

Exercici 5

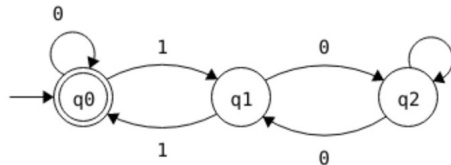
[Exam on DFAs, February 29th, 2016]

Minimum DFA for $\{x \in \{0, 1\}^* \mid \text{valor}_2(xx) \in \dot{3}\}$

Describe the minimum DFA that recognizes the words xx over $\{0, 1\}$ such that the natural number represented by xx in binary notation is a multiple of 3.

Una solució:

Recordem el DFA mínim A_3 que reconeix els múltiples de 3 ($\{w \mid \text{valor}_2(w) \in \dot{3}\}$, exercici 21 del RACSO):



Per a reconèixer el llenguatge L que ens demana l'exercici construirem un DFA A que anirà fent tres simulacions d'execució del DFA A_3 :

- simularà l'execució d' A_3 començant des de l'estat 0,
- simularà l'execució d' A_3 començant des de l'estat 1, i
- simularà l'execució d' A_3 començant des de l'estat 2.

Construïm A tenint, com a conjunt d'estats, tripletes $\langle e_0, e_1, e_2 \rangle$, amb $e_0, e_1, e_2 \in \{0, 1, 2\}$. Definim l'estat inicial i les transicions de manera que e_0 és l'estat al qual s'hi arriba en A_3 començant l'execució des de l'estat 0, e_1 és l'estat al qual s'hi arriba en A_3 començant l'execució des de l'estat 1, i e_2 és l'estat al qual s'hi arriba en A_3 començant l'execució des de l'estat 2.

Així doncs, l'estat inicial és $\langle 0, 1, 2 \rangle$, i les transicions es defineixen, per a qualsevol símbol c , com a

$$\delta_A(\langle e_0, e_1, e_2 \rangle, c) = \langle \delta_{A_3}(e_0, c), \delta_{A_3}(e_1, c), \delta_{A_3}(e_2, c) \rangle.$$

Per tal de reconèixer el llenguatge L , hem de posar com a acceptadors a aquells estats $\langle e_0, e_1, e_2 \rangle$ tals que $e_0 = 0$, ja que per a qualsevol mot w , i anomenant $\langle e_0, e_1, e_2 \rangle = \delta_A(\langle 0, 1, 2 \rangle, w)$, es compleix que

$$\delta_{A_3}(0, ww) = \delta_{A_3}(\delta_{A_3}(0, w), w) = \delta_{A_3}(e_0, w) = e_0.$$

Aquest és el resultat:

