Demostrar que el llenguatge $\{a^n \mid n \text{ es primo}\}$

és no regular.

Definición del lema de bombeo

$$\forall N: \exists w \in L: |w| \geq N \quad \text{tq.} \quad \forall x,y,z: \begin{cases} w = xyz \\ |xy| \leq N \\ |y| \geq 1 \\ \forall i: xy^i z \in L \end{cases}$$

Entonces mediante el contrarecíproco:

$$|xy^{N+1}z| = \underbrace{|xyz|}_{\downarrow} + |y^N| = N + N*|y| = \underbrace{N}_{}\underbrace{(1+|y|)}_{}$$

$$\underbrace{}_{\text{Divisores}}$$

$$|w| = |xyz| = N, \quad \text{siendo } N \text{ primo}$$
$$\wedge$$
$$\{a^n \mid n \text{ es primo}\}$$

$$\left| a^k a^{j^{N+1}} a^{N-j-k} \right| = \left| a^k a^j a^{N-j-k} \right| + \left| a^{jN} \right| = N + N * |a^j| = N * \left(1 + |a^j| \right)$$

$$w = xyz$$
$$x = a^k$$
$$y = a^j \qquad j \geq 1$$
$$z = a^{N-j-k}$$