7.1a

viernes, 20 de mayo de 2022 9:42

1. Clasifica como decidibles, no decidibles pero semidecidibles, o no semidecidibles, los siguientes conjuntos.
   Máquina de gödel con número p
   (a) $\{p \mid \mathcal{L}_p \text{ es finito}\}$. $= L$

Dado p $p \in L$? L_p es finito?

Intuición:

No podemos decir si un lenguaje es finito, porque habría que probar infinitos palabras, de la misma manera pasaría si queremos decidir si un lenguaje es infinito

Demostración:

$\overline{K} \leq_m L \mid \exists f$ calculable, total tq. $x \in \overline{K} \Leftrightarrow f(x) \in L$ ($x \in \mathbb{N}$, $f(x) \in \mathbb{N}$)

→ $\forall x$ la maquina existe ⇒ toda x tiene imagen ⇒ f(x) es total

→ Porque se puede construir y luego obtenemos el número de gödel

$f(x) =$ gödel $\boxed{\text{Entrada } y \quad \text{simula } M_x(x) \quad \text{acepta}}$ → Máquina universal (x,x)

n m → Maquina n con entrada m

$M_{f(x)}$

→ obtiene el número de gödel para poder codificarlo

→ La maquina que computa esta función:

- Construimos la maquina
- Con esa codificación obtenemos el número de gödel

Si quiero la máquina 17 construyo las 17 primeras máquinas.

Código fuente (otro tipo de pensamiento)

alfabeto → empiezo por λ — se van visitando todas las palabras del alfabeto

luego a

luego b

...

$x \in \overline{K} \Rightarrow M_x(x)\uparrow \Rightarrow \forall y: M_{f(x)}(y)\uparrow \Rightarrow L_{f(x)} = \emptyset \Rightarrow L_{f(x)}$ finito $\Rightarrow f(x) \in L$

$x \notin \overline{K} \Rightarrow M_x(x)\downarrow \Rightarrow \forall y: M_{f(x)}(y)\downarrow \Rightarrow L_{f(x)} = \mathbb{N} \Rightarrow L_{f(x)}$ infinito $\Rightarrow f(x) \notin L$

Teorema de Rice: Sea L un conjunto de índices

→ Cuando $\forall n,m$ si $\varphi_n = \varphi_m \Rightarrow (n \in L \Leftrightarrow m \in L)$

Todas las máquinas que calculan lo mismo pertenecen al mismo lenguaje

$L = \{p \mid L_p \text{ finito}\}$ es un conjunto de índices

1) L decidible $\Leftrightarrow L = \emptyset$ o $L = \mathbb{N}$ → L no contiene todas las máquinas ni ninguna, contiene algunas

2) Si L contiene los índices de la función vacía $(\varphi(y)\uparrow \ \forall y) \Rightarrow$ L no semi-decidible

→ Lo hemos demostrado con $\overline{K} \leq_m L$