Projeto 2 - Eletromagnetismo Computacional

Adonai Hilário da Silva - 9284192

12/10/2018

O "Projeto 2" contém os exercícios 5.8 e 5.9.

Exercício 5.8

Este exercício consiste em usar o método de relaxamento para estudar como são as linhas equipotenciais de uma carga dentro de uma caixa metálica de dimensão 200×200 com as bordas sob um potencial elétrico constante $V = 0$. A diferença para os exercícios do projeto 1 é que agora temos densidades de carga diferentes de 0.

No caso deste exercício, o potencial V_n é dado por

$$V_n(i,j) = \frac{V(i-1,j) + V(i+1,j) + V(i,j-1) + V(i,j+1)}{4} + \frac{\rho(i,j)}{4}, \tag{1}$$

onde $\rho(i,j)$ é a densidade de carga na posição (i,j), como neste caso temos apenas uma carga pontual dentro da caixa, especificamente no ponto $(75,0)$, a densidade de carga é dada por $\rho(75,0) = 1$ e $\rho(i,j) = 0$ para qualquer outro valor de i e j.

Como esperado, as equipotenciais tendem a perder a simetria esférica para quando a carga está mais próxima de uma das paredes. Os resultados são mostrados nas Figuras 1 e 2.

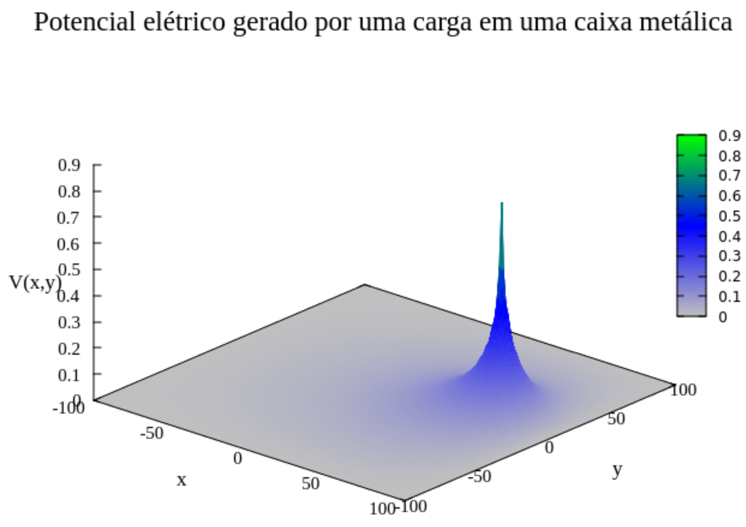

Figura 1: Potencial elétrico $V(x,y)$ na caixa metálica de dimensões 200×200.

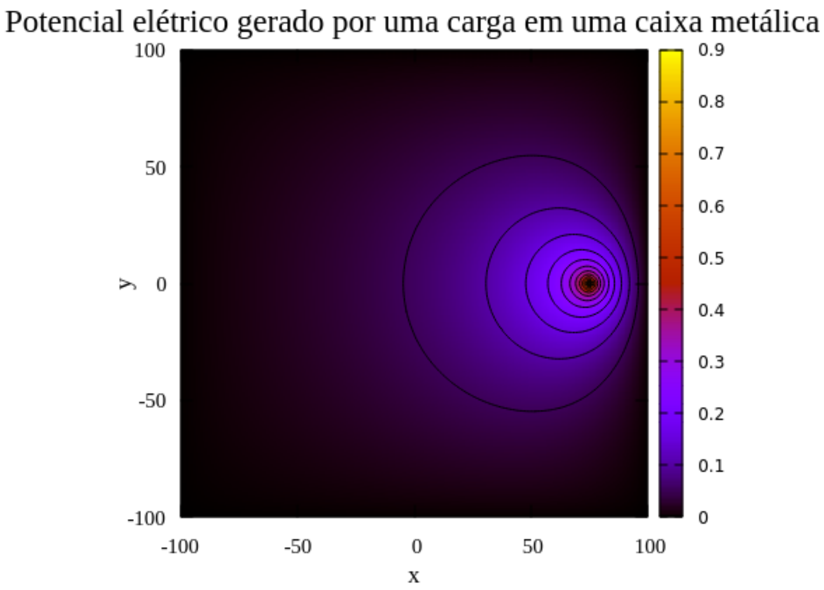

Figura 2: Mapa de cores para o potencial $V(x, y)$ na caixa metálica de dimensões 200×200.

Exercício 5.9

Enquanto no exercício 5.8 usamos coordenadas cartesianas para tratar um problema de uma carga pontual (que produz um campo elétrico com simetria esférica quando está livre e longe de qualquer objeto com um potencial específico), neste trataremos o mesmo problema, de uma carga em uma caixa metálica (agora esférica), usando coordenadas esféricas.

Em coordenadas esféricas podemos escrever a equação de Laplace da seguinte forma

$$\frac{1}{r}\frac{\partial^2}{\partial r^2}(rV) = -\frac{\rho}{\epsilon_0}. \tag{2}$$

Usando a mesma aproximação para a obtenção da equação de Laplace na forma discreta, mostrada pela equação (1), podemos definir $U \equiv rV$ e escrever a expressão para o potencial para o método iterativo de relaxação

$$U_n(r) = \frac{U(r+1) + U(r-1)}{2} + \frac{r\rho(r)}{2}. \tag{3}$$

Mas há um problema com a expressão (2), ela é singular em $r = 0$ e portanto o programa apresenta problemas para valores muito pequenos de r. A solução para isto foi assumir que a carga não é pontual mas sim uma densidade de carga distribuída uniformemente em uma esfera de raio $r = 5$. como a caixa esférica metálica possui raio $r = 100$ esta é uma boa aproximação. Foram usados passos $\Delta r = 1$ e o resultado é mostrado pela Figura 3. Foi usado que $\rho(r)/\epsilon_0 = 1$ e, usando a expressão para o potencial coulombiano

$$V = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{q}{r}, \tag{4}$$

foi possível comparar o resultado numérico com o resultado teórico. É possível notar que no resultado numérico o potencial elétrico cai mais rapidamente que potencial teórico, isto ocorre pois foi imposto que o potencial deveria ser nulo para $r = 100$, que é a fronteira da caixa metálica. Um resultado mais próximo do resultado teórico poderia ser alcançado considerando um raio maior para a caixa metálica.

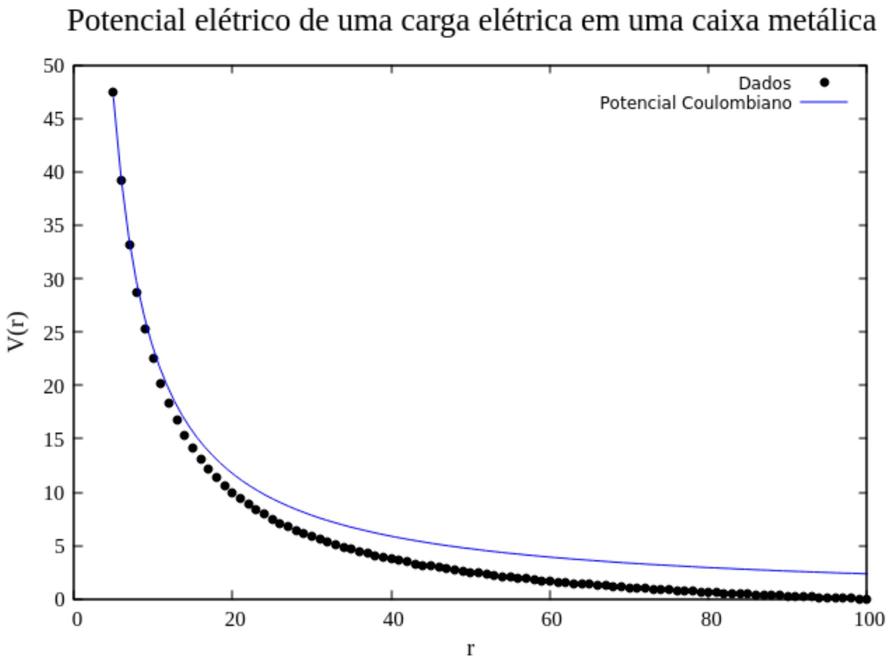

Figura 3: Potencial elétrico $V(r)$ na caixa metálica esférica de raio 100 segundo a simulação numérica e o potencial teórico coulombiano.