

Elettronica I – Amplificatore operazionale ideale; retroazione; stabilità

Valentino Liberali

Dipartimento di Tecnologie dell'Informazione
Università di Milano, 26013 Crema

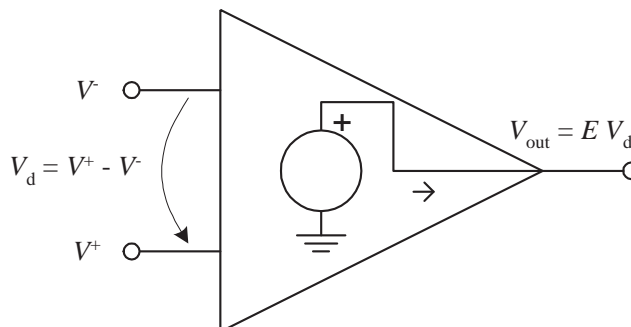
e-mail: liberali@dti.unimi.it

<http://www.dti.unimi.it/~liberali>

Elettronica I – Amplificatore operazionale ideale; retroazione; stabilità – p. 1

Amplificatore operazionale

È un elemento circuitale largamente utilizzato nei circuiti elettronici che elaborano grandezze analogiche.

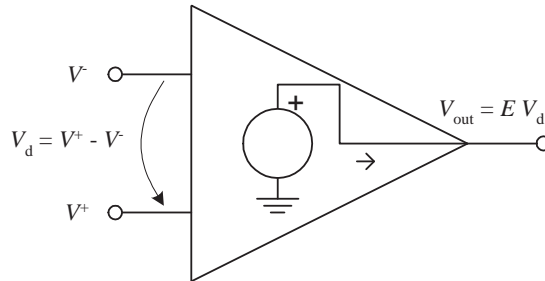


Si tratta di un **generatore di tensione controllato in tensione**, che presenta un guadagno di tensione infinito:

$$V_{out} = E V_d = E(V^+ - V^-) \quad \text{con} \quad E \rightarrow \infty$$

Elettronica I – Amplificatore operazionale ideale; retroazione; stabilità – p. 2

Amplificatore operazionale ideale (1/2)



Nome	Simbolo	Valore
Guadagno di tensione	$E = \frac{V_{out}}{V_d}$	∞
Resistenza di uscita	R_{out}	0
Resistenza di ingresso	R_{in}	∞
Banda passante	B	∞

Elettronica I – Amplificatore operazionale ideale: retroazione; stabilità – p. 3

Amplificatore operazionale ideale (2/2)

L'amplificatore operazionale amplifica la differenza dei due segnali di ingresso V^+ e V^- .

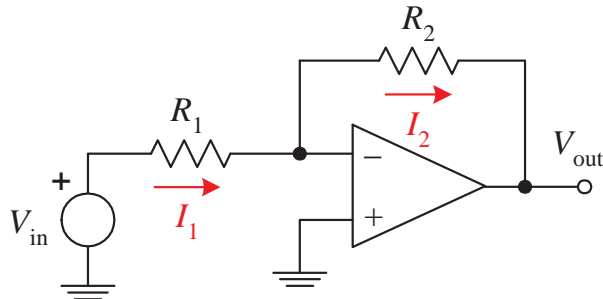
Il terminale di ingresso con il segno "+" è detto *"ingresso non invertente"*, mentre quello con il segno "-" è detto *"ingresso invertente"*.

Di solito è utilizzato in **configurazione retroazionata**: il segnale in uscita all'amplificatore è riportato all'ingresso mediante una **rete di retroazione** ("*feedback*") costituita da elementi passivi (ad esempio, da resistori).

- Segnale di uscita riportato all'ingresso **invertente** da una rete passiva: **retroazione negativa**
- Segnale di uscita riportato all'ingresso **non invertente** da una rete passiva: **retroazione positiva**

Elettronica I – Amplificatore operazionale ideale: retroazione; stabilità – p. 4

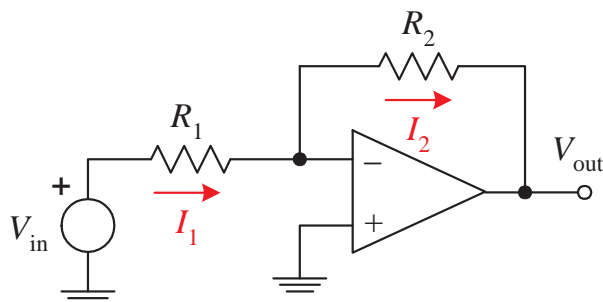
Retroazione negativa (1/4)



$$\begin{cases} V_{in} - V^- = R_1 I_1 \\ V^- - V_{out} = R_2 I_2 \\ I_1 = I_2 \\ V_{out} = EV_d = -EV^- \end{cases}$$

Elettronica I – Amplificatore operazionale ideale: retroazione; stabilità – p. 5

Retroazione negativa (2/4)



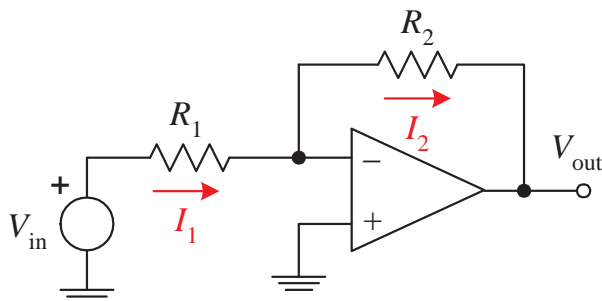
L'ultima equazione del sistema

$$V_{out} = EV_d = -EV^-$$

è risolvibile solo se $V_d = V^+ - V^- = 0$: in questo caso, il prodotto EV_d assume la forma indeterminata $\infty \cdot 0$, che può avere un valore finito.

Elettronica I – Amplificatore operazionale ideale: retroazione; stabilità – p. 6

Retroazione negativa (3/4)

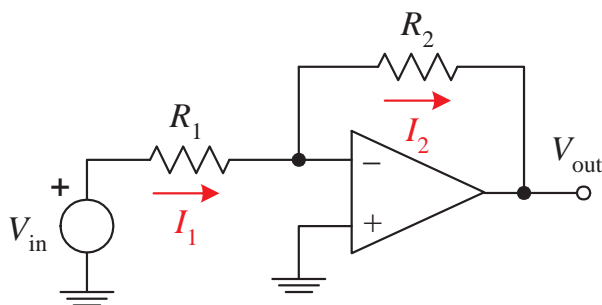


$$V_d = V^+ - V^- = 0$$

Principio della *terra virtuale*:
i due terminali di ingresso dell'amplificatore operazionale
sono alla stessa tensione, benché la corrente di ingresso
sia nulla.

Elettronica I – Amplificatore operazionale ideale: retroazione; stabilità – p. 7

Retroazione negativa (4/4)



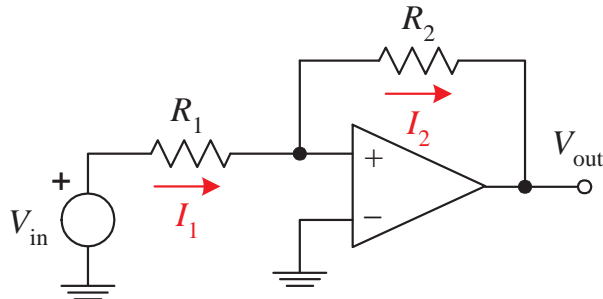
Applicando il principio della terra virtuale: $V^- = 0$, $I_1 = I_2$, si
ottiene la soluzione:

$$V_{\text{out}} = -\frac{R_2}{R_1} V_{\text{in}}$$

L'amplificatore retroazionato ha un guadagno che dipende
solo dal rapporto tra le due resistenze.

Elettronica I – Amplificatore operazionale ideale: retroazione; stabilità – p. 8

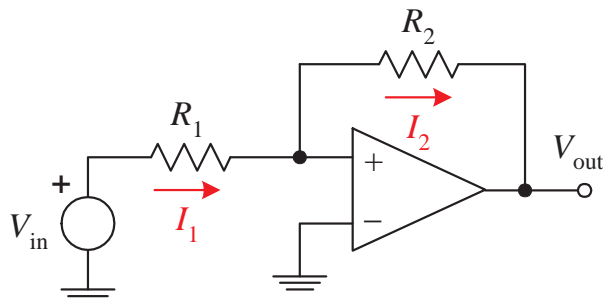
Retroazione positiva (1/3)



È il circuito che si ottiene **scambiando i due terminali di ingresso (+) e (-)**.

Elettronica I – Amplificatore operazionale ideale; retroazione; stabilità – p. 9

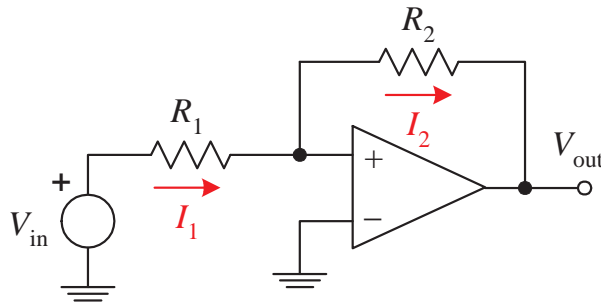
Retroazione positiva (2/3)



$$\begin{cases} V_{in} - V^+ = R_1 I_1 \\ V^+ - V_{out} = R_2 I_2 \\ I_1 = I_2 \\ V_{out} = EV_d = EV^+ \end{cases}$$

Elettronica I – Amplificatore operazionale ideale; retroazione; stabilità – p. 10

Retroazione positiva (3/3)



Proviamo a risolvere il circuito applicando il principio della terra virtuale. Dalle equazioni $V^+ = 0$, $I_1 = I_2$, procedendo come nel caso precedente, si ottiene:

$$V_{\text{out}} = -\frac{R_2}{R_1} V_{\text{in}}$$

come per il circuito con retroazione negativa!

Elettronica I – Amplificatore operazionale ideale; retroazione; stabilità – p. 11

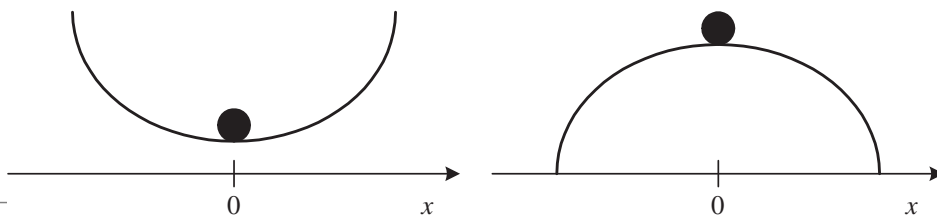
Stabilità del circuito con retroazione

Nella realtà i due circuiti si comportano in modo diverso:

- il circuito con retroazione negativa ha guadagno $-R_2/R_1$,
- il circuito con retroazione positiva **È INSTABILE**.

La differenza di comportamento non si nota dalla soluzione matematica e neppure dalla simulazione circuitale con SPICE.

Occorre un nuovo concetto: la **stabilità**. Paragone meccanico:



Elettronica I – Amplificatore operazionale ideale; retroazione; stabilità – p. 12

Studio della stabilità con i grafi (1/2)

È possibile riconoscere se un circuito è retroazionato oppure no, e ricavare immediatamente il segno della retroazione, utilizzando il metodo dei **diagrammi di flusso** (detti anche *grafi di Mason*). Occorre:

1. individuare il numero minimo di variabili (dipendenti e indipendenti) del sistema; per questo esempio possiamo prendere: V_{in} (ingresso), V^+ , V^- , V_d , e V_{out} (uscita). Le altre grandezze (I_1 e I_2) sono ricavabili da queste usando la legge di Ohm;
2. individuare le grandezze di ingresso, quelle di uscita e quelle intermedie;
3. scrivere un sistema di equazioni in cui tutte le grandezze di uscita e intermedie compaiono in forma esplicita in una (e una sola) equazione.

Elettronica I – Amplificatore operazionale ideale; retroazione; stabilità – p. 13

Studio della stabilità con i grafi (2/2)

Dal sistema di equazioni si disegna il diagramma di flusso:

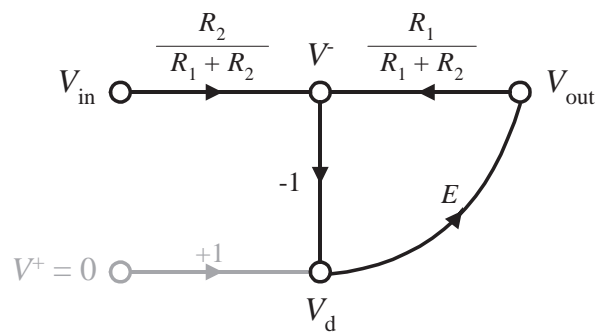
4. ogni variabile corrisponde ad un nodo del grafo avente lo stesso nome;
5. per ogni equazione, si disegna un ramo **orientato** che parte dal nodo che compare a destra del segno uguale e arriva nel nodo a sinistra del segno uguale, e si associa al ramo un peso pari al coefficiente moltiplicativo. Se a destra del segno uguale c'è la somma di più addendi, si disegna un ramo per ogni addendo.

Elettronica I – Amplificatore operazionale ideale; retroazione; stabilità – p. 14

Grafo (retroazione negativa) (1/4)

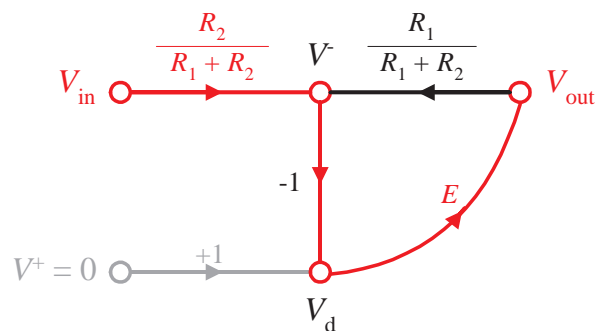
Equazioni (in forma esplicita):

$$\begin{cases} V_{\text{out}} = E V_d \\ V_d = V^+ - V^- \\ V^- = V_{\text{in}} \frac{R_2}{R_1 + R_2} + V_{\text{out}} \frac{R_1}{R_1 + R_2} \\ V^+ = 0 \end{cases}$$



Elettronica I – Amplificatore operazionale ideale; retroazione; stabilità – p. 15

Grafo (retroazione negativa) (2/4)

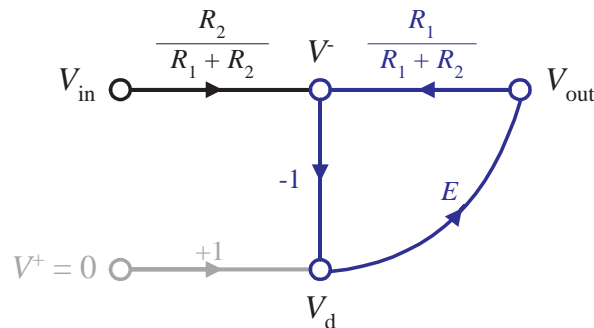


Guadagno di andata:

$$A = -E \frac{R_2}{R_1 + R_2}$$

Elettronica I – Amplificatore operazionale ideale; retroazione; stabilità – p. 16

Grafo (retroazione negativa) (3/4)



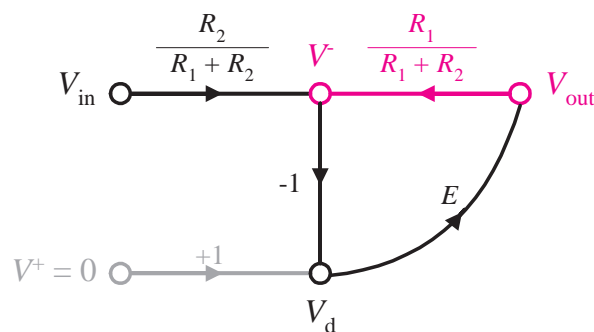
Guadagno dell'anello di retroazione:

$$G_L = -E \frac{R_1}{R_1 + R_2}$$

La retroazione è **negativa** perché il guadagno di anello ha il segno $-$.

Elettronica I – Amplificatore operazionale ideale; retroazione; stabilità – p. 17

Grafo (retroazione negativa) (4/4)



Il fattore di retroazione è la parte di anello non compresa nel guadagno di andata:

$$B = \frac{R_1}{R_1 + R_2}$$

Retroazione **tensione-tensione** (da V_{out} a $\frac{R_1}{R_1+R_2} V_{out}$)

Elettronica I – Amplificatore operazionale ideale; retroazione; stabilità – p. 18

Stabilità (1/2)

Si considera l'effetto di una piccola variazione (o “*disturbo*”) Δv introdotta in uno dei nodi dell'anello di retroazione.

Esempio: variazione Δv^- positiva al nodo v^- (ingresso invertente).

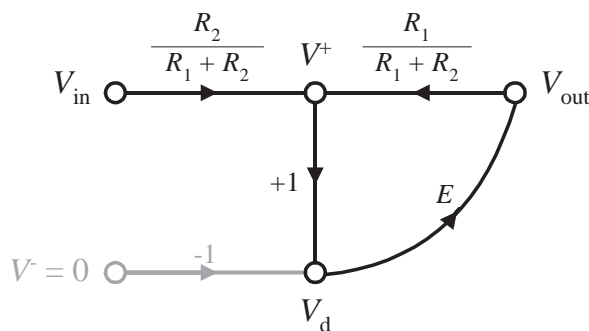
$\Delta v_d = -\Delta v^-$ (con segno negativo); anche Δv_{out} è negativa.

Ma v^- dipende da v_{out} , quindi **la variazione positiva introdotta sul nodo v^- viene bilanciata da una variazione negativa** attraverso l'anello di retroazione.

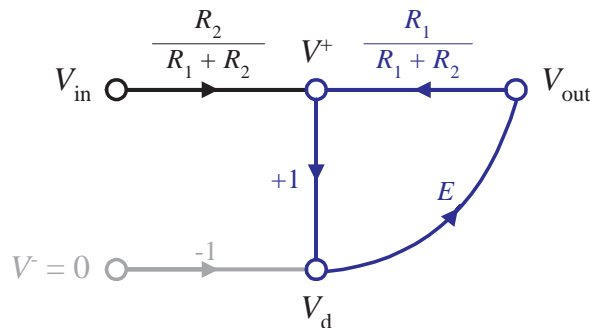
La soluzione trovata è **stabile**, perché il circuito tende spontaneamente a compensare ogni scostamento dal punto di lavoro.

Grafo (retroazione positiva) (1/2)

Grafo corrispondente al circuito con retroazione positiva:



Grafo (retroazione positiva) (2/2)



Guadagno dell'anello di retroazione:

$$G_L = +E \frac{R_1}{R_1 + R_2}$$

La retroazione è **positiva** perché il guadagno di anello ha il segno +.

Elettronica I – Amplificatore operazionale ideale; retroazione; stabilità – p. 21

Stabilità (2/2)

Si considera l'effetto di una piccola variazione (o “*disturbo*”) Δv introdotta in uno dei nodi dell'anello di retroazione.

Esempio: variazione Δv^+ positiva al nodo v^+ (ingresso non invertente).

$\Delta v_d = +\Delta v^+$ (con segno positivo); anche Δv_{out} è positiva.

Ma v^+ dipende da v_{out} , quindi **alla variazione positiva introdotta sul nodo v^+ si aggiunge una variazione positiva ancora maggiore**, perché il guadagno dell'anello di retroazione è positivo e maggiore di uno.

La soluzione trovata è **instabile**: se il circuito si discosta anche di poco dal punto di lavoro ideale, il suo modo di funzionamento cambia.

Elettronica I – Amplificatore operazionale ideale; retroazione; stabilità – p. 22

Amplificatori operazionali retroazionati

Riepilogo:

- Amplificatore operazionale ideale + **retroazione negativa**
→ **il circuito è stabile, vale il principio di terra virtuale**
- Amplificatore operazionale ideale + **retroazione positiva** con guadagno d'anello maggiore di uno
→ **il circuito è INSTABILE, il principio di terra virtuale NON vale**