

Algorísmia Q1 2020–2021

Examen Parcial

4 de novembre de 2020

Durada: 1:30

Instruccions generals:

- Entregueu per separat les solucions de cada exercici (Ex 1, Ex 2, Ex 3 i Ex 4).
- Heu d'argumentar la correctesa i l'eficiència dels algorismes que proposeu. Per fer-ho podeu donar una descripció d'alt nivell de l'algorisme suficient per tal que, amb les explicacions i aclariments oportuns, justifiqueu que l'algorisme és correcte i té el cost indicat.
- Podeu fer crides a algorismes que s'han vist a classe, però si la solució és una variació, n'haureu de donar els detalls.
- Es valorarà especialment la claredat i concisió de la presentació.
- La puntuació total d'aquest examen és de **10 punts**.

Exercici 2:

$\text{guanyador1} = \text{guanyador2} = \infty$
per cada p dels participants
si p és més a prop que guanyador1
 $\text{guanyador2} = \text{guanyador1}$
 $\text{guanyador1} = p$

Exercici 1 (3.5 punts). Ja sabeu que fer la fusió ordenada de dues seqüències ordenades d' m i n elements, respectivament, comporta fer $m + n$ moviments de dades (penseu, per exemple, en un *merge* durant l'ordenació amb *mergesort* d'un vector). Però si hem de fer la fusió d' N seqüències, dos a dos, l'ordre en què es facin les fusions és rellevant. Imagineu que tenim tres seqüències A , B i C amb 30, 50 i 10 elements, respectivament. Si fusionem A amb B i després el resultat el fusionem amb C , farem $30 + 50 = 80$ moviments per a la primera fusió i $80 + 10 = 90$ per a la segona, amb un total de 170 moviments. En canvi, si fusionem primer A i C i el resultat el fusionem amb B farem un total de 130 moviments.

Dissenyau un algorisme golafre (*greedy*) per fer les fusions i obtenir la seqüència final ordenada amb mínim nombre total de moviments. Justifiqueu la seva correctesa i calculeu-ne el cost temporal del vostre algorisme en funció del nombre de seqüències N .

Exercici 2 (2 punts). Hi ha un concurs de TV amb n participants on cada participant escull un enter entre 0 i 1000000. El premi és per als dos concursants que escullen els enters més propers. Dissenyau un algorisme que, en temps lineal, li digui al presentador quins són els dos concursants guanyadors.

Exercici 3 (2 punts) Supposeu que comencem un procés dinàmic per formar un graf G a partir d'un conjunt V de n vèrtexs i una seqüència d'arestes S donats. A cada pas del procés se'ns proporciona una nova aresta del graf, fins a introduir les m arestes de la seqüència $S = \{e_1, e_2, \dots, e_m\}$. Així doncs, al llarg del procés tenim una seqüència de grafs G_0, G_1, \dots, G_m , on $G_0 = (V, \emptyset)$ i al pas t , obtenim G_t afegint l'aresta e_t a G_{t-1} .

Doneu un algorisme, tan eficient com pugueu, per a poder obtenir el nombre de components connexes a cada pas de procés.

Exercici 4 (2.5 punts). Tenim un vector $A = (a_1, \dots, a_n)$ d'elements d'un conjunt sobre els quals s'ha definit una relació d'ordre, i un vector $R = (r_1, \dots, r_p)$ d'enters i ordenat, amb $1 \leq r_1 < r_2 < \dots < r_p \leq n$.

Proporcioneu un algorisme que, donats A i R , i amb cost $o(pn)$, trobi l' r_1 -èsim, r_2 -èsim, \dots , r_p -èsim del vector A . Justifiqueu la correctesa de l'algorisme proposat i el seu cost en funció de n i de p .

$r = R[i]; i = 0;$
per cada a de A