

Capitolo 10

Amplificatore Operazionale e Reazione

Una delle configurazioni più importanti nei circuiti elettronici è l'*anello di reazione* (*feedback loop*), schematizzato in fig. 10.1. Il blocco A rappresenta di solito un amplificatore, il blocco β una rete passiva, detta rete di reazione; l'elemento Σ schematizza una parte di circuito in cui viene effettuata la somma o la differenza tra il segnale v_s proveniente dal generatore V_s ed il segnale v_f proveniente dalla rete di reazione. Le frecce nel disegno indicano la direzione in cui i segnali si propagano lungo i circuiti.

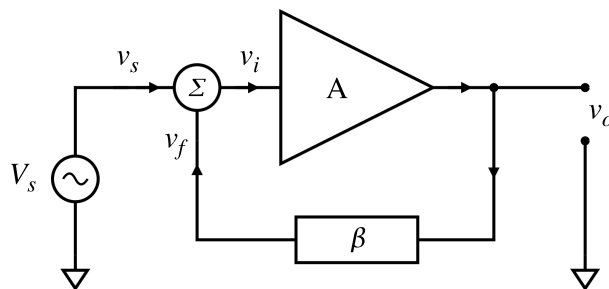


Figura 10.1: Anello di reazione.

In questo schema, per semplicità, entrambi gli elementi A e β sono considerati *unilaterali*: si suppone cioè che i segnali si propaghino solo nella direzione indicata dalle frecce, considerando nullo il trasferimento inverso, da destra verso sinistra attraverso l'amplificatore A e da sinistra verso destra attraverso la rete β . Si suppone, cioè, che valgano le relazioni:

$$\begin{aligned}v_o &= A \cdot v_i \\v_f &= \beta \cdot v_o \\v_i &= v_s \pm v_f\end{aligned}$$

dove A e β sono due costanti. I limiti di questa ipotesi ed una analisi più completa saranno discussi nei paragrafi seguenti.

Nel circuito si ha *reazione negativa* o *degenerativa* quando la frazione v_f del segnale di uscita riportato all'ingresso attraverso la rete β si contrappone al segnale

di ingresso v_s ; quando invece il segnale v_f si somma in fase con il segnale v_s si ha *reazione positiva* o *rigenerativa*. Nell'esempio in figura 10.1, se $v_i = v_s - v_f$ (il circuito Σ effettua la differenza tra v_s e v_f), si ha reazione negativa se il prodotto $A\beta$ dei coefficienti di trasferimento dell'amplificatore e della rete di reazione è positivo; se in A oppure in β (ma non in entrambi) si ha una inversione di segno, la reazione diventa invece positiva.

Per ora A e β vengono considerate quantità reali, indipendenti dalla frequenza. Una volta che sarà stata introdotta la dipendenza dalla frequenza, cosa che succede *sempre* nei sistemi reali, allora A e β dovranno essere considerate quantità complesse e la situazione diventerà molto più complicata: si potrà avere nello stesso circuito reazione positiva a certe frequenze e negativa ad altre.

10.1 Guadagno ad anello aperto e ad anello chiuso

Interrompendo idealmente l'anello di reazione nel punto P in fig. 10.2, si ha $v_f = 0$ e quindi $v_o/v_s = A$; il coefficiente A è quindi il *guadagno ad anello aperto*.

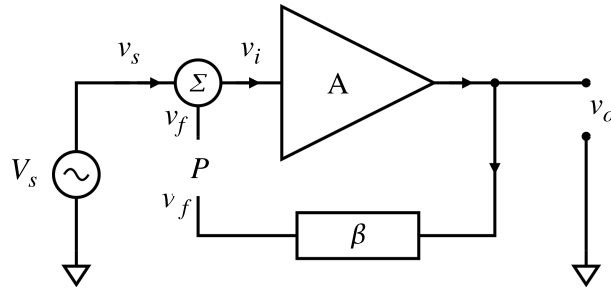


Figura 10.2: Apertura dell'anello di reazione.

Nell'operazione di *apertura dell'anello* si dovrà fare in modo che il comportamento delle due reti A e β rimanga invariato. Normalmente questo non succede: l'apertura dell'anello comporta un cambiamento delle impedenze su cui le due reti sono chiuse e questo modifica il valore dei due coefficienti A e β . Supponiamo di avere preso tutte le precauzioni del caso, ad esempio introducendo delle impedenze per terminare in modo opportuno le due connessioni rimaste aperte nel punto P .

Il prodotto $A\beta$ è il *guadagno d'anello*: il segnale v_i attraversa in successione le due reti A e β e alla fine del percorso, prima di ritornare all'ingresso ed essere sommato o sottratto a v_s ha una ampiezza $v_f = A\beta v_s$.

Con l'anello chiuso vale la relazione:

$$v_o = v_i \cdot A = (v_s \pm v_f) \cdot A = (v_s \pm \beta v_o) \cdot A \quad (10.1)$$

da cui si ottiene

$$v_o \cdot (1 \mp A\beta) = v_i \cdot A \quad (10.2)$$

ed il *guadagno ad anello chiuso*:

$$G = \frac{v_o}{v_s} = \frac{A}{1 \mp A\beta} \quad (10.3)$$

10.2 Reazione positiva

Nel caso che il segnale v_f sia sommato a v_s o, equivalentemente, che sia sottratto ma il prodotto $A\beta$ sia negativo, a denominatore della eq. 10.3 compare il segno $-$ e siamo in presenza di *reazione positiva*; per maggiore chiarezza conviene scrivere l'equazione 10.3 come:

$$G = \frac{A}{1 - |A\beta|} \quad (10.4)$$

Per valori di $|A\beta| < 1$ si vede che il guadagno G ad anello chiuso risulta maggiore del guadagno A ad anello aperto.

Storicamente la reazione nei circuiti elettronici è nata in radiotecnica come reazione positiva per aumentare l'amplificazione assai scarsa dei primi tubi a vuoto e per generare segnali persistenti¹. Infatti quando $|A\beta|$ tende ad 1, il guadagno G tende ad infinito ed il circuito diventa capace di generare un segnale di uscita anche con un segnale di ingresso nullo: diventa un *oscillatore*. La stessa cosa succede con $|A\beta| > 1$, anche se questo non risulta dalle equazioni precedenti: algebricamente sembra sempre possibile ottenere soluzioni che indicano un comportamento *normale* del circuito. Questo problema sarà affrontato nei capitoli successivi, nell'ambito del problema più generale della stabilità delle reti, studiando la risposta dei circuiti non solo in condizioni statiche o stazionarie, ma considerando anche il comportamento durante i transitori.

10.3 Reazione negativa

Nel caso di reazione negativa a denominatore della eq. 10.3 compare il segno $+$ (con il prodotto $A\beta$ positivo) e quindi il guadagno ad anello chiuso risulta minore del guadagno ad anello aperto di un fattore $1 + A\beta$. A prima vista l'uso della reazione negativa sembra una cosa decisamente poco intelligente: costruire circuiti capaci di amplificare un segnale e poi introdurre ulteriori circuiti e componenti per degradarne questa capacità. Infatti, è stata questa una delle prime risposte nel mondo dell'elettronica alla proposta di utilizzare la reazione negativa nei circuiti amplificatori.

In realtà la combinazione di *amplificazione* e *reazione negativa* è lo strumento più potente di cui si dispone oggi nella realizzazione dei sistemi elettronici. Infatti tecnologicamente è possibile costruire circuiti dotati di amplificazione, anche molto elevata, ma spesso non è possibile ottenere intrinsecamente da questi circuiti l'accuratezza, la stabilità o le caratteristiche di risposta richieste. D'altra parte la precisione, l'accuratezza e la stabilità sono caratteristiche che è relativamente facile ottenere dai componenti passivi, soprattutto dalle resistenze e dai condensatori.

La reazione negativa permette di combinare in maniera conveniente le due caratteristiche, il guadagno elevato ma poco accurato degli amplificatori e la precisione elevata dei componenti passivi privi di amplificazione, ottenendo amplificazione accurata e stabile e funzioni di risposta ben definite.

¹Lo schema elettrico riportato sulla copertina di questi appunti è un oscillatore a *triode*, che fa uso della reazione positiva per generare segnali a radio frequenza

10.4 L'Amplificatore Operazionale

Molto spesso in un anello di reazione l'amplificazione A viene fornita da un amplificatore differenziale di tensione detto *Amplificatore Operazionale* (AO).

Nella figura 10.3 è riportato il simbolo utilizzato per rappresentare l'AO negli schemi elettrici, insieme con il modello elettrico equivalente. Nella tabella 10.1 sono riportate le caratteristiche principali di un Amplificatore Operazionale ideale.

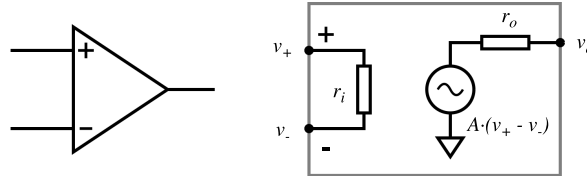


Figura 10.3: Simbolo utilizzato per rappresentare un amplificatore operazionale negli schemi elettrici (a sinistra) e circuito equivalente (a destra).

resistenza di ingresso	r_i	infinita
resistenza di uscita	r_o	zero
amplificazione in modo differenziale	A	infinita
amplificazione in modo comune	A_c	zero
banda passante	B_w	infinita

Tabella 10.1: Caratteristiche principali di un amplificatore operazionale ideale.

Il funzionamento di un amplificatore operazionale ideale è descritto dalla relazione

$$v_o = A \cdot (v_+ - v_-) \quad (10.5)$$

con A reale, indipendente dalla frequenza e tendente ad infinito.

10.4.1 Amplificatori Operazionali reali

L'amplificatore operazionale reale ovviamente differisce da quello ideale praticamente in tutti gli aspetti. Alcuni modelli significativi di amplificatori operazionali reali, con le loro caratteristiche principali, sono riportati nella tabella 10.2.

Il $\mu A709$, introdotto nel 1968, è stato storicamente il primo amplificatore operazionale *monolitico*, cioè realizzato interamente come circuito integrato su un unico substrato di silicio; in precedenza erano stati realizzati amplificatori operazionali a transistor e componenti discreti ed ancora prima con tubi a vuoto o anche con dispositivi elettromeccanici.

Il $\mu A741$ è una versione notevolmente migliorata del $\mu A709$, ed è stato per molti anni uno dei più utilizzati nei più svariati campi. Offre un guadagno A , una resistenza di ingresso r_i ed una robustezza maggiori. Il $\mu A741$ può tollerare un cortocircuito

		$\mu A709$	$\mu A741$	$TL081$	$AD549$	$OP27$	$HA2540$
A	V/mV	45	200	200	1000	1800	15
B_w	MHz	1	1	3	1	8	400
r_i	$M\Omega$	0.25	2	10^6	10^7	0.1	0.01
r_o	Ω	150	200	200	500	70	30
V_{os}	mV	2	1	3	0.5	$10\mu V$	8
α_V	$\mu V/^\circ C$	10	6	18	10	0.4	20
I_{bias}	pA	$300nA$	$80nA$	30	0.15	$15nA$	$5\mu A$
C_{MRR}	dB	90	90	86	90	120	72
v_n	nV/\sqrt{Hz}		24	18	35	3.2	6
i_n	fA/\sqrt{Hz}		550	10	0.22	400	6

- A : coefficiente di amplificazione di tensione (amplificazione in modo differenziale);
 B_w : prodotto *guadagno* \times *larghezza di banda* (frequenza a cui l'amplificazione è scesa a 1, cioè a 0 dB);
 r_i : resistenza di ingresso;
 r_o : resistenza di uscita;
 V_{os} : tensione di *offset* riferita all'ingresso (sbilanciamento in tensione tra i due ingressi);
 α_V : coefficiente di deriva della tensione di *offset* con la temperatura;
 I_{bias} : corrente di polarizzazione degli ingressi dell'amplificatore;
 C_{MRR} : reiezione di modo comune (rapporto tra amplificazione in modo differenziale ed amplificazione in modo comune);
 v_n : tensione equivalente di rumore;
 i_n : corrente equivalente di rumore;

Tabella 10.2: Caratteristiche principali di alcuni modelli di Amplificatori Operazionali di uso comune. I parametri A , r_i , r_o e C_{MRR} dipendono dalla frequenza. I valori riportati sono quelli limite per $f \rightarrow 0$ (valori *in continua*).

tra l'uscita e la massa o verso una delle due alimentazioni senza danneggiarsi, come invece era la regola con il $\mu A709$.

Il $TL081$ è il successore del $\mu A741$ e ne riprende e migliora molte caratteristiche, soprattutto l'impedenza di ingresso. Infatti il $TL081$ è equipaggiato con uno stadio di ingresso differenziale che fa uso di transistor *jfet* invece che *bjt* come nei dispositivi precedenti.

L' $AD549$ è un amplificatore *elettrometrico*, dotato di uno stadio di ingresso a *jfet*. È uno dei dispositivi più sensibili oggi disponibili per la misura di piccole correnti, con una corrente di polarizzazione e di rumore estremamente bassa, dell'ordine dei fA .

Le caratteristiche di estrema sensibilità in corrente degli amplificatori con stadi di ingresso a *jfet* non si accoppiano bene con caratteristiche analoghe per quanto riguarda la tensione. Uno dei dispositivi migliori per quanto riguarda la tensione di *offset*, la sua stabilità ed il rumore di tensione è l' $OP27$, dotato di uno stadio di ingresso differenziale con transistor *bjt*.

Infine, l' $HA2540$ è un amplificatore operativo non molto brillante riguardo alle caratteristiche esaminate fino ad ora, ma caratterizzato da una larghezza di banda

circa due ordini di grandezza superiore agli altri dispositivi.

La fig. 10.4 mostra alcuni esemplari di amplificatori operazionali.

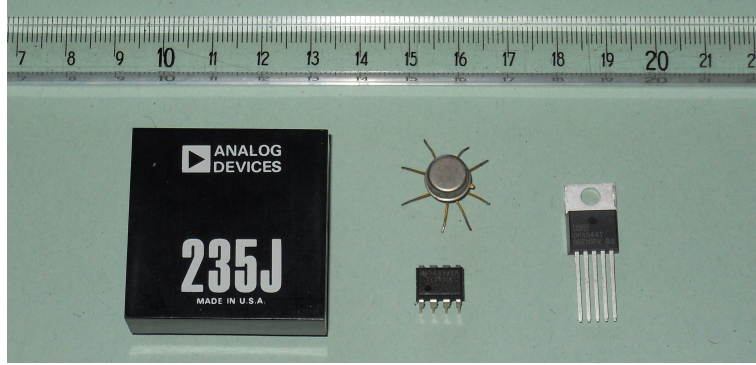


Figura 10.4: Alcuni esemplari di amplificatori operazionali. Al centro, in alto, un $\mu A709$ ed in basso un $TL081$; a destra, un modello OPA544, in grado di erogare una potenza di uscita fino a 30 W. Il blocco a sinistra è un operazionale contemporaneo al $\mu A709$, non monolitico, ma realizzato a componenti discreti. Le sue prestazioni erano nettamente superiori a quelle del $\mu A709$, così come l'ingombro, il consumo ed il costo.

10.5 Amplificatore di tensione (amplificatore *non invertente*)

La prima e più semplice applicazione dell'amplificatore operazionale con reazione negativa è l'amplificazione di un segnale con un livello di precisione molto alto. Lo

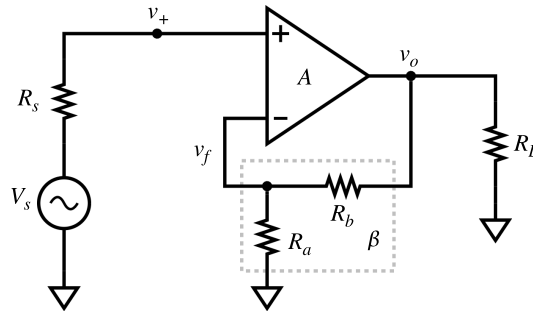


Figura 10.5: Amplificatore di tensione con guadagno $G = (R_a + R_b)/R_a$.

schema in fig. 10.5 è quello di fig. 10.1 con la rete β formata dal partitore R_a, R_b . Considerando inizialmente, per semplicità, di utilizzare un (ipotetico) amplificatore operazionale ideale, con $r_i = \infty$, $r_o = 0$ e $A \rightarrow \infty$, si ha:

$$\frac{v_f}{v_o} = \beta = \frac{R_a}{R_a + R_b} \quad (10.6)$$

La differenza tra il segnale di ingresso v_s ed il segnale di reazione v_f viene fatta direttamente dall'ingresso differenziale dell'amplificatore operazionale:

$$v_o = A \cdot (v^+ - v^-) = A \cdot (v_s - v_f) \quad (10.7)$$

Le resistenze R_s ed R_L non hanno alcun effetto sul funzionamento del circuito, la prima grazie alla resistenza di ingresso infinita e la seconda grazie alla resistenza di uscita nulla dell'amplificatore A . Ad anello chiuso, secondo l'eq. 10.3 e nel limite $A \rightarrow \infty$, si ottiene il guadagno di tensione

$$G = \frac{A}{1 + A\beta} \simeq \frac{1}{\beta} = \frac{R_a + R_b}{R_a} \quad (10.8)$$

che dipende solo dalle caratteristiche della rete passiva β e non da quelle dell'amplificatore A .

10.5.1 Voltage follower

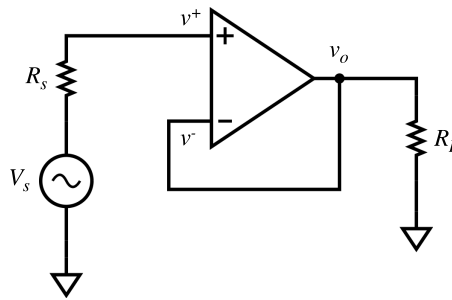


Figura 10.6: Circuito *inseguitore di tensione* (voltage follower)

Nel circuito precedente, nel caso limite $R_a = \infty$ ed $R_b = 0$, si ha $\beta = 1$ e quindi anche il guadagno risulta essere $G = 1$. In queste condizioni il circuito prende il nome di *voltage follower* (inseguitore di tensione): la tensione di uscita segue fedelmente quella di ingresso con elevatissima precisione. Il circuito non è più un amplificatore di tensione, ma solo di corrente. Viene utilizzato come adattatore di impedenza, interponendolo tra una sorgente di segnale con resistenza interna R_s elevata ed un carico R_L di valore troppo piccolo per essere collegato direttamente al generatore di segnale (fig. 10.6).

10.6 Effetti della reazione negativa

Il risultato del paragrafo precedente (eq. 10.8) è stato ottenuto con un ipotetico amplificatore operazionale quasi ideale. Nella pratica, come già visto, un amplificatore operazionale non ha amplificazione e resistenza di ingresso infinita, non ha resistenza di uscita zero, non è mai perfettamente lineare, anzi può presentare una distorsione apprezzabile, ed ha una banda passante limitata.

Inoltre i valori dei parametri riportati nella tabella 10.2 sono solo nominali. Gli amplificatori operazionali non sono dispositivi di precisione. Per quanto riguarda

l'amplificazione o la resistenza di ingresso, esemplari diversi di uno stesso modello di amplificatore operazionale possono presentare valori che differiscono anche per un ordine di grandezza.

La reazione negativa consente di ottenere notevoli miglioramenti per ciascuno di questi limiti.

10.6.1 Stabilizzazione del guadagno

È relativamente facile costruire amplificatori operazionali con un guadagno A molto elevato. Valori di 10^6 sono oggi molto comuni in tutti i dispositivi di uso generale. È praticamente impossibile che questo guadagno sia accurato; si può arrivare ad una indeterminazione su questo parametro anche di un ordine di grandezza.

Nonostante questa scarsissima precisione, il guadagno G del circuito amplificatore di fig. 10.5 risulta molto preciso e stabile. Dalla eq. 10.8, dividendo numeratore e denominatore per $A\beta$ e tenendo conto del fatto che comunque $A\beta \gg 1$, si ottiene

$$G = \frac{A}{1 + A\beta} = \frac{1/\beta}{1 + 1/(A\beta)} \simeq \frac{1}{\beta} \cdot \left(1 - \frac{1}{A\beta}\right) = G_\infty \cdot \left(1 - \frac{1}{A\beta}\right) \quad (10.9)$$

La differenza frazionaria tra il guadagno G ad anello chiuso ed il guadagno ideale $G_\infty = 1/\beta$ che si avrebbe in condizioni ideali, cioè con $A \rightarrow \infty$, è $1/(A\beta)$, l'inverso del guadagno d'anello.

Una indeterminazione ΔA sul valore di A ha un effetto sul valore di G pari a

$$\frac{\Delta G}{G_\infty} = \frac{\Delta A}{A^2\beta} = \frac{1}{A\beta} \cdot \frac{\Delta A}{A}$$

L'indeterminazione relativa su A produce quindi una indeterminazione relativa su G più piccola di un fattore pari al guadagno d'anello $A\beta$.

In condizioni ordinarie A è dell'ordine di $10^5 \dots 10^6$ mentre β è dell'ordine di $0.01 \dots 1$. Di conseguenza il guadagno d'anello varia tra 10^3 nel peggiore dei casi e 10^6 nelle condizioni migliori.

10.6.2 Riduzione della distorsione

In fig. 10.7 è riportata la tensione di uscita V_O in funzione della tensione di ingresso V_I per un amplificatore che presenta una forte non linearità (curva rossa). L'amplificazione v_o/v_i per i piccoli segnali, corrispondente alla pendenza della curva, è 1000 al centro del grafico, vicino allo zero, e diminuisce fino a circa 300 quando la tensione di uscita arriva a $\pm 5V$. La non linearità, o distorsione, può essere considerata come una variazione del guadagno incrementale $a = v_o/v_i = dV_O/dV_I$ tra regioni diverse della curva.

Nella stessa figura è riportata anche la relazione $V_O(V_I)$ per lo stesso amplificatore utilizzando una rete di reazione negativa con $\beta = 0.1$ (curva blu). L'aumento della linearità e la riduzione della distorsione (a scapito dell'amplificazione) è immediatamente evidente.

Per effetto della reazione negativa, secondo l'eq. 10.8, il guadagno incrementale ad anello chiuso è $g = a/(1 + \beta a)$. Con i valori indicati, al centro della curva si ha $g = 1000/(1 + 0.1 \cdot 1000) \simeq 9.90$, mentre nell'intorno di $V_O = \pm 5V$ si ha $g =$

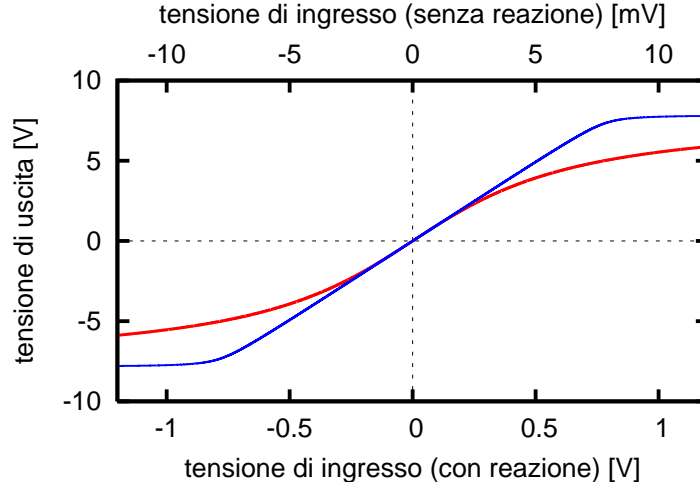


Figura 10.7: Tensione di uscita in funzione della tensione di ingresso per un amplificatore con forte distorsione. La curva rossa corrisponde al comportamento dell'amplificatore ad anello aperto, cioè senza reazione (tensione di ingresso, in mV , sul bordo superiore del grafico). La curva blu corrisponde al comportamento ad anello chiuso con un coefficiente di reazione negativa $\beta = 0.1$ (tensione di ingresso, in V , sul bordo inferiore del grafico.)

$300/(1 + 0.1 \cdot 300) \simeq 9.68$. La non linearità, espressa come variazione del guadagno incrementale, si è ridotta di un fattore dello stesso ordine di quello di cui si è ridotto il guadagno.

10.6.3 Aumento della banda passante

Negli esempi precedenti A e β sono stati considerati indipendenti dalla frequenza. Questa è una buona approssimazione per la rete β : normalmente è possibile realizzare una rete passiva costituita da resistenze e condensatori che dia una attenuazione sufficientemente costante sul campo di frequenze di interesse, fino a frequenze dell'ordine dei GHz . La stessa approssimazione non è praticamente mai utilizzabile per l'amplificatore, specie se dotato di guadagno elevato.

Per ragioni legate ai problemi di stabilità che verranno analizzati in un capitolo seguente, spesso gli amplificatori operazionali presentano una dipendenza della amplificazione A dalla frequenza del tipo

$$A(f) = A_0 \cdot \frac{1}{1 + jf/f_0}$$

corrispondente alla combinazione di un amplificatore ideale con banda passante infinita in serie ad una cella RC di tipo *passa-basso*, con frequenza di taglio $f_0 = 1/(2\pi RC)$ (fig. 10.8). Sostituendo questa espressione di A nella eq. 10.8, si ottiene:

$$G(f) = \frac{A(f)}{1 + A(f)\beta} = \frac{A_0/(1 + jf/f_0)}{1 + A_0\beta/(1 + jf/f_0)} = \frac{A_0}{1 + jf/f_0 + A_0\beta} \quad (10.10)$$

Convienne riscrivere questa equazione mettendo in evidenza il comportamento asintotico per $f \rightarrow 0$, separandolo dalla variazione in funzione della frequenza:

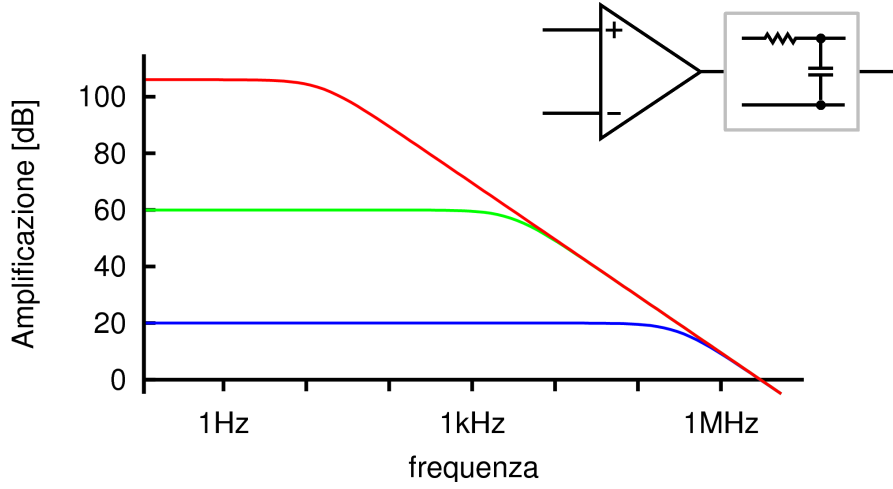


Figura 10.8: Risposta in frequenza dell'amplificatore operazionale *TL081*. La curva rossa è l'amplificazione ad anello aperto $A(f)$, espressa in dB ; le due curve verdi e blu sono le curve del guadagno $G(f)$ in funzione della frequenza per $\beta = 0.001$ e $\beta = 0.1$ rispettivamente. In alto a destra è riportato il circuito lineare equivalente del *TL081*, composto da un amplificatore ideale con banda passante infinita, seguito da un filtro passa-basso con frequenza di taglio di 15 Hz .

$$G(f) = \frac{A_0}{1 + A_0\beta} \cdot \frac{1}{1 + jf/f'_0} \simeq \frac{1}{\beta} \cdot \frac{1}{1 + jf/f'_0} \quad (10.11)$$

con $f'_0 = f_0(1 + A_0\beta)$. La risposta in frequenza del circuito con reazione negativa è ancora quella di un amplificatore ideale (con guadagno $G = 1/\beta$) in serie con un filtro passa-basso con frequenza di taglio f'_0 che risulta, ad anello chiuso, maggiore di quella ad anello aperto dello stesso fattore $(1 + A_0\beta)$ per cui risulta diminuito il coefficiente di amplificazione. In conseguenza di questo, il prodotto ad anello chiuso tra frequenza di taglio ed amplificazione rimane costante per i diversi valori di reazione β e pari al valore $B_w = f_0 \cdot A_0$.

Nel grafico in fig. 10.8 è riportata in blu la curva $G(f)$ corrispondente a $\beta = 0.1$ e in verde a $\beta = 0.001$.

10.6.4 Rete di reazione non lineare

Si può immaginare di utilizzare per la rete β di fig. 10.1 una rete *non lineare*, in cui la relazione tra la tensione v_f riportata all'ingresso e la tensione v_o prelevata all'uscita sia

$$v_f = f_\beta(v_o) \quad (10.12)$$

dove la funzione f_β è non lineare.²

Le eq. 10.1-10.2, per il caso di reazione negativa, diventano:

$$v_o = [v_s - f_\beta(v_o)] \cdot A \quad (10.13)$$

²È necessario però che la funzione f_β sia monotona.

$$v_o + Af_\beta(v_o) = Av_s \quad (10.14)$$

Se A è sufficientemente grande da valere la relazione $Af_\beta(v_o) \gg v_o$, allora la eq. 10.14 diventa

$$\begin{aligned} Af_\beta(v_o) &= Av_s \\ f_\beta(v_o) &= v_s \\ v_o &= f_\beta^{-1}(v_s) \end{aligned} \quad (10.15)$$

dove con f_β^{-1} si è indicata la funzione inversa di f_β .

Quindi, se si dispone di una rete β in grado di trasformare un segnale secondo una data relazione non lineare f_β , è possibile ottenere la trasformazione inversa f_β^{-1} inserendo la rete β nell'anello di reazione di un amplificatore operazionale. Ad esempio, è possibile realizzare circuiti in grado di fornire una tensione di uscita v_o proporzionale al prodotto di due tensioni di ingresso v_1 e v_2 :

$$v_o = kv_1v_2 \quad (10.16)$$

e quindi anche al quadrato di una tensione di ingresso:

$$v_o = kv_1^2 \quad (10.17)$$

con k costante con dimensioni V^{-1} . Utilizzando un tale circuito come rete β in un anello di reazione è possibile ottenere la funzione inversa³

$$v_o = k\sqrt{v_s} \quad (10.18)$$

Il caso degli anelli PLL (*Phase Lock Loop*) è un esempio estremo del principio illustrato in questo paragrafo: è possibile realizzare circuiti divisori digitali che consentono di ottenere da un segnale di frequenza f_1 un altro segnale di frequenza $f_n = f_1/n$ per qualsiasi valore di n intero. Non è possibile fare direttamente l'operazione inversa, cioè passare da un segnale con frequenza f_1 ad uno con frequenza $f_n = n \cdot f_1$ altro che per pochi e piccoli valori di n .

Un anello PLL consente invece di ottenere questo risultato: moltiplicare la frequenza di un segnale per un coefficiente n intero qualsiasi, utilizzando un divisore per n all'interno di un anello di reazione (par. ??).

10.6.5 Effetto della reazione negativa sul rumore

In un circuito complesso come un amplificatore operazionale sono presenti numerose sorgenti di rumore; praticamente ogni resistenza ed ogni giunzione partecipano in misura diversa al degradamento della qualità del segnale aggiungendovi il proprio contributo.

Nel circuito in fig. 10.9 all'interno dell'amplificatore sono state indicate come esempio due sorgenti di rumore: la prima, v_{n1} , si trova all'ingresso e quindi il suo contributo compare all'uscita moltiplicato per l'intera amplificazione $A = A_1 \cdot A_2$ del dispositivo; la sorgente v_{n2} , invece, si trova in una posizione intermedia, più vicina

³Poichè la funzione parabolica v^2 non è monotona, è necessario limitare opportunamente l'intervallo di funzionamento del circuito ad uno solo dei due rami della parabola.

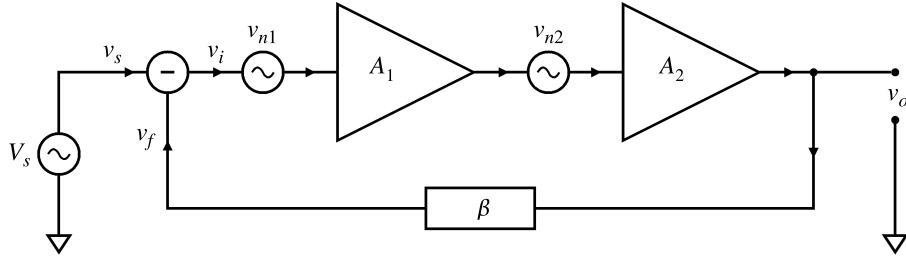


Figura 10.9: Circuito amplificatore con due sorgenti di rumore, una all'ingresso ed un'altra in una posizione intermedia verso l'uscita.

all'uscita, ed il suo contributo viene amplificato solo per il coefficiente A_2 . In una schematizzazione lineare è del tutto equivalente considerare che anche v_{n2} si trovi all'ingresso dell'amplificatore, ma che il suo contributo sia ridotto del fattore A_1 . Questa procedura permette di raccogliere in un unico generatore ⁴ posto all'ingresso del dispositivo i contributi di tutte le fonti di rumore, come in fig. 10.10, dove si ha⁵ $v_n = \sqrt{v_{n1}^2 + (v_{n2}/A_1)^2}$.

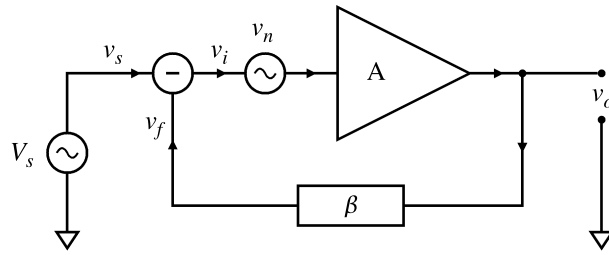


Figura 10.10: Tutte le fonti di rumore del dispositivo amplificatore sono state raccolte nell'unico generatore v_n , all'ingresso.

Le equazioni 10.1-10.2 diventano, nel caso di reazione negativa:

$$\begin{aligned} v_o &= (v_s - \beta v_o + v_n) \cdot A \\ v_o (1 + \beta A) &= (v_s + v_n) \cdot A \\ v_o &= (v_s + v_n) \cdot \frac{A}{1 + \beta A} \end{aligned}$$

Dall'ultima di queste equazioni si vede che la reazione negativa è totalmente ininfluente in quanto rumore e segnale vengono amplificati della stessa identica quantità.

⁴In una descrizione completa normalmente si devono considerare un generatore di rumore di tensione ed uno di corrente, per tenere conto degli effetti della resistenza che l'amplificatore vede al suo ingresso.

⁵Le tensioni e le correnti di rumore sono segnali aleatori, scorrelati, e quindi si sommano quadraticamente.

10.7 Resistenze di ingresso e uscita per l'amplificatore non invertente

Nei paragrafi precedenti, nell'analisi del circuito di fig. 10.5 si è continuato ad ipotizzare un amplificatore operazionale con resistenze r_i ed r_o pari rispettivamente ad infinito e a zero. Con questa approssimazione la resistenza di ingresso R_i che il circuito presenta verso il generatore V_s è ovviamente infinita e la resistenza di uscita R_o al terminale v_o verso la resistenza di carico R_L è zero.

Per una analisi che comprenda anche i valori reali di r_i ed r_o il circuito da considerare è quello riportato in fig. 10.11. Si vedrà che, sempre per effetto della reazione negativa, anche i risultati ottenuti in questo modo si discostano molto poco dal caso ideale.

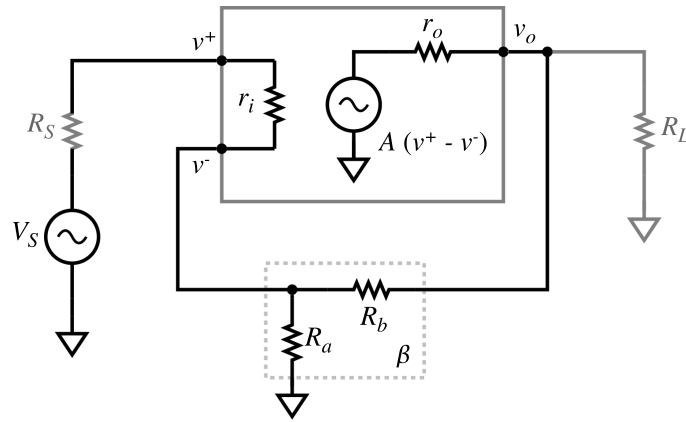


Figura 10.11: Circuito equivalente dell'amplificatore non invertente, completo con le resistenze r_i ed r_o .

10.7.1 Amplificazione

In una prima fase conviene considerare il comportamento del circuito *di per se*, indipendentemente da quello che è effettivamente collegato all'ingresso ed all'uscita e rinviare lo studio dell'effetto di R_s ed R_L ai paragrafi successivi, in cui si valuteranno le resistenze di ingresso R_i e di uscita R_o che il circuito presenta verso l'esterno. Si suppone quindi $R_s = 0$ ed $R_L = \infty$. Con queste condizioni $v^+ = V_s$ e per i due nodi v^- e v_o si possono scrivere le due equazioni di Kirchhoff:

$$\frac{v^-}{R_a} + \frac{v^- - v^+}{r_i} + \frac{v^- - v_o}{R_b} = 0 \quad (10.19)$$

$$\frac{v_o - v^-}{R_b} + \frac{v_o - A(v^+ - v^-)}{r_o} = 0 \quad (10.20)$$

da cui si ottiene il sistema:

$$v^- \left(\frac{1}{r_i} + \frac{1}{R_a} + \frac{1}{R_b} \right) - v_o \frac{1}{R_b} = v^+ \frac{1}{r_i} \quad (10.21)$$

$$v^- \left(\frac{A}{r_o} - \frac{1}{R_b} \right) + v_o \left(\frac{1}{R_b} + \frac{1}{r_o} \right) = v^+ \frac{A}{r_o} \quad (10.22)$$

con v^- e v_o come incognite. Risolvendo il sistema per v_o , si ottiene il valore di G :

$$G = \frac{v_o}{v^+} = \frac{\frac{A}{r_o} \left(\frac{1}{r_i} + \frac{1}{R_a} + \frac{1}{R_b} \right) - \frac{1}{r_i} \left(\frac{A}{r_o} - \frac{1}{R_b} \right)}{\left(\frac{1}{r_i} + \frac{1}{R_a} + \frac{1}{R_b} \right) \left(\frac{1}{R_b} + \frac{1}{r_o} \right) + \frac{1}{R_b} \left(\frac{A}{r_o} - \frac{1}{R_b} \right)} \quad (10.23)$$

Raggruppando opportunamente i termini, moltiplicando numeratore e denominatore per $r_o R_a R_b / (R_a + R_b)$ e infine sostituendo $\beta = R_a / (R_a + R_b)$, si ottiene:

$$G = \frac{A + \beta \frac{r_o}{r_i}}{1 + A\beta + \beta \left(\frac{r_o}{r_i} + \frac{R_b}{r_i} + \frac{r_o}{R_a} \right)} \quad (10.24)$$

Confrontando questa equazione con la 10.8 si nota la comparsa di termini correttivi sia a numeratore che a denominatore.

A questo punto è utile fare alcune osservazioni sugli ordini di grandezza delle resistenze in gioco. Normalmente R_a è dell'ordine di $0.1 \div 10 \text{ k}\Omega$ mentre R_b (ed R_L) sono dell'ordine di $1 \div 100 \text{ k}\Omega$. I valori più bassi sono utilizzati con i circuiti più veloci (dai MHz alle centinaia di MHz); i valori più alti sono tipici dei circuiti per frequenze minori (dalla continua alle centinaia di kHz). La resistenza della sorgente del segnale, R_S , di solito è un dato esterno, non modificabile dal progettista.

I valori indicati sono giustificati da alcune considerazioni di ordine pratico.

La presenza della resistenza equivalente della rete R_b, R_a, r_i, R_S (in parallelo con R_L) introduce una penalizzazione nella dinamica della tensione di uscita del circuito. Un amplificatore operazionale senza alcun carico collegato può fornire all'uscita una tensione in un intervallo che tipicamente è di 1 o 2 V inferiore alle tensioni di alimentazione⁶. Ad esempio, con alimentazioni $\pm 15 \text{ V}$, la tensione di uscita può essere compresa tra i valori $\pm 13 \text{ V}$.

Indicando con R'_L la resistenza di carico complessiva presente all'uscita, si ha un fattore di attenuazione

$$a_o = \frac{R'_L}{r_o + R'_L} \quad (10.25)$$

Volendo limitare la perdita della dinamica di uscita ad esempio a non più del 10%, si dovrà avere $a_o \geq 0.9$ e quindi R'_L (e quindi $R_a + R_b$, come si vede dall'osservazione del circuito) almeno un ordine di grandezza maggiore di r_o : da qualche centinaio di ohm minimo per gli operazionali più veloci a qualche migliaio per gli altri.

D'altra parte valori molto elevati per R_a ed R_b sono preferibilmente altrettanto da evitare perchè, accoppiati alle capacità parassite sempre presenti in un circuito reale, possono dare origine a costanti di tempo che interessano il campo di frequenze

⁶Alcuni modelli più moderni, indicati con il termine *rail-to-rail*, arrivano a fornire un intervallo di tensioni di uscita pari a quello di alimentazione.

di lavoro; valori molto elevati per R_a ed R_b sono giustificati solo quando la riduzione dei consumi è un parametro della massima importanza, ad esempio negli apparecchi alimentati a batteria, o quando il circuito è destinato a lavorare a frequenze molto basse.

In definitiva in un circuito reale valgono sempre le condizioni

$$r_o \ll R_a, R_b, R_L \ll r_i \quad (10.26)$$

Sulla base di queste considerazioni e dei dati nella tab. 10.2, si vede che per i termini correttivi che compaiono nell'eq. 10.29 si ha

$$\frac{R_b}{r_i} \leq 0.1 \quad \frac{r_o}{R_a} \leq 0.1 \quad \frac{r_o}{r_i} \leq 0.003 \quad (10.27)$$

In un circuito amplificatore si ha sempre $\beta \leq 1$, per cui la somma di tutti i termini correttivi a denominatore risulta $\lesssim 0.2$ e quindi trascurabile, visto che si è già considerato trascurabile 1 rispetto ad $A\beta$. A maggior ragione questo è vero a numeratore.

In definitiva in condizioni normali nessuno dei termini aggiuntivi nella eq. 10.29 modifica la validità delle approssimazioni che hanno portato al risultato $G = 1/\beta$ nella eq. 10.8.

10.7.2 Resistenza di ingresso

La resistenza di ingresso R_i è data per definizione dal rapporto tra la tensione v^+ che un generatore esterno V_S applica all'ingresso e la corrente i^+ che fluisce nel terminale di ingresso.

Osservando la fig. 10.11, si può scrivere per la corrente i^+ l'espressione

$$i^+ = \frac{v^+ - v^-}{r_i} \quad (10.28)$$

Risolvendo nuovamente il sistema 10.21 - 10.22 per v^- , riarrangiando i termini come prima e riutilizzando le relazioni 10.27, si ottiene

$$v^- = v^+ \cdot \frac{A\beta + \beta \left(\frac{r_o}{r_i} + \frac{R_b}{r_i} \right)}{1 + A\beta + \beta \left(\frac{r_o}{r_i} + \frac{R_b}{r_i} + \frac{r_o}{R_a} \right)} \simeq v^+ \cdot \frac{A\beta}{1 + A\beta} \quad (10.29)$$

Sostituendo questo risultato nella eq. 10.28 si ottiene

$$R_i = \frac{v^+}{i^+} = r_i (1 + A\beta) \quad (10.30)$$

L'aspetto interessante di questo risultato è che la resistenza di ingresso del circuito di fig. 10.11 viene comunque ad avere un valore elevatissimo. Anche con una r_i modesta, dell'ordine delle decine di $k\Omega$, grazie al valore molto elevato del guadagno d'anello $A'\beta$, si può arrivare ad avere facilmente una R_i di centinaia o migliaia di $M\Omega$.

Bisogna però fare attenzione ai valori fantasticamente alti che si possono ottenere dal calcolo. Ad esempio, per un *AD549* utilizzato come *voltage follower*, quindi con guadagno d'anello pari a 10^6 , si otterrebbe

$$R_i = 10^7 M\Omega \cdot 10^6 = 10^{19} \Omega$$

Questo valore è illusorio. Un modello più accurato del circuito di ingresso dell'amplificatore operazionale è riportato in fig. 10.12.

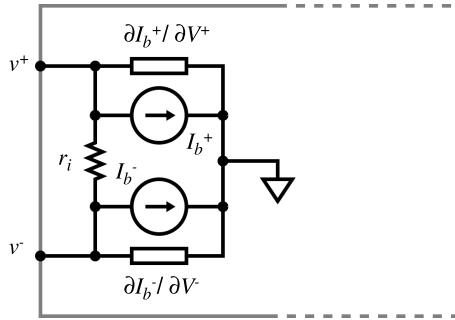


Figura 10.12: Circuito di ingresso dell'amplificatore operazionale, in cui si tiene conto degli effetti delle correnti di polarizzazione I_{bias} .

Ciascun ingresso ha la sua corrente di polarizzazione I_{bias} (schematizzata dai due generatori di corrente I_b^\pm) e questa corrente può essere anche ordini di grandezza superiore ai valori della corrente di ingresso che risulterebbe con i valori di R_i ottenuti dalla eq. 10.30. Inoltre, per quanto la corrente I_{bias} sia discretamente costante al variare di V^+ e V^- , i due generatori non saranno mai completamente ideali e ad ognuno di essi andrà associata una conduttanza $\partial I_b^\pm / \partial V^\pm$. Questa quantità, indicata come conduttanza o resistenza di ingresso di modo comune, viene riportata raramente nelle specifiche degli amplificatori operazionali, ed è di interesse solo con i dispositivi più sensibili. La resistenza di ingresso di modo comune può limitare il valore effettivo della R_i anche di ordini di grandezza al di sotto del valore $r_i(1 + A\beta)$. Ad esempio, l'*AD549* ha una resistenza di ingresso di modo comune di $10^{15} \Omega$.

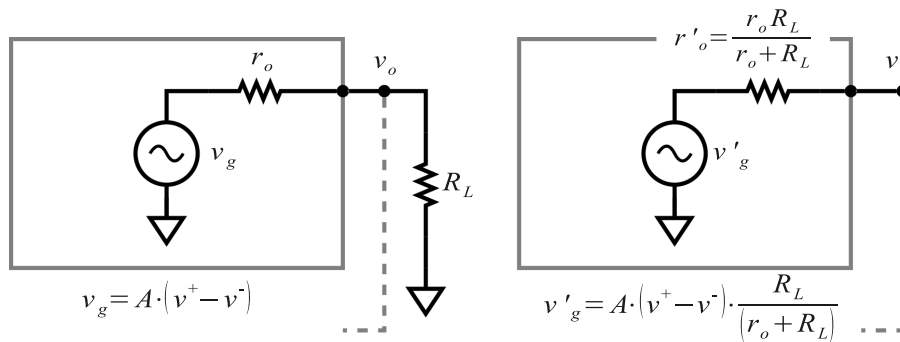


Figura 10.13: Circuito di uscita equivalente secondo Thévenin dell'amplificatore di fig. 10.11 in presenza della resistenza di carico R_L . Fino a che $r_o \leq 0.1 R_L$, l'effetto è solo di ridurre leggermente il guadagno A dell'amplificatore ed il valore effettivo della resistenza di uscita.

Nella elaborazione che ha portato all'eq. 10.30 si è partiti dall'ipotesi $R_L = \infty$. Per riportarsi alla situazione reale in cui R_L non è infinita non è necessario ripetere tutto il calcolo, ma è sufficiente modificare il circuito come riportato nella fig. 10.13: la rete costituita dal generatore v_g e dalle resistenze r_o ed R_L viene sostituita dal suo equivalente secondo Thévenin formato da v'_g ed r'_o . Il circuito che si ottiene è identico come forma a quello che si aveva in assenza di R_L , con la differenza che l'amplificazione A è ridotta del fattore $R_L/(r_o + R_L)$ e la resistenza r_o è sostituita dal parallelo di r_o con R_L . Sino a che vengono rispettate le relazioni 10.26 gli effetti della presenza di R_L sono trascurabili, in quanto si limitano alla riduzione del guadagno di anello $A\beta$ di qualche unità percentuale. Ipoteticamente però R_L potrebbe anche assumere valori molto piccoli, al limite arrivare fino a zero. Questo, oltre a portare in alcuni casi alla distruzione dell'amplificatore operazionale ($\mu A709$ docet), inficia la validità dell'ipotesi $A\beta \gg 1$ che è alla base del funzionamento di tutti i circuiti con amplificatore operazionale. Con $R_L = 0$ si ha anche $a_o = 0$, $A' = 0$, $G = 0$, come è intuitivo che sia, e $R_i = r_i + R_a // R_b$.

10.7.3 Resistenza di uscita

La resistenza di uscita R_o è definita in modo analogo alla resistenza di ingresso come il rapporto tra la tensione v_l e la corrente i_l di un ipotetico generatore collegato all'uscita al posto della resistenza R_L (fig. 10.14), avendo posto all'ingresso $v_s = 0$.

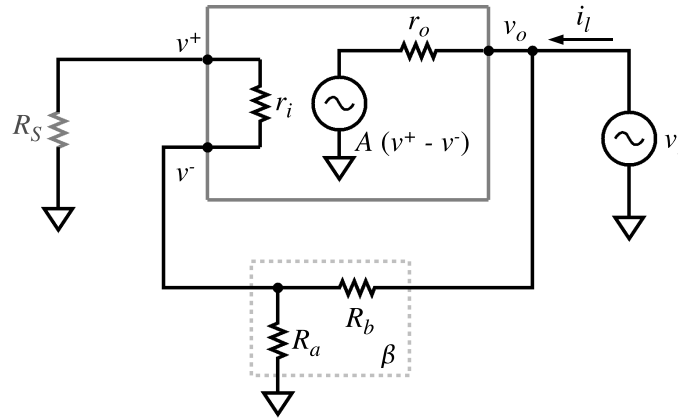


Figura 10.14: La resistenza di uscita di una rete è per definizione data dal rapporto v_l/i_l tra la tensione applicata da un generatore collegato al posto della resistenza di carico R_L e la corrente che fluisce verso il nodo di uscita v_o .

Dal punto di vista algebrico risulta più conveniente calcolare la conduttanza di uscita $G_o = 1/R_o = i_l/v_l$:

$$i_l = \frac{v_l}{R_\beta} + \frac{v_l - A(v^+ - v^-)}{r_o} \quad (10.31)$$

dove R_β è la resistenza equivalente della rete R_b, R_a, r_i (ed R_S) vista dal nodo v_o verso massa. La tensione $v_l (= v_o)$, attraverso il partitore β genera una corrente attraverso r_i ed R_S e quindi una tensione tra i terminali di ingresso dell'amplificatore

operazionale

$$v^- - v^+ = \beta \frac{r_i}{r_i + R_S + R'_\beta} v_l \quad (10.32)$$

dove $R'_\beta = R_a // R_b = R_a R_b / (R_a + R_b)$. Sostituendo nella eq. 10.31 si ottiene

$$G_o = \frac{1}{R_o} = \frac{i_l}{v_l} = \frac{1}{R_\beta} + \frac{1 + A\beta \frac{r_i}{R_S + R'_\beta + r_i}}{r_o} = \frac{1}{R_\beta} + \frac{1 + A'\beta}{r_o} \quad (10.33)$$

con $A' = A r_i / (R_S + R'_\beta + r_i)$.

La resistenza di uscita è data quindi dalla combinazione in parallelo della resistenza R'_β e della resistenza $r_o / (1 + A'\beta)$.

In un circuito ben progettato si avrà cura di avere $r_i \gg R_S$, o almeno $r_i > R_S$, o se proprio questo non è possibile, un rapporto r_i / R_S non tanto piccolo da ridurre il guadagno d'anello $A'\beta$ a valori inaccettabili. Al limite, per $R_S \rightarrow \infty$ si avrebbe $A' \rightarrow 0$ e

$$G_o = \frac{1}{R'_\beta} + \frac{1}{r_o} \simeq \frac{1}{r_o} \quad (10.34)$$

Ma questo equivarrebbe ad avere scollegato il terminale di ingresso del circuito amplificatore da ogni altro circuito.

In definitiva, a meno di valori abnormemente elevati per R_S , si ha $A'\beta \simeq A\beta \gg 1$ e quindi, anche riutilizzando le relazioni 10.26,

$$R_o = \frac{r_o}{1 + A\beta} \quad (10.35)$$

Con i valori di A ed r_o della tab. 10.2 e con β tra 0.01 ed 1 l'eq. 10.35 dà un intervallo di valori di R_o compreso tra 0.2Ω nel peggiore dei casi e $0.5 m\Omega$ nelle condizioni migliori.

Anche in questo caso bisogna fare attenzione ai valori fantasticamente piccoli che si ottengono dal calcolo. Se si collega l'uscita dell'amplificatore ad altri circuiti utilizzando, ad esempio, un tratto di conduttore di rame di lunghezza 10 cm e diametro 0.3 mm , si aggiunge in serie al circuito una resistenza di $4 m\Omega$, che può anche essere di un ordine di grandezza superiore alla resistenza di uscita calcolata.

10.8 Amplificatore *invertente*

L'amplificatore di tensione di fig. 10.5 effettua sui segnali elettrici la prima e più semplice delle *operazioni* che è possibile realizzare con l'amplificatore operazionale⁷: la moltiplicazione di un segnale per una costante positiva e maggiore di uno. Per questo motivo il circuito 10.5 è indicato come *amplificatore non invertente*.

Il circuito di fig. 10.15 invece è in grado di fornire una amplificazione negativa, sia maggiore che minore di 1 in modulo ed è detto *amplificatore invertente*.

Poichè la rete è lineare, per il principio di sovrapposizione la tensione v^- si può scrivere come somma dei due contributi dovuti alla tensione v_s del generatore di

⁷Il nome *amplificatore operazionale* deriva proprio dall'impiego in circuiti per l'esecuzione di operazioni matematiche sui segnali elettrici.

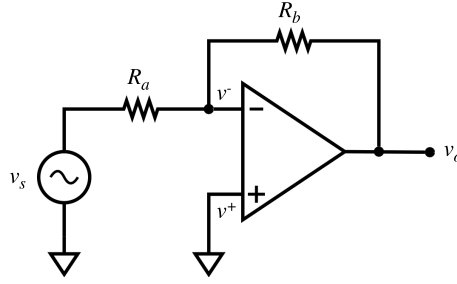


Figura 10.15: Amplificatore invertente. $G = v_o/v_s = -R_b/R_a$.

segnale ed alla tensione $v_o = A \cdot (v^+ - v^-)$ del generatore di uscita dell'amplificatore operazionale:

$$v^- = v_s \cdot \frac{R_b}{R_a + R_b} + v_o \cdot \frac{R_a}{R_a + R_b} = v_s(1 - \beta) + v_o\beta \quad (10.36)$$

dove si è posto, come prima, $\beta = R_a/(R_a + R_b)$. Poichè $v^+ = 0$, si ha $v_o = -A \cdot v^-$ e sostituendo nella equazione 10.36 si ottiene

$$G = \frac{v_o}{v_s} = -(1 - \beta) \cdot \frac{A}{1 + A\beta} \quad (10.37)$$

Nel limite $A \rightarrow \infty$:

$$G = -\frac{1 - \beta}{\beta} = -\frac{R_b}{R_a} \quad (10.38)$$

L'espressione ottenuta per il guadagno G dell'amplificatore invertente (eq. 10.37) coincide con l'eq. 10.8 a meno del fattore costante $-(1 - \beta)$, che non dipende da A . Di conseguenza, tutti i risultati e le considerazioni del par. 10.6 riguardo gli effetti della reazione negativa, basati sul comportamento della quantità $A/(1 + A\beta)$, e cioè la stabilizzazione del guadagno, la riduzione della distorsione e l'aumento della banda passante, si applicano egualmente anche all'amplificatore invertente.

L'unica differenza è data dal fatto che il fattore $(1 - \beta)$ introduce una certa penalizzazione, in quanto l'amplificazione viene ridotta del fattore $(1 + A\beta)/(1 - \beta)$ mentre gli effetti di errore solo del fattore $1 + A\beta$.

10.8.1 Resistenze di ingresso e uscita per l'amplificatore invertente

I risultati ottenuti nei paragrafi precedenti per quanto riguarda gli effetti delle resistenze r_i ed r_o dell'amplificatore operazionale ed il calcolo della resistenza di ingresso R_i e di uscita R_o del circuito di fig. 10.5 non possono essere estesi immediatamente all'amplificatore invertente di fig. 10.15 come è stato invece possibile fare per gli altri effetti della reazione negativa. È necessario invece ripetere almeno in parte il calcolo del par. 10.7. Il circuito da utilizzare è quello riportato in fig. 10.16. Le equazioni per i nodi v^- e v_o , analoghe alle 10.19 e 10.20 sono:

$$\frac{v^- - v_s}{R_a} + \frac{v^-}{r_i} + \frac{v^- - v_o}{R_b} = 0 \quad (10.39)$$

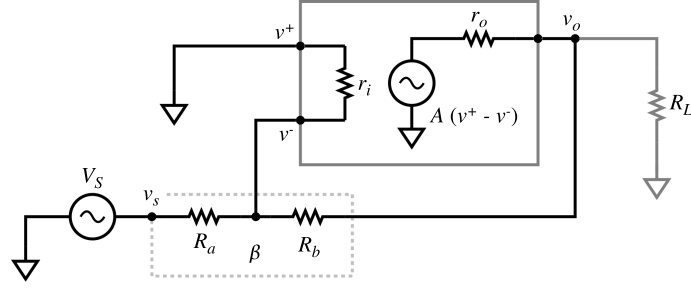


Figura 10.16: Circuito equivalente dell'amplificatore invertente, completo con le resistenze r_i ed r_o .

$$\frac{v_o - v^-}{R_b} + \frac{v_o + Av^-}{r_o} = 0 \quad (10.40)$$

da cui si ottiene il sistema:

$$v^- \left(\frac{1}{r_i} + \frac{1}{R_a} + \frac{1}{R_b} \right) - v_o \frac{1}{R_b} = v_s \frac{1}{R_a} \quad (10.41)$$

$$v^- \left(\frac{A}{r_o} - \frac{1}{R_b} \right) + v_o \left(\frac{1}{R_b} + \frac{1}{r_o} \right) = 0 \quad (10.42)$$

Procedendo come nel par. 10.7.1, si ottiene

$$G = \frac{v_o}{v_s} = -(1 - \beta) \frac{A + \frac{r_o}{R_b}}{1 + A\beta + \beta \left(\frac{r_o}{r_i} + \frac{R_b}{r_i} + \frac{r_o}{R_a} \right)} \quad (10.43)$$

Valgono tutte le considerazioni già fatte sui termini correttivi a numeratore ed a denominatore, per cui, sempre con le condizioni dell'eq. 10.26, si ha:

$$G = \frac{v_o}{v_s} = -(1 - \beta) \frac{A}{1 + A\beta} \quad (10.44)$$

e si riottengono i risultati delle eq. 10.37 e 10.38.

10.8.2 Resistenza di uscita

Sostituendo nel circuito di fig. 10.16 il generatore V_S con un corto circuito e la resistenza di carico R_L con un generatore di tensione v_l per procedere a valutare la resistenza di uscita R_o come definita all'inizio del par. 10.7.3, si vede che si ottiene un circuito identico a quello di fig. 10.14, con $R_S = 0$.

Tutto quanto detto al par. 10.7.3 per l'amplificatore non invertente vale identicamente per l'amplificatore invertente: l'effetto della reazione negativa è di ridurre la resistenza di uscita dell'amplificatore da r_o a $r_o/(1 + A\beta)$.

10.8.3 Resistenza di ingresso

Situazione completamente diversa si ha per quanto riguarda la resistenza di ingresso.

Il generatore V_S vede una resistenza di ingresso $R_i = R_a + R'_i$, dove R'_i è la resistenza di ingresso che l'amplificatore presenta direttamente al nodo v^- . Tralasciando per ora R_L , R'_i risulta composta dalla resistenza r_i in parallelo con la resistenza di ingresso di un amplificatore ideale con guadagno $-A$ e resistenza di reazione tra ingresso ed uscita pari a $r_o + R_b$ (fig. 10.17). Per il teorema di Miller, questo circuito

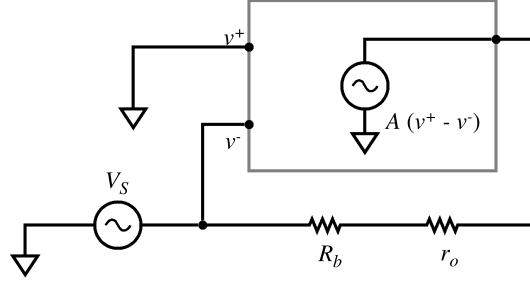


Figura 10.17: Per il teorema di Miller il circuito con amplificazione $-A$ e resistenza di reazione tra ingresso ed uscita $r_o + R_b$ presenta all'ingresso una resistenza equivalente $(r_o + R_b)/(A + 1)$.

presenta una resistenza di ingresso pari a $(r_o + R_b)/(A + 1)$. Quindi

$$\frac{1}{R'_i} = \frac{1}{r_i} + \frac{A + 1}{r_o + R_b} \quad (10.45)$$

Il primo termine è di diversi ordini di grandezza inferiore al secondo, per cui

$$R'_i \simeq \frac{r_o + R_b}{A + 1} \quad (10.46)$$

Con i valori già visti per r_o , R_b ed A , la resistenza R'_i viene ad assumere valori molto piccoli, dell'ordine da 1 fino a $10^{-3}\Omega$. Nel circuito di fig. 10.17 l'effetto della reazione negativa è stato di ridurre enormemente la resistenza di ingresso del circuito, fino a portarla praticamente a zero.

Volendo considerare a questo punto l'effetto della R_L , si può procedere come indicato nel par. ?? ed in fig. 10.13 e sostituire il generatore ed il partitore formato da r_o ed R_L con il circuito equivalente secondo Thévenin. L'unico effetto sarà di ridurre lievemente il valore di r_o e di A , senza quindi modificare in maniera significativa il risultato 10.46.

Per il circuito completo della fig. 10.16 si avrà $R_i = R_a + R'_i \simeq R_a$.

