

Algorísmia Q2 2020–2021

Examen Parcial

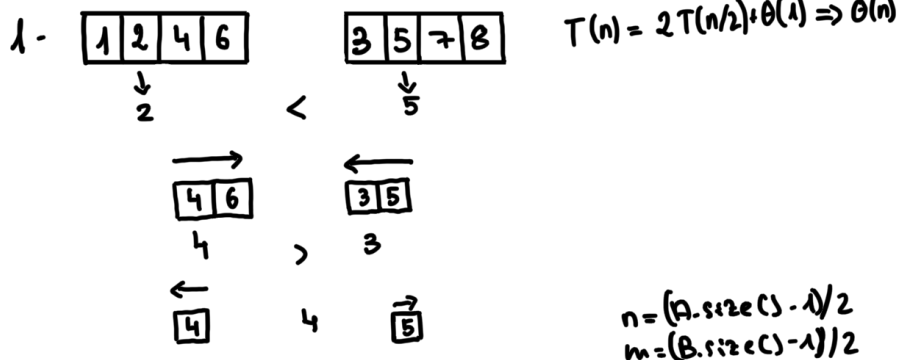
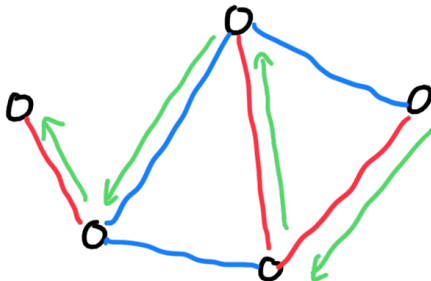
20 d'abril de 2021

Durada: 1h 30mn

Instruccions generals:

- Entregueu per separat les solucions de cada exercici (Ex 1, Ex 2, Ex 3 i Ex 4).
- Heu d'argumentar la correctesa i l'eficiència dels algorismes que proposeu. Per fer-ho podeu donar una descripció d'alt nivell de l'algorisme suficient per tal que, amb les explicacions i aclariments oportuns, justifiqueu que l'algorisme és correcte i té el cost indicat.
- Podeu fer crides a algorismes que s'han vist a classe, però si la solució és una variació, n'haureu de donar els detalls.
- Es valorarà especialment la claredat i concisió de la presentació.
- La puntuació total d'aquest examen és de 10 punts.

2-



Funció recursiva

- Si $A[n] < B[m] \Rightarrow$ crida a la funció recursiva de la segona meitat de A i la primera meitat de B
- Altrement \Rightarrow crida funció recursiva de la primera meitat de A i la segona meitat de B

Exercici 1 (2.5 punts). Tenim un conjunt de $2n$ valors tots diferents. Una meitat dels valors estan emmagatzemats a una taula A i l'altra meitat a una taula B . Cadascuna de les dues taules està ordenada en ordre creixent i es troba a un ordinador diferent. No hi ha cap relació d'ordre entre els valors a A i els valors a B . Volem trobar la mediana del total dels $2n$ valors. Doneu un algorisme amb cost $O(\lg n)$ que permeti obtenir la mediana sota la hipòtesis que només podeu fer crides de la forma $\text{Element}(i, A)$ o $\text{Element}(i, B)$, per $0 \leq i < n$, que retornen l'element $(i+1)$ -èsim a A o a B , respectivament (amb cost $O(1)$).

Exercici 2 (2 punts). Tenim un graf no dirigit i connex $G = (V, E)$ i una coloració de les arestes amb dos colors, roig i blau ($c : E \rightarrow \{R, B\}$). Doneu un algorisme per a obtenir un arbre d'expansió amb el mínim nombre d'arestes blaves.

Algoritmo Jarník-Prim en vez de por pesos por preferencia de color rojo $O((n+m) \log n)$

Exercici 3 (3 punts) L'empresa HappyPrint disposa d'una única impressora 3D on ha de processar n comandes dels seus clients. Imprimir la comanda del client i requereix un temps d'impressió t_i . HappyPrint vol imprimir totes les comandes en un ordre que maximitzi la satisfacció total dels seus clients. Per dur-ho a terme té assignat un coeficient de satisfacció s_i a cada client i . Una planificació Π ens dona l'ordre en el qual s'han de processar les comandes. Si $\Pi_j = i$ això vol dir que la comanda del client i s'ha de processar la j -èsima. C_i denota el temps de finalització de la comanda del client i a Π , és a dir, la suma dels temps d'impressió de les comandes des clients fins a la j -èsima, si la comanda del client i és la j -èsima ($\Pi_j = i$). En símbols:

$$C_i = t_{\Pi_1} + t_{\Pi_2} + \dots + t_{\Pi_j} = \sum_{k=1}^j t_{\Pi_k}, \quad \text{si } \Pi_j = i.$$

s	5	5	10	5	200
t	6	2	50	10	20
i	1	0	1	2	3

La satisfacció total dels clients la mesuren mitjançant la funció $\sum_{i=1}^n s_i C_i$.

Doneu un algorisme tan eficient com pugeu per a resoldre aquest problema.

Exercici 4 (2.5 punts). Tenim un text xifrat en binari, és a dir, una cadena de n bits. Volem veure si és possible desxifrar-lo fent servir un codi $D : \{0, 1\}^* \rightarrow \{a, \dots, z\}^*$ que transforma cadenes de bits a paraules. Disposem d'un procediment $\text{Decode}(s, D)$ que, donada una cadena de bits s , determina en temps $O(1)$ si s correspon a la codificació d'una paraula en D .

Doneu un algorisme de PD per decidir si, fent servir el codi D , el text xifrat es pot o no convertir en una seqüència de paraules. Analitzeu el cost del vostre algorisme suposant que cada crida a $\text{Decode}(s, D)$ té cost $O(1)$.

Fent servir Huffman

$$26 \text{ caràcters} \rightarrow O(26 * \log 26) = O(26 * 4.7) = O(101) = O(1)$$