

Projeto 3 - Eletromagnetismo Computacional

Adonai Hilário da Silva - 9284192

12/10/2018

O “Projeto 3” contém os exercícios 5.11 e 5.12.

Exercício 5.11

A partir deste projeto começamos a estudar campo magnético ao invés de exclusivamente o campo elétrico. Neste exercício era pedido que se calculasse o campo magnético gerado por um fio reto no eixo Z com uma corrente elétrica I . O problema foi resolvido de duas maneiras diferentes. A primeira foi discretizando a lei de Biot-Savart da maneira mais simples possível, a lei de Biot-Savart na forma diferencial dá

$$dB = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \frac{d\mathbf{z} \times \mathbf{r}}{r^3}. \quad (1)$$

Para se obter o campo magnético total em um ponto devemos integrar esta expressão, porém como se trata de um problema numérico devemos discretizar os diferenciais e, considerando que $d\mathbf{z} \times \mathbf{r} = dz r \sin \theta$, o campo magnético total será dado por

$$B \simeq \sum_{\Delta z} \frac{\mu_0 I}{4\pi} \frac{x \Delta z}{(x^2 + z^2)^{3/2}}. \quad (2)$$

O segundo método é chamado de método de Simpson, e nele o campo magnético pode ser calculado de forma um pouco mais precisa. A regra de Simpson para a integração numérica de uma função $f(x)$ diz que

$$\begin{aligned} \int_a^b f(x) dx &\simeq \frac{\Delta x}{3} [f(a) + 4f(x_1) + 2f(x_2) + \cdots + 2f(x_{N-2}) + 4f(x_{N-1}) + f(b)] \\ &= \frac{\Delta x}{3} [f(a) + f(b)] + \frac{\Delta x}{3} \sum_{j=1}^{N/2} 4f(x_{2j-1}) + \frac{\Delta x}{3} \sum_{j=1}^{(N/2)-1} 2f(x_{2j}). \end{aligned} \quad (3)$$

Assim sendo, o campo magnético a uma distância x do fio pode ser calculado, considerando

$\mu_0 I / 4\pi = 1$, como sendo

$$B \simeq \frac{\Delta z}{3} x \left[\frac{1}{z_{\min}^2 + x^2} + \frac{1}{z_{\max}^2 + x^2} \right] + \frac{\Delta z}{3} 4x \sum_{j=1}^{N/2} \frac{1}{([z + (2j-1)\Delta z]^2 + x^2)^{3/2}} + \frac{\Delta z}{3} 2x \sum_{j=1}^{(N/2)-1} \frac{1}{([z + 2j\Delta z]^2 + x^2)^{3/2}}. \quad (4)$$

O passo considerado foi de $\Delta z = 0.01$ e foram considerados dois fios diferentes, o primeiro com 2 unidades de comprimento e outro com comprimento 20 (que se aproxima mais de um “fio infinito”). Como se pode notar pelos resultados mostrados nas Figuras 1 e 2, para o caso do fio reto não há diferença relevante entre os resultados fornecidos pelo método de Simpson e pelo método da discretização usual da lei de Biot-Savart.

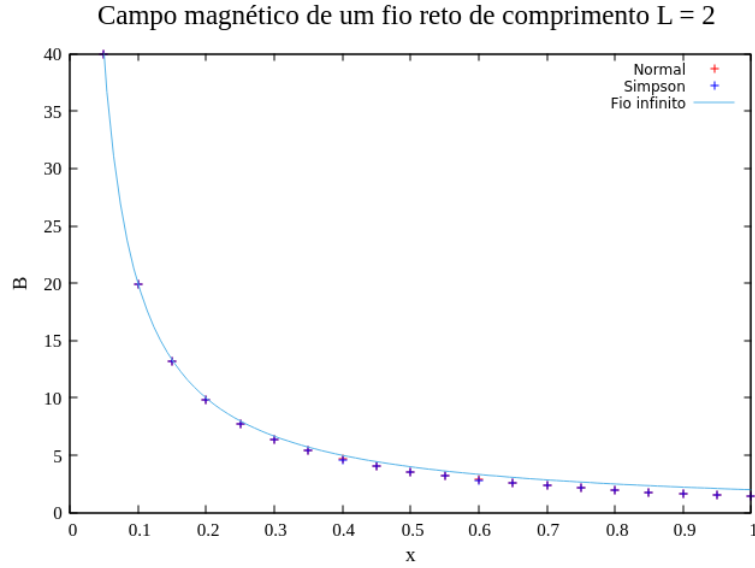


Figura 1: Campo magnético $B(x)$ produzido por uma corrente circulando em um fio reto de comprimento 2.

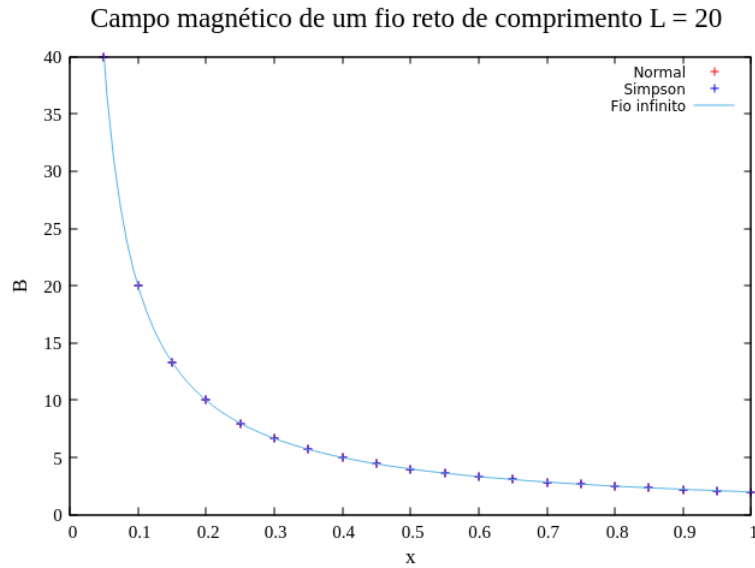


Figura 2: Campo magnético $B(x)$ produzido por uma corrente circulando em um fio reto de comprimento 20.

Exercício 5.12

Este exercício é praticamente uma continuação do exercício anterior. É pedido que se estime o maior passo Δz que se pode tomar, em comparação com a distância do fio, para que se tenha um erro de no máximo 5% com relação ao resultado exato do fio infinito.

Como o fio de comprimento $L = 20$ se aproxima mais de um “fio infinito” foi usado o campo magnético a uma distância $x = 1$. Considerando novamente que $\mu_0 I / 4\pi = 1$ o campo magnético é exatamente $B = 2$. Assim o mesmo programa usado no exercício 5.11 foi usado para os valores de $\Delta z = 0.001, 0.01, 0.1, 1$ e 2 . A conclusão que se pode tirar dos resultados na Figura 3 é a de que o passo pode ter no máximo o mesmo valor da distância x até o fio para que o erro seja inferior a 5%.

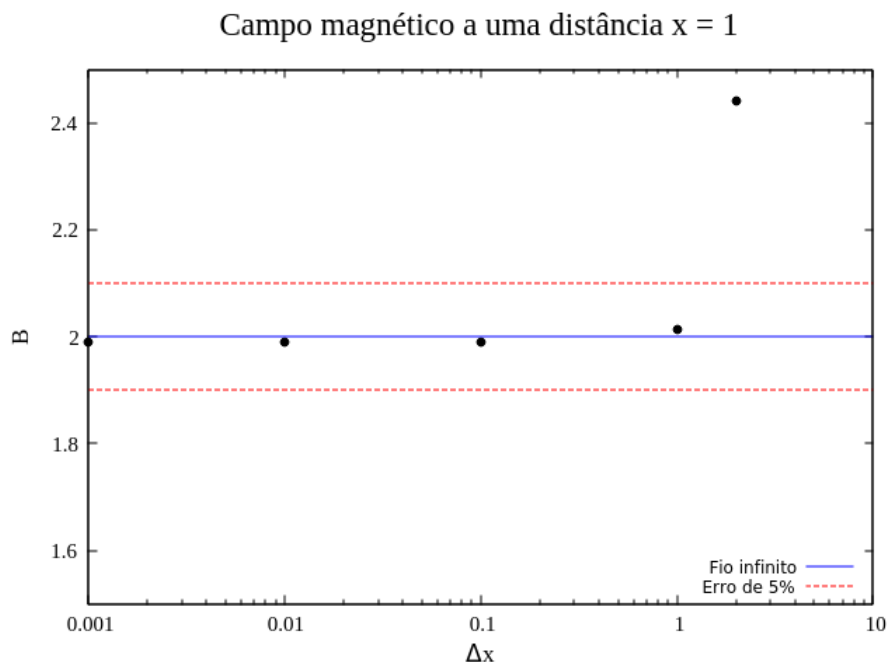


Figura 3: Campo magnético $B(x = 1)$ produzido por uma corrente circulando em um fio reto de comprimento 20 para diferentes valores de passo Δz .