Pràctica 10: Equació de la calor. 2018-2019 (B)

Objectius: Resolució de EDP, equacions parabòliques, equació de Poisson 1D, equació de la calor, Crank-Nicolson

— Nom del programa **P10-1819.f**. En un laboratori de termodinàmica de la facultat agafem una barra de metall a temperatura ambient i la posem en contacte amb un forn per un dels extrems. La barra perd calor per la seva superfície. Això es modelitza amb un terme de pèrdues newtonià.

L'equació que descriu el procés de difusió de la calor a la barra s'escriu,

$$\frac{\partial \theta(x,t)}{\partial t} = \alpha \frac{\partial^2 \theta(x,t)}{\partial x^2} - \beta \theta(x,t) \tag{0.27}$$

on $\theta(x,t) = T(x,t) - T_{\text{ambient}}$. La temperatura ambient és de $T_{\text{ambient}} = 22$°C i la temperatura del forn és de 280°C, $T(x = L, t) = 280$°C (el forn està a la dreta). A l'altre extrem de la barra la temperatura la considerem fixa a temperatura ambient, $T(x = 0, t) = T_{\text{ambient}}$. Considera: $L = 150$ cm, difusivitat tèrmica del ferro $\alpha_{\text{Fe}} = 2.2 \times 10^{-5}$ (m^2/s) i coeficient de transmissió de la calor $\beta = 0.00017$ s^{-1}.
Pel càlcul numèric: $n_x = 50$, $t_f = 4500$s, amb 6000 passos de temps.

1) Obtingues el perfil estacionari que trobarem a $t \to \infty$ considerant tres valors diferents de $\beta = 0.00004, 0.0003$ i 0.0025 s^{-1}, i fes una figura representant-los $T_\infty(x)$, **P10-1819-fig1.png**.

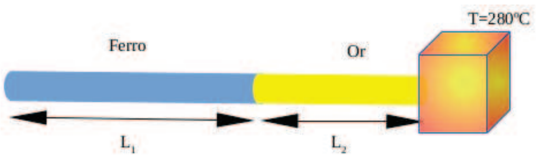
2) Fent servir el mètode de Crank-Nicolson calcula l'evolució del perfil de temperatures des de $t = 0$ s fins a $t = t_f$ amb $\beta = 0.0002$ s^{-1}. L'estat inicial és el de la barra a temperatura ambient amb un extrem amb la temperatura del forn.

   2a) Compara l'evolució de les temperatures dels punts $x_p = 6, 42, 126$ cm. Genera una funció mostrant $T(x_p, t)$, **P10-1819-fig2.png**.

   2b) Genera una figura mostrant l'evolució temporal de la mitjana de T, $\bar{T}(t) = (1/L)\int T(x,t)dx$, comparant dos valors de $\alpha = \alpha_{\text{Fe}}$ i $\alpha = \alpha_{\text{Au}} = 1.29 \times 10^{-4}$ (m^2/s), amb $\beta = 0.00015$ s^{-1} **P10-1819-fig3.png**.

   2c) Genera una animació, o figura apropiada, que mostri l'evolució del perfil de T amb el temps t, **P10-1819-fig4.gif**, pel cas $\alpha = \alpha_{\text{Au}}$ i $\beta = 0.002$ s^{-1}.

extra Considera que tenim dues barres, una de ferro i l'altre d'or de longitud $L_1 = 1.0$m i $L_2 = 0.5$m, respectivament. Posem la de ferro i a continuació posem la barra d'or amb el forn a la dreta, de tal manera que $T(x = L_1 + L_2, t) = 280$°C i $T(x = 0, t) = T_{\text{ambient}}$. Genera una animació, o figura il·lustrativa, mostrant l'evolució del perfil de temperatures **P10-1819-fig5.gif**, $\beta = 0.002$ s^{-1}.



Pista: Considera una barra de longitud $L = L_1 + L_2$ amb difusivitat depenent d'x.

Entregable: P10-1819.f, P10-1819-fig1.png, P10-1819-fig2.png, P10-1819-fig3.png, P10-1819-fig4.png, P10-1819-fig5.png,scripts de gnuplot