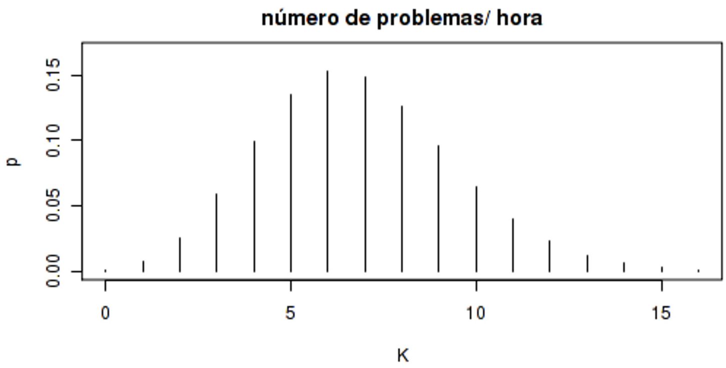
e-status B3

lunes, 26 de octubre de 2020 17:53

Neos Solver in the cloud

El servidor NEOS for Optimization es un servicio que permite a los usuarios mandar sus propios problemas de optimización para ser resueltos utilizando los más potentes solvers conocidos en el software de la optimización. Los problemas son resueltos automáticamente con la mínima interacción con el usuario, quien puede recibir la solución en su correo electrónico.

En este ejercicio vamos a suponer (aunque no es así) que los problemas que se envían son resueltos secuencialmente por un solo servidor, y nos vamos a centrar en las propiedades del proceso de llegada de problemas. La figura adjunta muestra la distribución del número de llegadas en el plazo de una hora.



1. Se admite en nuestro caso que la variable de estudio se distribuye según una ley Poisson con promedio=6.8. Calcule la probabilidad de que en cierta hora el número de problemas recibidos sea menor que 8.

$$\lambda = 6{,}8 \qquad P(X<8) = P(0)+P(1)+P(2)+P(3)+P(4)+P(5)+P(6)+P(7) =$$

$$= \frac{6{,}8^0 \cdot e^{-6{,}8}}{0!} + \frac{6{,}8^1 \cdot e^{-6{,}8}}{1!} + \frac{6{,}8^2 \cdot e^{-6{,}8}}{2!} + \frac{6{,}8^3 \cdot e^{-6{,}8}}{3!} +$$

$$+ \frac{6{,}8^4 \cdot e^{-6{,}8}}{4!} + \frac{6{,}8^5 \cdot e^{-6{,}8}}{5!} + \frac{6{,}8^6 \cdot e^{-6{,}8}}{6!} + \frac{6{,}8^7 \cdot e^{-6{,}8}}{7!} =$$

$$= 0{,}6284856225$$

2. Calcule la probabilidad de observar exactamente 7 llegadas en una hora.

$$P(7) = \frac{6{,}8^7 \cdot e^{-6{,}8}}{7!} = 0{,}1485694021$$

3. Averigüe ahora cuál es la probabilidad de que en un intervalo de 2 horas lleguen 14 problemas a Neos Solver.

$$X \sim P(2\lambda) \qquad P(14) = \frac{(2 \cdot 6{,}8)^{14} \cdot e^{-2 \cdot 6{,}8}}{14!} = 0{,}1053735014$$

4. Para este sistema con un solo servidor, ¿cuál es el valor esperado de la variable tiempo (en minutos) entre dos llegadas sucesivas?

$$\lambda = \frac{6{,}8}{60} \text{ prob./min}$$

$$X \sim Exp(\lambda) \qquad E(x) = 1/\lambda = 1/6{,}8 \cdot 60 = 8{,}823529412$$

5. ¿Cuál es la probabilidad de estar más de 3 minutos sin recibir un problema?

$$P(x>3) = 1 - P(x<3) = 1-(1-e^{-\lambda x}) = e^{-\lambda x} =$$

5. ¿Cuál es la probabilidad de estar más de 3 minutos sin recibir un problema?

$$P(x>3) = 1 - P(x<3) = 1 - (1 - e^{-\lambda x}) = e^{-\lambda x} =$$
$$= e^{-6{,}8/60 \cdot 3} = 0{,}711770323$$

6. A continuación suponga que existen 18 servidores preparados para resolver los problemas que lleguen al site. Todos ellos se caracterizan por una probabilidad 0.13 de recibir 8 problemas en una hora. Preguntamos por la probabilidad de tener en cierta hora más de 16 servidores recibiendo exactamente 8 problemas.

$$X \sim B(n = 18,\ p = 0{,}13)$$
$$P(x>16) = 1 - P(1) - P(2) - P(3) - P(4) - P(5) - P(6) - P(7)$$
$$- P(7) - P(8) - P(8) - P(9) - P(10) - P(11) - P(12) -$$
$$- P(13) - P(14) - P(15) - P(16) \approx 0$$

Aeropuerto

En un aeropuerto, la llegada de pasajeros se produce de acuerdo a un proceso aleatorio, ya que no se puede saber cuándo se va a producir la próxima llegada.

Los pasajeros obtienen su tarjeta de embarque en los puntos de facturación. La probabilidad de que un pasajero encuentre cola en facturación es 0.544. Por otro lado, la probabilidad de que un pasajero no tenga que facturar (porque sólo lleva equipaje de mano) es 0.217; además, se sabe que el 46.1% de los pasajeros que no llevan equipaje para facturar encuentran cola cuando van a recoger su tarjeta de embarque.

Definiremos las variables discretas:

X = "0 si no encuentra cola en facturación; 1 si encuentra",
Y = "0 si sólo lleva equipaje de mano; 1 si lleva equipaje para facturar".

1. ¿Cuál es la función de probabilidad conjunta de X e Y?

	$Y=0$	$Y=1$	
$X=0$	0,116963	0,339037	0,456
$X=1$	0,100037	0,443963	0,544
	0,217	0,783	

P(Solo lleva equipaje de mano | Encuentre cola Facturacion) = 0,461

$\hookrightarrow P(Y=0 \cap X=1) = 0{,}461 \cdot 0{,}217 = 0{,}100037$

2. ¿Cuánto vale la covariancia entre ambas variables?

$$E(X) = 0{,}456 \cdot 0 + 0{,}544 \cdot 1 = 0{,}544$$
$$E(Y) = 0{,}217 \cdot 0 + 0{,}783 \cdot 1 = 0{,}783$$
$$E(XY) = 0{,}116963 \cdot 0 \cdot 0 + 0{,}339037 \cdot 0 \cdot 1 + 0{,}100037 \cdot 1 \cdot 0 + 0{,}443963 \cdot 1 \cdot 1 =$$
$$= 0{,}443963$$

$$= 0{,}443963$$

$$Cov(X,Y) = E(XY) - E(X)\cdot E(Y) = 0{,}443963 - 0{,}544 \cdot 0{,}783 = 0{,}018011$$

3. Cierto punto de facturación se caracteriza porque el número de viajeros que llegan por minuto se distribuye según una ley Poisson con una tasa de llegadas de 7.8. Indique la esperanza y la desviación estándar de esta variable.

$\lambda = 7{,}8 \quad T \sim P(\lambda) \qquad E(T) = V(T) = \lambda = 7{,}8$

$$\sigma = \sqrt{V(T)} = \sqrt{7{,}8} = 2{,}792848009$$

4. Considerando los mostradores de facturación del 1 al 15 caracterizados por una probabilidad 0.23 de observar exactamente 0 llegadas en un minuto, indique la esperanza y la varianza de la variable número de puntos de facturación con 0 llegadas en un minuto dado.

$n = 15 \quad p = 0{,}23 \quad TM \sim B(n,p) \quad E(T) = p\cdot n = 15\cdot 0{,}23 = 3{,}45$

$$V(T) = p\cdot q\cdot n = 15\cdot(1-0{,}23)\cdot 0{,}23 = 2{,}6565$$

5. Si consideramos los 220 mostradores de facturación de una terminal caracterizados por una probabilidad 0.0405 de observar más de 3 llegadas en un minuto, halle la esperanza y la desviación estándar de la variable número de puntos de facturación con más de 3 llegadas en un minuto, usando el modelo Binomial.

$n = 220 \quad p = 0{,}0405 \qquad M \sim B(n,p) \quad E(M) = p\cdot n = 220 \cdot 0{,}0405 = 8{,}91$

$V(M) = p\cdot q\cdot n = 0{,}0405\cdot(1-0{,}0405)\cdot 220 = 8{,}549145 \qquad \sigma = \sqrt{V(M)} = 2{,}923892098$

6. Repita la pregunta para un supuesto en el que empleamos un modelo de Poisson.

$$MP \sim P(\lambda) \Rightarrow E(MP) = E(M) = 8{,}91 = V(MP)$$

$$\sigma = \sqrt{V(MP)} = 2{,}984962311$$