Càlcul de probabilitats

Probabilitat (axiomes)	$0 \le P(A)$ $P(\Omega)=1$ $P(A\cup B)=P(A)+P(B)$ si A i B disjunts
Propietats	$P(\bar{A})=1-P(A)$ $P(\phi)=0$ $P(A\cup B)=P(A)+P(B)-P(A\cap B)$
Probabilitat condicionada i d'una intersecció	$P(A\mid B)=\dfrac{P(A\cap B)}{P(B)}$ si $P(B)>0$ $P(A\cap B)=P(B\mid A)\cdot P(A)=P(A\mid B)\cdot P(B)$
Fórmula de Bayes	$P(A\mid B)=\dfrac{P(B\mid A)\cdot P(A)}{P(B)}$
Fórmula probabilitats totals ($A_1, A_2, \ldots, A_i \ldots, A_J$ és una partició del conjunt de resultats)	$P(B)=\sum_{j=1}^{J} P(B\mid A_j)\cdot P(A_j)$ $P(A_i\mid B)=\dfrac{P(B\mid A_i)\cdot P(A_i)}{\sum_{j=1}^{J} P(B\mid A_j)\cdot P(A_j)}$
Independència	$P(A\cap B)=P(A)\,P(B)$ $P(B\mid A)=P(B)$ $P(A\mid B)=P(A)$

Indicadors numèrics de variables aleatòries

	Definicions	Propietats
Esperança	$E(X)=\mu_X=\sum_{\forall k} k\,p_X(k)$ (V.A.D.) $E(X)=\mu_X=\int_{-\infty}^{+\infty} x\cdot f_X(x)dx$ (V.A.C.)	• $E(X+Y) = E(X)+E(Y)$ • $E(a+b\cdot X) = a+b\cdot E(X)$
Variància	$V(X)=\sigma_X^2=\sum_{\forall k}(k-E(X))^2\,p_X(k)$ (V.A.D.) $V(X)=\sigma_X^2=\int_{-\infty}^{+\infty}\left(x-E(X)\right)^2 f_X(x)dx$ (V.A.C.)	• $V(X) = E[X - E(X)]^2 = E(X^2) - (E(X))^2$ • $V(a+b\cdot X) = b^2\cdot V(X)$
Covariància i correlació	$Cov(X,Y)=\sum_{\forall x}\sum_{\forall y}(x-E(X))(y-E(Y))\,p_{XY}(x,y)$ (V.A.D.) $Cov(X,Y)=\int\int_{-\infty}^{\infty}(x-E(X)(y-E(Y)f_{X,Y}(x,y)dxdy$ (V.A.C.) $\rho_{X,Y}=\dfrac{Cov(X,Y)}{\sigma_X\,\sigma_Y}$	• $Cov(X,Y) = E(X-E(X))(Y-E(Y)) = E(XY) - E(X)E(Y)$ • $Cov(a\cdot X, b\cdot Y) = a\cdot b\cdot Cov(X,Y)$ • $Cov(X,X) = V(X)$ • $E(X\cdot Y) = E(X)\cdot E(Y) + Cov(X,Y)$ • $E(X\cdot Y) = E(X)\cdot E(Y)$ (si X i Y són independents) • $V(X+Y) = V(X) + V(Y) + 2\cdot Cov(X,Y)$ • $V(X-Y) = V(X) + V(Y) - 2\cdot Cov(X,Y)$ • $V(X\pm Y) = V(X) + V(Y)$ (si X i Y són independents)

Distribucions de variables discretes i contínues

Distribució	Declaració	Funció de probabilitat o de densitat	Funció distribució $F_X(k)=\sum_{i<=k} P_X(i)$ o $\int_{-\infty}^{k} f_X(x)dx$	Esperança $\mathrm{E}(X)$	Variància $\mathrm{V}(X)$
Bernoulli	X~Bern(p)	$P_X(k)=\begin{cases} q & k=0 \\ p & k=1 \end{cases}$	$F_X(k)=\sum_{i<=k} P_X(i)$	p	$p\cdot q$
Binomial **`R:*binom(k,n,p)`**	X~B(n,p)	$P_X(k)=\binom{n}{k}\cdot p^k\cdot q^{n-k}\quad k=0,1,\ldots,n$	$F_X(k)=\sum_{i<=k} P_X(i)$ (taules)	$p\cdot n$	$p\cdot q\cdot n$
Poisson **`R:*pois(k,λ)`**	X~P(λ)	$P_X(k)=\frac{\lambda^k\cdot e^{-\lambda}}{k!}\quad k=0,1,2,\ldots$	$F_X(k)=\sum_{i<=k} P_X(i)$ (taules)	λ	λ
Geomètrica `R: *geom(k,p)`	X~Geom(p)	$P_X(k)=p\cdot q^{k-1}, k=1,2,\ldots$ $P_{X2}(k)=p\cdot q^{k}, k=0,1,2,\ldots$ **(R)**	$F_X(k)=1-q^k$ $F_{X2}(k)=1-q^{k+1}$ **(R)**	$1/p$ $\mathrm{E}(X2)=q/p$	q/p^2
Binomial Negativa §	X~BN(r, p)	$P_X(k)=\binom{k-1}{r-1}\cdot p^r\cdot q^{k-r}$, $k\geq r$	$F_X(k)=\sum_{i<=k} P_X(i)$	r/p	$q\ r/p^2$
Exponencial **`R:*exp(x,λ)`**	X~Exp(λ)	$f_X(x)=\lambda\cdot e^{-\lambda\cdot x}\quad x>0$	$F_X(x)=1-e^{-\lambda\cdot x}$	$\frac{1}{\lambda}$	$\frac{1}{\lambda^2}$
Uniforme **`R:*unif(k,a,b)`**	X~U(a,b)	$f_X(x)=\frac{1}{b-a}\quad a<x<b$	$F_X(x)=\frac{x-a}{b-a}$	$\frac{(a+b)}{2}$	$(b-a)^2/12$
Normal **`R:*norm(k,μ,σ)`**	X~N(μ,σ)	$f_X(x)=\frac{1}{\sigma\sqrt{2\cdot\pi}}\cdot e^{-\frac{1}{2}\cdot\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)^2}$	$F_X(x)=?$ (taules N(0,1))	μ	σ^2

`* = d, p, q, r`; $0 < p < 1$; $q = 1 - p$; n, r enter > 0; a, b, μ real; λ, σ real > 0; "~" segueix exactament; "≈" aproxima

X1 ~ N(μ_1*,* σ^2_1*) X2 ~ N(*μ_2*,* σ^2_2*) X1,X2 independents a, b escalars X=aX1 + bX2 ~ N (*$\mu_X = a\mu_1+b\mu_2$, $\sigma^2_X = a^2\sigma^2_1+b^2\sigma^2_2+2ab\ \rho_{XY}\sigma_1\sigma_2$ *)*

TCL: $X_1,\ldots,X_n$ i.i.d. ($n\to\infty$), amb $\mathrm{E}(X_i)=\mu$ i $\mathrm{V}(X_i)=\sigma^2$, llavors $\frac{\sum_{i=1}^{n} X_i}{n}=\overline{X}_n\approx N(\mu,\sigma^2/n)$ (i també $\sum_{i=1}^{n} X_i\approx N(n\mu,\sigma^2 n)$)

§ Igual que per el model Geomètric, R implementa la Binomial Negativa com a "nombre de fracassos fins al r-èssim èxit", enlloc del nombre d'intents: és a dir, $X2 = X-r$.