

EXERCICIO DE CIRCUNFERENCIA

hallar el centro y el radio de la circunferencia cuya ecuación general es: $x^2 + y^2 - 4x + 10y + 13 = 0$

Hallar la ecuación de la circunferencia que pasa por los puntos $A(1, 3)$, $B(4, 6)$ y cuyo centro está sobre el eje X

$$A(x_1, y_1) \quad B(4, 6) \quad C(h, k)$$

$$\overline{CA} = \overline{CB} \quad P_1(x_1, y_1) \quad P_2(x_2, y_2)$$



$$\overline{P_1 P_2} = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

$$\sqrt{(h-1)^2 + (0-3)^2} = \sqrt{(h-4)^2 + (0-6)^2}$$

$$(h-1)^2 + 9 = (h-4)^2 + 36$$

$$\cancel{h^2} - 2h + 1 + 9 = \cancel{h^2} - 8h + 16 + 36$$

$$-2h + 10 = -8h + 52$$

$$-2h + 8h = 52 - 10$$

$$6h = 42$$

$$h = \frac{42}{6} \rightarrow h = 7$$

$$\text{Radio} = R$$

$$R = \overline{CA}$$

$$R = \sqrt{(7-1)^2 + (0-3)^2}$$

$$R = \sqrt{36 + 9} \rightarrow R = \sqrt{45}$$

Forma Estándar

$$(x-h)^2 + (y-k)^2 = R^2$$



$$(x-7)^2 + (y-0)^2 = (\sqrt{45})^2 \quad (x-7)^2 + y^2 = 45$$

EJERCICIO: Halle el Vertice, Foco, L.R, la directriz y la grafica.

$$x^2 = -16y$$

Solucion

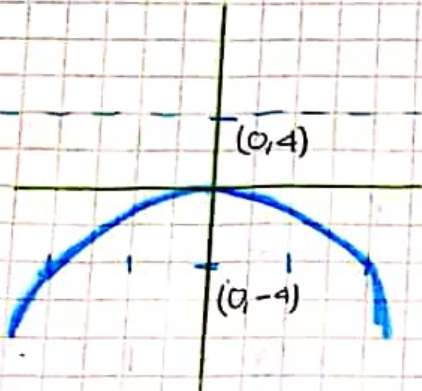
$$x^2 = -16y$$

$$x^2 = 4py$$

$$-16 = -4p$$

$$\frac{-16}{-4} = p$$

$$4 = p$$

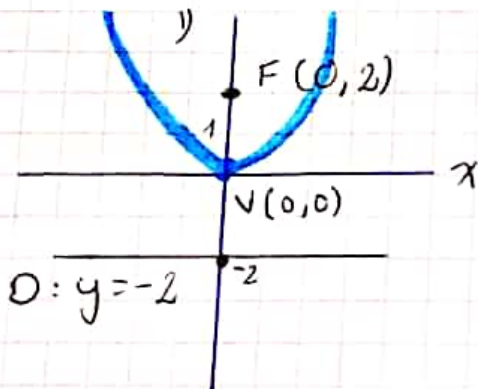


$$LR = 4p$$

$$LR = 4 \cdot 4$$

$$LR = 16$$

② Si la ecuacion de una parabola es $x^2 = 8y$ calcule las coordenadas del vertice, Foco, L.R. y ademas la ecuacion de la directriz.



$$x^2 = 8y$$

$$x^2 = 4py$$

$$4p = 8$$

$$p = 2$$

$$LR = |4p|$$

$$LR = 4 \cdot 2$$

$$LR = 8$$

EJERCICIO : Halle el Vertice, Foco, L.R, la directriz y la grafica.

$$x^2 = -16y$$

Solucion

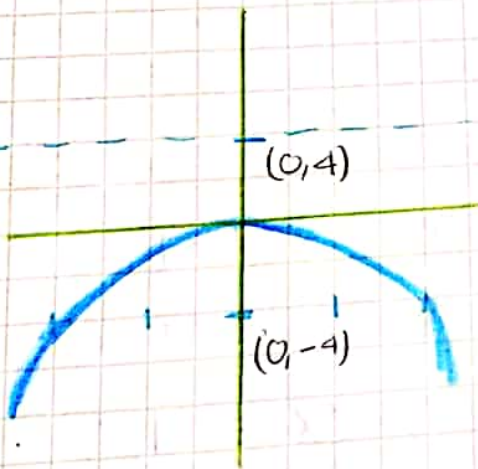
$$x^2 = -16y$$

$$x^2 = 4py$$

$$-16 = -4p$$

$$\frac{-16}{-4} = p$$

$$4 = p$$



$$LR = 4p$$

$$LR = 4 \cdot 4$$

$$LR = 16$$

GEOMETRÍA ANALÍTICA.

PROBLEMAS

① La ecuación de la circunferencia que pasa por los Puntos A (1, 2), B (4, 6) y cuyo centro está sobre el eje x, es:

Solución: Puntos de paso: A = (1, 2) y B = (4, 6).

centro: C = (h, 0)

calculemos h igualando las ecuaciones cartesianas siguientes:

$$(1-h)^2 + (2-0)^2 = (4-h)^2 + (6-0)^2$$

$$1 - 2h + h^2 + 4 = 16 - 8h + h^2 + 36$$

$$6h = 47 \rightarrow h = \frac{47}{6}$$

$$\text{luego: } r^2 = \left(4 - \frac{47}{6}\right)^2 + 36$$

$$r^2 = \frac{1825}{36}$$

Finalmente la ecuación de la circunferencia será:

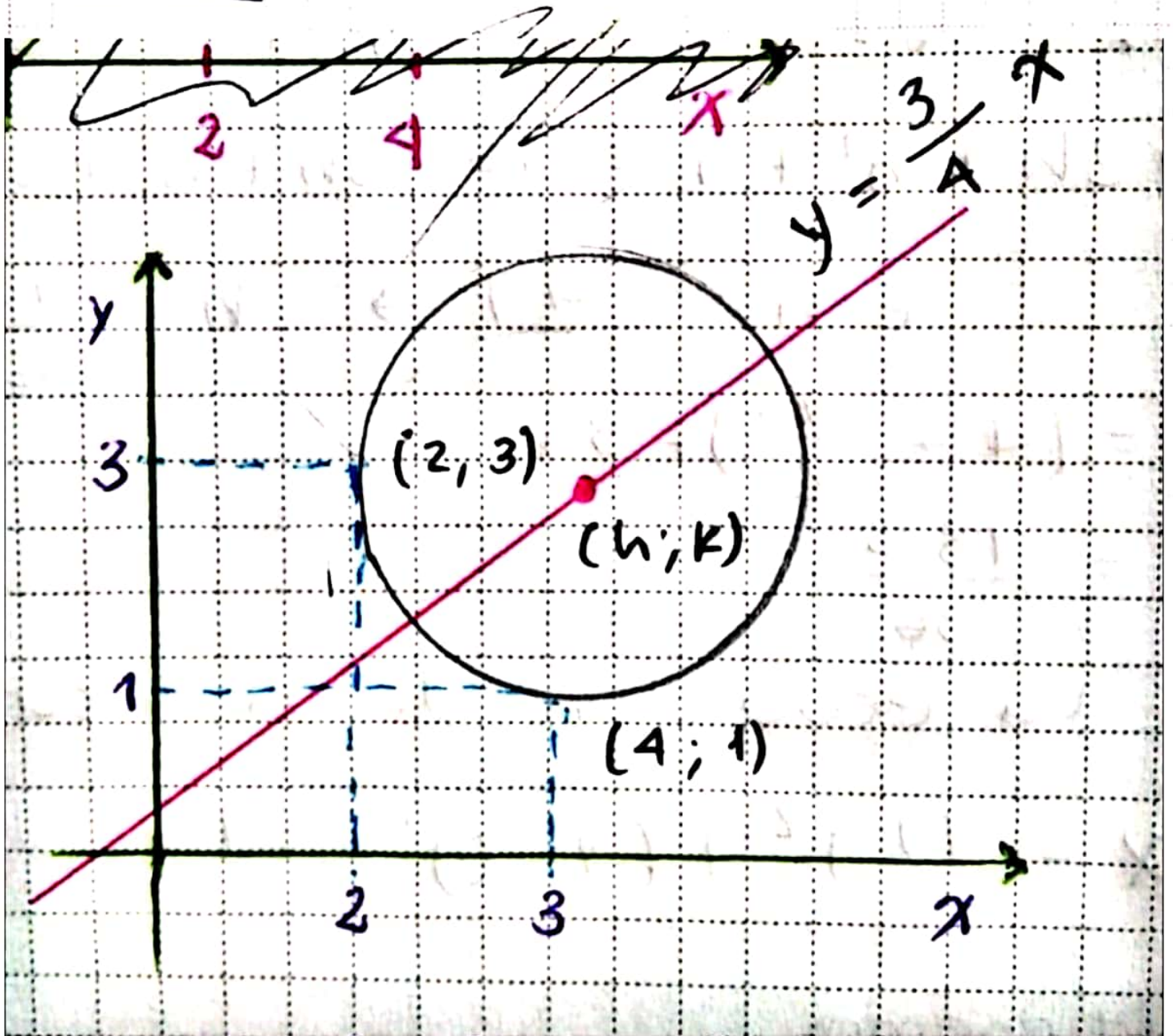
$$\left(x - \frac{47}{6}\right)^2 + (y - 0)^2 = \frac{1825}{36}$$

reduciendo tenemos

$$C: 36x^2 + 36y^2 - 564x + 384 = 0$$

② la ecuación de la circunferencia que pasa por los puntos $(2; 3)$ y $(4; 1)$ y que tiene su centro en la recta $3x - 4y = 0$ es:

Solución



puntos de Paso : $(2; 3)$ y $(4; 1)$

centro : $C = (h; k)$

Para calcular h y k , establecemos dos ecuaciones, ello se consigue de la siguiente manera:

$$(2-h)^2 + (3-k)^2 = (4-h)^2 + (1-k)^2$$

Simplificando: $h = 1 + k \dots \dots \dots (I)$

también : $k = \frac{3}{4} h \dots \dots \dots (II)$

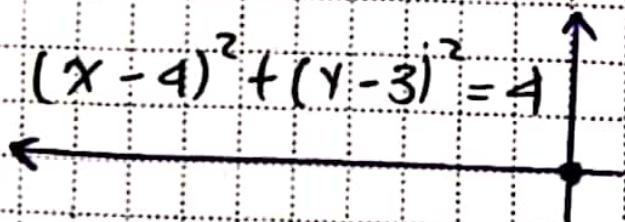
De (I) y (II) :

$$h = 1 + \frac{3}{4} h \rightarrow h = 4 \wedge k = 3.$$

luego.

$$(2-4)^2 + (3-3)^2 = r^2 \rightarrow r^2 = 4.$$

En consecuencia, la ecuación de la circunferencia será:

$$(x-4)^2 + (y-3)^2 = 4$$


HIPÉRBOLA

DESARROLLO DE LA HIPÉRBOLA

$$1 \quad 9x^2 - 16y^2 - 108x + 128y + 212 = 0$$

$$9x^2 - 108x - 16y^2 + 128y = -212$$

$$(9x^2 - 108x) - (16y^2 - 128y) = -212$$

$$9(x^2 - 12x) - 16(y^2 - 8y) = -212$$

$$9(x^2 - 12x + 36) - 16(y^2 - 8y + 16) = -212 + 324 - 256$$

$$9(x - 6)^2 - 16(y - 4)^2 = -144$$

$$\frac{9(x-6)^2}{-144} - \frac{16(y-4)^2}{-144} = \frac{-144}{-144} \textcircled{1}$$

$$-\frac{(x-6)^2}{16} + \frac{(y-4)^2}{9} = 1$$

$$\frac{(y-4)^2}{9} - \frac{(x-6)^2}{16} = 1$$

HIPÉRBOLA VERTICAL
con centro (h, k)

$$-h = -6 \rightarrow h = 6$$

$$a^2 = 9 \rightarrow a = 3$$

$$-k = -4 \rightarrow k = 4$$

$$b^2 = 16 \rightarrow b = 4$$

$$C(6, 4)$$

$\begin{matrix} h & k \end{matrix}$

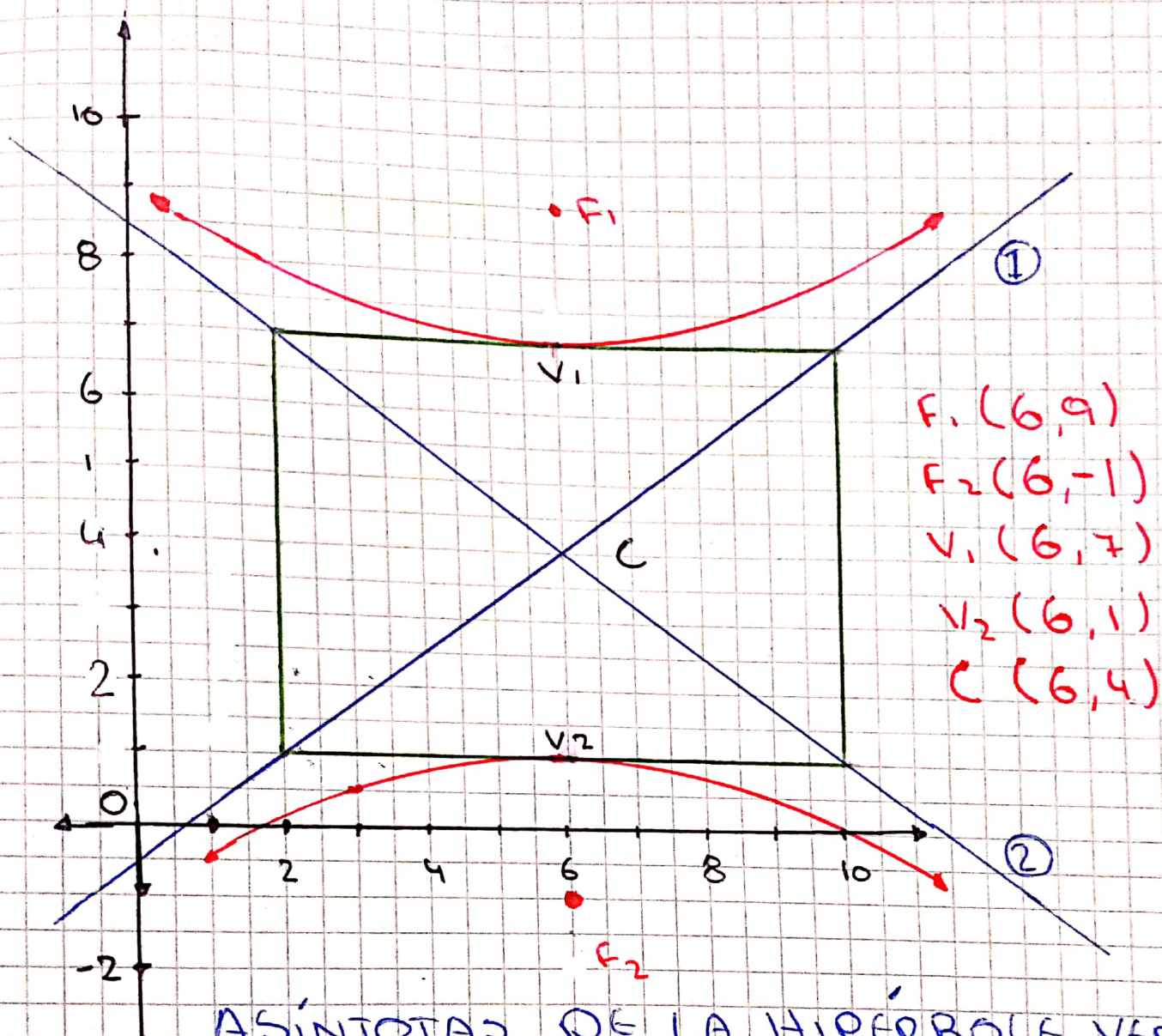
$$c = \sqrt{a^2 + b^2}$$

$$c = \sqrt{9 + 16}$$

$$c = \sqrt{25}$$

$$c = 5$$

GRÁFICA



ASÍNTOTAS DE LA HIPÉRBOL VERTICAL

$$y - k = \pm \frac{a}{b} (x - h) \rightarrow y = \pm \frac{3}{4} (x - 6) + 4$$

ASÍNTOTA ①

$$y = \frac{3}{4} (x - 6) + 4$$

$$y = \frac{3}{4} x - \frac{9}{2} + \frac{8}{2}$$

$$y = \frac{3}{4} x - \frac{1}{2}$$

$$y = mx + b$$

ASÍNTOTA ②

$$y = -\frac{3}{4} (x - 6) + 4$$

$$y = -\frac{3}{4} x + \frac{9}{2} + \frac{8}{2}$$

$$y = -\frac{3}{4} x + \frac{17}{2}$$

$$y = mx + b$$

EXCENTRICIDAD

$$e = \frac{c}{a}$$

$$e = \frac{5}{3} > 1$$

$$e > 1$$