FORMULARIO ELETTROMAGNETISMO

- ***Forza di Coulomb : forza che intercorre tra due particelle cariche***

$$\vec{f} = \frac{k\, q_1 q_2}{r^2}\,\hat{r} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_1 q_2}{r^2}\,\hat{r} \qquad \varepsilon_0 = 8.8542\ 10^{-12}\frac{C^2}{Nm^2}$$

- ***Campo elettrico** : quantità vettoriale generata da una carica*

$$\vec{f} = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0}\sum_{i=1}^{N}\frac{q_i}{{r^2}_{iQ}}\widehat{r_{iQ}} = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0}\,\vec{E} \quad \Rightarrow \quad \vec{f}(\vec{r}) = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0}\sum_{i=1}^{N}\frac{q_i}{|r_i - r|^2}|r_i \widehat{\ } r| \rightarrow \vec{E} = \frac{\vec{f}}{q_0}$$

- ***Densità di carica superficiale, volumetrica e lineare :***

$$\rho = \frac{Q_{tot}}{\tau} \quad ; \quad \sigma = \frac{Q_{tot}}{\Sigma} \quad ; \quad \lambda = \frac{Q_{tot}}{l} \qquad al\ discreto$$

$$Q_{tot} = \int_\tau \rho\, d\tau = \int_\Sigma \sigma\, d\Sigma = \int_l \lambda\, dl \qquad al\ continuo$$

- ***Campo elettrico a distanza x da un filo infinito carico***

$$\vec{E}(x) = \frac{1}{2\,\pi\varepsilon_0}\frac{\lambda}{x}\,\hat{x}$$

- ***Campo elettrico a distanza x da una spira di raggio r***

$$\vec{E}(x) = \frac{1}{2\,\varepsilon_0}\frac{\lambda\, x\, r}{\sqrt{(x^2 + r^2)^3}}\hat{x}$$

- ***Campo elettrico a distanza x da un anello di raggio r***

$$\vec{E}(x) = \frac{1}{2\,\varepsilon_0}\frac{\lambda\, x\, r}{\sqrt{(x^2 + r^2)^3}}\,\hat{x}$$

- ***Campo elettrico a distanza x da un disco di raggio r***

$$\vec{E}(x) = \frac{\sigma}{2\,\varepsilon_0}\left(1 - \frac{|x|}{\sqrt{x^2 + r^2}}\right)\hat{x} = \frac{\sigma}{2\,\varepsilon_0}\,(1 - cos(\alpha))\hat{x}$$

- ***Campo elettrico a distanza x da un piano infinito uniformemente carico***

$$\vec{E}(x) = \lim_{r\to\infty}\left[\frac{\sigma}{2\,\varepsilon_0}\left(1 - \frac{|x|}{\sqrt{x^2 + r^2}}\right)\right]\hat{x} = \frac{\sigma}{2\,\varepsilon_0}\hat{x}$$

- ***Flusso di un campo elettrico***

$$\Phi_\Sigma(E) = \int_\Sigma \vec{E}\cdot d\vec{\Sigma} \xrightarrow{sup.chiusa} \Phi = \oint_\Sigma \vec{E}\cdot d\vec{\Sigma}$$

- ***Flusso del campo elettrico in una sfera***

$$\Phi_\Sigma(E) = \oint_\Sigma \vec{E}\cdot d\vec{\Sigma} = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0}\frac{1}{r^2}\oint ds = \frac{Q}{\varepsilon_0}$$

- ***Campo elettrico in una sfera piena carica (a partire dal flusso)***

$$E = \begin{cases} \dfrac{Q}{4\pi\varepsilon_0}\dfrac{1}{R^3}r & se\ r < R \\ \dfrac{Q}{4\pi\varepsilon_0}\dfrac{1}{r^2} = \dfrac{\rho r}{3\varepsilon_0} & se\ r > R \end{cases}$$

- ***Campo elettrico in una sfera cava carica (a partire dal flusso)***

$$E = \begin{cases} 0 & se\ r < R \\ \dfrac{Q}{4\pi\varepsilon_0}\dfrac{1}{r^2} & se\ r > R \end{cases}$$

- ***Angolo solido: formula generalizzata***

$$d\Omega = \frac{d\Sigma}{r^2}\hat{n}\ [steradiante] \qquad \Omega \le 4\pi$$

- ***Teorema di Gauss***

$$\Phi_\Sigma(E) = \int_\Sigma \vec{E}\,\overrightarrow{d\Sigma} = \frac{Q_{int}}{\varepsilon_0}$$

- ***Teorema di Gauss in forma differenziale (divergenza del campo elettrico)***

$$\Phi_\Sigma(E) = \int_\Sigma \vec{E}\,\overrightarrow{d\Sigma} = \frac{Q_{int}}{\varepsilon_0} = \frac{1}{\varepsilon_0}\int_\tau \rho\, d\tau = \int_\tau \vec{\nabla}\cdot\vec{E} d\tau$$

$$I\ eq. Maxwell \quad \vec{\nabla}\cdot\vec{E} = \frac{\rho}{\varepsilon_0}$$

- ***Lavoro e Potenziale elettrico***

$$W = \int_A^B \vec{f}\,d\vec{l} = \frac{qQ}{4\pi\varepsilon_0}\int_A^B \frac{\hat{r}}{r^2}d\vec{l} = \frac{qQ}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{1}{r_a}-\frac{1}{r_b}\right) \quad \Rightarrow \quad U = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0}\sum_{i=1}^{N}\frac{q_i}{r_{iQ}} \quad \Rightarrow \quad U = Q\cdot V(\vec{r})$$

Energia dovuta al potenziale di un campo elettrico generato da Q.

- ***Potenziale generato da una carica puntiforme q in un punto a distanza r***

$$V(\vec{r}) = \int_r^\infty \vec{E}\,d\vec{s} = V(r) - V(\infty) = V(r) = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0\, r}$$

- ***Potenziale generato da un sistema di N cariche***

$$V(\vec{r}) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\sum_{i=1}^{N}\frac{q_i}{|\vec{r}-\vec{r_i}|} + C$$

- ***Potenziali generati da distribuzioni di carica superficiali , volumetriche o lineari***

$$V(\vec{r}) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\int_\tau \rho(\vec{r}')\frac{d\tau'}{|\vec{r}-\vec{r}'|}; V(\vec{r}) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\int_\Sigma \sigma(\vec{r}')\frac{d\Sigma'}{|\vec{r}-\vec{r}'|}; V(\vec{r}) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\int_l \lambda(\vec{r}')\frac{dl'}{|\vec{r}-\vec{r}'|}$$

- ***Relazioni differenziali per il campo elettrico***

$$\vec{E} = -grad\ V = -\vec{\nabla}\cdot \mathrm{V}$$

$$coord. cart. \quad E = \begin{cases} E_x = -\dfrac{\partial V}{\partial x} \\ E_y = -\dfrac{\partial V}{\partial y} \\ E_z = -\dfrac{\partial V}{\partial z} \end{cases} \quad coord. sferiche \quad E = \begin{cases} E_r = -\dfrac{\partial V}{\partial r} \\ E_\theta = -\dfrac{1}{r}\dfrac{\partial V}{\partial \theta} \\ E_\varphi = -\dfrac{1}{r\sin\theta}\dfrac{\partial V}{\partial \varphi} \end{cases}$$

- ***Delta di Dirac : definisce dalla carica volumetrica quella definita in un modo qualunque nello spazio***

$$\delta(x) = \begin{cases} 0 & per\ x \neq 0 \\ +\infty & per\ x = 0 \end{cases} \quad ; \quad \int_{-\infty}^{+\infty}\delta(x) = 1 \quad ; \quad \int_{-\infty}^{+\infty} f(x)\,\delta(x) = f(0)$$

- ***Carica volumetrica con delta di Dirac***

$$Q(x_1,y_1,z_1) = \int_\tau \rho\, d\tau = \int_\tau \rho(x,y,z)\, d\tau = \int_\tau q_1\,\delta(x-x_1)\,\delta(y-y_1)\,\delta(z-z_1)d\tau$$

- ***Differenza di potenziale per un filo carico da un punto x0 a un punto x***

$$\Delta V = -\frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0}\ln\frac{r}{r_0}$$

- ***Potenziale elettrico di dipolo (due cariche q a distanza h)***

$$V = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{\vec{p}\cdot\vec{r}}{r^3} \qquad \vec{p} = q\vec{h}\ momento\ di\ dipolo$$

- ***Campo elettrico di dipolo***

$$\vec{E} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\left[3\left(\frac{\vec{p}\cdot\vec{r}}{r^5}\right)\vec{r} - \frac{\vec{p}}{r^3}\right] = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{3\hat{r}(\vec{p}\cdot\hat{r}) - \vec{p}}{r^3}$$

Per un $\vec{p} = p\hat{z}$ *valgono le seguenti scomposizioni*

$$E = \begin{cases} E_x = p\,\dfrac{1}{4\pi\varepsilon_0}\dfrac{xz}{r^5} \\ E_y = p\,\dfrac{1}{4\pi\varepsilon_0}\dfrac{yz}{r^5} \\ E_z = p\,\dfrac{1}{4\pi\varepsilon_0}\dfrac{3\cos\theta - 1}{r^3} \end{cases}$$

- ***Momento torcente di dipolo in campo elettrico***

$$\vec{\Gamma} = qEh\sin\theta = |\vec{p}\times\vec{E}|$$

- ***Energia del dipolo***

$$U = -\vec{E}\,\vec{p}$$

- ***Energia di interazione tra due dipoli (d=distanza tra i dipoli)***

$$U_{es} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0 d^3}[\vec{p}_1\cdot\vec{p}_2 - 3(\vec{p}_1\cdot\hat{r})(\vec{p}_2\cdot\hat{r})]$$

- ***Potenziale approssimato con momento di dipolo e quadrupolo***

$$V = V^{(0)} + V^{(1)} + V^{(2)} + o\left(V^{(3)}\right) =$$
$$= \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{r} + \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{\vec{r}}{r^3}\,q\,\vec{h} + \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{1}{6\,r^5}\sum\nolimits_{ij} q_{ij}(3x_ix_j - \delta_{ij}r^2) + o\left(V^{(3)}\right)$$

- ***Rotore del campo elettrico e terza legge di Maxwell***

$$\vec{\nabla}\times\vec{\mathrm{E}} = \begin{vmatrix} \hat{x} & \hat{y} & \hat{z} \\ \dfrac{\partial}{\partial x} & \dfrac{\partial}{\partial y} & \dfrac{\partial}{\partial z} \\ E_x & E_y & E_z \end{vmatrix}$$

$$\vec{\nabla}\times\vec{\mathrm{E}} = 0$$

- ***Teorema di Stokes (circuitazione di un campo)***

$$\oint \vec{E}\cdot d\vec{s} = \int_\Sigma \vec{\nabla}\times\vec{\mathrm{E}}\ d\Sigma$$

- ***Capacità*** $C = Q/V$
- ***Capacità di una sfera conduttrice di raggio R***

$$C = 4\pi\varepsilon_0\,R$$

- ***Capacità di un condensatore sferico***

$$C = \frac{4\pi\varepsilon_0 r_1 r_2}{r_2 - r_1}$$

- ***Capacità di un condensatore cilindrico***

$$C = \frac{2\pi h\varepsilon}{\ln(r_2/r_1)}$$

- ***Capacità di un condensatore piano***

$$C = \varepsilon_0 \frac{\Sigma}{h}$$

- ***Condensatori in serie e parallelo***

$$serie: \frac{1}{C_{eq}} = \sum_{k=0}^{n} \frac{1}{C_k} \ ; \ parallelo: C_{eq} = \sum_{k=1}^{n} C_k$$

- ***Energia di un sistema di condensatori***

$$\frac{1}{2}CV^2 = \frac{1}{2}\frac{Q^2}{C} = \frac{1}{2}QV$$

- ***Energia elettrostatica di un sistema di cariche***

$$U_{es} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{1}{2}\sum_{i\neq j}\frac{q_i q_j}{r_{ij}} = \frac{\varepsilon_0}{2}\int_\tau E^2\, d\tau$$

- ***Pressione elettrostatica di un condensatore a superfici piane***

$$p = \frac{F}{\Sigma} \equiv \frac{\sigma^2}{2\varepsilon_0} \quad ; \quad F = -Q\,\frac{\sigma}{2\varepsilon_0}$$

- ***Energia di una sfera carica di raggio R***

$$U = \frac{3}{20}\frac{q^2}{\pi\varepsilon_0 R}$$

- ***Equazioni di Poisson e Laplace***

$$\nabla^2 V = -\frac{\rho}{\varepsilon_0} \xRightarrow{spazio\ vuoto} \nabla^2 V = 0$$

- ***Discontinuità del campo elettrico su superficie***

$$\begin{cases} E_{2\perp} - E_{1\perp} = \dfrac{\sigma}{\varepsilon_0} \\ E_{2\parallel} - E_{1\parallel} = 0 \end{cases}$$

- ***Dielettrici Relazione empirica***

$$C_0 = \frac{\varepsilon_0\Sigma}{h} \ \Rightarrow \ C = \varepsilon_r C_0 \ \Rightarrow \ C > C_0$$

- ***Condensatore riempito in parte con dielettrico***

$$C = \frac{\varepsilon_0 b}{h}[a + (\varepsilon_r - 1)x]$$

$$U = \frac{1}{2}\frac{Q^2 h}{\varepsilon_0 h}\frac{\varepsilon_r - 1}{a + (\varepsilon_r - 1)x}$$

- ***Polarizzazione per deformazione***

$$f = -kx \ \Rightarrow \ q\vec{E} = k\vec{x} \ \Rightarrow \ p = qx \ \Rightarrow \ p = \frac{q^2 E}{k} = \alpha_d\, E$$

$$\alpha_d \rightarrow polarizzabilità\ elettronica\ per\ deformazione$$

- ***Funzione probabilità di un insieme di dipoli sotto campo esterno***

$$dW(\vartheta) = \frac{1}{2}\, e^{\frac{p_0 E\cos\vartheta}{K_b T}} \sin\vartheta\, d\vartheta \cong \frac{1}{2}\left(1 + \frac{p_0 E_i \cos\vartheta}{K_b T}\right)\sin\vartheta\, d\vartheta$$

- ***Momento medio di dipolo***

$$\overline{p_z} = \langle p_z\rangle = \int_0^\pi p_0\cos\vartheta\ dW = \frac{p_0^2}{3K_b T}\, E_i = \alpha_0\, E_i$$

$$\alpha_0 \rightarrow polarizzabilità\ elettronica\ per\ orientamento$$

- ***Polarizzazione complessiva di un mezzo***

$$\vec{P} = \lim_{\tau\to 0}\frac{\sum_i \vec{p_i}}{\tau} = dN\frac{\langle p_z\rangle}{d\tau} = \langle p_z\rangle\, n \quad , \quad n \to numero\ dipoli\ per\ unità\ di\ volume$$

- ***Potenziale di dielettrico polarizzato***

$$V(\vec{r}) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\oint\frac{\vec{P}d\vec{s}'}{|\vec{r}-\vec{r}'|} + \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\int\frac{(-\nabla'\vec{P})}{|\vec{r}-\vec{r}'|}\,d\tau' = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\oint\frac{\sigma\, d\Sigma'}{|\vec{r}-\vec{r}'|} + \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\int\frac{\rho\, d\tau'}{|\vec{r}-\vec{r}'|} \iff$$

$$\iff \begin{cases}\sigma_p = \vec{P}\cdot\hat{n}\\ \rho_p = -\nabla\cdot\vec{P}\end{cases}$$

- ***Relazioni tra campo elettrico, polarizzazione,costante dielettrica***

$$\vec{P} = \varepsilon_0\,\chi\,\vec{E} \quad ,\chi \to suscettività\ dielettrica$$

$$E_0 = \frac{\sigma_0}{\varepsilon_0}\ ;\ \sigma_p = \vec{P}\hat{n} = \varepsilon_0\,\chi\,E' \implies E' = \frac{\sigma_0-\sigma_p}{\varepsilon_0} = \frac{\sigma_0-\varepsilon_0\,\chi\,E'}{\varepsilon_0} = \frac{\sigma_0}{\varepsilon_0} - \chi\,E' \implies$$

$$E' = \frac{E_0}{1+\chi} \implies \varepsilon_r = 1+\chi$$

- ***Induzione dielettrica***

$$\vec{D} = \varepsilon_0\vec{E} + \vec{P} \quad \Rightarrow \quad \begin{cases}\nabla\cdot\vec{D} = \rho\\ \oint\vec{D}\,\hat{n}\,d\Sigma = q_{libere}\end{cases}$$

- ***Discontinuità di D***

$$D_2 - D_1 = \sigma_i$$

- ***Campo all'esterno di una sfera uniformemente polarizzata***

$$\vec{D}(r) = \frac{q}{4\pi r^2}\hat{r} \implies \vec{E}(r) = \frac{\vec{D}(r)}{\varepsilon} \implies \vec{E}(r) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon_r}\frac{q}{r^2}$$

- ***Equazione di Clausius-Mossotti***

$$\vec{P} = n\,\langle p\rangle = n\alpha\left(\vec{E}+\frac{\vec{P}}{3\varepsilon_0}\right) \implies \vec{P} = \frac{n\alpha}{1-\frac{n\alpha}{3\varepsilon_0}}\,\vec{E} = \varepsilon_0\,\chi\,\vec{E} \implies \alpha = \frac{3\varepsilon_0}{n}\frac{\varepsilon_r-1}{\varepsilon_r+2}$$

- ***Discontinuità del campo elettrico in presenza di dielettrici***

$$\begin{cases}E_{1\parallel} = E_{2\parallel}\\ E_{2\perp}\,\varepsilon_{r2} = E_{1\perp}\,\varepsilon_{r1}\end{cases} \implies \frac{\tan\vartheta_1}{\tan\vartheta_2} = \frac{\varepsilon_{r1}}{\varepsilon_{r2}}$$

- ***Energia elettrostatica nei dielettrici***

$$U_{es} = \frac{\varepsilon_0}{2}\int_\tau E^2\,d\tau = \frac{1}{2\varepsilon_0\varepsilon_r}\int_\tau D^2\,d\tau$$

- ***Densità di corrente elettrica***

$$\vec{J} = n\,q\,\vec{v}_d \qquad ove \quad \vec{v}_d = -\frac{el}{mv}\,\vec{E} \quad \text{è la velocità di deriva}$$

- ***Corrente elettrica***

$$I = \int_\Sigma \vec{J}\cdot d\vec{\Sigma} \quad [Ampère]$$

- ***Conservazione della carica***

$$\Phi_\Sigma(J) = \oint_\Sigma \vec{J}\cdot d\vec{\Sigma} = -\frac{dq_{int}}{dt}$$

- ***Equazione di continuità***

$$\nabla\cdot\vec{J} + \frac{\partial\rho}{\partial t} = 0 \xRightarrow{stazionarietà} \nabla\cdot\vec{J} = 0$$

- ***Legge di Ohm della conduzione elettrica***

$$\vec{J} = \sigma\,\vec{E} \quad ove \quad \sigma = \frac{ne^2l}{mv} \ \text{è la conduttività}\ ;\quad se\ \rho = \frac{1}{\sigma} \implies \vec{E} = \rho\cdot\vec{J} \quad ove\ \rho\ \text{è la resistività}$$

- ***Legge di Ohm per i conduttori metallici***

$$V = \frac{\rho h}{\Sigma} I \implies R = \frac{\rho h}{\Sigma}\ resistenza \implies V = RI$$

- ***Potenza ed effetto Joule***

$$dP = \frac{dW}{dt} = VI \implies P = RI^2 = \frac{V^2}{R}$$

- ***Resistori in serie o in parallelo***

$$serie: R_{eq} = \sum_i R_i \quad ; \quad parallelo: \frac{1}{R_{eq}} = \sum_i \frac{1}{R_i}$$

- ***Forza elettromotrice***

$$f.e.m. = \mathcal{E} = \int_b^a \vec{E}^* d\vec{s}\ \ con\ \vec{E}^*\ campo\ eletromotore$$

- ***Legge di Ohm generalizzata***

$$V_A - V_B + \sum_k \mathcal{E}_k = R_T I$$

- ***Carica e scarica di circuiti RC***

$$carica: \begin{cases} q(t) = C\mathcal{E}\left(1 - e^{-\frac{t}{RC}}\right) \\ V_C = \mathcal{E}\left(1 - e^{-\frac{t}{RC}}\right) \end{cases} \quad scarica: \left\{ q(t) = q_0\, e^{-\frac{t}{RC}} \right.$$

- ***Campo magnetico***

$$[B] = \left[\frac{N}{C\frac{m}{s}}\right] = Tesla \quad \rightarrow \quad 1T = 10^4\ Gauss$$

- ***II° legge di Laplace***

$$d\vec{f} = I\, d\vec{l} \times \vec{B}$$

- ***Forza di Lorentz***

$$\vec{f} = q\, \vec{v} \times \vec{B}$$

- ***Moto di una particella in campo elettro-magnetico***

$$m\frac{d\vec{v}}{dt} = q\left(\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B}\right) \implies \begin{cases} \vartheta = \frac{\pi}{2} \rightarrow\ circonferenza\ di\ raggio\ r_b = \frac{mv}{qB} \\ \vartheta\ qualsiasi \rightarrow\ elica\ con\ passo\ p_b = \frac{2\pi mv\cos\vartheta}{qB} \end{cases}$$

- ***Frequenza di ciclotrone***

$$\nu_B = \frac{qB}{2\pi m}$$

- ***Momento magnetico di una spira percorsa da corrente***

$$\vec{m} = I\,\vec{S} = I\,S\,\hat{n} \overset{tot}{\implies} \vec{M} = I\,\vec{S} \times \vec{B}$$

- ***Momento magnetico di un disco rotante***

$$\vec{m} = \frac{Q\omega R^2}{4}\hat{n}$$

- ***Dipolo magnetico(potenziale vettore e scalare)***

$$\varphi = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{\vec{m}\cdot\vec{r}}{r^3} \quad ; \quad \vec{A} = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{\vec{m}\times\vec{r}}{r^3}$$

- ***Energia e momento di un dipolo***

$$U_{mec} = -\vec{m}\,\vec{B} \quad ; \quad \vec{\tau}_m = \vec{m} \times \vec{B}$$

- ***Energia di interazione tra due dipoli magnetici***

$$U_m = \frac{\mu_0}{4\pi r^3}\left[\vec{m}_1 \cdot \vec{m}_2 - 3(\vec{m}_1 \cdot \hat{r})(\vec{m}_2 \cdot \hat{r})\right]$$

- ***Legge di Biot-Savart***

$$d\vec{B} = \frac{\mu_0 I}{4\pi}\frac{d\vec{l'} \times (\vec{r} - \vec{r}')}{|\vec{r} - \vec{r}'|^3} \overset{int.}{\Longrightarrow} \vec{B} = \frac{\mu_0 I}{4\pi}\oint \frac{d\vec{l'} \times (\vec{r} - \vec{r}')}{|\vec{r} - \vec{r}'|^3} \; ; \; \mu_0 = 4\pi\, 10^{-7}$$

- ***Campo magnetico a distanza r da un filo percorso da corrente***

$$\vec{B} = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}$$

- ***Campo magnetico di una spira circolare percorsa da corrente (asse z)***

$$\vec{B} = \frac{\mu_0 I R^2}{2\sqrt{(R^2 + z^2)^3}}$$

- ***Potenziale vettore***

$$\vec{B} = \vec{\nabla} \times \frac{\mu_0 I}{4\pi}\oint \frac{d\vec{l'}}{|\vec{r} - \vec{r}'|} = \vec{\nabla} \times \vec{A}$$

$$\vec{A} = \frac{\mu_0}{4\pi}\int \frac{\vec{J}(\vec{r}')}{|\vec{r} - \vec{r}'|} d\tau'$$

- ***Potenziale scalare (per punti vicini al dipolo)***

$$\varphi = -\frac{\mu_0 I}{4\pi}\Omega$$

- ***Relazioni differenziali per B (teorema di Ampère)***

$$\begin{cases} \nabla \vec{B} = 0 \;\Leftrightarrow\; \int_{\Sigma} \vec{B}\, d\vec{\Sigma} = 0 \\ \vec{\nabla} \times \vec{B} = \mu_0 \vec{J} \;\Leftrightarrow\; \oint \vec{B} d\vec{l} = \mu_0\, I_{conc} \end{cases}$$

- ***Discontinuità di B***

$$\begin{cases} B_{\parallel 1} - B_{\parallel 2} = \mu_0 \cdot \vec{J} \\ B_{\perp 1} - B_{\perp 2} = 0 \end{cases}$$

- ***Solenoide infinito***

$$B_{ext} = 0 \;\; ; \;\; B_{int} = \mu_0 n I$$

- ***Approssimazione del potenziale in una spira***

$$\vec{A} = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{\vec{m} \times \vec{r}}{r^3} \;\; ; \;\; \varphi = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{\vec{m}\,\vec{r}}{r^3}$$

- ***Forza tra due spire percorse da corrente***

$$\vec{F}_{21} = \frac{\mu_0\, I_1 I_2}{4\pi}\oint_1 \oint_2 \frac{\vec{dl_1}\,\vec{dl_2}}{|\vec{r}_{21}|^3}\vec{r}_{21}$$

- ***Forza tra due fili percorsi da corrente***

$$\vec{F} = \frac{\mu_0\, I_1 I_2}{2\pi r}$$

- ***Magnetizzazione***

$$\vec{M} = \frac{d\vec{m}}{d\tau} \;\Longrightarrow\; \vec{M} = \chi_m \vec{H} = \frac{\chi_m}{\mu_0 \mu_r}\vec{B}$$

- ***Suscettività magnetica e magnetismo nella materia-relazione empirica***

$$Definita\; \chi_m = \varepsilon_r - 1 = \frac{B - B_0}{B_0} \;\Longrightarrow\; \begin{cases} diamagnetismo \rightarrow \chi_m < 0 \\ paramagnetismo \rightarrow \chi_m > 0 \\ ferromagnetismo \rightarrow \chi_m \gg 0 \end{cases}$$

- ***Relazioni differenziali per J-Correnti Amperiane***

$$\begin{cases} \vec{J}_{m\sigma} = \vec{\nabla} \times \vec{M} \rightarrow \; densità\; volumetrica\; di\; corrente \\ \vec{J}_{ms} = \vec{M} \times \hat{n} \;\rightarrow\; densità\; superficiale\; di\; corrente \end{cases}$$

- ***Campo H e relazioni differenziali***

$$\vec{H} \overset{\text{def}}{=} \frac{\vec{B} - \mu_0 \vec{M}}{\mu_0}$$

$$\begin{cases} \vec{\nabla} \times \vec{H} = \vec{J} \\ \oint \vec{H} d\vec{l} = \sum_i I_i \end{cases}$$

- ***Discontinuità di H***

$$\begin{cases} \sum_i \mu_i H_i = \sum_k \mu_k H_k \quad componente\ perpendicolare \\ \sum_i H_i = \sum_k H_k \quad componente\ parallela \end{cases}$$

- ***Momento magnetico medio***

$$\overline{m}_z = m_0 \left[\frac{e^y + e^{-y}}{e^y - e^{-y}} - \frac{1}{y}\right] = m_0 L(y) \ \ con\ L(y) = \left[\coth y - \frac{1}{y}\right]\ funzione\ di\ Langevin$$

- ***Mutua induzione***

$$\Phi_{12} = \frac{I_1 \mu_0}{4\pi} \oint_{\gamma_1} \oint_{\gamma_2} \frac{d\vec{s}_1 d\vec{s}_2}{|\vec{r}_2 - \vec{r}_1|} \stackrel{\text{def}}{=} I_1 M_{12}$$

- ***Circuiti RLC***

$$I(t) = \frac{\mathcal{E}_0}{R}\left(1 - e^{-\frac{tR}{L}}\right)$$

- ***Energia di un circuito a induttanza***

$$U = \frac{1}{2} L I^2$$

- ***Energia di un insieme di N correnti***

$$U = \sum_{j=1}^{N} \frac{1}{2} L_j I_j^2 + \sum_{i<j}^{N} M_{ij} I_i I_j$$

- ***Energia intrinseca del campo magnetico***

$$U = \frac{1}{2\mu_0} \int_{\tau} \vec{B}^2 d\tau$$

- ***Leggi di Maxwell per il campo elettromagnetico***

$$\begin{cases} \vec{\nabla} \vec{D} = \rho \\ \vec{\nabla} \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \\ \vec{\nabla} \vec{B} = 0 \\ \vec{\nabla} \times \vec{B} = \mu_0 \vec{J} + \mu_0 \varepsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \end{cases}$$

- ***Legge di Faraday-Neumann***

$$\mathcal{E} = -\frac{d\Phi(B)}{dt}$$