

TECHNISCHE UNIVERSITÄT DRESDEN

FAKULTÄT INFORMATIK

INSTITUT FÜR SOFTWARE- UND MULTIMEDIATECHNIK

PROFESSUR FÜR COMPUTERGRAPHIK UND VISUALISIERUNG

PROF. DR. STEFAN GUMHOLD

## Großer Beleg

# Ground-Truth-Renderer für Partikelbasierte Daten

Josef Schulz

(Mat.-Nr.: 3658867)

Betreuer: Dipl-MedienInf. Joachim Staib

Dresden, 14. Mai 2015



---

## Aufgabenstellung

Die Darstellung von Partikeldaten mittels Kugelglyphen ist in wissenschaftlichen Visualisierung inzwischen etabliert. Gerade bei dichten Datensätzen stellen kompakte Anordnungen von sehr vielen Kugeln jedoch ein Problem für die Erkennbarkeit der zu visualisierenden Vorgänge dar. Eine Möglichkeit, diesem Problem zu begegnen ist es, über Blinn-Phong-Beleuchtung hinausgehende Effekte wie globale Schatten oder den Einsatz von Methoden aus dem Volume-Rendering zu integrieren. Durch deren Komplexität muss in Echtzeitvisualisierungen jedoch auf teilweise grobe Approximationen zurückgegriffen werden. Die Einschätzung der Approximationsqualität fällt häufig schwer, da keine Visualisierung des exakten Verfahrens verfügbar ist. Ziel dieser Belegarbeit ist die Umsetzung eines CPU-Renderers für Partikeldaten, der eine Reihe von erweiterten Visualisierungseffekten unterstützt. Er soll die Grundlage für Ground-Truth-Visualisierungen bieten. Zunächst soll eine geeignete Softwarearchitektur konzipiert und umgesetzt werden. Die Partikel sollen als mit lichtemittierendem und  $\gamma$ absorbierendem Gas gefüllte Kugeln interpretiert werden. Es sollen anschließend Methoden entwickelt werden, um einen physikalisch plausiblen globalen Schattenwurf und Lichttransport für eine beliebige Anzahl an Punkt- und Richtungslichtquellen zu ermöglichen. Die dafür notwendigen Gleichungen für Kugeln mit konstanter Dichte und Emission, sowie linearer Absorption, sollen soweit wie möglich analytisch bestimmt und, sobald nicht mehr möglich, mittels möglichst exakter numerischer Integratoren ausgewertet werden.

Die Teilaufgaben umfassen:

- Umfassende Literaturrecherche zur globalen Beleuchtungsrechnung in der Volumen Visualisierung
- Schrittweise Konzeption und Umsetzung einer erweiterbaren Architektur zum Erzeugen von Ground-Truth-Bildern:
  1. Zunächst als Raytracer für opake Kugeln, der globale Schatteneffekte von frei positionierbaren Punkt- und Richtungslichtquellen unterstützt
  2. Umsetzung eines Renderers, der Kugeln als Volumen nach dem Emissions-Absorptions-Modell rendert, dabei analytische Bestimmung des Volume-Rendering-Integrals, einschließlich Integration direkter Beleuchtung unverdeckter Lichtquellen
  3. Erweiterung zu verdeckten Lichtquellen und Bestimmung der Lichtstärke- und Farbe für Lichtstrahlen durch verdeckende Kugeln
- Unterstützung für ein Standardformat wie VRML
- Evaluation in Bezug auf Korrektheit, Bildartefakte und (numerische) Grenzfälle

---

Optional:

- Unterstützung für Refraktionseffekte
- Unterstützung komplexerer Materialtypen

---

# Selbstständigkeitserklärung

Hiermit erkläre ich, dass ich die von mir am heutigen Tag dem Prüfungsausschuss der Fakultät Informatik eingereichte Arbeit zum Thema:

*Ground-Truth-Renderer für Partikelbasierte Daten*

vollkommen selbstständig verfasst und keine anderen als die angegebenen Quellen und Hilfsmittel benutzt sowie Zitate kenntlich gemacht habe.

Dresden, den 14. Mai 2015

Josef Schulz



# Inhaltsverzeichnis

<b>1</b>	<b>Einleitung</b>	<b>3</b>
1.1	Motivation . . . . .	3
1.2	Verwandte Arbeiten . . . . .	4
1.3	Aufbau der Arbeit . . . . .	4
<b>2</b>	<b>Grundlagen</b>	<b>7</b>
2.1	Strahl und Kugelgleichung . . . . .	7
2.2	Die Perspektivische Kamera . . . . .	8
<b>3</b>	<b>Rendergleichung</b>	<b>11</b>
3.0.1	Emission . . . . .	12
<b>4</b>	<b>Implementation</b>	<b>13</b>
<b>5</b>	<b>Evaluation und Diskussion</b>	<b>15</b>
5.1	Fazit . . . . .	15
	<b>Literaturverzeichnis</b>	<b>17</b>





# 1 Einleitung

## 1.1 Motivation

Bei einer Vielzahl von Messvorgängen oder Simulationen ergeben sich Partikel basierte Datensätze. Erst durch eine geeignete Darstellung lassen sich diese optimal auswerten und analysieren. Das Ziel von Visualisierungen ist die Unterstützung der menschlichen Wahrnehmung bei der Auswertung der erhobenen Daten. Dabei geht nicht um eine bloße Optische Verschönerung der Darstellung, sondern darum kodierte Eigenschaften in den Fokus des Betrachter zu rücken und Tendenzen hervorzuheben. Die Darstellung von dreidimensionalen Partikeln auf eine zweidimensionalen Ebene ist mit Problemen verbunden, diese sollen im Folgenden näher betrachtet und werden.

Die Fähigkeit des Menschen die Tiefe von Objekten in einer Szene schätzen zu können wird durch ein System ermöglicht, das den Wert für die Tiefe auf unterschiedlichen Wegen bestimmt. Ein Weg besteht in der Schätzung der Entfernung über die Epipolarometrie. Bei der Betrachtung eines zweidimensionalen Bildes kann diese Variante lediglich die Bildelebene erfassen, jedoch nicht die Tiefe der abgebildeten Objekte. Die Objekttiefen in der Abbildung kann der Mensch anhand von Überdeckungen und durch eine perspektivische Transformation der Objekte abschätzen. Damit Überdeckungen erkannt und die abgebildeten Objekte von einander unterschieden werden können müssen sich diese durch einen Kontrast voneinander unterscheiden, Schattierungen lösen dieses Problem. Zusätzlich wirkt ein Kugelglyph plastischer als wenn er durch einen einfarbiger Kreis darstellen werden würde. Überdeckungen verhindern allerdings, das der Betrachter die dahinter liegenden Partikel sehen kann. Ganze Strukturformen zu denen beispielsweise Höhlen zählen können deshalb nicht erfasst werden. Eine Möglichkeit dieses Problem zu lösen besteht darin die Partikel transparent abzubilden, damit trotz der Überdeckung alle Strukturen sichtbar bleiben. Die zuvor erwähnten Schattierungen ergeben sich in der realen Welt aus der Wechselwirkung zwischen Licht und Materie. Ein weiter Weg zur Bestimmung von Objekttiefen die der Mensch nutzt, ist die Rekonstruktion von Lichtwegen.

Lokale Beleuchtungsmodelle eignen sich zur Berechnung von Schattierung, unterstützen die Wahrnehmung der Tiefe jedoch nur bedingt. Es existieren eine Reihe von Beleuchtungsmodellen die die Szene global beleuchten. Der Einsatz solcher Modelle stellt eine bessere Unterstützung der Wahrnehmung dar. Existierenden Algorithmen müssen auf Grund einer hohen Rechenkomplexität, der globalen Beleuchtung an vielen Stellen approximativ vereinfachen. Insbesondere GPU-Implementierung sind auf diese angewiesen um die globale Beleuchtung in Echtzeit zu realisieren.

Ziel dieser Arbeit ist die Entwicklung eines CPU-Renderers für Partikel, bei dem der Fokus auf der Genauigkeit und nicht auf der Geschwindigkeit der Berechnung liegt. Die Partikel werden als mit Gas gefüllte Kugel interpretiert und mit einem Verfahren der direkten Volumen Darstellung gezeichnet. Direkte Verfahren zerlegen die Daten nicht in einem Vorverarbeitungsschritt in Netze aus Polygonen, sondern visualisieren die Daten in einem Schritt. Die Grundlage des Verfahrens stellt ein Volumenintegral dar, dessen Lösung mit Hilfe eines Raycast-Algorithmus dargestellt wird. Dabei handelt es sich um ein halb-analytisches Verfahren. Vorteile analytischer Lösungen in der Genauigkeit und der Geschwindigkeit der Berechnung. Die erzeugten Bilder, dienen als *Ground-Truth* Information zur Evaluation von approximativen Implementierungen. Im Folgenden werden Verwandte Arbeiten und der Aufbau dieser Arbeit vorgestellt.

## 1.2 Verwandte Arbeiten

Die Arbeit [JSYR14] fasst verschiedenen Algorithmen zur Beleuchtung und interaktiven Darstellung von Volumendaten in Echtzeit zusammen. Vorgestellte Algorithmen werden hinsichtlich ihrer technischen Umsetzung, Performance und ihrer Unterstützung für die menschliche Wahrnehmung klassifiziert. Diese Kriterien erleichtern die Auswahl des Verfahrens für den Entwickler in Abhängigkeit der Anwendung. Bei den Verfahren handelt es sich um approximative Varianten mit dem Ziel interaktive Bildraten zu gewährleisten.

Die Grundlagen des Emission-Absorption-Modells werden von Nelson Max in der Arbeit [Max95] beschrieben. Das Volumenintegral des Emission-Absorption-Modells wird hergeleitet und Stück für Stück mit Effekten angereichert. Neben der einfachen Streuung und der Schattenberechnung wird auch die Mehrfachstreuung vorgestellt. Beendet wird die Arbeit mit der Vorstellung anwendbarer Lösungsverfahren.

In der Publikation [JPP98] wird ein zum Teil Analytisches Verfahren vorgestellt. Der Algorithmus wird zur Darstellung von Voxelgittern eingesetzt. Jedem Voxel wird eine Dichte zu geordnet, aus welcher ein Wert für die Transparenz abgeleitet wird. Hinter dem Voxelgitter befindet sich eine Lichtquelle und deren Lichtintensität wird durch das Volumen unterschiedlich stark abgeschwächt. Die Integrale der Gleichungen werden streckenweise Analytisch gelöst, wodurch ein Zuwachs an Genauigkeit erreicht wird.

In der Arbeit [ASW13] geht es um einen alternativen Ansatz, welcher nicht auf dem Emission und Absorptionsmodell aufbaut, sondern von einem Punkt Strahlen in die umliegende Nachbarschaft verfolgt um den Grad an Verdeckung an diesem Punkt zu bestimmen. Je mehr Segmente mit hoher Dichte in der Nachbarschaft liegen, umso geringer ist der Anteil des Lichtes, welches eben jenen Punkt erreicht. Ein Geschwindigkeitszuwachs wird durch eine Vor-integrierte Transferfunktion erreicht. Ein Vorteil dieses Verfahrens, stellt die Güte der erzeugten Schatten da.

Photonen Mapping ist ein Verfahren zur Erzeugung von Globalen Beleuchtungseffekten, dieses kommt in der Arbeit [JKRY12] zur Beleuchtung von Volumendaten in Echtzeit zum Einsatz. Die benötigte dazu benötigte Photonenmap wird dabei mit Histogrammen realisiert. Mit deren Hilfe können Änderungen in Interaktiven Bildwiederholungsraten ermöglicht werden, da bei Parameteränderungen nur die betroffenen Histogramme neu erzeugt werden müssen.

Die Monte Carlo Methode ist ein Verfahren zur numerischen Approximation von Integralen, dieses kommt zur Lösung der Volumengleichung in der Arbeit [?] zum Einsatz. Der Fokus liegt der Arbeit liegt auf der physikalischen Grundlage der Gleichung. Die Arbeit verspricht eine Globale Beleuchtungsrechnung in Echtzeit und unterstützt unter anderen auch Mehrfachstreuungen.

Eine weitere Arbeit aufbauend auf dem Prinzip der Ambienten Verdeckung stellt die Arbeit [KPH<sup>+</sup>03] vor. In dieser Arbeit hat Direktes und Indirektes Licht einen Einfluss auf das Ergebnis. Mit Hilfe des so genannten *blurring* werden die Farbanteile des Indirekten Lichtes in einem Buffer gehalten. Dieses verfahren approximiert die Streuungseffekte, welche in Materialien auftreten können.

Eine Erweiterung dieses Verfahrens stellt die Arbeit [SPH<sup>+</sup>09] dar, welche hier nur der Vollständigkeit halber erwähnt werden soll.

## 1.3 Aufbau der Arbeit

Die Arbeit ist folgendermaßen gegliedert. Zunächst werden im Grundlagen Kapitel die Technik des Ray-castings erläutert und die grundlegenden Gleichungen für Kugel und Strahl und deren Schnitt behandelt. Beendet wird das zweite Kapitel mit der Herleitung der Perspektivischen Kamera anhand einer Lochkamera. Im dritten Kapitel wird die Rendergleichung aufbauend auf der Arbeit von Nelson Max hergeleitet

und eine Lösung dieser präsentiert werden. Das vierte Kapitel wird die sich mit der Implementierung des Algorithmus beschäftigen und im fünften Kapitel werden die Ergebnisse in Abhängigkeit der Parameter und der Rechenzeit evaluiert und anschließend im Fazit diskutiert werden.



## 2 Grundlagen

Der Entwickelte Algorithmus basiert auf dem Verfahren des *Raycasting*. Bei diesem Verfahren wird der Sensor der Kamera, welche am ende dieses Kapitels definiert wird, diskretisiert und für jeden Pixel wird mindestens ein Strahl in die Szene geschossen. Für jeden Strahl muss eine Schnittberechnung mit den in der Szene befindlichen Objekten durchgeführt werden. Wird ein Objekt vom Strahl geschnitten, muss die Rendergleichung für das dazugehörige Stahlsegment gelöst werden.

In dieser Arbeit wird die Menge der Objekte auf Kugeln reduziert. Jede Kugel repräsentiert ein mit Gas gefüllten Partikel. Die Dichte im Inneren jedes Partikels wird als Konstant angenommen und die Menge der Transferfunktionen auf Lineare beschränkt werden. Im Folgenden werden die Gleichungen für Strahlen, Kugeln und deren Schnittberechnung definiert. Das Kapitel wird mit der Herleitung der perspektivischen Kamera beendet.

Punkte werden in dieser Arbeit wie Vektoren behandelt, sie unterscheiden sich von diesen in den Formeln dadurch das sie Unterstrichen sind und keinen Pfeil besitzen wie ein Vektor.  $\underline{p}$  stellt einen Punkt und  $\vec{p}$  einen Vektor dar. Skalarprodukte werden mit Hilfe von spitzen Klammern  $\langle \vec{a}, \vec{b} \rangle$  repräsentiert.

### 2.1 Strahl und Kugelgleichung

Es wird mit der Definition des Strahls begonnen, der das Zentrale Element des Algorithmus bildet. Die Formel beschreibt wie jeder Punkt auf dem Strahl in Abhängigkeit eines skalaren Wertes  $t$ , eines Stützpunktes  $\underline{o}$  und einem Richtungsvektor  $r$  bestimmt werden kann. Die Gleichung definiert sich wie folgt:

$$\underline{p}(t) = \underline{o} + t \cdot \vec{r}, \text{ mit } t \in \mathbb{R}_+ \quad (2.1)$$

Jeder Punkt auf dem Strahl  $\underline{p}(t)$ , ergibt sich aus der Addition eines Stützpunktes  $\underline{o}$  mit dem durch  $t$  skalierten Richtungsvektor  $\vec{r}$ . Der Vektor  $\vec{r}$  muss normiert sein, die Länge des Vektors muss genau 1 betragen:  $||\vec{r}|| = 1$ . Ist der Wert von  $t < 0$  liegt der Punkt hinter dem Ausgangspunkt des Strahls, andernfalls davor oder im Fall von  $t = 0$  entspricht er eben diesen.

Neben dem Strahl ist die Kugel, welche die Geometrische Form der betrachteten Partikel darstellt eine wichtige Rolle und soll ebenfalls definiert werden, damit die Schnittpunktberechnung durchgeführt werden kann.

Die Fläche einer Kugel wird im  $\mathbb{R}^3$  durch den Mittelpunkt  $\underline{m} = (x_0, y_0, z_0)$  und den Radius  $r$  parametrisiert. Jeder Punkt auf der Kugeloberfläche lässt sich durch den Abstand zum Mittelpunkt, dem Zentrum der Kugel definieren. Die Folgende Formel beschreibt diese Formulierung:

$$(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2 + (z - z_0)^2 = r^2 \quad (2.2)$$

Jeder Punkt  $\underline{p} = (x, y, z)$  der die Formel 2.2 erfüllt liegt auf der Oberfläche der Kugel. Die Kugelgleichung 2.2 lässt sich auf beliebige  $\mathbb{R}^n$ , mit  $n \in \mathbb{N}_+$  erweitern, und die Beschreibung ist für alle  $n$  äquivalent:

$$\langle \underline{p} - \underline{m}, \underline{p} - \underline{m} \rangle = r^2 \quad (2.3)$$

Um den Schnittpunkt zwischen Kugel und Strahl zu berechnen wird die Kugelgleichung 2.3 vereinfacht. Der Mittelpunkt der Kugel auf den Koordinaten Ursprung verschoben, liegen alle Punkte  $p$  auf der Oberfläche  $O$ , wenn sie den Abstand  $r$  zum Koordinatenursprung haben. Die zu erfüllende Bedingung hat demnach folgende Form:

$$||\underline{p}|| = r \quad (2.4)$$

Die Gleichung 2.4 lässt sich quadrieren und der Strahl wird anschließend in diese eingesetzt. Das Resultat ist eine quadratische Gleichung. Bis auf das Skalar  $t$  sind alle Werte bekannt. Die Gleichung

$$r^2 = \langle \underline{p}, \underline{p} \rangle = \langle r(t), r(t) \rangle = \langle \underline{p} + t \cdot \vec{r}, \underline{p} + t \cdot \vec{r} \rangle \quad (2.5)$$

kann nach  $t$  umgestellt werden und die Nullstellen berechnet werden. Es gibt entweder keine, eine oder zwei Lösungen für die Gleichung. Werden die bestimmten Schnittpunkte in die Gleichung des Strahls eingesetzt können die Positionen der Schnittpunkte berechnet werden. Die komplette Lösungsformel definiert sich im Folgenden:

$$t_{1,2} = \frac{-2 \cdot \langle \underline{p}, \vec{r} \rangle \pm \sqrt{4 \cdot \langle \underline{p}, \vec{r} \rangle^2 - 4 \cdot \langle \underline{p}, \underline{p} \rangle \cdot \langle \vec{r}, \vec{r} \rangle}}{2 \cdot \langle \vec{r}, \vec{r} \rangle} \quad (2.6)$$

## 2.2 Die Perspektivische Kamera

Um in der realen Welt Bilder aufzunehmen wird eine Kamera benötigt, hier wird eine Simulation durchgeführt und für diese wird das Modell einer Kamera benötigt welches sich von der *camera obscura* ableitet. Dabei handelt es sich um das Modell einer Lochkamera, diese besteht aus einem Kasten. Auf der einen Seite befindet sich ein lichtempfindliches Material, welches den Sensor bildet und auf der gegenüberliegenden Seite befindet sich ein schmales Loch. Das Licht wird von der Oberfläche der abzubildenden Objekte reflektiert und fällt durch das Loch auf den Sensor. Bei dem Vorgang der Abbildung findet eine Vertikale und Horizontale Spiegelung der Szene statt. Das bedeutet das Bild der Szene wird spiegelverkehrt aufgenommen.

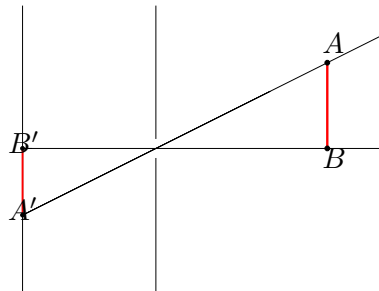


Abbildung 2.1: Schematische Darstellung des Abbildungsvorgangs der *camera obscura*

Die Abbildung 2.1 zeigt den Aufbau der *Camera obscura* schematisch. Auf der linken Seite der Abbildung befindet sich die Bildebene, auf welche die Szene abgebildet wird. In der Mitte der Abbildung 2.1 befindet sich die Wand mit dem kleinen Loch. Hier wird die erste Abstraktion durchgeführt, denn in der Realität kann das Loch eine gewisse Größe nicht unterschreiten, da andernfalls kein Licht hindurch dringen würde. Aufgrund dieser minimalen Größe kommt es zu einer Glättung der Abbildung. Diese Einschränkung gilt für die Computersimulation nicht, es wird angenommen, dass das Loch unendlich klein ist, so dass die Szene unendlich genau abgebildet werden kann.

Auf der rechten Seite in der Abbildung 2.1 befindet sich ein Objekt in Form einer Strecke, welche durch die Punkte  $A$  und  $B$  begrenzt wird. Der Punkt  $B$  befindet sich mit der Sensormitte und dem Loch genau auf einer Ebene und er wird auf den Punkt  $B'$  abgebildet. Der zweite Punkt  $A$  wird auf dem Punkt  $A'$  abgebildet. Genauer zeigt die Abbildung 2.1 den Strahlensatz der in diesem Zusammenhang gilt.

Die Distanz zwischen dem Sensor und dem Loch der Kamera wird mit der Variable  $f$  bezeichnet. Da es sich wie oben bereits erwähnt um eine Computersimulation handelt kann das Modell weiter abstrahiert werden. In der im Computer simulierten Welt kann der Sensor auch vor dem Loch positioniert werden, was zur Folge hat, dass die Abbildung entspiegelt wird.

Die Position der Kamera soll im Folgenden mit der Variable  $\underline{p}$  bezeichnet werden. Diese ist mit der Position des Lochs der Lochkamera identisch und wird in der Literatur auch als Augpunkt bezeichnet. Für jeden Pixel der Bildebene wird mindestens ein Strahl erzeugt, welcher als Stützpunkt die Position der Kamera erhält und der Richtungsvektor ist der Normierte Vektor von der Kameraposition zum Pixel. Zur Vereinfachung wird angenommen, dass die Bildebene parallel zur  $xy$ -Ebene des Koordinatensystems der Szenen ist und der Augpunkt genau im Ursprung von diesem liegt. Die Fläche des Sensors wird in  $W \cdot H$  Pixeln unterteilt. Für jeden Pixel  $(x, y)$  wird ein Strahl  $s$  in die Szene geschossen, dessen Stützpunkt der Augpunkt der Kamera ist und der Richtungsvektor der normierte Vektor  $\vec{r}(x, y)$  welche sich ohne wie folgt definiert.

$$\vec{r}(x, y) = \begin{pmatrix} \left( \frac{x}{W} \cdot 2 - 1 \right) \cdot \frac{W}{H} \\ \frac{y}{H} \cdot (-2) + 1 \\ f \end{pmatrix} \quad (2.7)$$

Es ist gilt zu beachten das der Richtungsvektor noch normiert werden muss:  $\vec{r}(x, y) = \frac{\vec{r}(x, y)}{\|\vec{r}(x, y)\|}$ . Jeder Kamera Strahl, im folgenden auch als Primärstrahl bezeichnet hat die folgende Form:

$$\underline{s}(x, y) = \underline{p} + t \cdot \vec{r}(x, y) \quad (2.8)$$

Die Kamera kann an dieser Stelle nur entlang der  $z$ -Achse Blicken, eine Rotation im Raum lässt sich durch die Multiplikation einer Rotationsmatrix mit den Richtungsvektoren bewerkstelligen. Die Position des Kameramodells ist frei Wählbar, es genügt den Augpunkt zu verschieben. Mit Hilfe der Distanz  $f$ , der fokalen Länge kann ein Zoomeffekt der Kamera erzielt werden.





### 3 Rendergleichung

Die Basis der Beleuchtungsrechnung in dieser Arbeit bildet ein Volumenintegral, welches die Verteilung des Lichtes in der Szene beschreibt. Die Gleichung fußt auf dem Emission und Absorptionsmodell von Nelson Max aus der Arbeit [Max95].

Grundlage der Herleitung bilden Partikel in Form von Einheitskugeln. Jede dieser Kugeln besitzt einen Radius  $r = 1$ . Die projizierte Oberfläche einer Kugel entspricht einem Kreis, und dessen Flächeninhalt lässt sich aus dem Produkt des quadrierten Radius mit der Kreiszahl  $\pi$  bestimmen. Die Anzahl von Partikeln, welche sich in einem Einheitsvolumen befinden wird mit  $\rho$  bezeichnet. Im folgenden soll ein Zylinder betrachtet werden, welcher mit der Kreisfläche  $E$  und einer Länge  $\Delta s$  parametrisiert. Das Volumen des Zylinders entspricht  $V_z = E \cdot \delta s$  und es enthält in etwa  $N = \rho E \delta s$  Partikel. Die von dem Zylinder verdeckte Grundfläche  $B$  entspricht bei einem sehr klein gewählten  $\delta s$  in etwa  $NA$ , mit  $NA = \rho A E \delta s$ . Als Flussrichtung des Lichtes wird  $\delta s$  gewählt. Der Anteil des Lichts, welcher mit Teilchen Wechselwirkt bis er  $B$  erreicht beträgt  $\rho A \delta s$ . Wenn  $\delta s$  gegen Null geht, sinkt die Wahrscheinlichkeit, das sich Gaspartikel entlang der Lichtrichtung überlappen. Die Funktion  $I(s)$  liefert die Intensität des Lichtes an der Distanz  $s$ . Wird die Lichtintensität  $I(s)$  nach  $s$  abgeleitet, ergibt sich die folgender Differenzialgleichung:

$$\frac{dI}{ds} = -\rho(s)AI(s) = -\tau(s)I(s) \quad (3.1)$$

Auf der rechten Seite der Gleichung 3.2 steht die Funktion  $\tau(s)$ , diese beschreibt die Abschwächung der Lichtintensität durch ein Volumen mit der Länge  $s$ . Wie in 3.4 zusehen ist definiert sich der Abschwächungskoeffizient als das negative Produkt der mittleren Dichte  $\rho$  mit der Oberfläche eines Partikels. Nelson Max hat die folgende Lösung für die Differenzialgleichung gefunden:

$$I(s) = I_0 \cdot e^{-\int_0^s \tau(t) dt} \quad (3.2)$$

Der Parameter  $I_0$  entspricht der Intensität an der Stelle  $s = 0$ , dabei handelt es sich um den Punkt, an dem der Lichtstrahl auf das Volumen trifft. Bei den zweiten Teil des Terms handelt es sich um die Transparenz des Mediums im Intervall  $[0, s]$ , welche durch  $T(s) = \exp(-\int_0^s \tau(t) dt)$  repräsentiert wird. Nelson Max definiert neben der Transparenz einen Wert für den Grad an Verdeckung durch das Volumen  $\alpha$ , der in der Englischen Literatur als *opacity* bekannt ist.

$$\alpha = 1 - T(l) = 1 - e^{-\int_0^l \tau(t) dt} \quad (3.3)$$

Ist die Funktion  $\tau$  innerhalb des Volumens konstant, vereinfacht sich der Term für die Verdeckung zur Gleichung  $\alpha = 1 - \exp(-\tau l) = \tau l - (\tau l)^2/2 + \dots$ . Im Rahmen dieser Arbeit ist der Begriff der Transferfunktion bereit mehr als einmal gefallen, eine solche Funktion bildet den Materialwert auf die optischen Eigenschaften der Gleichung ab.

### 3.0.1 Emission

Wie in der Arbeit [Max95] wird auch in dieser zuerst die Gleichung für die Emission hergeleitet. Neben der Abschwächung der Lichtintensität durch ein Volumen, kann zusätzlich an jedem Punkt in diesem Licht emittiert werden. In Worten bedeutete es, dass ein Lichtstrahl welcher durch das Volumen geschossen wurde zusätzlich mit Licht angereichert wird. Zur Herleitung der Emission soll die Absorption zu nächst vernachlässigt werden. Betrachtet werden die Partikel aus dem vorhergehenden Abschnitt, jeder dieser Partikel wird im Folgenden als Transparent angenommen. Zusätzlich emittiert jeder von ihnen diffuses Licht. Das bedeutet jeder Partikel emittiert Licht, in alle Richtungen mit der gleichen Intensität  $C$  über der projizierten Fläche  $\rho A E \Delta s$ . Dieser Effekt bewirkt eine Anreicherung des Lichtflusses  $C \rho A E \Delta s$  welcher zur Basisfläche  $E$  fließt. Durch diesen Zusammenhang ergibt sich eine weitere Differenzialgleichung:

$$\frac{dI}{ds} = C(s)\rho(s)A = C(s)\tau(s) = g(s) \quad (3.4)$$

Die Funktion  $g(s)$  wird als Quellterm bezeichnet. Dieser Term beschreibt die Wechselwirkung des Lichtes mit dem Volumen über der Länge  $s$ . Zu der Differenzialgleichung 3.4 hat Nelson Max ebenfalls eine Lösung gefunden welche sich wie folgt definiert:

$$I = I_B + I_E$$

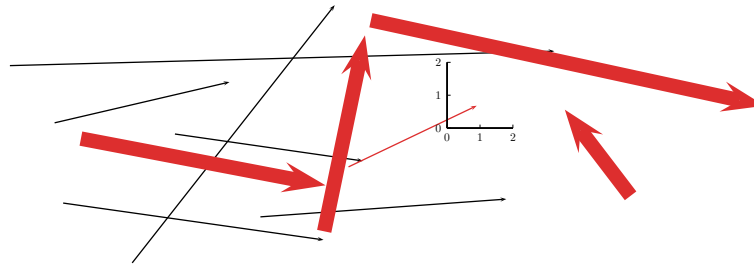


Abbildung 3.1: Schematische Darstellung des Abbildungsvorgangs der *camera obscura*

## 4 Implementation



## **5 Evaluation und Diskussion**

### **5.1 Fazit**



## Literaturverzeichnis

- [ASW13] AMENT, Marco ; SADLO, Filip ; WEISKOPF, Daniel: Ambient Volume Scattering. In: *IEEE Trans. Vis. Comput. Graph.* 19 (2013), Nr. 12, S. 2936–2945
- [JKRY12] JÖNSSON, Daniel ; KRONANDER, Joel ; ROPINSKI, Timo ; YNNERMAN, Anders: Historygrams: Enabling Interactive Global Illumination in Direct Volume Rendering using Photon Mapping. In: *IEEE Transactions on Visualization and Computer Graphics (TVCG)* 18 (2012), Nr. 12, S. 2364–2371
- [JPP98] JUNG, Moon-Ryul ; PARK, Hyunwoo ; PAIK, Doowon: An Analytical Ray Casting of Volume Data. In: *Pacific Conference on Computer Graphics and Applications*, IEEE Computer Society, 1998. – ISBN 0–8186–8620–0, S. 79–86
- [JSYR14] JÖNSSON, Daniel ; SUNDÉN, Erik ; YNNERMAN, Anders ; ROPINSKI, Timo: A Survey of Volumetric Illumination Techniques for Interactive Volume Rendering. In: *Computer Graphics Forum* 33 (2014), Nr. 1, S. 27–51
- [KPH<sup>+</sup>03] KNISS, Joe ; PREMOZE, Simon ; HANSEN, Charles D. ; SHIRLEY, Peter ; MCPHERSON, Allen: A Model for Volume Lighting and Modeling. In: *IEEE Trans. Vis. Comput. Graph.* 9 (2003), Nr. 2, S. 150–162
- [Max95] MAX, Nelson: Optical Models for Direct Volume Rendering. In: *IEEE Transactions on Visualization and Computer Graphics* 1 (1995), Juni, Nr. 2, S. 99–108. – ISSN 1077–2626
- [SPH<sup>+</sup>09] SCHOTT, Mathias ; PEGORARO, Vincent ; HANSEN, Charles ; BOULANGER, KÃ©vin ; BOUATOUCH, Kadi: A Directional Occlusion Shading Model for Interactive Direct Volume Rendering. In: *Computer Graphics Forum* (2009). – ISSN 1467–8659





## Danksagung

Die Danksagung...



## **Erklärungen zum Urheberrecht**

Hier soll jeder Autor die von ihm eingeholten Zustimmungen der Copyright-Besitzer angeben bzw. die in Web Press Rooms angegebenen generellen Konditionen seiner Text- und Bildübernahmen zitieren.

