

Projeto 4 - Eletromagnetismo Computacional

Adonai Hilário da Silva - 9284192

12/10/2018

O “Projeto 4” contém os exercícios 5.14 e 5.15.

Exercício 5.14

Neste exercício era pedido que se escolhesse uma configuração de correntes e que se tirasse conclusões a respeito do campo magnético de tal configuração. Foi escolhido um solenoide centrado na origem, de raio $r = 1$, e cujo comprimento se estendia de $z = -2$ até $z = 2$ ao longo do eixo Z .

Foi considerado que as voltas do fio eram igualmente espaçadas por uma distância de 0.05 unidades, ou seja, o solenoide possui um total de 80 voltas. Se desenrolarmos o fio mantendo a altura das extremidades veremos que ele forma um ângulo $\gamma \simeq 0.007957812536$ rad (chamado de “*inc*” no programa) com o plano XY , este ângulo é importante pois nesta simulação levamos em conta a componente Z do fio, e quando fazemos esta consideração o campo fora do solenoide não pode ser nulo.

Para a solução numérica foi usado o método clássico de discretização da lei de Biot-Savart

$$\mathbf{B} \simeq \sum_{\Delta \mathbf{r}} \frac{\mu_0 I}{4\pi} \frac{\Delta \mathbf{r} \times \mathbf{L}}{L^3}, \quad (1)$$

onde $\mathbf{L} \equiv \mathbf{x} - \mathbf{x}'$, sendo \mathbf{x} a posição em que se está calculando o campo e \mathbf{x}' a posição do elemento de fio. Como o fio possui uma pequena inclinação com relação ao plano XY temos que $\Delta \mathbf{r} = \Delta \theta \sqrt{1 + \tan^2 \gamma} \hat{\mathbf{v}}$, onde $\hat{\mathbf{v}}$ é o versor que dá a direção do fio, isto é, a direção em que a corrente está circulando. Considerando este fato, ao abirmos em componentes o produto vetorial e tomando para um ponto (x, y, z) teremos

$$B_x \simeq \frac{\mu_0 I}{4\pi} \Delta \theta \sqrt{1 + \tan^2 \gamma} \sum \frac{\hat{v}_y L_z - \hat{v}_z L_y}{L^3}, \quad (2)$$

$$B_y \simeq \frac{\mu_0 I}{4\pi} \Delta \theta \sqrt{1 + \tan^2 \gamma} \sum \frac{\hat{v}_z L_x - \hat{v}_x L_z}{L^3}, \quad (3)$$

$$B_z \simeq \frac{\mu_0 I}{4\pi} \Delta \theta \sqrt{1 + \tan^2 \gamma} \sum \frac{\hat{v}_x L_y - \hat{v}_y L_x}{L^3}. \quad (4)$$

Por razões de conveniência foi adotado que a corrente era tal que $\mu_0 I / 4\pi = 0.001$. Os resultados da simulação numérica podem ser vistos nas Figuras 1 e 2. É importante ressaltar que

no gráfico da Figura 2 o campo está ampliado em $200\times$ em relação à escala do primeiro gráfico, como a componente Z do fio é muito pequena era esperado que o campo magnético associado a ela seria muito mais fraco que o campo interno ao solenoide. Por fim, é importante também notar a assimetria presente no segundo gráfico, isto ocorre pelo fato de o solenoide se iniciar em $(1, 0, -2)$ e terminar em $(1, 0, 2)$, ou seja, há uma quantidade maior de fio, conseqüentemente de corrente, no lado positivo do eixo X e portanto a magnitude do campo magnético na região de $X > 0$ é um pouco maior do que o campo da região em $X < 0$.

Campo magnético de um selenóide no plano XZ

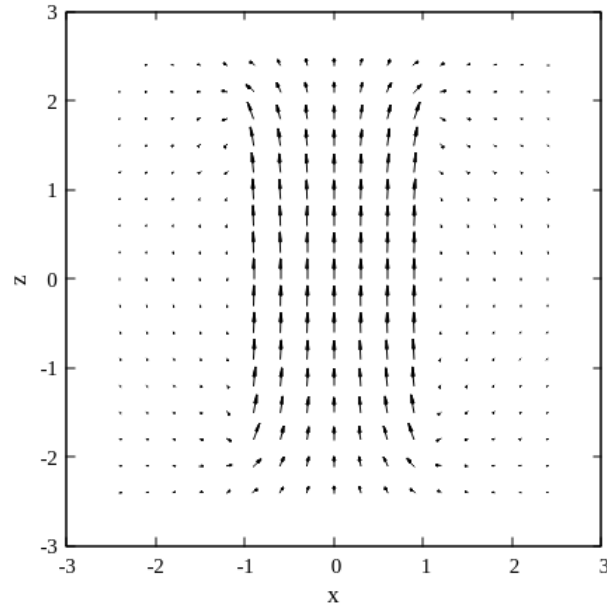


Figura 1: Campo magnético B no plano XZ produzido por solenoide de comprimento 4 e raio $r = 1$.

Campo magnético de um selenóide no plano XY

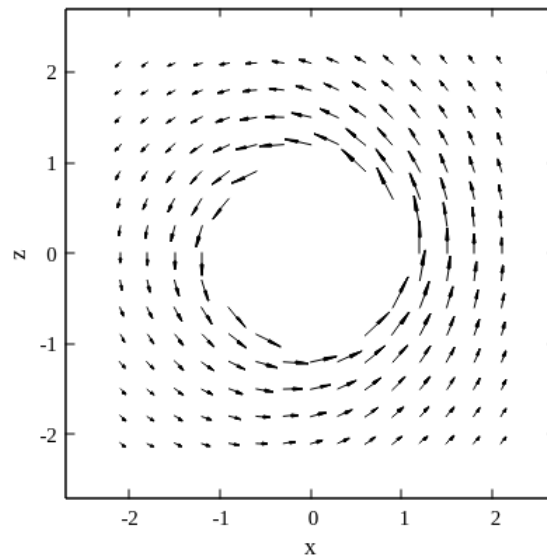


Figura 2: Campo magnético B no plano XY produzido por solenoide de comprimento 4 e raio $r = 1$.

Exercício 5.15

Neste exercício era pedido o campo magnético ao longo do eixo Z e ao longo do eixo X para um par de bobinas de Helmholtz de raio $r = 1$. Uma das bobinas se encontra centrada em $(0, 0, 0.5)$ e a outra em $(0, 0, -0.5)$, ambas paralelas ao plano XY .

Como neste exercício não há nenhum ângulo de inclinação do fio com relação ao plano XY as expressões para as componentes do campo magnético são um caso especial das equações (2) a (4), a diferença será que $\gamma = 0$ e portanto o termo $\sqrt{1 + \tan^2 \gamma}$ não aparece, e uma consequência direta disso é que o versor $\hat{\mathbf{v}}$ que dava a direção do fio no exercício 5.13 agora passa a ser simplesmente o versor $\hat{\boldsymbol{\varphi}}$ do sistema de coordenadas esféricas/cilíndricas, dado por

$$\hat{\boldsymbol{\varphi}} = \hat{\mathbf{x}} \sin \varphi + \hat{\mathbf{y}} \cos \varphi. \quad (5)$$

Assim, com um código semelhante ao usado no exercício 5.13 foram calculados os resultados presentes nas Figuras 3 e 4. Como esperado, o campo magnético na região próxima ao centro entre as duas bobinas é aproximadamente constante.

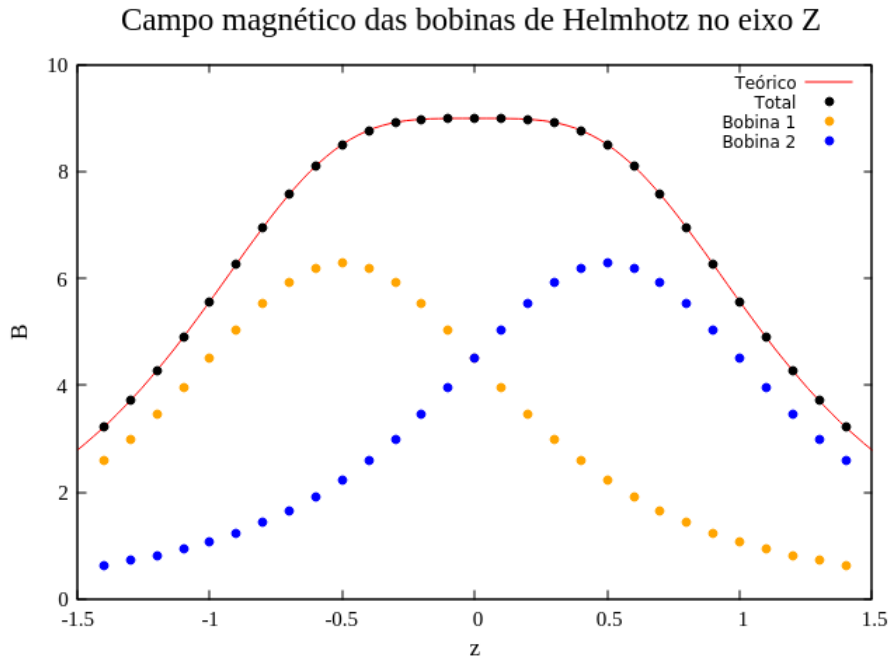


Figura 3: Campo magnético B no eixo Z produzido por um par de bobinas de Helmholtz separadas pela mesma distância de seus raios ($r = 1$).

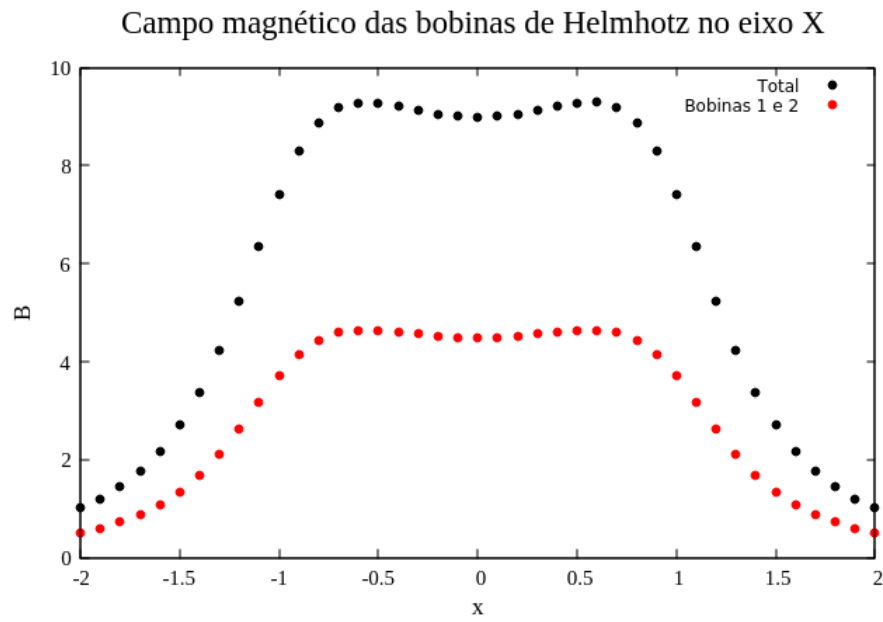


Figura 4: Campo magnético B no eixo X produzido por um par de bobinas de Helmholtz separadas pela mesma distância de seus raios ($r = 1$).