

ESTUDIO Y CONSTRUCCIÓN DE PLATAFORMA PARA ENVÍO Y RECEPCIÓN DE INFORMACIÓN POR LASER

GRADO EN INGENIERÍA INFORMÁTICA

Práctica 1

Programación en Arduino UNO

Autores

Adrián Sánchez Cerrillo adrisanchez@correo.ugr.es

Miguel Ángel López Robles robles2197@correo.ugr.es

Teoría de la Información y la Codificación

Dpto. de Ciencias de la Computación e Inteligencia Artificial



Escuela Técnica Superior de Ingenierías Informática y de Telecomunicación

1. (0,5 puntos) Describa qué es un código uniforme. Explique y justifique qué es un código de traducción única, y si todo código uniforme es también de traducción única.

Un código uniforme es aquel que todas sus palabras tienen la misma longitud, como por ejemplo el código ASCII. Un código de traducción única es aquel código que, para cualquier sucesión única de mensajes a transmitir, corresponde una única sucesión de símbolos transmitidos.

Todo código uniforme debe ser un código de traducción única ya que, si todos los mensajes son de la misma longitud, no podemos tener un mensaje compuesto de varios y que por tanto no sea de traducción única. Para verlo más claro pondremos un ejemplo. Un código que no es de traducción única podría ser: $m_1 \to 0$, $m_1 \to 01$, $m_2 \to 1$, donde el mensaje 1 puede interpretarse como una composición del mensaje dos y el cero. Si el código es uniforme todos los mensajes tienen la misma longitud y por tanto sería imposible tener un mensaje compuesto de otros.

2. (0,5 puntos) Se desea diseñar un código uniforme que permita codificar todas las letras (sólo en mayúsculas) del abecedario (salvo la ñ), un carácter de espacio, y los símbolos de puntuación, (en total, 31 caracteres). Suponiendo que la frecuencia de aparición de cada símbolo es equiprobable, justifique, utilizando conceptos de entropía, cuántos bits serían necesarios como mínimo para codificar los símbolos deseados. Indique los pasos que ha seguido y cómo ha hecho los cálculos.

Para el cálculo del número de bit necesarios para codificar este código usaremos la fórmula de la entropía:

$$H(S) = -\sum_{i=1}^{n} p(S = s_i) * \log_2(p(S = s_i))$$

$$H(S) = -31 * \frac{1}{31} * \log_2\left(\frac{1}{31}\right) = 4.95$$

Como podemos ver, el resultado es un número real y por tanto existe un código óptimo que no es uniforme y que debería usar entre 4-5 bit para la codificación. En el caso de nuestra práctica vamos a usar un carácter de parada por lo que debemos codificar un símbolo más y por tanto tendremos 32. Calculamos entonces la entropía:

 $H(S) = -32 * \frac{1}{32} * \log_2(\frac{1}{32}) = 5$, ahora tenemos un código uniforme de 5 bits que además será óptimo.

3. (1 puntos) Diseñe y exponga un código binario uniforme que codifique el código anterior, con el mínimo número de bits posibles.

Vamos a realizar un código uniforme de 5 bits, que es el número mínimo de bits que necesitamos. $(\log_2(32) = 5)$. Además, al usar el carácter de fin de trama, como hemos calculado anteriormente la entropía, el código de 5 bits es óptimo. Vamos a usar el siguiente código con los caracteres descritos anteriormente:

- 4. (5 puntos) Implemente un sistema de emisión/recepción de datos del código uniforme diseñado por láser, atendiendo a las instrucciones dadas en el Seminario 1. Las restricciones del sistema son:
 - Emisor y Receptor
 - Bin
 - Hex
 - Include
 - Lib
 - Obj
 - Src
 - Makefile

Para tener mejor estructurada la práctica, se han creado dos subcarpetas, cada una conteniendo por separado el código del emisor y del receptor respectivamente. Para compilar, basta con introducir el comando *make* en cada subdirectorio, el cual invoca a la compilación y a el envío de los ficheros hacia Arduino.

- 5. (1.5 puntos) Suponiendo que un *laserbit* tarda en enviarse U ms., y que la probabilidad de enviar cualquier símbolo del alfabeto de la fuente es equiprobable, responda a las siguientes preguntas:
- a. Considerando el código uniforme creado, ¿Cuántos ciclos de U ms serán necesarios, en promedio, para enviar un mensaje compuesto por un símbolo de la fuente? ¿Cuántos ciclos como mínimo? ¿Cuántos ciclos como máximo?

Para calcular el promedio de ciclos necesarios para mandar un mensaje tenemos que ver que, aunque ambos símbolos sean equiprobables, enviar un "1" consume 3 ciclos, mientras que enviar un "0" consume 2.

$$U = 3ms$$

$$t = p(0) * 2U + p(1) * 3U = 0.5 * 2 * U ms + 0.5 * 3 * U ms = 2.5U ms$$

Por tanto, para mandar un mensaje de la fuente será necesario el envío de 5 laserbit, por lo que los ciclos promedio para enviarlo son:

$$t_{promedio-fuente} = 5 * 2.5 * 3 ms = 37.5 ms$$

En el mejor de los casos podemos estar enviando solo "0", los cuales tardan dos ciclos en enviarse, por lo que el tiempo sería mínimo. En nuestro caso corresponde a enviar una 'A' cuya decodificación sería "00000".

$$t_{min-fuente} = 5 * 2 * 3 ms = 30 ms$$

El peor caso corresponde a enviar el carácter de control o finalización "*", cuya decodificación sería "11111" y se calculará:

$$t_{max-fuente} = 5 * 3 * 3 ms = 45 ms$$

b. ¿Cuál es la tasa de información transmitida por el canal, en términos reales?

Suponiendo que solo enviamos un símbolo del alfabeto de la fuente, usamos la fórmula de la tasa de información en términos reales y que solo se envía un laserbit ya que estamos hablando respecto al canal. Por tanto, la entropía es 1 ya que tenemos dos símbolos equiprobables. el tiempo es U, el tiempo que tardamos en mandar un símbolo del canal

$$R(S) = k \frac{H(S)}{T} = 1 * \frac{1}{3 ms} = 333,33 bps$$

c. ¿Cuál es la velocidad de señalización, en términos reales, para enviar un mensaje con un único símbolo del alfabeto de la fuente?

Para enviar un símbolo de la fuente usamos el *t* calculado en promedio anteriormente que será el tiempo en enviar un mensaje.

$$r = \frac{n}{T_{promedio}} = \frac{1}{37,5 \text{ ms}} = 26,6 \text{ baud}$$

d. ¿Cuántos valores m "0" ó "1" se pueden enviar por unidad de tiempo por el canal, en promedio? ¿Cuál es la velocidad máxima posible para enviar un código "0" o "1" por el canal?

Para este cálculo queremos saber la velocidad de envío de datos.

$$v = \frac{1}{3 ms} = 333,33 bps$$

Si queremos calcular la velocidad máxima de envío de laserbit tendríamos que coger el tiempo que se tarda en mandar el laserbit más rápido, pero en nuestro caso se tarda lo mismo por lo que tendríamos:

$$s = \frac{1}{3 ms} = 333,33 bps$$

e. ¿Cuál es la capacidad del canal? ¿Es el canal un canal ideal?

Para el cálculo de la capacidad del canal haremos uso de la velocidad máxima posible calculada en el apartado anterior

$$c = s * \log_2(m) = 333,33 bps$$

Como podemos ver la capacidad del canal es igual a la tasa de información del canal por lo que tenemos R=C. Esto nos indica que tenemos un canal ideal, algo que confirma que nuestro canal es sin ruido.

6. (1.5 puntos) Responda a las siguientes cuestiones:

a. <u>Siendo X=emisor, calcule la entropía H(X) del emisor, en términos de la probabilidad de enviar H o L por el láser en el canal.</u>

Estamos calculado la probabilidad en términos del canal por lo que podríamos interpretar que la probabilidad de enviar H o L es 0.5. Pero si tenemos en cuenta el código que estamos usando en nuestra práctica la probabilidad de mandar 0 o 1 si es 0.5 pero la codificación en H y L seria HHL y HHHL. Por lo que no tenemos la misma probabilidad para ambos símbolos. Calculamos esta probabilidad:

$$p(H) = 0.5 * \frac{3}{4} + 0.5 * \frac{2}{3} = 0.708$$

$$p(L) = 0.5 * \frac{1}{4} + 0.5 * \frac{1}{3} = 0.292$$

$$H(X) = -0.708 * log_2(0.708) + 0.292 * log_2(0.292) = 0.8713$$

b. Calcule la matriz de probabilidades conjuntas de enviar o recibir H o L por el canal.
 Visualizando esta matriz.

X/Y	Н	L	
Н	0.708	0	0.708
L	0	0.292	0.292
	0.708	0	= 1

c. <u>Siendo X=emisor e Y=receptor, calcule la entropía conjunto H(X,Y), en términos de enviar y recibir H o L por el canal.</u>

Usaremos la fórmula de la entropía conjunta para el cálculo:

$$H(X,Y) = \sum_{i} \sum_{j} p(X = x_i, Y = y_j) \cdot log_2(p(X = x_i, Y = y_j))$$

$$H(X,Y) = -0.708 * log_2(0.708) + 0.292 * log_2(0.292) = 0.8713$$

d. ¿Cuál sería la entropía de H(Y|X)? ¿Y la información mutua?

Para este cálculo hacemos uso de la ley de entropías totales

$$H(X, Y) = H(X) + H(Y | X)$$

 $H(Y | X) = H(X, Y) - H(X)$
 $H(Y | X) = 0$
 $I(X; Y) = H(Y) + H(Y | X)$

Tenemos que calcular H(Y) para poder calcular la información mutua.

$$H(Y) = -0.708 * log_2(0.708) + 0.292 * log_2(0.292) = 0.8713$$

 $I(X; Y) = 0.8713 + 0 = 0.8713$

e. A partir de los resultados de los apartados anteriores, ¿Qué información infiere usted sobre las propiedades del canal (con ruido/sin ruido, asimetría, etc.)?

Como podemos observar, el tener un H(Y|X)=0 nos está confirmando que tenemos un canal sin ruido, ya que sabiendo lo que enviamos, podemos conocer con certeza lo que se va a recibir. Por último, tenemos que I(X;Y)=H(Y)=H(X), lo que nos indica que el emisor y el receptor tienen una correspondencia total, comparten la información máxima. Son los resultados de un canal sin ruido, un canal ideal.