$[\mathbf{E}] = \mathrm{Vm}^{-1}$ $\qquad [\mathbf{D}] = [\mathbf{P}] = \mathrm{Cm}^{-2}$

$[C] = \mathrm{CV}^{-1}$ $\qquad [\varepsilon_0] = 8.85 \cdot 10^{-12}\,\mathrm{Fm}^{-1}$

$$\Phi(\mathbf{E}) = \frac{q_p}{\varepsilon_0}$$

$$\mathbf{E}(r) = \frac{q}{4\pi\varepsilon r^2}\mathbf{u}_r = \frac{\mathbf{D}(r)}{\varepsilon} = \frac{\mathbf{E}_0(r)}{\varepsilon_r}$$

$$\mathbf{E}(R) = \frac{q}{4\pi\varepsilon R^2} = \frac{\sigma_0}{\varepsilon}\mathbf{u}_r$$

$$\Phi(\mathbf{D}) = \oint \mathbf{D}\cdot\mathbf{u}_n d\Sigma = q$$

$$\mathbf{D} = \varepsilon_0\mathbf{E} + \mathbf{P} = \varepsilon\mathbf{E}$$

$$\mathbf{P}(r) = \frac{\varepsilon_r - 1}{\varepsilon_r}\mathbf{D} = \varepsilon_0(\varepsilon_r - 1)\mathbf{E} = \frac{\varepsilon_r - 1}{\varepsilon_r}\sigma_0 = \varepsilon\chi\mathbf{E}$$

$$\mathbf{P}(R) = \frac{\varepsilon_r - 1}{\varepsilon_r}\sigma_0\mathbf{u}_r$$

$$\sigma_p = \mathbf{P}(R)\cdot\mathbf{u}_r = \frac{\varepsilon_r - 1}{\varepsilon_r}\sigma_0 = \varepsilon_0\Delta E =$$
$$= \sigma_0\left(\frac{\varepsilon_{r1} - \varepsilon_{r2}}{\varepsilon_{r1}\varepsilon_{r2}}\right) = \sigma_1 - \sigma_2$$

$$\rho = \nabla\cdot\mathbf{D}$$

$$q_p = -\frac{\varepsilon_r - 1}{\varepsilon_r}q$$

$$V = \int \mathbf{E}\cdot d\mathbf{h}$$

$$C = \frac{q}{V}$$

$$dU_e = \frac{1}{2}V^2 dC$$

$$U_e(x) = \frac{q^2}{2C} = \int \frac{1}{2}e\mathbf{E}^2 d\tau = \int \frac{1}{2}\frac{\mathbf{D}^2}{\varepsilon}d\tau$$

Condensatore piano

$$\mathbf{F} = \frac{\varepsilon_0\rho}{2h}(\varepsilon_r - 1)V_0^2$$

Sfera

$$\mathbf{D}(r) = \frac{q}{4\pi r^2}\mathbf{u}_r$$

$$C = 4\pi\varepsilon R$$

$$\mathbf{E}_c = \left(1 - \frac{1}{3}\right)\mathbf{E}$$

$$q_p(R) = \sigma_p(R)\,4\pi R^2$$

$$\mathbf{p} = 4\pi\varepsilon_0 R^3\frac{\varepsilon_r - 1}{\varepsilon_r - 2}\mathbf{E}_0$$

Cilindro

$$\mathbf{D}(r) = \frac{R}{r}\sigma_0$$

$$\mathbf{E}_c = \mathbf{E} + \frac{\mathbf{P}}{2\varepsilon_0}\left[\left(1 - \cos\left(\theta^+\right)\right) + \left(1 - \cos\left(\theta^-\right)\right)\right]$$

$$C = \frac{2\pi\varepsilon l}{\ln\left(\frac{R_2}{R_1}\right)}$$

$$\mathbf{B} = \mu\mathbf{H} = \frac{\mu i}{4\pi}\oint\frac{d\mathbf{s}\times\mathbf{u}_r}{r^2}$$

$$\mathbf{H} = \frac{\mathbf{B}}{\mu_0} - \mathbf{M}$$

$$\mathbf{M} = \frac{\mathbf{m}}{\tau} = \chi_m\mathbf{H}$$

$$i_m = \oint \mathbf{M}\cdot d\mathbf{s}$$

$$i = \oint \mathbf{H}\cdot d\mathbf{s}$$

$$\mathbf{j}_{s,m} = \mathbf{M}\times\mathbf{u}_n$$

$$\mathbf{j}_m = \nabla\times\mathbf{M}$$

$$\mathbf{j} = \nabla\times\mathbf{H}$$

Solenoide toroidale

$$\mathbf{H} = \frac{Ni}{2\pi r}\mathbf{u}_\phi$$

$$\mathbf{B} = \frac{\mu Ni}{2\pi r}\mathbf{u}_\phi$$

Solenoide indefinito

$$\mathbf{H} = ni\mathbf{u}_z$$

$$\mathbf{j}_m = 0 \qquad \mathbf{j}_{s,m} = \chi_m ni$$

Solenoide rettilineo - cilindro

$$\mathbf{B}(x) = \frac{\mu_0 ni}{2}\left[\cos(\phi_1) + \cos(\phi_2')\right] =$$
$$= \mu_0\frac{\mathbf{M}}{2}\left[\cos(\phi_1) + \cos(\phi_2')\right]$$

Filo rettilineo

$$\mathbf{B} = \frac{\mu_0 i a}{2\pi R\sqrt{R^2 + a^2}}\mathbf{u}_\phi$$

Spira circolare

$$\mathbf{B}\left(x\right) = \frac{\mu_0 i R^2}{2r^3}\mathbf{u}_n = \frac{\mu_0 i R^2}{2\left(x^2 + R^2\right)^{3/2}}$$

Sfera

$$\mathbf{B}_{int} = \frac{2\mu_0 \mathbf{M}}{3}$$

Elettromagnete

$$\mathbf{B} = -\mu_0 \frac{s-h}{h}\mathbf{H} + \mu_0 \frac{Ni}{h}$$

$$\begin{cases} \nabla \times \mathbf{E} = 0 \\ \nabla \cdot \mathbf{D} = 0 \\ \frac{\mathbf{D}}{\varepsilon_0} = \mathbf{E} + \frac{\mathbf{P}}{\varepsilon_0} \end{cases} \qquad \begin{cases} \nabla \times \mathbf{H} = 0 \\ \nabla \cdot \mathbf{B} = 0 \\ \frac{\mathbf{B}}{\mu_0} = \mathbf{H} + \mathbf{M} \end{cases}$$

$$\begin{cases} \mathbf{E} \leftrightarrow \mathbf{H} \\ \frac{\mathbf{D}}{\varepsilon_0} \leftrightarrow \frac{\mathbf{B}}{\mu_0} \\ \frac{\mathbf{P}}{\varepsilon_0} \leftrightarrow \mathbf{M} \end{cases}$$

Componenti **tangenziali continue**:

$$\begin{cases} E_{1,t} = E_{2,t} \\ H_{1,t} = H_{2,t} \end{cases}$$

Componenti **normali continue**:

$$\begin{cases} D_{1,t} = D_{2,t} \\ B_{1,t} = B_{2,t} \end{cases}$$

Componenti **tangenziali discontinue**:

$$\begin{cases} \frac{D_{1,t}}{\varepsilon_{r1}} = \frac{D_{2,t}}{\varepsilon_{r2}} \\ \frac{B_{1,t}}{\kappa_{1.m}} = \frac{B_{2,t}}{\kappa_{2,m}} \end{cases}$$

Componenti **normali discontinue**:

$$\begin{cases} \varepsilon_{r1} E_{1,n} = \varepsilon_{r2} E_{2,n} \\ \kappa_{1,m} H_{1,n} = \kappa_{2,m} H_{2,n} \end{cases}$$

Cavità sottile parallela alle linee di campo

$$\begin{cases} \mathbf{E}_c = \mathbf{E} \\ \mathbf{H}_c = \mathbf{H} \end{cases} \qquad \begin{cases} \mathbf{D}_c = \varepsilon_0 \mathbf{E}_c \neq \mathbf{D} = \varepsilon_0 \mathbf{E} + \mathbf{P} \\ \mathbf{B}_c = \mu_0 \mathbf{H}_c \neq \mathbf{B} = \mu_0 \left(\mathbf{H} + \mathbf{M}\right) \end{cases}$$

Cavità piatta ortogonale alle linee di campo

$$\begin{cases} \mathbf{E}_c = \mathbf{E} + \frac{\mathbf{P}}{\varepsilon_0} \\ \mathbf{H}_c = \mathbf{H} + \mathbf{M} \end{cases} \qquad \begin{cases} \mathbf{D}_c = \mathbf{D} \\ \mathbf{B}_c = \mathbf{B} \end{cases}$$

Cavità sferica

$$\begin{cases} \mathbf{E}_c = \mathbf{E} + \frac{\mathbf{P}}{3\varepsilon_0} \\ \mathbf{H}_c = \mathbf{H} + \frac{\mathbf{M}}{3} \end{cases} \qquad \begin{cases} \mathbf{D}_c = \varepsilon_0 \mathbf{E}_c + \frac{\mathbf{P}}{3} \neq \mathbf{D} = \varepsilon_0 \mathbf{E} + \mathbf{P} \\ \mathbf{B}_c = \mu_0 \left(\mathbf{H} + \frac{\mathbf{M}}{3}\right) \neq \mathbf{B} = \mu_0 \left(\mathbf{H} + \mathbf{M}\right) \end{cases}$$

Cavità di forma qualunque

$$\begin{cases} \mathbf{E}_c = \mathbf{E} + \gamma \frac{\mathbf{P}}{\varepsilon_0} \\ \mathbf{H}_c = \mathbf{H} + \gamma \mathbf{M} \end{cases} \qquad \begin{cases} \mathbf{E}_{\text{int}} = -\frac{\mathbf{P}}{3\varepsilon_0} \quad \mathbf{E}_{\text{ext}} = \frac{2\mathbf{P}}{3\varepsilon_0} \\ \mathbf{D}_{\text{int}} = \frac{2}{3}\mathbf{P} \quad \mathbf{D}_{\text{ext}} = \frac{2}{3}\mathbf{P} \end{cases}$$

$$\begin{cases} \mathscr{E} = \oint \mathbf{E} d\mathbf{s} \\ \mathscr{F} = \oint \mathbf{H} d\mathbf{s} \end{cases}$$

$$\begin{cases} \mathbf{j} = \sigma \mathbf{E} \\ \mathbf{B} = \mu \mathbf{H} \end{cases}$$

$$\begin{cases} i = \int \mathbf{j} \cdot \mathbf{u}_n d\Sigma \\ \mathbf{\Phi} = \int \mathbf{B} \mathbf{u}_n d\Sigma \end{cases}$$

$$\begin{cases} R = \oint \frac{d\mathbf{s}}{\sigma \Sigma} \\ \mathscr{R} = \oint \frac{d\mathbf{s}}{\mu \Sigma} \end{cases}$$

$$\begin{cases} \mathscr{E} = Ri \\ \mathscr{F} = \mathscr{R}\mathbf{\Phi} \end{cases}$$

$$\lambda_0 = \frac{c}{\nu} \qquad \mathbf{k} = \frac{2\pi}{\lambda_0} n_1 \qquad \omega = 2\pi\nu \qquad v = \lambda\nu$$

$$P_{\text{rad,ass}} = \frac{\mathbf{I}}{c} = \frac{I}{c}\cos^2\theta$$

$$\left(P_{\text{rad,ass}}\right)_m = \frac{\mathbf{I}}{c} = \frac{I}{3c}$$

$$P_{\text{rad,rif}} = \frac{2\mathbf{I}}{c} = \frac{2I}{c}\cos^2\theta$$

$$\left(P_{\text{rad,rif}}\right)_m = \frac{2\mathbf{I}}{c} = \frac{2I}{3c}$$

$$\mathbf{S} = \mathbf{E} \times \mathbf{H}$$

$$P = \int \mathbf{S} \cdot \mathbf{u}_n d\Sigma$$

$$I = S_m = \frac{1}{2}\varepsilon v E_0^2 = \frac{p_0^2 \omega^4}{32\pi^2 \varepsilon_0 c^3} \frac{sin^2\theta}{r^2}$$

$$I_0 = \frac{p_0^2 \omega^4}{32\pi^2 \varepsilon_0 c^3}$$

$$I_{sferica} = \frac{1}{2}\varepsilon v \frac{r_0 E_0^2}{r^2} = \frac{n}{2 \cdot 377} \frac{E_0^2}{r^2}$$

$$I_{cilindrica} = \frac{1}{2}\varepsilon v \frac{r_0 E_0^2}{r} = \frac{n}{2 \cdot 377} \frac{E_0^2}{r}$$

Dipolo elettrico

$$P = \frac{8\pi}{3} I_0$$

$$I_0 = \frac{a^2 i_0^2 \omega^2}{32\pi^2 \varepsilon_0 c^3}$$

$$\theta_i = \theta_r$$

$$\frac{\sin\theta_i}{\sin\theta_t} = \frac{v_1}{v_2} = \frac{n_2}{n_1}$$

Potere dispersivo: $D = \frac{d\theta}{d\lambda} = \frac{1}{d}\frac{m}{\cos\theta_m}$

Potere risolutivo: $R = \frac{\lambda}{\Delta\lambda} = mN$

Larghezza angolare: $\Delta(\sin\theta) = \frac{2\lambda}{Nd}$

$$r_1 = \frac{n_1 - n_2}{n_1 + n_2} \qquad t_1 = \frac{2n_1}{n_1 + n_2}$$

$$R = r_1^2 \qquad T = 1 - R$$

Interferenza **costruttiva**

$$\delta = 2m\pi, \qquad d = (2m-1)\frac{\lambda_0}{4n_2}, \qquad m = 1, 2, \ldots$$

Interferenza **distruttiva**

$$\delta = (2m'+1)\pi, \qquad d = m'\frac{\lambda_0}{2n_2}, \qquad m = 0, 1, 2, \ldots$$

$$\sin\theta = 1.22\frac{\lambda}{D} = 0.61\frac{\lambda}{R}$$

$$\frac{1}{p} + \frac{1}{q} = \frac{1}{f}$$

$$f = \frac{n_1}{n_2 - n_1}\frac{R_1 R_2}{R_2 - R_1}$$

Stato di polarizzazione	Equazione dell'onda	Intensità dell'onda
Onda rettilinea	$E_y = E_0 \cos\theta \sin(kx - \omega t)$ $E_z = E_0 \sin\theta \sin(kx - \omega t)$	$I_y = \frac{1}{2}\frac{n}{Z_0}E_0^2\cos^2\theta$ $I_z = \frac{1}{2}\frac{n}{Z_0}E_0^2\sin^2\theta$ $I = I_y + I_z = \frac{1}{2}\frac{n}{Z_0}E_0^2$
Onda ellittica	$E_y = E_{0_y}\sin(kx - \omega t)$ $E_z = E_{0_z}\cos(kx - \omega t)$	$I_y = \frac{1}{2}\frac{n}{Z_0}E_{0_y}^2$ $I_z = \frac{1}{2}\frac{n}{Z_0}E_{0_z}^2$ $I = I_y + I_z = \frac{1}{2}\frac{n}{Z_0}\left(E_{0_y}^2 + E_{0_z}^2\right)$
Onda circolare	$E_y = E_0 \sin(kx - \omega t)$ $E_z = E_0 \cos(kx - \omega t)$	$I_y = \frac{1}{2}\frac{n}{Z_0}E_0^2$ $I_z = I_y$ $I = I_y + I_z = \frac{n}{Z_0}E_0^2$
Onda non polarizzata	$E_y = \left(E_{0_y}\right)_m \sin(kx - \omega t)$ $E_z = \left(E_{0_z}\right)_m \sin[kx - \omega t + \delta(t)]$	$I_y = \frac{1}{2}\frac{n}{Z_0}\left(E_{0_y}^2\right)_m$ $I_z = I_y$ $I = \frac{1}{2}\frac{n}{Z_0}\left(E_0^2\right)_m$

Polarizzazione	Intensità incidente	Intensità trasmessa
Ellittica	$I = I_y + I_z$	$I_p(\alpha) = I_y\cos^2\alpha + I_z\sin^2\alpha$
Circolare	$I_y = I_z = \frac{I}{2}$	$I_p(\alpha) = \frac{I}{2}$
Rettilinea	$I_y = I\cos^2\theta$ $I_z = I\sin^2\theta$	$I_p(\alpha) = I\cos^2(\theta - \alpha)$
Luce ordinaria	$I_y = I_z = \frac{I}{2}$	$I_p(\alpha) = \frac{I}{2}$

	Sfasamento	Ampiezze diverse		Ampiezze uguali	
max	$\delta = 0, 2\pi$	$A = A_1 + A_2$	$I = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2}$	$A = 2A_0$	$I = 4I_0$
min	$\delta = \pi, 3\pi$	$A = \lvert A_1 - A_2\rvert$	$I = I_1 + I_2 - 2\sqrt{I_1 I_2}$	$A = 0$	$I = 0$

Specchio concavo

Oggetto		Immagine	
$+\infty \geq p \geq -R$	reale	$\frac{R}{2} \geq q \geq R$	reale
$-R \geq p \geq -\frac{R}{2}$	reale	$R \geq q \geq -\infty$	reale
$-\frac{R}{2} \geq p \geq 0$	reale	$+\infty \geq q \geq 0$	virtuale
$0 > p \geq -\infty$	virtuale	$0 \geq q \geq \frac{R}{2}$	reale

Specchio convesso

Oggetto		Immagine	
$+\infty \geq p \geq -R$	reale	$\frac{R}{2} \geq q \geq R$	virtuale
$-R \geq p \geq -\frac{R}{2}$	virtuale	$R \geq q \geq -\infty$	reale
$-\frac{R}{2} \geq p \geq 0$	virtuale	$+\infty \geq q \geq 0$	virtuale
$0 > p \geq -\infty$	virtuale	$0 \geq q \geq \frac{R}{2}$	virtuale

Diottro sferico convesso

Oggetto		Immagine	
$+\infty \geq p \geq f_1$	reale	$f_2 \leq q \leq +\infty$	reale
$f_1 \geq p \geq 0$	reale	$-\infty \leq q \leq 0$	virtuale
$0 \geq p \geq -\infty$	virtuale	$0 \leq q \leq f_2$	reale

Lenti sottili

Oggetto		Immagine		
$+\infty \geq p \geq f$	reale	$f \leq q \leq +\infty$	reale	
$f \geq p \geq 0$	reale	$-\infty \leq q \leq 0$	virtuale	$\frac{1}{f} > 0$
$0 \geq p \geq -\infty$	virtuale	$0 \leq q \leq f$	reale	
$+\infty \geq p \geq 0$	reale	$f \leq q \leq 0$	virtuale	
$0 \geq p \geq f$	virtuale	$0 \leq q \leq +\infty$	reale	$\frac{1}{f} < 0$
$f \geq p \geq -\infty$	virtuale	$-\infty \leq q \leq f$	virtuale	

FORMULARIO ELETTROMAGNETISMO

- ***Forza di Coulomb : forza che intercorre tra due particelle cariche***

$$\vec{f} = \frac{k\, q_1 q_2}{r^2}\,\hat{r} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_1 q_2}{r^2}\,\hat{r} \qquad \varepsilon_0 = 8.8542\ 10^{-12}\frac{C^2}{Nm^2}$$

- ***Campo elettrico** : quantità vettoriale generata da una carica*

$$\vec{f} = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0}\sum_{i=1}^{N}\frac{q_i}{r^2{}_{iQ}}\widehat{r_{iQ}} = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0}\,\vec{E} \ \Rightarrow\ \vec{f}(\vec{r}) = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0}\sum_{i=1}^{N}\frac{q_i}{|r_i - r|^2}|r_i \widehat{\ } r| \to \vec{E} = \frac{\vec{f}}{q_0}$$

- ***Densità di carica superficiale, volumetrica e lineare :***

$$\rho = \frac{Q_{tot}}{\tau} \quad ; \quad \sigma = \frac{Q_{tot}}{\Sigma} \quad ; \quad \lambda = \frac{Q_{tot}}{l} \qquad al\ discreto$$

$$Q_{tot} = \int_\tau \rho\, d\tau = \int_\Sigma \sigma\, d\Sigma = \int_l \lambda\, dl \qquad al\ continuo$$

- ***Campo elettrico a distanza x da un filo infinito carico***

$$\vec{E}(x) = \frac{1}{2\,\pi\varepsilon_0}\frac{\lambda}{x}\,\hat{x}$$

- ***Campo elettrico a distanza x da una spira di raggio r***

$$\vec{E}(x) = \frac{1}{2\,\varepsilon_0}\frac{\lambda\, x\, r}{\sqrt{(x^2 + r^2)^3}}\hat{x}$$

- ***Campo elettrico a distanza x da un anello di raggio r***

$$\vec{E}(x) = \frac{1}{2\,\varepsilon_0}\frac{\lambda\, x\, r}{\sqrt{(x^2 + r^2)^3}}\,\hat{x}$$

- ***Campo elettrico a distanza x da un disco di raggio r***

$$\vec{E}(x) = \frac{\sigma}{2\,\varepsilon_0}\left(1 - \frac{|x|}{\sqrt{x^2 + r^2}}\right)\hat{x} = \frac{\sigma}{2\,\varepsilon_0}\,(1 - cos(\alpha))\hat{x}$$

- ***Campo elettrico a distanza x da un piano infinito uniformemente carico***

$$\vec{E}(x) = \lim_{r\to\infty}\left[\frac{\sigma}{2\,\varepsilon_0}\left(1 - \frac{|x|}{\sqrt{x^2 + r^2}}\right)\right]\hat{x} = \frac{\sigma}{2\,\varepsilon_0}\hat{x}$$

- ***Flusso di un campo elettrico***

$$\Phi_\Sigma(E) = \int_\Sigma \vec{E}\cdot d\vec{\Sigma} \xrightarrow{sup.chiusa} \Phi = \oint_\Sigma \vec{E}\cdot d\vec{\Sigma}$$

- ***Flusso del campo elettrico in una sfera***

$$\Phi_\Sigma(E) = \oint_\Sigma \vec{E}\cdot d\vec{\Sigma} = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0}\frac{1}{r^2}\oint ds = \frac{Q}{\varepsilon_0}$$

- ***Campo elettrico in una sfera piena carica (a partire dal flusso)***

$$E = \begin{cases} \dfrac{Q}{4\pi\varepsilon_0}\dfrac{1}{R^3}r & se\ r < R \\ \dfrac{Q}{4\pi\varepsilon_0}\dfrac{1}{r^2} = \dfrac{\rho r}{3\varepsilon_0} & se\ r > R \end{cases}$$

- ***Campo elettrico in una sfera cava carica (a partire dal flusso)***

$$E = \begin{cases} 0 & se\ r < R \\ \dfrac{Q}{4\pi\varepsilon_0}\dfrac{1}{r^2} & se\ r > R \end{cases}$$

- ***Angolo solido: formula generalizzata***

$$d\Omega = \frac{d\Sigma}{r^2}\hat{n}\ [steradiante] \qquad \Omega \leq 4\pi$$

- ***Teorema di Gauss***

$$\Phi_\Sigma(E) = \int_\Sigma \vec{E}\,\overrightarrow{d\Sigma} = \frac{Q_{int}}{\varepsilon_0}$$

- ***Teorema di Gauss in forma differenziale (divergenza del campo elettrico)***

$$\Phi_\Sigma(E) = \int_\Sigma \vec{E}\,\overrightarrow{d\Sigma} = \frac{Q_{int}}{\varepsilon_0} = \frac{1}{\varepsilon_0}\int_\tau \rho\,d\tau = \int_\tau \vec{\nabla}\cdot\vec{E}d\tau$$

$$I\ eq. Maxwell \quad \vec{\nabla}\cdot\vec{E} = \frac{\rho}{\varepsilon_0}$$

- ***Lavoro e Potenziale elettrico***

$$W = \int_A^B \vec{f}\,d\vec{l} = \frac{qQ}{4\pi\varepsilon_0}\int_A^B \frac{\hat{r}}{r^2}d\vec{l} = \frac{qQ}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{1}{r_a} - \frac{1}{r_b}\right) \quad \Rightarrow \quad U = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0}\sum_{i=1}^{N}\frac{q_i}{r_{iQ}} \quad \Rightarrow \quad U = Q\cdot V(\vec{r})$$

Energia dovuta al potenziale di un campo elettrico generato da Q.

- ***Potenziale generato da una carica puntiforme q in un punto a distanza r***

$$V(\vec{r}) = \int_r^\infty \vec{E}\,d\vec{s} = V(r) - V(\infty) = V(r) = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0\,r}$$

- ***Potenziale generato da un sistema di N cariche***

$$V(\vec{r}) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\sum_{i=1}^{N}\frac{q_i}{|\vec{r} - \vec{r_i}|} + C$$

- ***Potenziali generati da distribuzioni di carica superficiali , volumetriche o lineari***

$$V(\vec{r}) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\int_\tau \rho(\vec{r}')\frac{d\tau'}{|\vec{r} - \vec{r}'|}; V(\vec{r}) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\int_\Sigma \sigma(\vec{r}')\frac{d\Sigma'}{|\vec{r} - \vec{r}'|}; V(\vec{r}) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\int_l \lambda(\vec{r}')\frac{dl'}{|\vec{r} - \vec{r}'|}$$

- ***Relazioni differenziali per il campo elettrico***

$$\vec{E} = -grad\ V = -\vec{\nabla}\cdot \mathrm{V}$$

$$coord.cart. \quad E = \begin{cases} E_x = -\dfrac{\partial V}{\partial x} \\ E_y = -\dfrac{\partial V}{\partial y} \\ E_z = -\dfrac{\partial V}{\partial z} \end{cases} \qquad coord.sferiche \quad E = \begin{cases} E_r = -\dfrac{\partial V}{\partial r} \\ E_\theta = -\dfrac{1}{r}\dfrac{\partial V}{\partial \theta} \\ E_\varphi = -\dfrac{1}{r\sin\theta}\dfrac{\partial V}{\partial \varphi} \end{cases}$$

- ***Delta di Dirac : definisce dalla carica volumetrica quella definita in un modo qualunque nello spazio***

$$\delta(x) = \begin{cases} 0 & per\ x \neq 0 \\ +\infty & per\ x = 0 \end{cases} \quad ; \quad \int_{-\infty}^{+\infty}\delta(x) = 1 \quad ; \quad \int_{-\infty}^{+\infty} f(x)\,\delta(x) = f(0)$$

- ***Carica volumetrica con delta di Dirac***

$$Q(x_1, y_1, z_1) = \int_\tau \rho\,d\tau = \int_\tau \rho(x, y, z)\,d\tau = \int_\tau q_1\,\delta(x - x_1)\,\delta(y - y_1)\,\delta(z - z_1)d\tau$$

- ***Differenza di potenziale per un filo carico da un punto x0 a un punto x***

$$\Delta V = -\frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0}\ln\frac{r}{r_0}$$

- ***Potenziale elettrico di dipolo (due cariche q a distanza h)***

$$V=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{\vec{p}\cdot\vec{r}}{r^3}\qquad \vec{p}=q\vec{h}\ momento\ di\ dipolo$$

- ***Campo elettrico di dipolo***

$$\vec{E}=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\left[3\left(\frac{\vec{p}\cdot\vec{r}}{r^5}\right)\vec{r}-\frac{\vec{p}}{r^3}\right]=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{3\hat{r}(\vec{p}\cdot\hat{r})-\vec{p}}{r^3}$$

Per un $\vec{p}=p\hat{z}$ valgono le seguenti scomposizioni

$$E=\begin{cases}E_x=p\,\dfrac{1}{4\pi\varepsilon_0}\dfrac{xz}{r^5}\\ E_y=p\,\dfrac{1}{4\pi\varepsilon_0}\dfrac{yz}{r^5}\\ E_z=p\,\dfrac{1}{4\pi\varepsilon_0}\dfrac{3\cos\theta-1}{r^3}\end{cases}$$

- ***Momento torcente di dipolo in campo elettrico***

$$\vec{\Gamma}=qEh\sin\theta=\left|\vec{p}\times\vec{E}\right|$$

- ***Energia del dipolo***

$$U=-\vec{E}\,\vec{p}$$

- ***Energia di interazione tra due dipoli (d=distanza tra i dipoli)***

$$U_{es}=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0 d^3}[\vec{p}_1\cdot\vec{p}_2-3(\vec{p}_1\cdot\hat{r})(\vec{p}_2\cdot\hat{r})]$$

- ***Potenziale approssimato con momento di dipolo e quadrupolo***

$$V=V^{(0)}+V^{(1)}+V^{(2)}+o\left(V^{(3)}\right)=$$
$$=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{r}+\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{\vec{r}}{r^3}\,q\,\vec{h}+\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{1}{6\,r^5}\sum_{ij}q_{ij}(3x_ix_j-\delta_{ij}r^2)+o\left(V^{(3)}\right)$$

- ***Rotore del campo elettrico e terza legge di Maxwell***

$$\vec{\nabla}\times\vec{\mathrm{E}}=\begin{vmatrix}\hat{x}&\hat{y}&\hat{z}\\ \dfrac{\partial}{\partial x}&\dfrac{\partial}{\partial y}&\dfrac{\partial}{\partial z}\\ E_x&E_y&E_z\end{vmatrix}$$

$$\vec{\nabla}\times\vec{\mathrm{E}}=0$$

- ***Teorema di Stokes (circuitazione di un campo)***

$$\oint\vec{E}\cdot d\vec{s}=\int_{\Sigma}\vec{\nabla}\times\vec{\mathrm{E}}\ d\Sigma$$

- ***Capacità*** $C=Q/V$
- ***Capacità di una sfera conduttrice di raggio R***

$$C=4\pi\varepsilon_0\,R$$

- ***Capacità di un condensatore sferico***

$$C=\frac{4\pi\varepsilon_0 r_1 r_2}{r_2-r_1}$$

- ***Capacità di un condensatore cilindrico***

$$C = \frac{2\pi h\varepsilon}{\ln(r_2/r_1)}$$

- ***Capacità di un condensatore piano***

$$C = \varepsilon_0 \frac{\Sigma}{h}$$

- ***Condensatori in serie e parallelo***

$$serie: \frac{1}{C_{eq}} = \sum_{k=0}^{n} \frac{1}{C_k} \;\; ; \;\; parallelo: C_{eq} = \sum_{k=1}^{n} C_k$$

- ***Energia di un sistema di condensatori***

$$\frac{1}{2}CV^2 = \frac{1}{2}\frac{Q^2}{C} = \frac{1}{2}QV$$

- ***Energia elettrostatica di un sistema di cariche***

$$U_{es} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{1}{2}\sum_{i\neq j}\frac{q_i q_j}{r_{ij}} = \frac{\varepsilon_0}{2}\int_{\tau} E^2\, d\tau$$

- ***Pressione elettrostatica di un condensatore a superfici piane***

$$p = \frac{F}{\Sigma} \equiv \frac{\sigma^2}{2\varepsilon_0} \quad ; \quad F = -Q\frac{\sigma}{2\varepsilon_0}$$

- ***Energia di una sfera carica di raggio R***

$$U = \frac{3}{20}\frac{q^2}{\pi\varepsilon_0 R}$$

- ***Equazioni di Poisson e Laplace***

$$\nabla^2 V = -\frac{\rho}{\varepsilon_0} \xrightarrow{spazio\ vuoto} \nabla^2 V = 0$$

- ***Discontinuità del campo elettrico su superficie***

$$\begin{cases} E_{2\perp} - E_{1\perp} = \dfrac{\sigma}{\varepsilon_0} \\ E_{2\parallel} - E_{1\parallel} = 0 \end{cases}$$

- ***Dielettrici Relazione empirica***

$$C_0 = \frac{\varepsilon_0\Sigma}{h} \Rightarrow C = \varepsilon_r C_0 \Rightarrow C > C_0$$

- ***Condensatore riempito in parte con dielettrico***

$$C = \frac{\varepsilon_0 b}{h}[a + (\varepsilon_r - 1)x]$$

$$U = \frac{1}{2}\frac{Q^2 h}{\varepsilon_0 h}\frac{\varepsilon_r - 1}{a + (\varepsilon_r - 1)x}$$

- ***Polarizzazione per deformazione***

$$f = -kx \Rightarrow q\vec{E} = k\vec{x} \Rightarrow p = qx \Rightarrow p = \frac{q^2 E}{k} = \alpha_d E$$

$$\alpha_d \rightarrow polarizzabilità\ elettronica\ per\ deformazione$$

- ***Funzione probabilità di un insieme di dipoli sotto campo esterno***

$$dW(\vartheta) = \frac{1}{2}e^{\frac{p_0 E\cos\vartheta}{K_b T}}\sin\vartheta\, d\vartheta \cong \frac{1}{2}\left(1 + \frac{p_0 E_i \cos\vartheta}{K_b T}\right)\sin\vartheta\, d\vartheta$$

- ***Momento medio di dipolo***

$$\overline{p_z} = \langle p_z \rangle = \int_0^{\pi} p_0 \cos\vartheta\; dW = \frac{p_0^2}{3K_b T}E_i = \alpha_0 E_i$$

$$\alpha_0 \rightarrow polarizzabilità\ elettronica\ per\ orientamento$$

- ***Polarizzazione complessiva di un mezzo***

$$\vec{P} = \lim_{\tau\to 0}\frac{\sum_i \vec{p_i}}{\tau} = dN\frac{\langle p_z\rangle}{d\tau} = \langle p_z\rangle\, n \quad , \quad n \to numero\ dipoli\ per\ unità\ di\ volume$$

- ***Potenziale di dielettrico polarizzato***

$$V(\vec{r}) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\oint\frac{\vec{P}d\vec{s}'}{|\vec{r}-\vec{r}'|} + \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\int\frac{(-\nabla'\vec{P})}{|\vec{r}-\vec{r}'|}\,d\tau' = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\oint\frac{\sigma\, d\Sigma'}{|\vec{r}-\vec{r}'|} + \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\int\frac{\rho\, d\tau'}{|\vec{r}-\vec{r}'|} \iff$$

$$\iff \begin{cases}\sigma_p = \vec{P}\cdot\hat{n}\\ \rho_p = -\nabla\cdot\vec{P}\end{cases}$$

- ***Relazioni tra campo elettrico, polarizzazione,costante dielettrica***

$$\vec{P} = \varepsilon_0\,\chi\,\vec{E} \quad ,\chi \to suscettività\ dielettrica$$

$$E_0 = \frac{\sigma_0}{\varepsilon_0}\ ;\ \sigma_p = \vec{P}\hat{n} = \varepsilon_0\,\chi\,E' \ \Longrightarrow E' = \frac{\sigma_0-\sigma_p}{\varepsilon_0} = \frac{\sigma_0-\varepsilon_0\,\chi\,E'}{\varepsilon_0} = \frac{\sigma_0}{\varepsilon_0} - \chi\,E' \ \Longrightarrow$$

$$E' = \frac{E_0}{1+\chi} \quad\Longrightarrow\ \varepsilon_r = 1+\chi$$

- ***Induzione dielettrica***

$$\vec{D} = \varepsilon_0\vec{E} + \vec{P} \quad\Rightarrow\quad \begin{cases}\nabla\cdot\vec{D} = \rho\\ \oint\vec{D}\,\hat{n}\,d\Sigma = q_{libere}\end{cases}$$

- ***Discontinuità di D***

$$D_2 - D_1 = \sigma_i$$

- ***Campo all'esterno di una sfera uniformemente polarizzata***

$$\vec{D}(r) = \frac{q}{4\pi r^2}\hat{r} \quad\Longrightarrow\quad \vec{E}(r) = \frac{\vec{D}(r)}{\varepsilon} \quad\Longrightarrow\quad \vec{E}(r) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon_r}\frac{q}{r^2}$$

- ***Equazione di Clausius-Mossotti***

$$\vec{P} = n\,\langle p\rangle = n\alpha\left(\vec{E}+\frac{\vec{P}}{3\varepsilon_0}\right) \quad\Longrightarrow\quad \vec{P} = \frac{n\alpha}{1-\frac{n\alpha}{3\varepsilon_0}}\,\vec{E} = \varepsilon_0\,\chi\,\vec{E} \quad\Longrightarrow\quad \alpha = \frac{3\varepsilon_0}{n}\frac{\varepsilon_r-1}{\varepsilon_r+2}$$

- ***Discontinuità del campo elettrico in presenza di dielettrici***

$$\begin{cases}E_{1\parallel} = E_{2\parallel}\\ E_{2\perp}\,\varepsilon_{r2} = E_{1\perp}\,\varepsilon_{r1}\end{cases} \quad\Longrightarrow\quad \frac{\tan\vartheta_1}{\tan\vartheta_2} = \frac{\varepsilon_{r1}}{\varepsilon_{r2}}$$

- ***Energia elettrostatica nei dielettrici***

$$U_{es} = \frac{\varepsilon_0}{2}\int_\tau E^2\,d\tau = \frac{1}{2\varepsilon_0\varepsilon_r}\int_\tau D^2\,d\tau$$

- ***Densità di corrente elettrica***

$$\vec{J} = n\,q\,\vec{v}_d \qquad ove\quad \vec{v}_d = -\frac{el}{mv}\,\vec{E}\quad è\ la\ velocità\ di\ deriva$$

- ***Corrente elettrica***

$$I = \int_\Sigma \vec{J}\cdot d\vec{\Sigma} \quad [Ampère]$$

- ***Conservazione della carica***

$$\Phi_\Sigma(J) = \oint_\Sigma \vec{J}\cdot d\vec{\Sigma} = -\frac{dq_{int}}{dt}$$

- ***Equazione di continuità***

$$\nabla\cdot\vec{J} + \frac{\partial\rho}{\partial t} = 0 \xRightarrow{stazionarietà} \nabla\cdot\vec{J} = 0$$

- ***Legge di Ohm della conduzione elettrica***

$$\vec{J} = \sigma\,\vec{E}\quad ove\quad \sigma = \frac{ne^2l}{mv}\ è\ la\ conduttività\ ;\quad se\ \rho = \frac{1}{\sigma} \ \Longrightarrow\ \vec{E} = \rho\cdot\vec{J}\quad ove\ \rho\ è\ la\ resistività$$

- ***Legge di Ohm per i conduttori metallici***

$$V = \frac{\rho h}{\Sigma} I \implies R = \frac{\rho h}{\Sigma}\ resistenza \implies V = RI$$

- ***Potenza ed effetto Joule***

$$dP = \frac{dW}{dt} = VI \implies P = RI^2 = \frac{V^2}{R}$$

- ***Resistori in serie o in parallelo***

$$serie: R_{eq} = \sum_i R_i \quad ; \quad parallelo: \frac{1}{R_{eq}} = \sum_i \frac{1}{R_i}$$

- ***Forza elettromotrice***

$$f.e.m. = \mathcal{E} = \int_b^a \vec{E}^* d\vec{s}\ \ con\ \vec{E}^*\ campo\ eletromotore$$

- ***Legge di Ohm generalizzata***

$$V_A - V_B + \sum_k \mathcal{E}_k = R_T I$$

- ***Carica e scarica di circuiti RC***

$$carica: \begin{cases} q(t) = C\mathcal{E}\left(1 - e^{-\frac{t}{RC}}\right) \\ V_C = \mathcal{E}\left(1 - e^{-\frac{t}{RC}}\right) \end{cases} \quad scarica: \left\{ q(t) = q_0\, e^{-\frac{t}{RC}} \right.$$

- ***Campo magnetico***

$$[B] = \left[\frac{N}{C\frac{m}{s}}\right] = Tesla \ \rightarrow \ 1T = 10^4\ Gauss$$

- ***II° legge di Laplace***

$$d\vec{f} = I\, d\vec{l} \times \vec{B}$$

- ***Forza di Lorentz***

$$\vec{f} = q\,\vec{v} \times \vec{B}$$

- ***Moto di una particella in campo elettro-magnetico***

$$m\frac{d\vec{v}}{dt} = q(\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B}) \implies \begin{cases} \vartheta = \frac{\pi}{2} \rightarrow \ circonferenza\ di\ raggio\ r_b = \frac{mv}{qB} \\ \vartheta\ qualsiasi \rightarrow \ elica\ con\ passo\ p_b = \frac{2\pi mv\cos\vartheta}{qB} \end{cases}$$

- ***Frequenza di ciclotrone***

$$\nu_B = \frac{qB}{2\pi m}$$

- ***Momento magnetico di una spira percorsa da corrente***

$$\vec{m} = I\,\vec{S} = I\,S\,\hat{n} \overset{tot}{\implies} \vec{M} = I\,\vec{S} \times \vec{B}$$

- ***Momento magnetico di un disco rotante***

$$\vec{m} = \frac{Q\omega R^2}{4}\hat{n}$$

- ***Dipolo magnetico(potenziale vettore e scalare)***

$$\varphi = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{\vec{m}\cdot\vec{r}}{r^3} \quad ; \quad \vec{A} = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{\vec{m} \times \vec{r}}{r^3}$$

- ***Energia e momento di un dipolo***

$$U_{mec} = -\vec{m}\,\vec{B} \quad ; \quad \vec{\tau}_m = \vec{m} \times \vec{B}$$

- ***Energia di interazione tra due dipoli magnetici***

$$U_m = \frac{\mu_0}{4\pi r^3}[\vec{m}_1 \cdot \vec{m}_2 - 3(\vec{m}_1 \cdot \hat{r})(\vec{m}_2 \cdot \hat{r})]$$

- ***Legge di Biot-Savart***

$$d\vec{B}=\frac{\mu_0 I}{4\pi}\frac{d\vec{l'}\times(\vec{r}-\vec{r}')}{|\vec{r}-\vec{r}'|^3} \overset{int.}{\Longrightarrow} \vec{B}=\frac{\mu_0 I}{4\pi}\oint\frac{d\vec{l'}\times(\vec{r}-\vec{r}')}{|\vec{r}-\vec{r}'|^3}\ ;\ \mu_0=4\pi\ 10^{-7}$$

- ***Campo magnetico a distanza r da un filo percorso da corrente***

$$\vec{B}=\frac{\mu_0 I}{2\pi r}$$

- ***Campo magnetico di una spira circolare percorsa da corrente (asse z)***

$$\vec{B}=\frac{\mu_0 I R^2}{2\sqrt{(R^2+z^2)^3}}$$

- ***Potenziale vettore***

$$\vec{B}=\vec{\nabla}\times\frac{\mu_0 I}{4\pi}\oint\frac{d\vec{l'}}{|\vec{r}-\vec{r}'|}=\vec{\nabla}\times\vec{A}$$

$$\vec{A}=\frac{\mu_0}{4\pi}\int\frac{\vec{J}(\vec{r}')}{|\vec{r}-\vec{r}'|}d\tau'$$

- ***Potenziale scalare (per punti vicini al dipolo)***

$$\varphi=-\frac{\mu_0 I}{4\pi}\Omega$$

- ***Relazioni differenziali per B (teorema di Ampère)***

$$\begin{cases}\nabla\vec{B}=0 \iff \int_\Sigma \vec{B}\,d\vec{\Sigma}=0\\ \vec{\nabla}\times\vec{B}=\mu_0\vec{J} \iff \oint\vec{B}d\vec{l}=\mu_0\ I_{conc}\end{cases}$$

- ***Discontinuità di B***

$$\begin{cases}B_{\parallel 1}-B_{\parallel 2}=\mu_0\cdot\vec{J}\\ B_{\perp 1}-B_{\perp 2}=0\end{cases}$$

- ***Solenoide infinito***

$$B_{ext}=0\ ;\ B_{int}=\mu_0 nI$$

- ***Approssimazione del potenziale in una spira***

$$\vec{A}=\frac{\mu_0}{4\pi}\frac{\vec{m}\times\vec{r}}{r^3}\ ;\ \varphi=\frac{\mu_0}{4\pi}\frac{\vec{m}\,\vec{r}}{r^3}$$

- ***Forza tra due spire percorse da corrente***

$$\vec{F}_{21}=\frac{\mu_0\ I_1 I_2}{4\pi}\oint_1\oint_2\frac{\vec{dl_1}\ \vec{dl_2}}{|\vec{r}_{21}|^3}\vec{r}_{21}$$

- ***Forza tra due fili percorsi da corrente***

$$\vec{F}=\frac{\mu_0\ I_1 I_2}{2\pi r}$$

- ***Magnetizzazione***

$$\vec{M}=\frac{d\vec{m}}{d\tau} \Longrightarrow \vec{M}=\chi_m\vec{H}=\frac{\chi_m}{\mu_0\mu_r}\vec{B}$$

- ***Suscettività magnetica e magnetismo nella materia-relazione empirica***

$$Definita\ \chi_m=\varepsilon_r-1=\frac{B-B_0}{B_0} \Longrightarrow \begin{cases}diamagnetismo\rightarrow\ \chi_m<0\\ paramagnetismo\rightarrow\ \chi_m>0\\ ferromagnetismo\rightarrow\ \chi_m\gg 0\end{cases}$$

- ***Relazioni differenziali per J-Correnti Amperiane***

$$\begin{cases}\vec{J}_{m\sigma}=\vec{\nabla}\times\vec{M}\rightarrow\ densità\ volumetrica\ di\ corrente\\ \vec{J}_{ms}=\vec{M}\times\hat{n}\ \rightarrow\ densità\ superficiale\ di\ corrente\end{cases}$$

- ***Campo H e relazioni differenziali***

$$\vec{H}\overset{\text{def}}{=}\frac{\vec{B}-\mu_0\vec{M}}{\mu_0}$$

$$\begin{cases} \vec{\nabla} \times \vec{\mathrm{H}} = \vec{\mathrm{J}} \\ \oint \vec{H} d\vec{l} = \sum_i I_i \end{cases}$$

- ***Discontinuità di H***

$$\begin{cases} \sum_i \mu_i H_i = \sum_k \mu_k H_k \quad componente\ perpendicolare \\ \sum_i H_i = \sum_k H_k \quad componente\ parallela \end{cases}$$

- ***Momento magnetico medio***

$$\overline{m}_z = m_0 \left[\frac{e^y + e^{-y}}{e^y - e^{-y}} - \frac{1}{y}\right] = m_0 L(y)\ \ con\ L(y) = \left[\coth y - \frac{1}{y}\right]\ funzione\ di\ Langevin$$

- ***Mutua induzione***

$$\Phi_{12} = \frac{I_1 \mu_0}{4\pi} \oint_{\gamma_1} \oint_{\gamma_2} \frac{d\vec{s}_1 d\vec{s}_2}{|\vec{r}_2 - \vec{r}_1|} \stackrel{\text{def}}{=} I_1 M_{12}$$

- ***Circuiti RLC***

$$I(t) = \frac{\mathcal{E}_0}{R}\left(1 - e^{-\frac{tR}{L}}\right)$$

- ***Energia di un circuito a induttanza***

$$U = \frac{1}{2} L I^2$$

- ***Energia di un insieme di N correnti***

$$U = \sum_{j=1}^{N} \frac{1}{2} L_j I_j^2 + \sum_{i<j}^{N} M_{ij} I_i I_j$$

- ***Energia intrinseca del campo magnetico***

$$U = \frac{1}{2\mu_0} \int_\tau \vec{B}^2 d\tau$$

- ***Leggi di Maxwell per il campo elettromagnetico***

$$\begin{cases} \vec{\nabla}\,\vec{D} = \rho \\ \vec{\nabla} \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \\ \vec{\nabla}\,\vec{B} = 0 \\ \vec{\nabla} \times \vec{B} = \mu_0 \vec{J} + \mu_0 \varepsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \end{cases}$$

- ***Legge di Faraday-Neumann***

$$\mathcal{E} = -\frac{d\Phi(B)}{dt}$$

FISICA GENERALE II
FORMULARIO di ELETTROMAGNETISMO

1) Elettrostatica

$\epsilon = \epsilon_o \epsilon_r$ = costante dielettrica assoluta ; ϵ_r = costante dielettrica relativa
Nel vuoto(e nella maggior parte dei gas, condizioni STP)$\epsilon_r \simeq 1$

Legge di Coulomb nel vuoto : $\overrightarrow{F} = \dfrac{1}{4\pi\epsilon_o}\dfrac{q_1 q_2}{r^2}\hat{r}$

Campo elettrostatico : $\overrightarrow{E} = \dfrac{\overrightarrow{F}}{q}$ o $\overrightarrow{E} = \dfrac{d\overrightarrow{F}}{dq}$

Potenziale : forma integrale :$V(P_1) - V(P_2) = \int_{P_1}^{P_2} \overrightarrow{E} \cdot \overrightarrow{dl}$
forma differenziale :$\overrightarrow{E} = -\overrightarrow{grad}\, V = -\overrightarrow{\nabla} V$

Conservativitá del campo elettrostatico
Forma integrale : $\oint \overrightarrow{E} \cdot \overrightarrow{dl} = 0$
Forma differenziale : $\overrightarrow{\nabla} \times \overrightarrow{E} = 0$

Campo elettrostatico e potenziale generati da :
-carica isolata puntiforme : $\overrightarrow{E} = \dfrac{1}{4\pi\epsilon}\dfrac{q}{r^2}\hat{r} \qquad V = \dfrac{1}{4\pi\epsilon}\dfrac{q}{r}$
-distribuzione discreta di carica : $\overrightarrow{E} = \dfrac{1}{4\pi\epsilon}\sum_i \dfrac{q_i}{r_i^2}\hat{r}_i \qquad V = \dfrac{1}{4\pi\epsilon}\sum \dfrac{q_i}{r_i}$
-distribuzione continua di carica : $\overrightarrow{E} = \dfrac{1}{4\pi\epsilon}\int_\Omega \dfrac{\rho d\tau}{r^2}\hat{r} \qquad V = \dfrac{1}{4\pi\epsilon}\int_\Omega \dfrac{\rho d\tau}{r}$

Dipolo elettrico
Potenziale : $V = \dfrac{1}{4\pi\epsilon}\dfrac{\overrightarrow{p} \cdot \overrightarrow{r}}{r^3} = -\dfrac{1}{4\pi\epsilon}\overrightarrow{p} \cdot \overrightarrow{\nabla}(\dfrac{1}{r})$
Campo : $\overrightarrow{E} = \dfrac{1}{4\pi\epsilon}[\dfrac{3(\overrightarrow{p} \cdot \overrightarrow{r})}{r^5}\overrightarrow{r} - \dfrac{\overrightarrow{p}}{r^3}]$
Energia del dipolo in un campo esterno : $U = -\overrightarrow{p} \cdot \overrightarrow{E}$
Forza agente su un dipolo costante: $\overrightarrow{F} = -\overrightarrow{\nabla} U = \overrightarrow{\nabla}(\overrightarrow{p} \cdot \overrightarrow{E})$
Momento meccanico agente : $\overrightarrow{\tau} = \overrightarrow{p} \times \overrightarrow{E}$

Multipoli
Il potenziale generato da una distribuzione di carica, a grande distanza dalle cariche, puó venir espresso tramite uno sviluppo in serie i cui primi termini sono :

$$V = \frac{1}{4\pi\epsilon}\frac{Q}{r} + \frac{1}{4\pi\epsilon}\frac{\overrightarrow{p} \cdot \overrightarrow{r}}{r^3} + ...$$

(Q carica totale e $\overrightarrow{p}$ momento di dipolo della distribuzione)
distribuzione discreta : $\overrightarrow{p} = (\sum_i q_i x_i \ , \ \sum_i q_i y_i \ , \ \sum_i q_i z_i)$

distribuzione continua : $\overrightarrow{p} = (\int \rho\ x\ d\tau\ ,\ \int \rho\ y\ d\tau\ ,\ \int \rho\ z\ d\tau)$

Legge di Gauss

Forma integrale : $\int_{\Sigma} \overrightarrow{E} \cdot \hat{n}\ dS = \dfrac{Q_{int}}{\epsilon_o}$ (Σ superficie chiusa)

Forma differenziale : $\overrightarrow{\nabla} \cdot \overrightarrow{E} = \dfrac{\rho}{\epsilon_o}$

Conduttori

- $\overrightarrow{E}_{int} = 0$
- conduttore è sempre equipotenziale
- campo in vicinanza di un conduttore(Teorema di Coulomb): $\overrightarrow{E} = \dfrac{\sigma}{\epsilon_o}\hat{n}$
- forza per unitá di superficie su un conduttore :$\dfrac{dF}{dS} = \dfrac{\sigma^2}{2\epsilon_o}$

Equazione del potenziale elettrostatico

Equazione di Poisson : $\nabla^2 V = -\dfrac{\rho}{\epsilon_o}$

Equazione di Laplace : $\nabla^2 V = 0$ (dove $\rho = 0$)

Condensatori

Definizione di capacitá : $C = \dfrac{Q}{\Delta V}$

Capacitá cond. piano : $C = \epsilon\dfrac{S}{d}$

Capacitá cond. cilindrico : $C = 2\pi\epsilon\dfrac{L}{\log(r_{est}/r_{int})}$

Capacitá cond. sferico : $C = 4\pi\epsilon\dfrac{r_{int}r_{est}}{r_{est} - r_{int}}$

Condensatori in parallelo : $C = C_1 + C_2 + ... + C_N$

Condensatori in serie : $\dfrac{1}{C} = \dfrac{1}{C_1} + \dfrac{1}{C_2} + ... + \dfrac{1}{C_N}$

Energia del condensatore : $U = \dfrac{1}{2}Q\ \Delta V = \dfrac{1}{2}C\ \Delta V^2 = \dfrac{1}{2}\dfrac{Q^2}{C}$

Forza tra armature : $F = \dfrac{Q^2}{2\epsilon S}$
(cond.piano)

Dielettrici

Vettore polarizzazione : $\overrightarrow{P} = \lim_{\Delta\tau\to 0}\dfrac{\Delta\overrightarrow{p}}{\Delta\tau}$
(momento dip. per unitá volume)

mezzo isotropo e lineare : $\overrightarrow{P} = \epsilon_o\chi\overrightarrow{E}$

Suscettivitá dielettrica : $\chi_e = N[\alpha_{def} + \alpha_{orien}] \simeq N[4\pi R_{at}^3 + \dfrac{1}{3\epsilon_o}\dfrac{p_o^2}{kT}]$

(N = no. molecole per unitá di volume)

Costante dielettrica relativa: $\epsilon_r = \chi + 1$

Vettore spostamento elettrico : $\overrightarrow{D} = \epsilon_o\overrightarrow{E} + \overrightarrow{P} = \epsilon_o\epsilon_r\overrightarrow{E}$

Cariche di polarizzazione : $\sigma_{pol} = \overrightarrow{P} \cdot \hat{n}$
: $\rho_{pol} = -\overrightarrow{\nabla} \cdot \overrightarrow{P}$

Equazioni dell'elettrostatica in presenza di dielettrici

$$\vec{\nabla} \times \vec{E} = 0 \quad ; \quad \oint \vec{E} \cdot \vec{dl} = 0$$
$$\vec{\nabla} \cdot \vec{D} = \rho \quad ; \quad \int_\Sigma \vec{D} \cdot \hat{n} dS = Q_{lib}$$

Condizioni di continuitá all'interfaccia fra due mezzi

$$E_{t1} = E_{t2} \quad ; \quad D_{n1} = D_{n2}$$

Dielettrici densi

Campo di Lorentz : $\vec{E}_m = \vec{E} + \frac{\vec{P}}{3\epsilon_o}$

Formula Clausius-Mossotti : $\frac{\epsilon_r - 1}{\epsilon_r + 2} = \frac{N\alpha}{3\epsilon_o}$

Energia elettrostatica

Energia distribuzione discreta : $U = \frac{1}{2}\frac{1}{4\pi\epsilon}\sum_{i,ji\neq j}\frac{q_i q_j}{r_{ij}} = \frac{1}{2}\sum_i q_i V_i$

(V_i potenziale di tutte le cariche $\neq i$)

Energia distribuzione continua : $U = \frac{1}{2}\int \rho V \, d\tau$

Energia sistema conduttori : $U = \frac{1}{2}\sum_i Q_i V_i$

(V_i potenziale conduttore i con carica Q_i)

Densitá energia del campo : $u = \frac{1}{2}\vec{E} \cdot \vec{D} = \frac{1}{2}\epsilon_o\epsilon_r E^2$

Densitá energia interazione di un dielettrico in un campo esterno:

$$u = \frac{1}{2}\vec{E} \cdot \vec{D} = \frac{1}{2}\epsilon_o\epsilon_r E^2$$

2) Correnti stazionarie

Densitá di corrente : $\vec{j} = nq\vec{v} = \rho \, \vec{v}$

Equazione di continuitá : $\vec{\nabla} \cdot \vec{j} = -\frac{\partial\rho}{\partial t}$($\rho$=densitá di carica)

Intensitá di corrente : $i = \frac{dq}{dt} = \int_\Sigma \vec{j} \cdot \hat{n} \, dS$

Legge di Ohm (forma locale) : $\vec{j} = \sigma \vec{E}$(σ=conducibilitá)

per elemento finito : $V = R \, i$

Resistenza conduttore di sezione costante : $R = \frac{1}{\sigma}\frac{l}{S} = \rho_s\frac{l}{S}$

N resistenze in serie : $R = R_1 + R_2 + ... + R_N$

N resistenze in parallelo : $\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + ... + \frac{1}{R_N}$

Leggi di Kirchhoff - legge dei nodi : $\sum_k i_k = 0$

legge delle maglie : $\sum_k i_k R_k = \sum_k V_k$

Effetto Joule(potenza $P = dW/dt$,W=energia):

in forma locale : $dP = \vec{j} \cdot \vec{E} \, d\tau$

conduttore finito : $P = V \, i = i^2 \, R$

3) Magnetismo

Magnetostatica nel vuoto

Campo generato da una carica in moto : $\overrightarrow{B} = \frac{\mu_o}{4\pi} q \frac{\overrightarrow{v} \times \overrightarrow{r}}{r^3}$

Campo generato da una corrente : $\overrightarrow{B} = \frac{\mu_o}{4\pi} i \int \frac{\overrightarrow{dl} \times \overrightarrow{r}}{r^3}$

-filo rettilineo indefinito : $\overrightarrow{B} = \frac{\mu_o}{2\pi} \frac{i}{r} \hat{\tau}$

-spira circolare (sull'asse !) : $\overrightarrow{B} = \frac{\mu_o}{2} i \frac{R^2}{\sqrt{(R^2 + z^2)^3}} \hat{k}$

-interno solenoide indefinito : $B = \mu_o\ i\ n \quad [n = \frac{N_{spire}}{L}]$

Forza agente su una corrente : $\overrightarrow{F} = \int i \overrightarrow{dl} \times \overrightarrow{B}$

Forza su carica in moto(Forza Lorentz) : $\overrightarrow{F} = q\ \overrightarrow{v} \times \overrightarrow{B}$

Equazioni della magnetostatica nel vuoto:

$$\overrightarrow{\nabla} \cdot \overrightarrow{B} = 0 \quad ; \quad \int_{\Sigma chiusa} \overrightarrow{B} \cdot \hat{n} dS = 0$$
$$\overrightarrow{\nabla} \times \overrightarrow{B} = \mu_o \overrightarrow{j} \quad ; \quad \oint \overrightarrow{B} \cdot \overrightarrow{dl} = \mu_o \sum i_{conc}$$

Dipolo magnetico

Momento dipolo distrib. correnti: $\overrightarrow{m} = \frac{1}{2} \int \overrightarrow{r} \times \overrightarrow{j} d\tau$

Per una spira piana: $\overrightarrow{m} = i\ S\ \hat{n}$

Potenziale Vettore : $\overrightarrow{A} = \frac{\mu_o}{4\pi} \frac{\overrightarrow{m} \times \overrightarrow{r}}{r^3}$

Campo : $\overrightarrow{B} = \frac{\mu_o}{4\pi} [\frac{3(\overrightarrow{m} \cdot \overrightarrow{r})}{r^5} \overrightarrow{r} - \frac{\overrightarrow{m}}{r^3}]$

Energia dipolo in campo esterno : $U = -\overrightarrow{m} \cdot \overrightarrow{B}$

Momento agente su dipolo in campo esterno : $\overrightarrow{M} = \overrightarrow{m} \times \overrightarrow{B}$

Momento magnetico e momento angolare di una carica q, massa m, in moto circolare uniforme: $\overrightarrow{m} = \frac{q}{2m} \overrightarrow{L}$

Precessione (di Larmor) in campo esterno:

$$\omega_L = \frac{qB}{m}$$

Potenziale vettore

Definizione : $\overrightarrow{B} = \overrightarrow{\nabla} \times \overrightarrow{A}$

Equazione del potenziale : $\nabla^2 \overrightarrow{A} = -\mu_o \overrightarrow{j}$

Potenziale generato da un dipolo : $\overrightarrow{A} = \frac{\mu_o}{4\pi} \frac{\overrightarrow{m} \times \overrightarrow{r}}{r^3}$

Proprietá magnetiche della materia

Vettore magnetizzazione : $\overrightarrow{M} = \lim_{\Delta\tau \to 0} \frac{\Delta \overrightarrow{m}}{\Delta \tau}$

(momento dipolo per unitá di volume)

mezzo isotropo e lineare : $\overrightarrow{M} = \frac{1}{\mu_o} \frac{\chi}{1+\chi} \overrightarrow{B} = \chi\ \overrightarrow{H}$

Suscettivitá magnetica: $\chi_m = \chi_{dia} + \chi_{par} \simeq -\mu_o \frac{NZe^2 < r^2 >}{6m_e} + \mu_o \frac{N}{3}\frac{m_o^2}{kT}$

Vettore campo magnetico $\overrightarrow{H}$: $\overrightarrow{H} = \frac{1}{\chi}\overrightarrow{M}$

Relazione fra $\overrightarrow{B}$ e $\overrightarrow{H}$: $\overrightarrow{B} = \mu_o \overrightarrow{H} + \mu_o \overrightarrow{M} = \mu_o \mu_r \overrightarrow{H}$

: $\mu_r = \chi + 1$

Correnti di magnetizzazione : $j_{sup} = \overrightarrow{M} \times \hat{n}$

: $j_{vol} = \overrightarrow{\nabla} \times \overrightarrow{M}$

Equazioni della magnetostatica nei mezzi materiali

$$\overrightarrow{\nabla} \times \overrightarrow{H} = \overrightarrow{j}_{libere} \quad ; \quad \oint \overrightarrow{H} \cdot \overrightarrow{dl} = \sum i_{conc}$$
$$\overrightarrow{\nabla} \cdot \overrightarrow{B} = 0 \quad ; \quad \int_{\Sigma chiusa} \overrightarrow{B} \cdot \hat{n} dS = 0$$

Condizioni di continuitá all'interfaccia fra due mezzi

$$H_{t1} = H_{t2} \quad ; \quad B_{n1} = B_{n2}$$

Circuiti magnetici

Legge di Hopkinson : $F = R\Phi$

$F = Ni$ (forza magnetomotrice)

$R = \frac{1}{\mu}\frac{l}{S}$ (Riluttanza)

Riluttanze in serie : $R = R_1 + R_2 + ... + R_N$

Riluttanze in parallelo : $\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + ... + \frac{1}{R_N}$

4) Campi variabili

Campi quasi-statici

Legge di Faraday-Neumann

Forma integrale : $\oint \overrightarrow{E} \cdot \overrightarrow{dl} = -\frac{d\Phi}{dt} = -\frac{d}{dt}\int_\Sigma \overrightarrow{B} \cdot \hat{n} dS$

Forma locale : $\overrightarrow{\nabla} \times \overrightarrow{E} = -\frac{\partial \overrightarrow{B}}{\partial t}$

Coefficiente di mutua induzione fra due circuiti :

$\Phi_2 = M_{12} i_1$; $\Phi_1 = M_{21} i_2$; $M_{12} = M_{21}$

Coefficiente di autoinduzione :$\Phi = Li$

Induttanza solenoide : $L = \mu_o n^2 \; l \; S$

Energia magnetica

Energia sistema circuiti : $U = \frac{1}{2}\sum_k \Phi_k i_k$

Densitá energia del campo : $u = \frac{1}{2}\overrightarrow{H} \cdot \overrightarrow{B} = \frac{1}{2}\mu_o \mu_r H^2 = \frac{1}{2}\frac{B^2}{\mu_o \mu_r}$

Energia induttore : $U = \frac{1}{2} L \, i^2$

5) Circuiti elettrici

Grandezze variabili sinusoidalmente e fasori :

$$i = i_o \cos(\omega t + \phi) \equiv \Re[i_o \exp(i\phi) \exp(i\omega t)] = \Re[I]$$

$$I = \tilde{I}_o e^{(i\omega t)} \quad ; \quad \tilde{I}_o = i_o e^{i\phi}$$

Circuito RC : $R\dfrac{dq}{dt} + \dfrac{q}{C} = V$

Carica C : $q = CV(1 - \exp(-t/\tau) \;\; ; \;\; \tau = RC$

Scarica C : $q = q_o \exp(-t/\tau)$

Circuito RL : $L\dfrac{di}{dt} + R\, i = V$

Extracorrente chiusura : $i = \dfrac{V}{R}(1 - \exp(-t/\tau) \;\; ; \;\; \tau = L/R$

Extracorrente apertura : $i = \dfrac{V}{R}\exp(-t/\tau)$

Circuito RLC serie : $L\dfrac{d^2 i}{dt^2} + R\dfrac{di}{dt} + \dfrac{1}{C}i = V$

Frequenza di risonanza : $\omega_r = 2\pi\nu_r = \dfrac{1}{\sqrt{LC}}$

Impedenze complesse :

resistenza : $Z = R$

capacitá : $Z = \dfrac{1}{i\omega C}$

induttanza : $Z = i\omega L$

6) Onde elettromagnetiche

Equazioni di Maxwell

Forma differenziale	Forma integrale
$\overrightarrow{\nabla} \cdot \overrightarrow{D} = \rho$	$\int_\Sigma \overrightarrow{D} \cdot \hat{n} dS = Q_i nt$
$\overrightarrow{\nabla} \cdot \overrightarrow{B} = 0$	$\int_\Sigma \overrightarrow{B} \cdot \hat{n} dS = 0$
$\overrightarrow{\nabla} \times \overrightarrow{E} = -\dfrac{\partial \overrightarrow{B}}{\partial t}$	$\oint_\Gamma \overrightarrow{E} \cdot \hat{dl} = -\dfrac{\partial}{\partial t}\displaystyle\int_\Sigma \overrightarrow{B} \cdot \hat{n}\, dS$
$\overrightarrow{\nabla} \times \overrightarrow{H} = \overrightarrow{j} + \dfrac{\partial \overrightarrow{D}}{\partial t}$	$\oint_\Gamma \overrightarrow{H} \cdot \hat{dl} = \int_\Sigma \overrightarrow{j} \cdot \hat{n}\, dS + \dfrac{\partial}{\partial t}\displaystyle\int_\Sigma \overrightarrow{D} \cdot \hat{n}\, dS$

Densitá corrente di spostamento : $\overrightarrow{j} = \dfrac{\partial \overrightarrow{D}}{\partial t}$

Legge di Ohm(per conduttori) : $\overrightarrow{j} = \sigma \overrightarrow{E}$

Caratteristiche generali propagazione per onde

Equazione delle onde (3D) : $\nabla^2\phi - \dfrac{1}{v^2}\dfrac{\partial^2\phi}{\partial t^2} = 0$

Equazione delle onde (1D) : $\dfrac{\partial^2\phi}{\partial z^2} - \dfrac{1}{v^2}\dfrac{\partial^2\phi}{\partial t^2} = 0$

parametri dell'onda sinusoidale :

numero d'onda : $k = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{\omega}{v}$

vettore d'onda : $\overrightarrow{k} = k\,\overrightarrow{(\text{versore propag.})}$

lunghezza d'onda : $\lambda = \frac{v}{\nu}$

pulsazione : $\omega = 2\pi\nu$

onda piana sinusoidale progressiva(1D) :

$$\phi = \phi_0 \sin(kz - \omega t) \equiv \phi_0 e^{i(kz-\omega t)}$$

onda sferica sinusoidale progressiva(1D) :

$$\phi = \frac{\phi_0}{r} \sin(\overrightarrow{k} \cdot \overrightarrow{r} - \omega t) = \phi_0 e^{i(\overrightarrow{k} \cdot \overrightarrow{r} - \omega t)}$$

Caratteristiche delle onde elettromagnetiche

Velocitá di propagazione(fase) : $v = \frac{c}{\sqrt{\epsilon_r \mu_r}} \quad ; \quad c = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_o \mu_o}}$

Trasversalitá onde e.m. : $\overrightarrow{E} = \overrightarrow{v} \times \overrightarrow{B}$

Onda piana (polarizzata $\parallel$ asse-x) :

$$E = E_x = E_o \sin(kz - \omega t)$$
$$B = B_y = B_o \sin(kz - \omega t)$$

$$E_o = vB_o = Z_o H_o \quad ; \quad Z_o = \sqrt{\frac{\mu_o}{\epsilon_o}} \simeq 377\Omega$$

Velocitá di gruppo : $v_g = \frac{d\omega}{dk} = \frac{c}{n(\omega) + \omega \frac{dn}{d\omega}}$

Effetto Doppler (c=velocitá onda e.m.):

$$\nu' = \nu \frac{1 - (v_{oss}/c)\cos\theta}{\sqrt{1 - v_{sor}^2/c^2}}$$

Effetto Doppler nel moto collineare(non relativistico, v=velocitá onda):

$$\nu' = \frac{v - v_{oss}}{v - v_{sor}} \nu$$

Energia e impulso dell'onda

Densitá di energia : $u = \frac{1}{2}\epsilon E^2 + \frac{1}{2}\mu H^2 = \epsilon E^2 = \frac{B^2}{\mu}$
(energia per unitá di volume)

Vettore di Poynting : $\overrightarrow{\mathcal{P}} = \overrightarrow{E} \times \overrightarrow{H}$

Intensitá (istantanea)dell'onda : $\mathcal{I} = \left|\overrightarrow{\mathcal{P}}\right| = v\epsilon E^2 = vu$
(potenza per unitá di superficie)

Intensitá (media) dell'onda(sinusoidale) : $< \mathcal{I} >= v\epsilon \frac{E^2}{2}$

Quantitá di moto dell'onda : $\overrightarrow{p} = u_{on}\hat{k} = \frac{\overrightarrow{\mathcal{P}}}{v}$
(per unitá di superficie e unitá di tempo)

Dipolo elettrico oscillante

$p(t) = p_o \sin \omega t$
Campo a grandi distanze(vuoto) :
$E_\theta = \frac{1}{4\pi\epsilon_o} \frac{p_o}{r} \sin\theta (\frac{\omega}{c})^2 \sin(kr - \omega t)$; $B_\phi = \frac{1}{4\pi\epsilon_o} \frac{p_o}{cr} \sin\theta (\frac{\omega}{c})^2 \sin(kr - \omega t)$
Intensitá(media) irraggiata dal dipolo : $< \mathcal{I} >= \frac{p_o^2 \omega^4}{32\pi^2 \epsilon_o c^3 r^2} \sin^2\theta$
(energia per unitá superficie e unitá di tempo)
Potenza(media) totale irraggiata dal dipolo : $P =< \frac{dE}{dt} >= \frac{p_o^2 \omega^4}{12\pi\epsilon_o c^3}$

Carica accelerata

Potenza(media) totale irraggiata (carica q oscillante sinusoid. $z = z_o \sin \omega t$

:

$$P =< \frac{dE}{dt} >= \frac{q^2 z_o^2 \omega^4}{12\pi\epsilon_o c^3}$$

Intensitá irraggiata da carica accelerata nella direzione θ(rispetto all'accelerazione):

$$I(\theta) = \frac{dP}{d\theta} = \frac{q^2 a^2}{16\pi^2 \epsilon_o c^3} \sin^2\theta$$

Potenza istantanea irraggiata da una carica accelerata : $P = \frac{dE}{dt} = \frac{q^2 a^2}{6\pi\epsilon_o c^3}$

7) Ottica

Ottica geometrica

Indice di rifrazione : $n = \sqrt{\epsilon_r}$; $\epsilon_r = \epsilon_r(\omega)$ cost. dielettrica
velocitá della luce in un mezzo : $v = \frac{c}{n}$
cammino ottico : $d = \sum_i n_i l_i$
Leggi di Snell : $\theta_{inc} = \theta_{rifl}$; $\frac{\sin\theta_1}{\sin\theta_2} = \frac{n_2}{n_1} = \frac{v_1}{v_2}$
angolo limite : $\sin\theta_{lim} = \frac{n_2}{n_1}$; se $n_2 < n_1$
angolo di Brewster : $\tan\theta_{Bre} = \frac{n_2}{n_1}$
Formule di Fresnel ($\mu_1 = \mu_2 \simeq \mu_o$):

$$(\frac{E_{rifl}}{E_{inc}})_\parallel = \frac{n_2\cos\theta_1 - n_1\cos\theta_2}{n_2\cos\theta_1 + n_1\cos\theta_2} = \frac{\tan(\theta_1 - \theta_2)}{\tan(\theta_1 + \theta_2)}$$

$$(\frac{E_{rifl}}{E_{inc}})_\perp = \frac{n_1\cos\theta_1 - n_2\cos\theta_2}{n_1\cos\theta_1 + n_2\cos\theta_2} = -\frac{\sin(\theta_1 - \theta_2)}{\sin(\theta_1 + \theta_2)}$$

$$(\frac{E_{tra}}{E_{inc}})_\parallel = \frac{2n_1\cos\theta_1}{n_2\cos\theta_1 + n_1\cos\theta_2} = \frac{2\cos\theta_1\sin\theta_2}{\sin(\theta_1 + \theta_2)\cos(\theta_1 - \theta_2)}$$

$$(\frac{E_{tra}}{E_{inc}})_\perp = \frac{2n_1\cos\theta_1}{n_1\cos\theta_1 + n_2\cos\theta_2} = \frac{2\cos\theta_1\sin\theta_2}{\sin(\theta_1 + \theta_2)}$$

trasmittivitá : $t = (\frac{E_{tra}}{E_{inc}})^2$

riflettivitá : $r = (\frac{E_{rifl}}{E_{inc}})^2$

Caso di incidenza normale di onda non polarizzata:

$$t = (\frac{2\sqrt{n_1 n_2}}{n_1 + n_2})^2$$

$$r = (\frac{n_1 - n_2}{n_1 + n_2})^2$$

Formula lenti sottili: $\frac{1}{p} + \frac{1}{q} = \frac{1}{f} \quad ; \quad \frac{1}{f} = (n-1)(\frac{1}{r_2} - \frac{1}{r_1})$

Interferenza

Interferenza fra onde piane,sinusoidali, lin. polarizzate:

$$E_1 = A_1 \sin[(kz - \omega t) + \phi_1]$$

$$E_2 = A_2 \sin[(kz - \omega t) + \phi_2]$$

$$I \;=\; I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2}\cos(\phi_1 - \phi_2)$$

Due sorgenti coerenti(alla Young) : $I = I_o \cos^2 \beta$

$$\beta = \frac{\pi d}{\lambda} \sin\theta \quad (d = \text{distanza fra sorgenti})$$

N sorgenti coerenti : $I = I_o[\frac{\sin^2(N\delta/2)}{\sin^2(\delta/2)}]$

$$\delta = \frac{2\pi}{\lambda} d \sin\theta \quad (b = \text{larghezza fenditura})$$

Diffrazione

Diffrazione(di Fraunhofer) da fenditura rettangolare :

$$I = I_o(\frac{\sin^2\alpha}{\alpha^2})$$

$$\alpha = \frac{\pi b}{\lambda} \sin\theta \quad (b = \text{larghezza fenditura})$$

condizione per i minimi $\quad ; \quad \sin\theta = n\frac{\lambda}{b} \; [n \neq 0]$

Diffrazione(di Fraunhofer) da foro circolare :

$$I = I_o[\frac{2J_1(2\pi R \sin\theta/\lambda)}{2\pi R \sin\theta/\lambda}]^2$$

condizione per il 1^o minimo ; $\quad \sin\theta = 1.22\frac{\lambda}{2R}$

Diffrazione(di Fraunhofer) da reticolo di N fenditure :

$$I = I_o(\frac{\sin^2\alpha}{\alpha^2})(\frac{\sin^2 N\beta}{\sin^2\beta})$$

$$\alpha = \frac{\pi b}{\lambda} \sin\theta \quad (b = \text{larghezza fenditura})$$

$$\beta = \frac{\pi p}{\lambda} \sin\theta \quad (p = \text{distanza fra fenditure})$$

massimi di intensitá ; $\quad p\sin\theta = n\lambda$ [p= passo]

Potere dispersivo del reticolo ; $\frac{d\theta}{d\lambda} = \frac{n}{p\cos\theta}$

Potere risolutivo del reticolo $\quad ; \frac{\lambda}{\Delta\lambda} = nN$

8) Operatori vettoriali e trasformazioni di coordinate

Coordinate cartesiane

Elemento di volume : $d\tau = dx\ dy\ dz$

$$grad\ f \equiv \overrightarrow{\nabla}\ f = \frac{\partial f}{\partial x}\hat{i}_x + \frac{\partial f}{\partial y}\hat{i}_y + \frac{\partial f}{\partial z}\hat{i}_z$$

$$div\ \overrightarrow{v} \equiv \overrightarrow{\nabla} \cdot \overrightarrow{v} = \frac{\partial v_x}{\partial x} + \frac{\partial v_y}{\partial y} + \frac{\partial v_z}{\partial z}$$

$$rot\overrightarrow{v} \equiv \overrightarrow{\nabla} \times \overrightarrow{v} = [\frac{\partial v_y}{\partial z} - \frac{\partial v_z}{\partial y}]\hat{i}_x + [\frac{\partial v_z}{\partial x} - \frac{\partial v_x}{\partial z}]\hat{i}_y + [\frac{\partial v_x}{\partial y} - \frac{\partial v_y}{\partial x}]\hat{i}_z$$

$$\text{Laplaciano : } \nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}$$

Coordinate cilindriche

Trasformazione da $(x, y, z) \Leftrightarrow (\rho, \theta, z)$:

$x = \rho\cos\theta$; $y = \rho\sin\theta$

Elemento di volume : $d\tau = \rho\ d\rho\ d\theta\ dz$

$$grad\ f \equiv \overrightarrow{\nabla}\ f = \frac{\partial f}{\partial \rho}\hat{i}_\rho + \frac{1}{\rho}\frac{\partial f}{\partial \theta}\hat{i}_\theta + \frac{\partial f}{\partial z}\hat{i}_z$$

$$div\ \overrightarrow{v} \equiv \overrightarrow{\nabla} \cdot \overrightarrow{v} = \frac{1}{\rho}\frac{\partial}{\partial \rho}(\rho v_\rho) + \frac{1}{\rho}\frac{\partial}{\partial \theta}v_\theta + \frac{\partial}{\partial z}v_z$$

$$rot\overrightarrow{v} \equiv \overrightarrow{\nabla} \times \overrightarrow{v} = [\frac{1}{\rho}\frac{\partial v_z}{\partial \theta} - \frac{\partial v_\theta}{\partial z}]\hat{i}_\rho + [\frac{\partial v_\rho}{\partial z} - \frac{\partial v_z}{\partial \rho}]\hat{i}_\theta + \frac{1}{\rho}[\frac{\partial(\rho v_\theta)}{\partial \rho} - \frac{\partial v_\rho}{\partial \theta}]\hat{i}_z$$

$$\text{Laplaciano : } \nabla^2 = \frac{1}{\rho}\frac{\partial}{\partial \rho}(\rho\frac{\partial}{\partial \rho}) + \frac{1}{\rho^2}\frac{\partial^2}{\partial \theta^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}$$

Coordinate sferiche

Trasformazione da $(x, y, z) \Leftrightarrow (\rho, \theta, \phi)$:

$x = \rho\sin\theta\cos\phi$; $y = \rho\sin\theta\sin\phi$; $z = \rho\cos\theta$

Elemento di volume : $d\tau = \rho^2\ \sin\theta\ d\rho\ d\theta\ d\phi$

$$grad\ f \equiv \overrightarrow{\nabla}\ f = \frac{\partial f}{\partial \rho}\hat{i}_\rho + \frac{1}{\rho}\frac{\partial f}{\partial \theta}\hat{i}_\theta + \frac{1}{\rho\sin\theta}\frac{\partial f}{\partial \phi}\hat{i}_\phi$$

$$div\ \overrightarrow{v} \equiv \overrightarrow{\nabla} \cdot \overrightarrow{v} = \frac{1}{\rho^2}\frac{\partial}{\partial \rho}(\rho^2 v_\rho) + \frac{1}{\rho\sin\theta}\frac{\partial}{\partial \theta}(v_\theta\sin\theta) + \frac{1}{\rho\sin\theta}\frac{\partial v_\phi}{\partial \phi}$$

$$rot\overrightarrow{v} \equiv \overrightarrow{\nabla} \times \overrightarrow{v} = \frac{1}{\rho\sin\theta}[\frac{\partial(v_\phi\sin\theta)}{\partial \theta} - \frac{\partial v_\theta}{\partial \phi}]\hat{i}_\rho + \frac{1}{\rho}[\frac{1}{\sin\theta}\frac{\partial v_\rho}{\partial \phi} - \frac{\partial(\rho v_\phi)}{\partial \rho}]\hat{i}_\theta + \frac{1}{\rho}[\frac{\partial(\rho v_\theta)}{\partial \rho} - \frac{\partial v_\rho}{\partial \theta}]\hat{i}_\phi$$

$$\text{Laplaciano : } \nabla^2 = \frac{1}{\rho^2}\frac{\partial}{\partial \rho}(\rho^2\frac{\partial}{\partial \rho}) + \frac{1}{\rho^2\sin\theta}[\frac{\partial}{\partial \theta}(\sin\theta\frac{\partial}{\partial \theta})] + \frac{1}{\sin\theta}\frac{\partial^2}{\partial \phi^2}$$

Relazioni vettoriali utili

$$\overrightarrow{a} \times (\overrightarrow{b} \times \overrightarrow{c}) = \overrightarrow{b}(\overrightarrow{a} \cdot \overrightarrow{c}) - \overrightarrow{c}(\overrightarrow{a} \cdot \overrightarrow{b})$$

$$rot\ grad\ f \equiv \overrightarrow{\nabla} \times \overrightarrow{\nabla} f = 0$$

$$div\ rot\ \overrightarrow{v} \equiv \overrightarrow{\nabla} \cdot \overrightarrow{\nabla} \times \overrightarrow{v} = 0$$

$$rot\ rot\ \overrightarrow{v} \equiv \overrightarrow{\nabla} \times \overrightarrow{\nabla} \times \overrightarrow{v} = \overrightarrow{\nabla}(\overrightarrow{\nabla} \cdot \overrightarrow{v}) - \nabla^2\overrightarrow{v}$$

$$rot(f\overrightarrow{v}) \equiv \overrightarrow{\nabla} \times (f\overrightarrow{v}) = f(\overrightarrow{\nabla} \times \overrightarrow{v}) - \overrightarrow{\nabla} f \times \overrightarrow{v}$$

$$div(f\overrightarrow{v}) \equiv \overrightarrow{\nabla} \cdot (f\overrightarrow{v}) = f(\overrightarrow{\nabla} \cdot \overrightarrow{v}) + \overrightarrow{\nabla} f \cdot \overrightarrow{v}$$

9) Costanti di uso frequente

Costante dielettrica del vuoto : $\epsilon_o = 8.85\ 10^{-12}\ F/m$
Permeabilitá magnetica del vuoto : $\mu_o = 4\pi\ 10^{-7}\ H/m$
Carica dell'elettrone : $e = 1.60\ 10^{-19}\ C$
Massa dell'elettrone : $m_e = 9.1\ 10^{-31}\ kg$
Rapporto e/m dell'elettrone : $e/m = 1.76\ 10^{11}\ C/kg$
Massa del protone : $m_p = 1.67\ 10^{-27}\ kg$
Velocitá delle onde e.m. nel vuoto : $c = 3.0\ 10^{8}\ m/s$
Impedenza del vuoto : $Z_o = 376.7\ \Omega$
Costante di Planck : $h = 6.626\ 10^{-34}\ J \cdot s$
Magnetone di Bohr : $\mu_B = 9.42\ 10^{-24}\ A\ m^2$
Costante gravitazionale : $G = 6.672\ 10^{-11} m^3\ kg{-1}\ s^{-2}$
Numero di Avogadro : $N_A = 6.02252\ 10^{23}\ mol^{-1}$
Costante di Boltzmann : $k = 1.38054\ 10^{-23}\ J\ K^{-1}$
Costante dei gas : $R = 8.314\ J/(mol\ K)$
$= 1.986\ cal/(mol\ K)$
Volume di una mole(STP gas ideale) : $k = 22.414\ 10^{-3}\ m^3 mol^{-1}$
Unitá astronomica : $AU = 1.49598\ 10^{11}\ m$
Raggio(equatoriale)della terra : $R_{\bigoplus} = 6.378\ 10^{6}\ m$
Massa della terra : $M_{\bigoplus} = 5.973\ 10^{24}\ kg$
Massa del sole : $M_{\bigodot} = 1.989\ 10^{30}\ kg$

FORMULARIO DI ELETTROMAGNETISMO E DI OTTICA

NOTA:** le grandezze vettoriali sono indicate in* ***neretto.

ELETTROSTATICA

$\varepsilon = \varepsilon_0 \varepsilon_r$ = costante dielettrica assoluta ; ε_r = costante dielettrica relativa
Nel vuoto [e con buona approssimazione nell'aria] $\varepsilon_r = 1$.

Legge di Coulomb nel vuoto: $F = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{q_1 q_2}{r^2}$ diretta lungo la congiungente $q_1 - q_2$
attrattiva o repulsiva
la forza elettrostatica di Coulomb e' conservativa

Campo elettrostatico E: è il rapporto tra la forza elettrostatica cui è soggetta una carica q di prova e la carica stessa $\mathbf{E} = \frac{\mathbf{F}}{q}$ (da cui si ha $F = qE$) (nel S.I. N/C)

Energia potenziale della forza di Coulomb: $U(r) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{q_1 q_2}{r} = U_{12}$ per 2 cariche
per un sistema formato da 3 cariche $U = U_{12} + U_{13} + U_{23}$

Differenza di potenziale fra due punti: $V_B - V_A = \frac{L_{B\to A}}{q} = \frac{U(B) - U(A)}{q}$ (nel S.I. $J/C = Volt$)
(da cui $L_{1\to 2} = q(V_1 - V_2)$)

Potenziale elettrico di un punto P: $V_P = \frac{L_{P\to\infty}}{q} = \frac{U(P) - U(\infty)}{q}$

Relazione tra il campo elettrostatico e il potenziale:

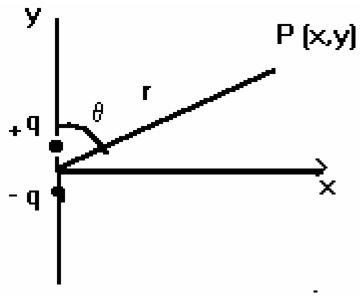
$E_x = -\frac{\partial V}{\partial x}$ $E_y = -\frac{\partial V}{\partial y}$ $E_z = -\frac{\partial V}{\partial z}$ $\mathbf{E} = E_x \mathbf{i} + E_y \mathbf{j} + E_z \mathbf{k}$

Campo elettrostatico e potenziale generati da:

- carica isolata puntiforme $E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{q}{r^2}$ radiale $V = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{q}{r}$
- distribuzione discreta di carica: $\mathbf{E} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \sum_i \frac{q_i}{r_i^2} \frac{\mathbf{r}_i}{r_i}$ $V = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \sum_i \frac{q_i}{r_i}$

Il dipolo elettrico

Vettore momento di dipolo **p** = q **d** (nel S.I. $C \cdot m$) dove **d** è il vettore congiungente le due cariche (orientato dalla carica negativa alla positiva).



$$E_x = \frac{1}{4pe_0}\frac{3pxy}{(x^2+y^2)^{5/2}} \qquad r = \sqrt{x^2+y^2}$$

$$E_y = \frac{1}{4pe_0}\frac{p(2y^2-x^2)}{(x^2+y^2)^{5/2}} \qquad \cos q = \frac{y}{r}$$

A grande distanza dal dipolo (per r >> d):

$$V(r,q) = \frac{1}{4pe_0}\frac{p\cos J}{r^2}$$

In un campo esterno $\vec{\mathbf{E}}_{est}$ orientato di un angolo α rispetto a **p**:

- se il campo è uniforme il dipolo è soggetto a un momento meccanico di rotazione $\mathbf{M} = \mathbf{p} \wedge \vec{\mathbf{E}}_{est}$ di modulo $M = pE\,\mathrm{sen}\,\theta$, che tende ad allineare il dipolo con il campo est

- se il campo non è uniforme il dipolo è soggetto anche ad una forza risultante
- energia potenziale del dipolo $U = -\,\mathbf{p} \bullet \vec{\mathbf{E}}_{est} = -\,p\,E_{est}\cos\alpha$

Campo elettrostatico e potenziale generati da distribuzioni continue di carica:

$$\mathbf{E} = \int_{\text{distribuzione}} d\mathbf{E} = \int \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{dq}{r^2}\frac{\mathbf{r}}{r} \qquad V = \int_{\text{distribuzione}} dV = \int \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{dq}{r}$$

- sbarretta (filo) indefinita con densità lineare λ (C/m) di carica:

$$E = \frac{l}{2pe_0 r} \text{ radiale al filo} \qquad V(r) = -\frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0}\ln r \qquad \text{d.d.p. } V_A - V_B = \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0}\ln\frac{b}{a}$$

- anello di raggio R, carica q in un punto P(z) sull'asse:

$$E = \frac{qz}{4pe_0(z^2+R^2)^{3/2}} \qquad V = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0\sqrt{z^2+R^2}}$$

- lamina isolante indefinita con distribuzione superficiale σ (C/m^2) di carica:

$$E = \frac{s}{2e_0} \text{ perpendicolare alla lamina}$$

$$V = V_0 - \left(\frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\right)z \qquad \text{dove } V_0 = \text{potenziale sulla sup. della lamina}$$

- in prossimità di un conduttore: $E = \frac{s}{e_0}\,\mathbf{n}$ dove **n** = versore della normale esterna alla superficie e σ = densità di carica superficiale (C/m^2)

- disco di raggio R con densità superficiale $\sigma = \frac{q}{\pi R^2}$ (C/m^2) in un punto P(z) sull'asse:

$$E = \frac{s}{2e_0}\left(1 - \frac{z}{\sqrt{z^2+R^2}}\right) \qquad V = \frac{s}{2e_0}\left(\sqrt{z^2+R^2} - z\right)$$

- sfera di raggio R con distribuzione volumetrica di carica $\rho = \frac{q}{\frac{4}{3}\pi R^3}$ (C/m^3)

per r ≤ R $E = \frac{\rho r}{3\varepsilon_0} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{qr}{R^3}$ radiale $V = \frac{\rho}{2\varepsilon_0}\left(R^2 - \frac{r^2}{3}\right) = \frac{1}{8\pi\varepsilon_0}\frac{q(3R^2 - r^2)}{R^3}$

per r > R $E = \frac{rR^3}{3e_0 r^2} = \frac{1}{4pe_0}\frac{q}{r^2}$ radiale $V = \frac{\rho}{3\varepsilon_0}\frac{R^3}{r} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{r}$

- superficie sferica di raggio R con carica totale Q o densità superficiale $\sigma = \frac{Q}{4\pi R^2}$ (C/m^2)

per r ≤ R $E = 0$ $V = \frac{sR}{e_0} = \frac{1}{4pe_0}\frac{Q}{R}$

per r > R $E = \frac{\sigma R^2}{\varepsilon_0 r^2} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q}{r^2}$ radiale $V = \frac{\sigma}{\varepsilon_0}\frac{R^2}{r} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q}{r}$

Capacita' elettrica

(nel S.I. $\frac{Coulomb}{Volt} = Farad$)

· **di un conduttore** $C = \frac{Q}{V}$ capacita' di una sfera isolata $C = 4\pi\varepsilon_0 R$

· **di un condensatore** $C = \frac{Q}{DV}$

condensatore piano $C = \frac{\varepsilon_0 S}{d}$ all'interno il campo e' costante $E = \frac{\Delta V}{d}$

condensatore cilindrico $C = \frac{2\pi\varepsilon_0 L}{\ln b/a}$

condensatore sferico $C = 4\pi\varepsilon_0 \frac{a \cdot b}{b - a}$

Condensatori in parallelo $C = C_1 + C_2$

Condensatori in serie $\frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3}$....

Energia immagazzinata in un condensatore carico $W = \frac{1}{2} C V^2 = \frac{1}{2}\frac{Q^2}{C} = \frac{1}{2} Q V$

Forza tra le armature di un condensatore piano $F = \frac{Q^2}{2 \varepsilon A}$

Densità di energia del campo elettrostatico $u = \frac{1}{2} \varepsilon_0 E^2$

CORRENTI ELETTRICHE

Intensità di corrente $i = \frac{dq}{dt}$ (nel S.I. $\frac{Coulomb}{\sec} = Ampere$)

Legge di Ohm V = Ri (nel S.I. la resistenza $R = \frac{V}{i}$ si misura in $\frac{Volt}{Ampere} = Ohm.[\Omega]$)

Resistenza di un conduttore ohmico $R = \rho \frac{L}{S}$

dipendenza della resistivita' dalla temperatura $\rho = \rho_0 (1 + \alpha (T - T_0))$

Resistenze in serie $R = R_1 + R_2$

Resistenze in parallelo $\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} ....$

Leggi di Kirchhoff: legge dei nodi $\sum i_k = 0$

legge delle maglie $\sum i_k R_k = \sum V_k$

Effetto Joule $P = i \cdot \Delta V$ per conduttori ohmici $P = i^2 R = \frac{\Delta V^2}{R}$

dove P = potenza media (Watt) e' definita come $P = \frac{\text{Energia}}{\Delta t}$ (da cui $En = P \cdot \Delta t$)

MAGNETISMO

(nel S.I. ***B*** si misura in *Tesla* nel CGS in *Gauss* 1T = 10^4 gauss)

- **Campi B generati da circuiti percorsi da una corrente i**:
  - campo generato da un filo rettilineo indefinito di raggio R:
    per $r \geq R$ $B = \frac{\mu_0 i}{2\pi r}$ per $r < R$ $B = \frac{\mu_0 i r}{2\pi R^2}$
  - campo sull'asse di una spira circolare di raggio R: $B = \frac{\mu_0 i R^2}{2\sqrt{(R^2 + z^2)^3}}$
  - campo all'interno di un solenoide indefinito $B = \mu_0\, i\, n$ dove $n = \frac{N_{spire}}{l}$
- **Forza magnetica agente su una carica in moto in un campo B**
  (**Forza di Lorentz**) $\mathbf{F} = q\, \mathbf{v} \wedge \mathbf{B}$ modulo $F = qvB \operatorname{sen} \theta$
  Moto di una carica q in un campo B con velocità $\mathbf{v} \wedge \mathbf{B}$:
  imponendo $F_{Lorentz} = F_{centripeta}$ si ottiene raggio $R = \frac{mv}{qB}$ frequenza di ciclotrone $f = \frac{qB}{2\pi m}$
- **Forza magnetica agente su un filo lungo l percorso da una corrente i costante**
  $\mathbf{F} = i\, \mathbf{l} \wedge \mathbf{B}$ modulo $F = i\, l\, B \operatorname{sen} a$
- **Forza magnetica tra due fili paralleli percorsi da corrente**: $F_{12} = \frac{\mu_0 i_1 i_2 l}{2\pi d}$
- **Momento meccanico di rotazione agente su una bobina formata da N spire di area A percorse da una corrente i costante** $\mathbf{M} = \mathrm{m}$ Ù $\mathbf{B}_{est}$ con $\mu = N\, i\, A$

Legge di induzione di Faraday-Neumann-Lenz: (il flusso di B attraverso una superficie chiusa S e' definito come $\Phi(B) = B \cdot S \cos\theta$ e nel S.I. si misura in *Weber*)

$$\varepsilon_{ind\,/\,media} = -N\frac{\Delta\Phi(B)}{\Delta t} = -N\frac{\Phi_2 - \Phi_1}{t_2 - t_1} \qquad i_{ind} = \frac{\varepsilon_{ind}}{R} \qquad q_{ind} = i_{ind}\,\Delta t = -N\frac{\Phi_2 - \Phi_1}{R}$$

Spira di resistenza R, lati a e b estratta con v = cost (lato *a*½®) da un campo B:

$e_{ind} = Bav$ Forza necessaria $F = iaB = \frac{B^2 a^2 v}{R}$

Induttanza: definizione $L = \frac{N\Phi(B)}{i}$ (nel S.I. si misura in *Henry*) ==> $\varepsilon_{ind\,/\,media} = -L\frac{\Delta i}{\Delta t}$

per un solenoide nel vuoto: $L = m_0\, n^2\, l\, S$

Energia immagazzinata in una induttanza $W = \frac{1}{2} L\, i^2$

Densità di energia di un campo magnetico $u = \frac{1}{2\mu_0} B^2$

ONDE ELETTROMAGNETICHE E OTTICA

Onda e.m. piana - sinusoidale - polarizzata linearmente che si propaga nella direzione z

$E = E_x = E_0 \, sen \, k \, (z - vt)$ $B = B_y = B_0 \, sen \, k \, (z - vt)$

- relazioni tra i parametri dell'onda sinusoidale: $k = \frac{2p}{l}$; $l \, f = v$; $w = 2 \, p \, f$
- nelle precedenti equazioni i campi elettrici e magnetici sono legati dalle relazioni

$E_0 = v \, B_0$ (nel vuoto $E = cB$)

con v = velocità di propagazione dell'onda in un mezzo = $\frac{1}{\sqrt{\varepsilon\mu}} = \frac{c}{\sqrt{\varepsilon_r\mu_r}}$

c = velocità di propagazione nel vuoto = $\frac{1}{\sqrt{\varepsilon_0\mu_0}} = 3 \cdot 10^8 \, m/sec$

Vettore di Poynting: $\mathbf{S} = \frac{1}{\mu_0} \mathbf{E} \wedge \mathbf{B}$ = energia trasportata nell'unita' di tempo per unita' di area

Intensità media di un'onda e.m. sinusoidale = potenza per unità di superficie $\left(\frac{Watt}{m^2}\right)$

$$< I > = \boldsymbol{S}_{medio} = \frac{1}{2} \boldsymbol{S}_{MAX} = c\varepsilon_0 (E_{medio})^2 = \frac{1}{2\mu_0} E_0 B_0 = \frac{1}{2} c\varepsilon_0 E_0^2$$

Polarizzazione

Legge di Malus $I = I_0 \cos^2 q$ Legge di Brewster $tg \, q_B = n_{12}$

Ottica geometrica

Relazione tra indice di rifrazione e costante dielettrica $n = \sqrt{\varepsilon_r \mu_r}$

Velocità della luce e lunghezza d'onda in un mezzo: $v = \frac{c}{n}$ $\lambda_n = \frac{v}{f} = \frac{\lambda_{vuoto}}{n}$

Leggi di Snell $\theta_{inc} = \theta_{riflessione}$; $\frac{sen \, \vartheta_{1 \, inc}}{sen \, \vartheta_{2 \, rifraz}} = n_{12} = \frac{n_2}{n_1} = \frac{v_2}{v_1}$

Angolo limite φ_0 = arcsen $\frac{n_2}{n_1}$ $[n_2 < n_1]$

Legge dei punti coniugati $\frac{1}{p} + \frac{1}{q} = \frac{1}{f}$ Ingrandimento $G = \frac{h_{immag}}{h_{oggetto}} = \left|\frac{q}{p}\right|$

- per uno specchio $f = \frac{r}{2}$
- per una lente sottile $\frac{1}{f} = \left(\frac{n_2}{n_1} - 1\right)\left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2}\right)$

potere diottrico di una lente $= \dfrac{1}{f\,(metri)}$ in *diottrie*

Interferenza

Date due onde che si propagano nella stessa direzione e i cui vettori elettrici vibrano nello stesso piano

$$E_1 = A_1\, sen\, [k(z - vt) + f_1] \quad e \quad E_2 = A_2\, sen\, [k(z - vt) + f_2]$$

se $\phi_1 - \phi_2$ è costante nel tempo (onde coerenti) ==> l'onda risultante dalla loro sovrapposizione ha intensità $I = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2}\cos(\phi_1 - \phi_2)$

Esperimento di Young della doppia fenditura

(d = distanza tra le fenditure, D = distanza fenditure-schermo)

- interferenza distruttiva $d\ sen\ \vartheta = (n + ½)\ \lambda$
- interferenza costruttiva (bande chiare) $d\ sen\ \vartheta = n\ \lambda$
- posizione della n - ma frangia luminosa $y_n = n\dfrac{D\lambda}{d}$
- intensita' risultante $I = I_0 \cos^2 b$ con $\beta = \dfrac{\pi d}{\lambda}\ sen\ \vartheta$

Diffrazione da fenditura circolare:

Posizione del primo minimo nella diffrazione da un foro circolare di diametro d:

$$sen\ \vartheta = 1.22\ \frac{\lambda}{d}$$

PRINCIPALI COSTANTI DI INTERESSE PER L'ELETTROMAGNETISMO

Costante dielettrica del vuoto	ε_0	=	$8.86 \cdot 10^{-12}$ F/m
Costante di Coulomb	k	=	$\frac{1}{4\pi\varepsilon_0} = 9.0 \cdot 10^{9}$ m/F
Permeabilità magnetica del vuoto	μ_0	=	$4\pi \cdot 10^{-7}$ H/m
Carica dell'elettrone/protone	e	=	$1.60 \cdot 10^{-19}$ C
Massa dell'elettrone	m_e	=	$9.1 \cdot 10^{-31}$ kg
Rapporto e/m per l'elettrone	e/m	=	$1.76 \cdot 10^{11}$ C/kg
Massa del protone	m_p	=	$1.67 \cdot 10^{-27}$ kg
Velocità delle onde e.m. nel vuoto	c	=	$3.0 \cdot 10^{8}$ m/s
Costante di Planck	h	=	$6.63 \cdot 10^{-34}$ J·s

Spettro elettromagnetico:

l **(Å)**	***f* (Hz)**	**tipo**
$< 10^{-1}$	$> 10^{19}$	*raggi* γ
$10^{-1} \div 10^{2}$	$10^{19} \div 10^{16}$	*raggi X*
$10^{2} \div 10^{3}$	$10^{16} \div 10^{15}$	*ultravioletto*
$(4 \div 8)\ 10^{3}$	$8\ 10^{14} \div 4\ 10^{14}$	*visibile*
$10^{4} \div 10^{6}$	$10^{14} \div 10^{12}$	*infrarosso*
$10^{6} \div 10^{8}$	$10^{12} \div 10^{10}$	*microonde*
$> 10^{8}$	$< 10^{10}$	*radioonde*

===== >>>

onde e.m. rivelate dall'occhio umano:

400 - 450 *nm*	violetto
450 - 500 *nm*	blu
500 - 550 *nm*	verde
550 - 600 *nm*	giallo
600 - 650 *nm*	arancio
650 - 700 *nm*	rosso

FATTORI DI CONVERSIONE

1 eV (elettron-Volt)	=	$1.6 \cdot 10^{-19}$ J
1 μ = 1 μm	=	10^{-6} m
1 *nm*	=	10^{-9} m
1 Å	=	10^{-10} m