Projeto 1 - Eletromagnetismo Computacional

Adonai Hilário da Silva - 9284192

12/10/2018

O "Projeto 1" contém os exercícios de 5.1 a 5.6.

Exercício 5.1

Para a solução do exercício, que consiste em resolver a equação de Laplace para uma placa bidimensional cuja região central possui potencial elétrico constante $V = 1$ e as bordas $V = 0$, foi desenvolvido um programa em Fortran 90. Foi considerado que a placa possui dimensões 200×200 (com x e y indo de -100 a 100) e região central 80×80 (x e y indo de -40 até 40) possuindo potencial elétrico constante $V = 1$.

O programa se inicia impondo as condições necessárias do problema, isto é, impõe que o potencial para as bordas é sempre nulo e e que o potencial no quadrado central 80×80 é constante $V = 1$. Para que o programa funcione é necessário também dar um valor inicial para o potencial na região que queremos encontrá-lo, neste caso o valor inicial foi $V = 0.5$ para toda a região entre as bordas (exceto na própria borda) e o quadrado central 80×80.

Com todas as condições dadas o programa atualiza a matriz denominada "V", onde está toda a informação do potencial na placa, para um novo valor "V_n"que possui a forma

$$V_n(i,j) = \frac{V(i-1,j) + V(i+1,j) + V(i,j-1) + V(i,j+1)}{4}. \tag{1}$$

E então verifica se o potencial já está "suave"o suficiente analisando o valor de ΔV

$$\Delta V = \sum_{i,j=-100}^{100} |V_n(i,j) - V(i,j)|. \tag{2}$$

Este processo é repetido até que $\Delta V \leq 0.001$.

Uma vez calculada a matriz "V" todas as informações contidas nela são escritos no arquivo de saída "*prismV.out*". Este arquivo foi usado para a construção dos Gráficos 1 e 2.

Tendo em mãos toda a informação relacionada ao potencial elétrico na placa é possível calcular o campo elétrico usando a seguinte relação:

$$\boldsymbol{E}(i,j) = 100\,[V(i-1,j) - V(i+1,j)]\,\hat{\mathbf{x}} + 100\,[V(i,j-1) - V(i,j+1)]\,\hat{\mathbf{y}}. \tag{3}$$

O fator 100 multiplicando ambas as componentes aparecem só como uma escala para o campo elétrico. Como não foi assumido nenhuma unidade específica de comprimento para as dimensões da placa nem as unidades do potencial, o campo elétrico seria muito pequeno para uma placa com dimensões 200×200 unidades e apenas 1 unidade de diferença de potencial, assim seria impossível ter uma imagem nítida dos vetores representando o campo elétrico no Gráfico 3. O ponto principal deste exercício é analisar a forma do campo elétrico na placa e, independente de qual unidade estamos usando, esta forma precisa ser sempre a mesma, portanto não é um problema multiplicar o campo elétrico por um fator numérico.

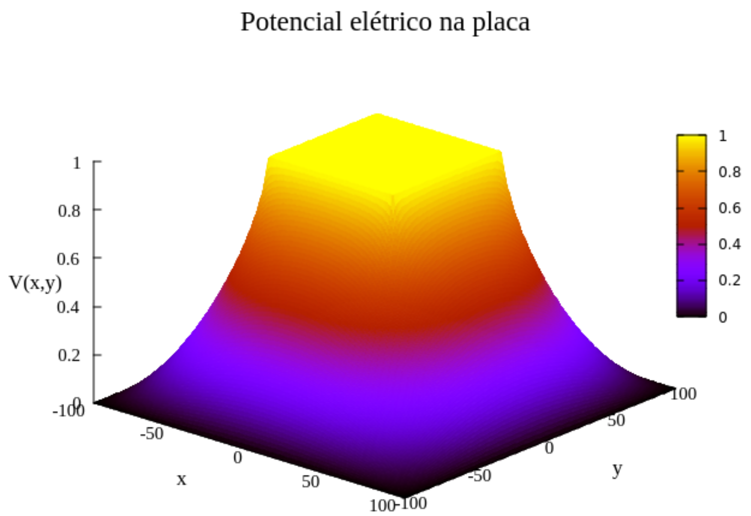

Figura 1: Potencial elétrico $V(x, y)$ na placa de dimensões 200×200.

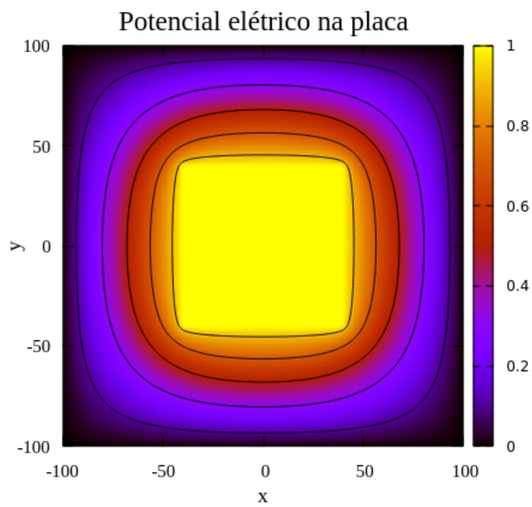

Figura 2: Mapa de cores para o potencial $V(x, y)$ na placa de dimensões 200×200.

Figura 3: Campo elétrico (fora de escala) na placa de dimensões 200×200.

Exercício 5.2

Para a solução do segundo exercício, que, assim como o primeiro, consistiu em resolver a equação de Laplace para uma placa bidimensional cuja região central possui potencial elétrico constante $V = 1$ e as bordas $V = 0$, foi desenvolvido um programa em Fortran 90. Foi considerado que a placa possui dimensões 200×200 (com x e y indo de -100 a 100) e região central 80×80 (x e y indo de -40 até 40) possuindo potencial elétrico constante $V = 1$.

O princípio de funcionamento é exatamente o mesmo descrito para o primeiro exercício com uma única diferença, neste foram feitos os cálculos apenas para $1/8$ da placa, os outros $7/8$ de placa foram resolvidos com reflexões da parte calculada. Isto é possível devido à simetria presente no problema.

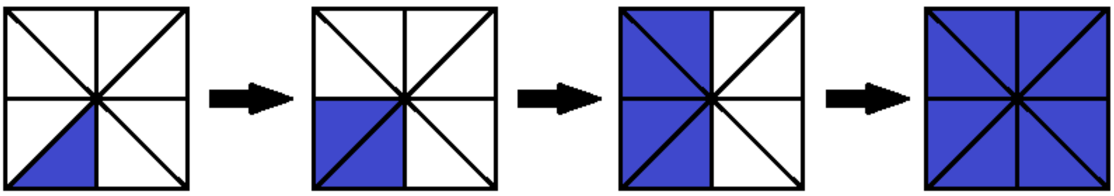

Figura 4: Esquema da solução do problema. As partes pintadas são as regiões da placa com potencial já conhecido, e cada seta é um processo de reflexão.

A Figura 4 mostra o processo de se encontrar o potencial na placa. Primeiro foi resolvido para $1/8$, então há uma reflexão o que leva a $1/4$ de placa, uma segunda reflexão leva a $1/2$ e por fim uma terceira reflexão leva à solução do potencial para a placa inteira.

Os resultados gráficos foram, como esperado, iguais aos resultados do primeiro projeto, e são mostrados pelas Figuras 5, 6 e 7.

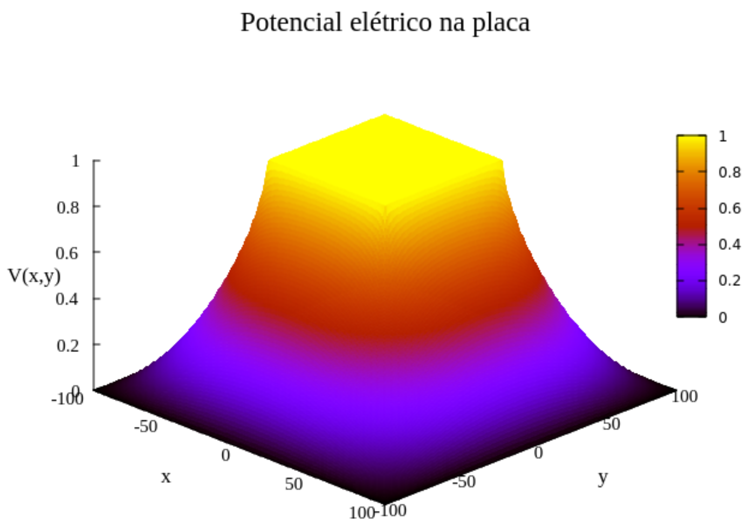

Figura 5: Potencial elétrico $V(x, y)$ na placa de dimensões 200×200 (construído a partir de reflexões).

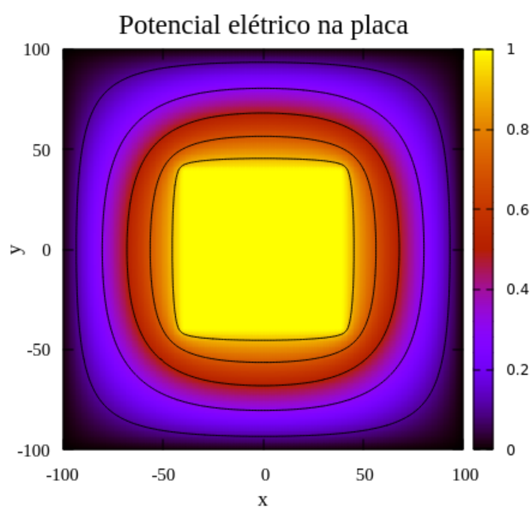

Figura 6: Mapa de cores para o potencial $V(x, y)$ na placa de dimensões 200×200 (construído a partir de reflexões).

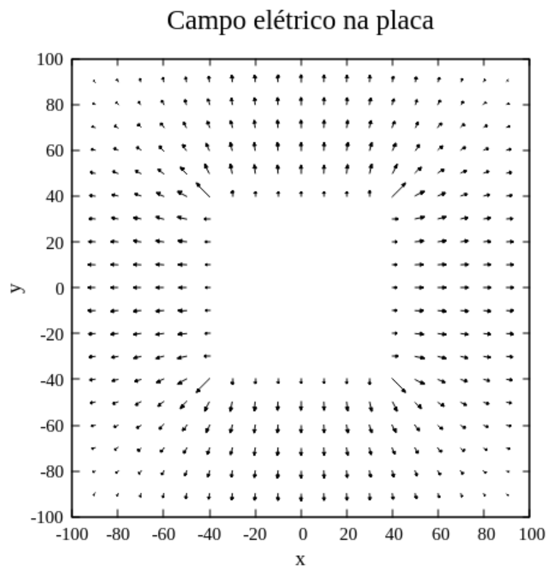

Figura 7: Campo elétrico (fora de escala) na placa de dimensões 200×200 (construído a partir de reflexões).

Exercício 5.3

Para a solução deste exercício, que consiste em resolver a equação de Laplace para um capacitor de placas paralelas, foi desenvolvido um programa em Fortran 90.

O princípio de funcionamento do programa é o mesmo usado para os exercícios anteriores, a diferença agora são as regiões com valores de potenciais diferentes. Foi considerado que o capacitor está em uma caixa de 200×200 com as bordas a um potencial elétrico constante $V = 0$ e as placas estão nas posições 25 e -25, com largura que vão de -40 a 40. Uma das placas possui potencial elétrico constante $V = 1$ enquanto a outra possui $V = -1$.

O processo de suavizar o potencial elétrico nas regiões entre as placas e as caixas resultou nos gráficos apresentados nas Figuras 8, 9 e 10.

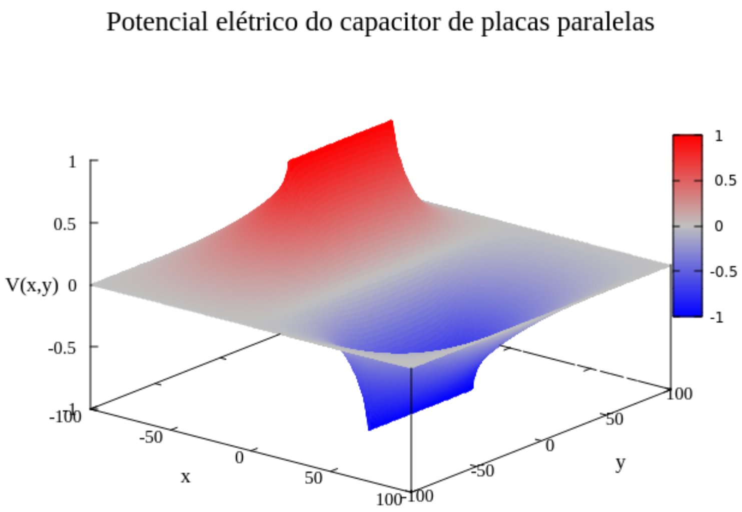

Figura 8: Potencial elétrico $V(x, y)$ do capacitor de placas paralelas em uma caixa de dimensõs 200×200.

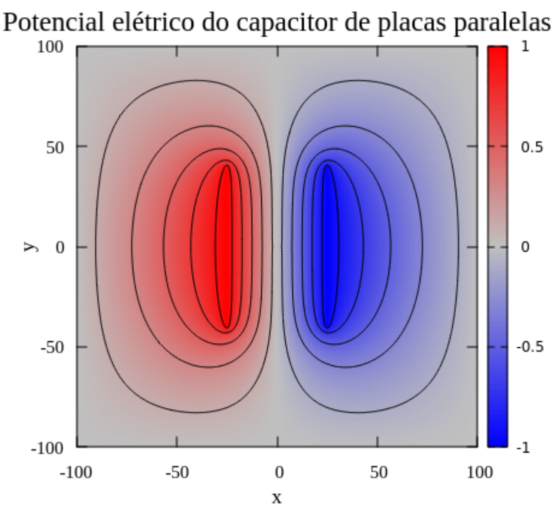

Figura 9: Mapa de cores para o potencial $V(x, y)$ do capacitor de placas paralelas em uma caixa de dimensões 200×200.

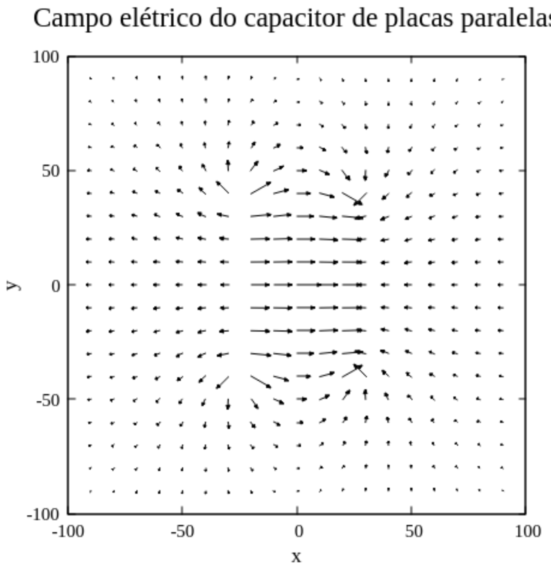

Figura 10: Campo elétrico (fora de escala) no capacitor de placas paralelas dentro de uma caixa de dimensões 200×200.

Exercício 5.4

O objetivo neste exercício era apenas observar como o a intensidade do campo elétrico variava conforme se afastava ou aproximava as placas paralelas uma da outra. Sendo assim, foi usado exatamente o mesmo código do exercício 5.3 mudando apenas a posição das placas, distanciadas em 90, 50 e 24. Os resultados são mostrados nas Figuras 11, 12 e 13.

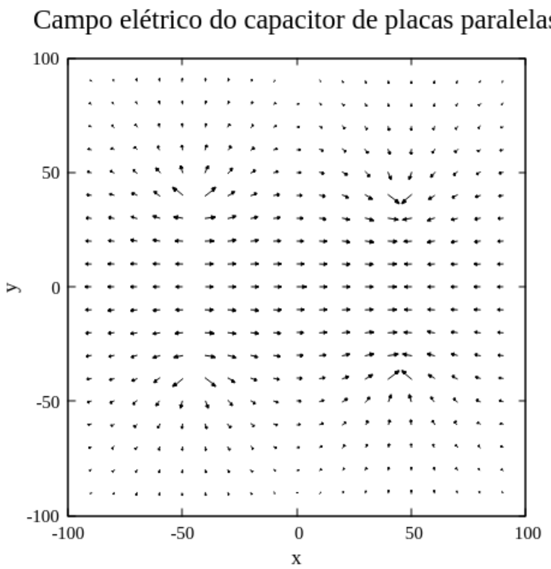

Figura 11: Campo elétrico do capacitor de placas paralelas dentro de uma caixa de dimensões 200×200. As placas estão em 45 e -45.

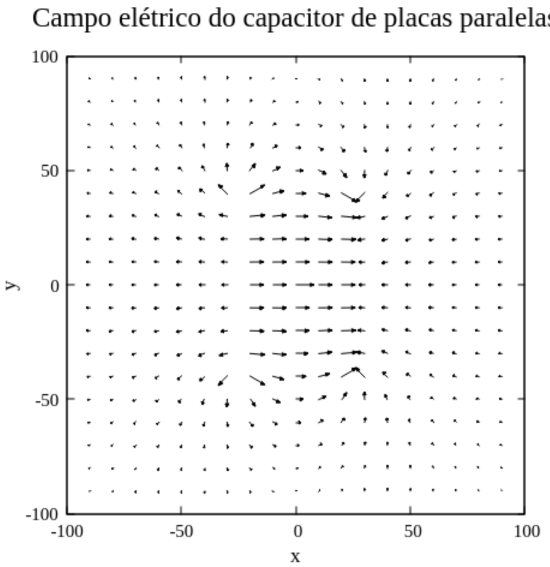

Figura 12: Campo elétrico do capacitor de placas paralelas dentro de uma caixa de dimensões 200×200. As placas estão em 25 e -25.

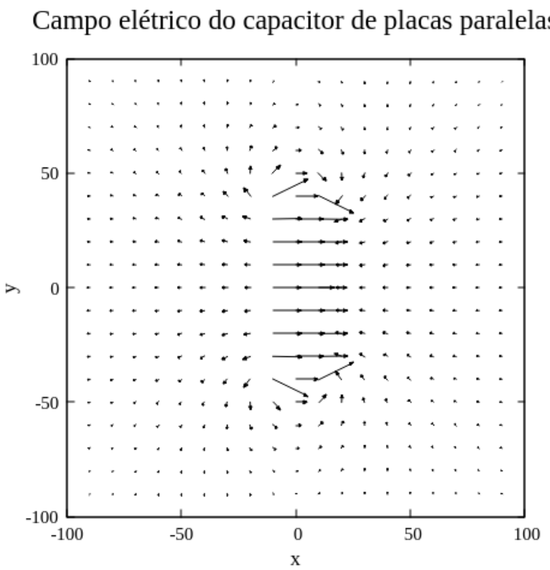

Figura 13: Campo elétrico do capacitor de placas paralelas dentro de uma caixa de dimensões 200×200. As placas estão em 12 e -12.

Exercício 5.5

O objetivo neste exercício era analisar a acurácia do método de relaxamento, que foi o método usado em todos os exercícios até agora. Para isso foi feito o problema 5.1 para quatro valores diferentes de erro de convergência, isto é, o ΔV definido pela relação (2).

Os valores de convergência usados foram $\Delta V = 1$, 0.1, 0.01 e 0.001 (que foi a precisão usada na resolução do exercício 5.1). Como se pode notar pelos gráficos nas Figuras 14, 15, 16 e 17 , quase não se nota diferença entre os casos de $\Delta V = 0.01$ e 0.001, portanto a precisão usada no exercício 5.1 não poderia resultar em nada mais preciso. Os campos elétricos associados a cada caso são mostrados pelas Figuras 18, 19, 20 e 21.

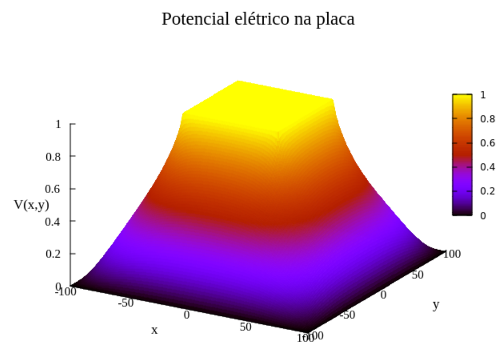

Figura 14: Potencial na placa do exercício 5.1 para $\Delta V = 1$.

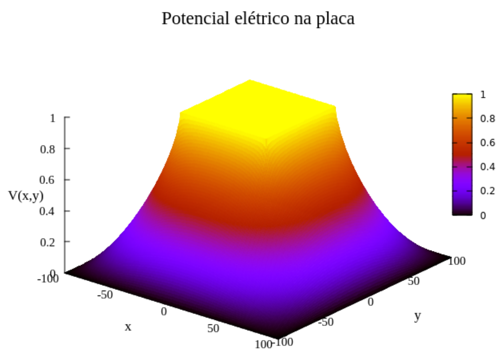

Figura 15: Potencial na placa do exercício 5.1 para $\Delta V = 0.1$.

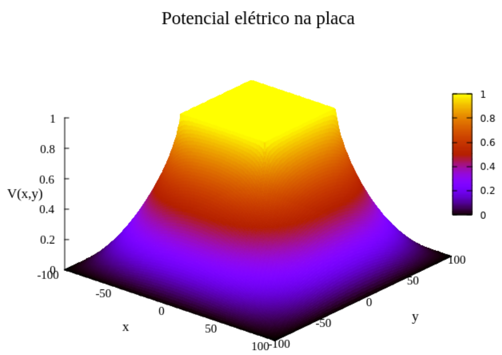

Figura 16: Potencial na placa do exercício 5.1 para $\Delta V = 0.01$.

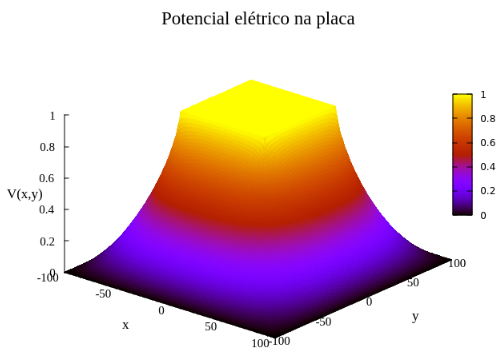

Figura 17: Potencial na placa do exercício 5.1 para $\Delta V = 0.001$.

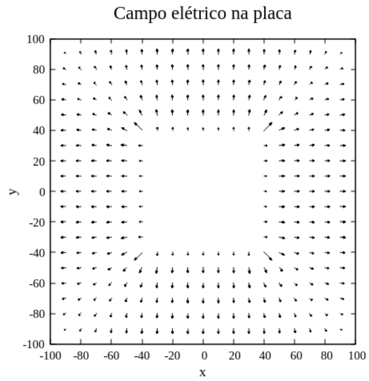

Figura 18: Campo elétrico na placa do exercício 5.1 para $\Delta V = 1$.

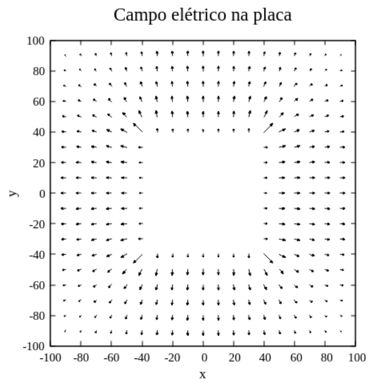

Figura 19: Campo elétrico na placa do exercício 5.1 para $\Delta V = 0.1$.

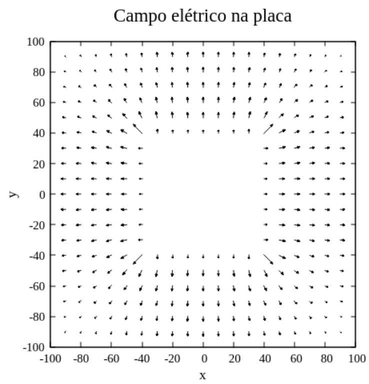

Figura 20: Campo elétrico na placa do exercício 5.1 para $\Delta V = 0.01$.

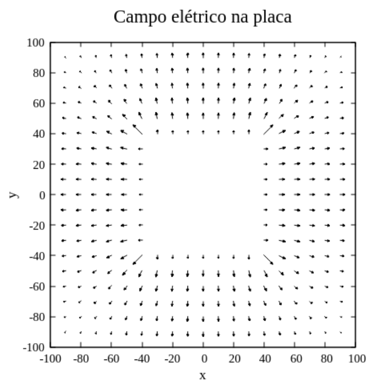

Figura 21: Campo elétrico na placa do exercício 5.1 para $\Delta V = 0.001$.

Exercício 5.6

O último exercício do projeto 1 pede que se use o método de relaxação novamente para resolver o problema do campo elétrico próximo a um para-raios, isto é, uma barra condutora e fina que está aterrada ao solo.

Para isso foi considerado que o potencial na parte inferior e nos lados esquerdo e direito da região onde se encontra o para-raios é $V = 0$ e o potencial na parte superior é $V = 1$. A barra tem espessura 10 e comprimento que vai de -100 (na base) até 80. Evidentemente a região relevante para se analisar é aquela bem próxima ao topo do para-raios. Como as "paredes"estão em um potencial constante $V = 0$ também haverá um campo elétrico considerável nas bordas do gráfico, mas o campo nessas regiões não estão relacionados com o para-raios e portanto, como já foi mencionado, o resultado relevante é a região próxmia ao topo do para-raios.

O potencial elétrico é mostrado na Figura 22 e o campo elétrico na Figura 23.

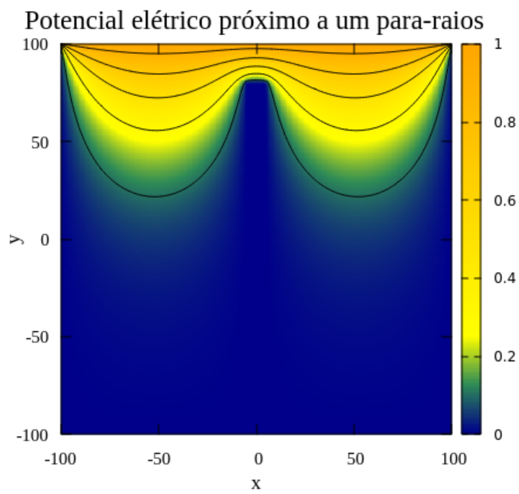

Figura 22: Potencial elétrico nas proximidades de um para-raios.

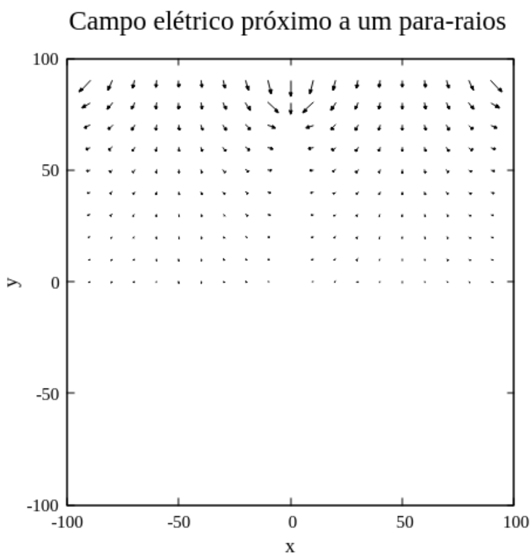

Figura 23: Campo elétrico nas proximidades de um para-raios.