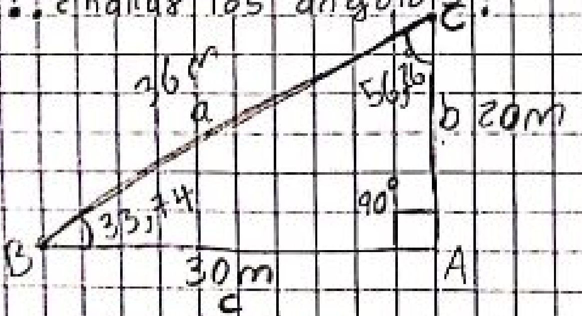
$F = 4 \cdot 10 = 40m$

$D = 4 \cdot 15 = 60m$

R/a = a la cuerda le faltaria 45m ya que, toda la cuerda es 60, y como temos 15 m, se restan y da la cuerda que nos hace falta.

a la columna le faltaria 40m ya que es una columna diferente.

- Luis tien que asegurar un palo de la luz con un cable, si el palo mide 20m y la distancia a la que debe atar la cuerda a un viga en el suelo es de 30 m ¿cuanto debe Luis, pedir de cuerda?. ¿hallar los angulos?



$h^2 = b^2 + a^2$

$h = \sqrt{30^2 + 20^2}$

$h = \sqrt{900 + 400}$

$h = 10\sqrt{3}$

$\boxed{h \approx 36m}$

$$\frac{\operatorname{sen} A}{a} = \frac{\operatorname{sen} B}{b}$$

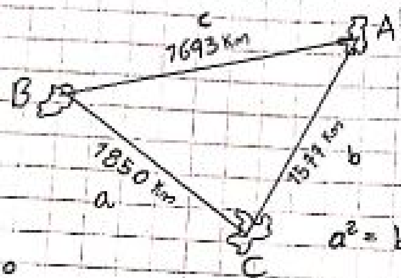
$$B = \operatorname{sen}^{-1}\left(\frac{\operatorname{sen} A \cdot b}{a}\right) = \operatorname{sen}^{-1}\left(\frac{\operatorname{sen}(90°) \cdot 20}{36}\right) = 33,74°$$

$\theta = 180 - 90 - 33,74°$

$\theta = 56,26°$

La unión imaginaria de los islas de florida, Bermuda y costarica, forman un triangulo.

Hallar todos los angulos.



$A = 68{,}83^\circ$

$B = 52{,}63^\circ$

$C = 60{,}64^\circ$

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cdot \cos A$$

$$A = \cos^{-1}\left(\frac{a^2 - b^2 - c^2}{-2bc}\right)$$

Escaneado con CamScanner