e-status B2

miércoles, 30 de septiembre de 2020 21:13

Por pelotas

Levante

Espanyol	0	1	2	3
0	0,016	0,024	0,216	0,011
1	0,027	0,035	0,03	0,004
2	0,024	0,24	0,054	0,063
3	0,051	0,148	0,006	0,051

1. ¿Qué porcentaje (%) de los apostantes ha escogido el resultado Espanyol 1 - Levante 1?

$0{,}035 \cdot 100 = 3{,}5\%$

2. ¿Qué proporción de los apostantes creen que los dos equipos empatarán?

$0{,}016 + 0{,}035 + 0{,}054 + 0{,}051 = 0{,}156$

3. ¿Cuál es la proporción de los que creen que ganará el Levante?

$0{,}024 + 0{,}216 + 0{,}011 + 0{,}03 + 0{,}004 + 0{,}063 = 0{,}348$

4. ¿Qué posibilidades se dan al evento de que el Espanyol no marque?

$0{,}016 + 0{,}024,\ 0{,}216 + 0{,}011 = 0{,}267$

5. ¿Cuál es el promedio de goles esperado que marcará el Espanyol?

$(0{,}016 + 0{,}024 + 0{,}216 + 0{,}011)*0 + (0{,}027 + 0{,}035 + 0{,}03 + 0{,}004)*1 +$
$+(0{,}024 + 0{,}24 + 0{,}054 + 0{,}063)*2 + (0{,}051 + 0{,}148 + 0{,}006 + 0{,}051)*3 = 1{,}626$

6. ¿Qué posibilidades se dan a que se marquen menos de 6 goles?

$1 - 0{,}051 = 0{,}949$

7. ¿Qué probabilidades se tienen de que el resultado refleje una diferencia de un gol?

$0{,}027 + 0{,}24 + 0{,}006 + 0{,}024 + 0{,}03 + 0{,}063 = 0{,}39$

8. De los que creen que el Levante hará dos goles, ¿qué parte piensa que no ganará el Espanyol?

$(0{,}054 + 0{,}03 + 0{,}216) / (0{,}006 + 0{,}054 + 0{,}03 + 0{,}216) = 0{,}9803922$

9. Suponga que cada jugador en la porra invierte un euro. Si finalmente se llega a un empate a cero goles, ¿cuánto dinero se llevan los afortunados?

$1 / 0{,}016 = 62{,}5$

10. A partir de las proyecciones de los apostantes, ¿puede calcular el número esperado de puntos que va a obtener el Espanyol tras el partido? Recordatorio:

    ganador, 3 puntos
    perdedor, 0 puntos
    en caso de empate, 1 punto para cada uno

$(0{,}027 + 0{,}024 + 0{,}051 + 0{,}24 + 0{,}148 + 0{,}006)*3 + (0{,}016 + 0{,}035 + 0{,}054 + 0{,}051)*1 =$
$= 1{,}644$

Software aging

"Programs, like people, get old. We can't prevent aging, but we can understand its causes, take steps to limit its effects, temporarily reverse some of the damage it has caused, and prepare for the day when the software is no longer viable."

Para investigar alrededor de esta cuestión, tienes que crear un modelo destinado a representar una variable que representa el número de fallos que semanalmente presenta un servidor web de determinada arquitectura.

En esta ocasión, este dato no te lo dará la aplicación, sino que lo tienes que introducir tú. En la primera de las preguntas que vienen a continuación has de poner los valores que se pueden observar en tu variable "nº de fallos" (los valores han de ser enteros entre 0 y 20, pero no necesariamente todos ellos). En la segunda pregunta definirás las probabilidades correspondientes a cada resultado.

VA = fallos ⇒ son números naturales ⇒ VAD

1. En primer lugar, introduce la lista X de los diferentes valores que toma la variable que vas a crear. Para que el problema sea más interesante, debe haber más de tres.

fallos posibles = (2, 5, 12, 18)

2. ¿Qué función de probabilidad asignamos a la variable en cuestión, relacionada con los valores anteriores? Atención: aquí debes utilizar forzosamente el valor 0.015, en alguna posición.

$2 \to 0{,}25 \qquad 5 \to 0{,}015 \qquad 12 \to 0{,}3 \qquad 18 \to 0{,}435$

3. Calcula la esperanza del número de fallos para la distribución que has creado

$VAD \Rightarrow E(x) = \sum (k \cdot p(k)) = 2 \cdot 0{,}25 + 5 \cdot 0{,}015 + 12 \cdot 0{,}3 + 18 \cdot 0{,}435 = 12{,}005$ fallos

4. Halla a continuación la desviación típica del número de fallos del servidor web.

$VAD \Rightarrow V(x) = \sum \left[(k - E(x))^2 \cdot p(k) \right] = (2 - 12{,}005)^2 \cdot 0{,}25 + (5 - 12{,}005)^2 \cdot 0{,}015 + (12 - 12{,}005)^2 \cdot 0{,}3 + ($
$+ 18 - 12{,}005)^2 \cdot 0{,}435 = 41{,}394975$ fallos^2

$\sigma_x = \sqrt{V(x)} = \sqrt{41{,}394975} = \pm 6{,}433892679$ fallos

5. Invéntate un modelo distinto para la misma variable, aunque en una situación en la que hipotéticamente hay menos variabilidad. Utliza los mismos valores para X, una media similar (±5%) pero reduce la variancia al menos un 50%.

$2 \to 0 \qquad 5 \to 0 \qquad 12 \to 1 \qquad 18 \to 0$

$E(x) = 12 \cdot 1 = 12 \longrightarrow 1 - 12/12{,}005 = 0{,}0004165 < 0{,}05$

$V(x) = (12 - 12)^2 \cdot 1 = 0 \longrightarrow 1 - 0/6{,}43389 = 1 \Rightarrow 100\%$ V(x) reducida

$\sigma_x = 0$

$$\begin{array}{cccc} 2 & 5 & 12 & 18 \\ \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{array}$$

$E(x) = 12 \cdot 1 = 12 \longrightarrow 1 - 12/12{,}005 = 0{,}0004165 < 0{,}05$

$V(x) = (12-12)^2 \cdot 1 = 0 \longrightarrow 1 - 0/6{,}43389 = 1 \Rightarrow 100\%$ V(x) reducida

$\sigma_x = 0$

El tauler

Ens han convidat a participar a un joc de fitxes que es mouen per un tauler utilitzant dos daus regulars. A cada jugada, es pren la suma dels daus, i la fitxa del jugador es mou d'acord amb l'esquema adjunt, sempre considerant que la posició inicial és la casella del centre.

Per a una jugada particular, anomenarem T (laTitud) al desplaçament sud-nord, i G (lonGitud) al desplaçament oest-est, d'acord amb les unitats presents a l'esquema. Per exemple, si la suma fos 10, T i G valdrien 0 i -1, respectivament.

					N			
		2		11				
		1		8		5		
Latitud T	O	0	9	10		12	2	E
		-1	6		4	7		
		-2					3	
			-2	-1	0	1	2	
					S			
					Longitud G			

VAD

→ 0,0556
→ 0,25
→ 0,25
→ 0,3889
→ 0,0556

0,25 0,2778 0,0833 0,3056 0,0833

Combinació daus

1-1	2-1	3-1	4-1	5-1	6-1
1-2	2-2	3-2	4-2	5-2	6-2
1-3	2-3	3-4	4-3	5-3	6-3
1-4	2-4	3-5	4-4	5-4	6-4
1-5	2-5	3-6	4-5	5-5	6-5
1-6	2-6	3-7	4-6	5-6	6-6

Prob

$2 \to 1/36$
$3 \to 2/36$
$4 \to 3/36$
$5 \to 4/36$
$6 \to 5/36$
$7 \to 6/36$
$8 \to 5/36$
$9 \to 4/36$
$10 \to 3/36$
$11 \to 2/36$
$12 \to 1/36$

1. En primer lloc, recordi'ns alguna cosa sobre la distribució de probabilitat de la suma de dos daus. Quina és la probabilitat que sigui major o igual que 2?

$1 \to$ tots els valors són majors o igual a 2

2. Respecte la funció de probabilitat conjunta de T i G, es vol saber quines són les probabilitats que apareixen per a latitud 1.

$P(T,G)$ $\quad P(1,-2) = 0 \quad P(1,-1) = P(8) = 5/36 = 0{,}13889$

$P(1,0) = 0 \quad P(1,1) = P(5) = 4/36 = 0{,}111 \quad P(1,2) = 0$

3. La mateixa qüestió, però per a la longitud 2.

$P(T,G)$ $\quad P(-2,2) = P(3) = 2/36 = 0{,}0556 \quad P(-1,2) = 0$

$P(0,2) = P(2) = 1/36 = 0{,}02778 \quad P(1,2) = 0 \quad P(2,2) = 0$

4. Trobi la funció de probabilitat de la variable longitud.

$P(G)$ $\quad P(-2) = P(6) + P(9) = 5/36 + 4/36 = 9/36 = 0{,}25$

$P(-1) = P(10) + P(8) + P(11) = 3/36 + 5/36 + 2/36 = 10/36 = 0{,}27778$

$P(0) = P(4) = 3/36 = 0{,}08333$

$P(1) = P(7) + P(12) + P(5) = 6/36 + 1/36 + 4/36 = 11/36 = 0{,}30556$

$P(2) = P(3) + P(2) = 2/36 + 1/36 = 3/36 = 0{,}08333$

5. Suposem que a una jugada sabem que la fitxa es mou des de la casella central cap al Nord (inclosos moviments diagonals). Trobi la funció de probabilitat de la variable G tenint en compte aquesta informació.

Nord

$P(N) = P(8) + P(11) + P(5) = (5+2+4)/36 = 11/36$

$P(G|N)$ $\quad P(-2|N) = 0$

$P(-1|N) = (P(8)+P(11))/P(N) = (5/36 + 2/36)/(11/36) = 0{,}636364$

$P(0|N) = 0$

$P(1|N) = P(5)/P(N) = (4/36)/(11/36) = 0{,}363636$

$P(2|N) = 0$

6. Calculi el valor esperat del moviment d'una jugada, en el sentit de la latitud.

$E_{Lat}(x) = \sum (k \cdot p(k)) = 0{,}0556 * 2 + 0{,}25 * 1 + 0{,}25 * 0 + 0{,}3889 * (-1) + 0{,}0556 * (-2) =$
$= -0{,}1389$

7. Seguidament, indiqui el valor de la desviació tipus, per al sentit de la longitud.

$E_{Long}(x) = \sum (k \cdot p(k)) = 0{,}25 * (-2) + 0{,}2778 * (-1) + 0{,}0833 * 0 + 0{,}3056 * 1 + 0{,}0833 * 2$
$= -0{,}3056$

$V_{Long}(x) = (-2+0{,}3056)^2 * 0{,}25 + (-1+0{,}3056)^2 * 0{,}2778 + (0+0{,}3056)^2 * 0{,}0833 +$
$+ (1+0{,}3056)^2 * 0{,}3056 + (2+0{,}3056)^2 * 0{,}0833 = 1{,}82321$

$\sigma_{Long} = \sqrt{V(x)} = \sqrt{1{,}966534} = 1{,}350262$

8. Quin és el valor de la correlació entre el moviment de longitud i el moviment de latitud?

$V_{Lat}(x) = (2+0{,}1389)^2 * 0{,}0556 + (1+0{,}1389)^2 * 0{,}25 + (0+0{,}1389)^2 * 0{,}25 +$
$+ (-1+0{,}1389)^2 * 0{,}3889 + (-2+0{,}1389)^2 * 0{,}0556 = 1{,}064409$

$\sigma_{Lat} = \sqrt{1{,}064409} = 1{,}031702$

$Cov(x,y) = (2+0{,}1389) \cdot (-1+0{,}3056) \cdot 1/36 + (1+0{,}1389)(-1+0{,}3056) \cdot 5/36 +$
$+ (1+0{,}1389)(1+0{,}3056) \cdot 4/36 + (0+0{,}1389)(-2+0{,}3056) \cdot 4/36 +$
$+ (0+0{,}1389)(-1+0{,}3056) \cdot 3/36 + (0+0{,}1389)(1+0{,}3056) \cdot 1/36 +$
$+ (0+0{,}1389)(2+0{,}3056) \cdot 1/36 + (-1+0{,}1389)(-2+0{,}3056) \cdot 5/36 +$
$+ (-1+0{,}1389)(0+0{,}3056) \cdot 3/36 + (-1+0{,}1389)(1+0{,}3056) \cdot 6/36 +$
$+ (-2+0{,}1389)(2+0{,}3056) \cdot 2/36 = -0{,}292438$

$Cov(X,Y) = E(X \cdot Y) - E(X) \cdot E(Y) = \left[2 \cdot (-1) \cdot \frac{2}{36} + 1 \cdot (-1) \cdot \frac{5}{36} + 1 \cdot 1 \cdot \frac{4}{36} + (-1) \cdot (-2) \cdot \frac{5}{36} + \right.$
$\left. + (-1) \cdot 1 \cdot \frac{6}{36} + (-2) \cdot 2 \cdot \frac{2}{36}\right] - (-0{,}1389) \cdot (-0{,}3056) = -0{,}25 - 0{,}04244784 =$
$= -0{,}29244784$

$$Corr(X,Y) = \frac{Cov(X,Y)}{\sigma_X \cdot \sigma_Y} = \frac{-0{,}292483}{1{,}350262 \cdot 1{,}031702} = 0{,}209956$$

Provisiones

Prov. B

Prov. A

	1	2	3	4	5	6	VAD
1	0.046	0.041	0.019	0.015	0.069	0.045	$P(1)_A = 0{,}235$
2	0.033	0.02	0.025	0.024	0.025	0.077	$P(2)_A = 0{,}204$
3	0.043	0.017	0.028	0.021	0.012	0.021	$P(3)_A = 0{,}142$
4	0.023	0.028	0.021	0.019	0.044	0.104	$P(4)_A = 0{,}239$
5	0.031	0.022	0.057	0.016	0.025	0.029	$P(5)_A = 0{,}18$
	$P(1)_B = 0{,}176$	$P(2)_B = 0{,}128$	$P(3)_B = 0{,}15$	$P(4)_B = 0{,}095$	$P(5)_B = 0{,}175$	$P(6)_B = 0{,}276$	

1. Probabilidad de que el mes que viene observemos 1 compra al proveedor B.

$$P(A\cap B) \rightarrow P(1)_B = P(1\cap 1) + P(2\cap 1) + P(3\cap 1) + P(4\cap 2) + P(5\cap 1) = 0{,}176$$

2. Halle la probabilidad de que en cierto mes el número de compras a cada proveedor sea el mismo.

$$P(A\cap B) \rightarrow P(1\cap 1) + P(2\cap 2) + P(3\cap 3) + P(4\cap 4) + P(5\cap 5) = 0{,}138$$

3. ¿Cuántas compras se espera hacer mensualmente, en media, al proveedor A? Y de B?

$$E(A) = 1 * P(1)_A + 2 * P(2)_A + 3 * P(3)_A + 4 * P(4)_A + 5 * P(5)_A = 2{,}925 \text{ compras}$$

$$E(B) = 1 * P(1)_B + 2 * P(2)_B + 3 * P(3)_B + 4 * P(4)_B + 5 * P(5)_B + 6 * P(6)_B = 3{,}793 \text{ compras}$$

4. ¿Y cuánto vale la desviación típica del número de compras mensual al mismo proveedor? Y de B?

$$V(A) = (1-E(A))^2 * P(1)_A + (2-E(A))^2 * P(2)_A + (3-E(A))^2 * P(3)_A + (4-E(A))^2 * P(4)_A + (5-E(A))^2 * P(5)_A = 2{,}097375 \text{ compras}^2$$

$$\sigma_A = \sqrt{V(A)} = 1{,}448232 \text{ compras}$$

$$V(B) = (1-E(B))^2 * P(1)_B + (2-E(B))^2 * P(2)_B + (3-E(B))^2 * P(3)_B + (4-E(B))^2 * P(4)_B + (5-E(B))^2 * P(5)_B + (6-E(B))^2 * P(6)_B = 3{,}482151 \text{ compras}^2$$

$$\sigma_B = \sqrt{V(B)} = 1{,}8660523 \text{ compras}$$

5. Calcule el valor de la covariancia de las dos variables consideradas.

$$\begin{aligned}Cov(A,B) = {} & (1-E(A))\cdot(1-E(B))\cdot P(1\cap 1) + (1-E(A))\cdot(2-E(B))\cdot P(1\cap 2) + (1-E(A))\cdot(3-E(B))\cdot P(1\cap 3) + \\ & + (1-E(A))\cdot(4-E(B))\cdot P(1\cap 4) + (1-E(A))\cdot(5-E(B))\cdot P(1\cap 5) + (1-E(A))\cdot(6-E(B))\cdot P(1\cap 6) + \\ & + (2-E(A))\cdot(1-E(B))\cdot P(2\cap 1) + (2-E(A))\cdot(2-E(B))\cdot P(2\cap 2) + (2-E(A))\cdot(3-E(B))\cdot P(2\cap 3) + \\ & + (2-E(A))\cdot(4-E(B))\cdot P(2\cap 4) + (2-E(A))\cdot(5-E(B))\cdot P(2\cap 5) + (2-E(A))\cdot(6-E(B))\cdot P(2\cap 6) + \\ & + (3-E(A))\cdot(1-E(B))\cdot P(3\cap 1) + (3-E(A))\cdot(2-E(B))\cdot P(3\cap 2) + (3-E(A))\cdot(3-E(B))\cdot P(3\cap 3) + \\ & + (3-E(A))\cdot(4-E(B))\cdot P(3\cap 4) + (3-E(A))\cdot(5-E(B))\cdot P(3\cap 5) + (3-E(A))\cdot(6-E(B))\cdot P(3\cap 6) + \\ & + (4-E(A))\cdot(1-E(B))\cdot P(4\cap 1) + (4-E(A))\cdot(2-E(B))\cdot P(4\cap 2) + (4-E(A))\cdot(3-E(B))\cdot P(4\cap 3) + \\ & + (4-E(A))\cdot(4-E(B))\cdot P(4\cap 4) + (4-E(A))\cdot(5-E(B))\cdot P(4\cap 5) + (4-E(A))\cdot(6-E(B))\cdot P(4\cap 6) + \\ & + (5-E(A))\cdot(1-E(B))\cdot P(5\cap 1) + (5-E(A))\cdot(2-E(B))\cdot P(5\cap 2) + (5-E(A))\cdot(3-E(B))\cdot P(5\cap 3) + \\ & + (5-E(A))\cdot(4-E(B))\cdot P(5\cap 4) + (5-E(A))\cdot(5-E(B))\cdot P(5\cap 5) + (5-E(A))\cdot(6-E(B))\cdot P(5\cap 6) = \\ & = 0{,}013475\end{aligned}$$

6. ¿Con qué probabilidad un mes determinado se efectuarán al menos 8 compras (entre los dos proveedores)?

$$P(2\cap 6) + P(3\cap 5) + P(3\cap 6) + P(4\cap 4) + P(4\cap 5) + P(4\cap 6) + P(5\cap 3) + P(5\cap 4) + P(5\cap 5) + P(5\cap 6) = 0{,}404$$

7. ¿Cuánto vale el valor esperado del número de compras total en un mes? ¿Y su variancia?

$$\begin{aligned}E(A,B) = {} & 2*(P(1\cap 1)) + 3*(P(1\cap 2) + P(2\cap 1)) + 4*(P(1\cap 3) + P(2\cap 2) + P(3\cap 1)) + \\ & + 5*(P(1\cap 4) + P(2\cap 3) + P(3\cap 2) + P(4\cap 1)) + 6*(P(1\cap 5) + P(2\cap 4) + P(3\cap 3) + P(4\cap 2) + P(5\cap 1)) + \\ & + 7*(P(1\cap 6) + P(2\cap 5) + P(3\cap 4) + P(4\cap 3) + P(5\cap 2)) + 8*(P(2\cap 6) + P(3\cap 5) + P(4\cap 4) + P(5\cap 3)) + \\ & + 9*(P(3\cap 6) + P(4\cap 5) + P(5\cap 4)) + 10*(P(4\cap 6) + P(5\cap 5)) + 11*(P(5\cap 6)) = 6{,}718 \text{ compras}\end{aligned}$$

$$E(A,B) = E(A) + E(B) = 6{,}718 \text{ compras}$$

$$V(A,B) = V(A) + V(B) + 2 * Cov(A,B) = 5{,}606476$$

T'odio, Zuckerberg

Els usuaris de les xarxes socials són molt diversos. Un conegut s'ha posat a investigar el tema de les amistats, i pregunta sobre quants amics de facebook són en realitat amics de veritat. La seva hipòtesi és que, a la població que ell està estudiant, aquesta variable (X) es distribueix com es mostra a continuació:

1. Digueu quin és el valor esperat del nombre d'amics de veritat per a un usuari de la població considerada.

$$E(X) = 9 * P(9) + 10 * P(10) + 11 * P(11) + 12 * P(12) + 13 * P(13) + 14 * P(14) + 15 * P(15) + 16 * P(16) = 12{,}641$$

2. Calculeu el valor de la desviació tipus de la variable aleatòria X.

$$V(X) = (9-E(X))^2 * P(9) + (10-E(X))^2 * P(10) + (11-E(X))^2 * P(11) + (12-E(X))^2 * P(12) +$$

$+ 15 * P(15) + 16 * P(16) = 12{,}641$

2. Calculeu el valor de la desviació tipus de la variable aleatòria X.

$$V(x) = (9 - E(x))^2 * P(9) + (10 - E(x))^2 * P(10) + (11 - E(x))^2 * P(11) + (12 - E(x))^2 * P(12) +$$
$$+ (13 - E(x))^2 * P(13) + (14 - E(x))^2 * P(14) + (15 - E(x))^2 * P(15) + (16 - E(x))^2 * P(16) =$$
$$= 4{,}186119$$
$$\sigma = \sqrt{V(x)} = 2{,}0460007$$

3. També podem representar el nombre d'amics amb la funció de distribució. Quina de les següents funcions és la real?

$P(16) = 0{,}114 \leftarrow$

$\rightarrow$ casi 0,2 $\Rightarrow$ La $P(16) = 0{,}114$

$\rightarrow P(8) = 0{,}054$

4. Trobeu la probabilidad que, per a un usuari escollit a l'atzar, el nombre dels seus amics de veritat estigui entre 13 i 16 (ambdós inclosos)

$$P(13) + P(14) + P(15) + P(16) = 0{,}5$$

5. Apart d'interessar-se pel nombre d'autèntics amics, el nostre conegut està estudiant el temps que els usuaris de la seva població empren al dia consultant els moviments de la seva pàgina de facebook. La següent funció:

es veu que pot ser un model adequat per a representar aquesta variable aleatòria que anomenarem T (temps en hores).
Es demana que calculi el temps que en mitjana passa diariament un usuari consultant facebook.

$$\int 0{,}98\, e^{-0{,}98t}\, dt = e^{-0{,}98t}(-t - 1{,}02041) + C$$

6. Quina és la probabilitat que un usuari qualsevol, un dia qualsevol, passi entre 48 i 137.5 minuts consultant el seu facebook?

$$\int_{48/60}^{137{,}5/60} 0{,}98\, e^{-0{,}98t}\, dt \approx 0{,}350737$$

Internet services provider

Random Web, a new ISP, is advertising their services. They guarantee a stable connection speed or, at least, something within given boundaries. Specifically, Random Web says that the speed provided to the user follows the probability distribution shown in the figure (in megabytes per second). Clearly, it's the probability density function (or pdf) of the variable download speed, essentially two straight lines crossing at a point. The three relevant points in the X axis are (0.12, 0.48, 1.69) MBs. The figure shows "Y"-coordinate of the vertix next to the number, and slope of the line under the number.

1. Matematically, the expression of the function is given by two linear equations:
a1 x + b1, when x lies between the first two points, and
a2 x + b2, when x lies between the last two points
(0 elsewhere)

$a_1 = 0{,}22872 \rightarrow$ es la pendiente entre 0,12 y 0,48

$a_1 x + b_1 = y \Rightarrow b_1 = y - a_1 x$ para averiguar b_1 basta con sustituir x e y por cualquier punto

$b_1 = 0{,}88363 - 0{,}22872 \cdot 0{,}12 = 0{,}85618$

$f_1(x) = 0{,}22872x + 0{,}85618$

2. Enter the coefficients for the second equation

averiguamos el valor de y cuando $x = 0{,}48$

$y = a_1 x + b_1 = 0{,}22872 \cdot 0{,}48 + 0{,}85618 = 0{,}965966$

$$a_2 = \frac{0{,}13663 - 0{,}965966}{1{,}69 - 0{,}48} = -0{,}685402$$

$b_2 = y - a_2 x = 0{,}13663 + 0{,}685402 \cdot 1{,}69 = 1{,}29496$

$f_2(x) = -0{,}685402x + 1{,}29496$

3. A potential client has deduced the mathematical expression for the pdf of download speed, and he's trying to compute the average speed the company is announcing, in order to obtain a reference to be compared with the speed from competitors. Can you help him?
Give the answer with at least 3 decimals of accuracy.

$$E_1(x) = \int_{0{,}12}^{0{,}48} x \cdot (0{,}22872x + 0{,}85618)\, dx = \int_{0{,}12}^{0{,}48} 0{,}22872x^2 + 0{,}85618x\, dx = \left[\frac{0{,}22872}{3}x^3 + \frac{0{,}85618}{2}x^2\right]_{0{,}12}^{0{,}48} =$$

$$= \left[0{,}07624x^3 + 0{,}42809x^2\right]_{0{,}12}^{0{,}48} = 0{,}07624 \cdot 0{,}48^3 + 0{,}42809 \cdot 0{,}48^2 - (0{,}07624 \cdot 0{,}12^3 + 0{,}42809 \cdot 0{,}12^2) =$$
$$= 0{,}107063 - 0{,}006296 = 0{,}100767$$

$$E_2(x) = \int_{0{,}48}^{1{,}69} x \cdot (-0{,}685402x + 1{,}29496)\, dx = \left[-\frac{0{,}685402}{3}x^3 + \frac{1{,}29496}{2}x^2\right]_{0{,}48}^{1{,}69} = \left[-0{,}22847x^3 + 0{,}64748x^2\right]_{0{,}48}^{1{,}69} =$$

$$= -0{,}22847 \cdot 1{,}69^3 + 0{,}64748 \cdot 1{,}69^2 - (-0{,}22847 \cdot 1{,}69^3 + 0{,}64748 \cdot 1{,}69^2) = 0{,}74649 - 0{,}12391 = 0{,}62258$$

$$E_1(x) + E_2(x) = 0{,}100767 + 0{,}62258 = 0{,}723347$$

4. An important indicator of service quality is the variance. Clients are fed up to the back teeth of connections where the speed fluctuates dramatically. Find the standard deviation of speed (MBs) for this case.

Hint: Compute E(S2) as an intermediate result

$$E(x^2) = E_1(x^2) + E_2(x^2) = \int_{0,12}^{0,48} x^2 \cdot (0,22872x + 0,85618)\, dx + \int_{0,48}^{1,69} x^2 \cdot (-0,685402x + 1,29496)\, dx =$$

$$= 0,03409 + 0,64711 = 0,68119$$

$$V(x) = E(x) - E(x^2) = 0,68119 - 0,723347^2 = 0,15796$$

$$\sigma_x = \sqrt{V(x)} = 0,39744$$

5. The cumulative probability function FS(x) for the case is composed by two quadratic segments (2nd degree polynomials). Find the expresión for FS(x) if x lies between 0.12 and 0.48; enter their coefficients according to the order quadratic linear independent with four decimals of accuracy at least.

$$f(x) = \begin{cases} 0 & x < 0,12 \\ 0,22872x + 0,85618 & 0,12 \le x \le 0,48 \\ -0,685402x + 1,29496 & 0,48 < x < 1,69 \\ 0 & 1,69 < x \end{cases}$$

$$\int_{-\infty}^{0,12} 0\, dx + \int_{0,12}^{x} 0,22872x + 0,85618 = \left[0\right]_{-\infty}^{0,12} + \left[0,11436x^2 + 0,85618x\right]_{0,12}^{x} =$$

$$= 0 + 0,11436x^2 + 0,85618x - (0,11436 \cdot 0,12^2 + 0,85618 \cdot 0,12) = 0,11436x^2 + 0,85618x - 0,104388$$

6. The company wants to include some examples of its performance, something like "50% of our users reach a speed of ... MBs or more". A suitable percentage to be used is sought, for instance 70%. Which is the speed associated with this value?

$$0,11436x^2 + 0,85618x - 0,104388 = 1 - 0,7 \Rightarrow x = 0,44575$$

7. Imagine that you are a client of Random Web, and you take a random measure of the speed connection while you are downloading a file. What is the probability that the measure taken be less than 1.45?

$$\int_{0,12}^{0,48} 0,22872x + 0,85618\, dx + \int_{0,48}^{1,45} -0,685402x + 1,29496\, dx =$$

$$= 0,33293 + 0,61454 = 0,94746$$

ISP

1)

$$2{,}34029 \cdot (0{,}48 - 0{,}19) + 0{,}1924 = 0{,}8710841$$ (a es la pendiente)

$$ax + b = y \Rightarrow b = y - ax \Rightarrow b = 0{,}8710841 - 2{,}34029 \cdot 0{,}48 = -0{,}2522551$$

(cogemos cualquier punto para calcular b)

2)

$$\frac{0{,}1731 - 0{,}8710841}{2{,}1 - 0{,}48} = -0{,}430854383$$

$$b = y - ax \Rightarrow b = 0{,}8710841 + 0{,}430854383 \cdot 0{,}48 = 1{,}077894204$$

3)

$$f_1(x) = 2{,}34029\,x - 0{,}2522551$$

$$f_2(x) = -0{,}430854383\,x + 1{,}07789 4204$$

$$E_1(X) = \int_{0,19}^{0,48} x \cdot (2{,}34209\,x - 0{,}2522551)\,dx = \int_{0,19}^{0,48} 2{,}34209\,x^2 - 0{,}2522551\,x\,dx =$$

$$= \left[\frac{2{,}34209}{3}x^3 - \frac{0{,}2522551}{2}x^2\right]_{0,19}^{0,48} = \left[0{,}780697\,x^3 - 0{,}1261276\,x^2\right]_{0,19}^{0,48} =$$

$$= 0{,}780697 \cdot 0{,}48^3 - 0{,}1261276 \cdot 0{,}48^2 - (0{,}780697 \cdot 0{,}19^2 - 0{,}1261276 \cdot 0{,}19^2) = 0{,}057279$$

$$= 0{,}057279 - 0{,}00080159 = 0{,}05647741$$

$$E_2(x) = \int_{0,48}^{2,1} x \cdot (-0{,}430854\,x + 1{,}0778942)\,dx = \int_{0,48}^{2,1} -0{,}430854\,x^2 + 1{,}0778942\,x\,dx =$$

$$= \left[\frac{-0{,}430854}{3}x^3 + \frac{1{,}0778942}{2}x^2\right]_{0,48}^{2,1} = \left[-0{,}143618\,x^3 + 0{,}5389471\,x^2\right]_{0,48}^{2,1} =$$

$$= -0{,}143618 \cdot 2{,}1^3 + 0{,}5389471 \cdot 2{,}1^2 - (-0{,}143618 \cdot 0{,}48^3 + 0{,}5389471 \cdot 0{,}48^2) =$$

$$= 1{,}0467104 - 0{,}10829 = 0{,}93842$$

$$E(X) = E_1(x) + E_2(x) = 0{,}05647741 + 0{,}93842 = 0{,}99489741$$

4)

$$E_1(X^2) = \int_{0,19}^{0,48} x^2 \cdot f_1(x)\,dx = \left[\frac{2{,}34029}{4}x^4 - \frac{0{,}2522551}{3}x^3\right]_{0,19}^{0,48} = \left[0{,}5850725x^4 - 0{,}08408503x^3\right]_{0,19}^{0,48} =$$

$$= 0{,}02175895056 - 0{,}00018573311 = 0{,}0215732 1745$$

$$E_2(X^2) = \int_{0,48}^{2,1} x^2 \cdot f_2(x)\,dx = 1{,}19862$$

$$E(x^2) = E_1(x^2) + E_2(x^2) = 1{,}22019$$

$$V(x) = E(x^2) - E(x)^2 = 0{,}2304955$$

$$\sigma_x = \sqrt{V(x)} = 0{,}4800995$$

5)

$$f(x) = \begin{cases} 0 & x < 0{,}19 \\ 2{,}34029x - 0{,}2522551 & 0{,}19 \leq x \leq 0{,}48 \\ -0{,}430854383x + 1{,}077894204 & 0{,}48 \leq x \leq 2{,}1 \\ 0 & 2{,}1 < x \end{cases}$$

integral indefinida $\Rightarrow = 0$

$$\int_{-\infty}^{0{,}19} 0\,dx + \int_{0{,}19}^{0{,}48} 2{,}34029x - 0{,}2522551\,dx + \int_{0{,}48}^{x} -0{,}430854383x + 1{,}077894204\,dx =$$

$$= 0 + \Big[1{,}170145x^2 - 0{,}2522551x\Big]_{0{,}19}^{0{,}48} + \Big[-0{,}2154271915x^2 + 1{,}077894204x\Big]_{0{,}48}^{x} =$$

$$= 0{,}14851896 + 0{,}00568623 45 - 0{,}46775 4793 - 0{,}2154271915x^2 + 1{,}077894204x =$$

$$= -0{,}2154271915x^2 + 1{,}077894204x - 0{,}313553488$$

6)

$$-0{,}2154271915x^2 + 1{,}077894204x - 0{,}313553488 = 0{,}5$$

$$x = \begin{cases} \dfrac{1{,}0779 - \sqrt{0{,}46081}}{0{,}430858} = 0{,}92622 \ \checkmark \\[2ex] \dfrac{1{,}0779 + \sqrt{0{,}46081}}{0{,}430858} = 4{,}07728 \longrightarrow \text{No pot ser} \end{cases}$$

7)

$$\int_{0{,}25}^{0{,}48} 2{,}34029x - 0{,}252251 + \int_{0{,}48}^{2{,}05} -0{,}430854x + 1{,}077894$$