

Pràctica 9: Equació de Poisson. 23-24

Objectius: Resolució de EDP, equacions el·líptiques, equació de Poisson, equació de la calor

— Nom del programa **P9-23-24.f90**.

- 1) Escriu un programa per resoldre l'equació de Poisson 2D en una geometria rectangular amb condicions de contorn de Dirichlet,

$$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \rho(x, y) = 0.$$

Considera per exemple el problema de calcular la distribució estacionària de temperatures en un rectangle de $L_x = 33.5$ cm \times $L_y = 45.5$ cm amb les condicions de contorn, $T(0, y) = 17^\circ\text{C}$, $T(x, L_y) = 11.2^\circ\text{C}$, $T(L_x, y) = 25.3^\circ\text{C}$ i $T(x, 0) = 0.5^\circ\text{C}$. Utilitza $h = 0.25$ cm.

Com a font de calor considera $\rho(x, y) = \rho_1(x, y) + \rho_2(x, y) + \rho_3(x, y)$:

- El primer fogó escalfa en un rectangle de 4cm \times 6cm centrat a $(x, y) = (20, 32)$ cm, dins del rectangle $\rho_1(x, y) = 3^\circ\text{C}/\text{cm}^2$, mentre que fora és $\rho_1(x, y) = 0^\circ\text{C}/\text{cm}^2$
 - El segon escalfa en una circumferència, centrada al punt $(8, 22.5)$ cm, modelat com, $\rho_2(x, y) = \rho_{2,0} e^{-(r-5)^2/0.3^2}$ amb $r = \sqrt{(x-8)^2 + (y-22.5)^2}$ i $\rho_{2,0} = 10^\circ\text{C}/\text{cm}^2$.
 - El tercer és un fogó modelat com a, $\rho_3(x, y) = \rho_{3,0} e^{-(r-4)^2/0.8^2}$ amb $r = \sqrt{(x-22)^2 + (y-10.5)^2}$ i $\rho_{3,0} = 6^\circ\text{C}/\text{cm}^2$.
- 2) Programa els mètodes de Gauss-Seidel i de sobrerelaxació, amb una variable **icontrol** per a seleccionar el mètode emprat.
- 3) Estudia la convergència de la temperatura en el punt $(x, y) = (7.5, 23.5)$ amb els 2 mètodes, fes una figura **P9-23-24-fig1.png** comparant els mètodes, mostrant la dependència amb els valors inicials utilitzats, per exemple, $T_{\text{interior}} = 10, 120, 1040^\circ\text{C}$. Pel cas de sobrerelaxació considera $\omega = 1.35$. (una figura per condició inicial)
- 4) Genera una figura amb el mapa de temperatures calculat, **P9-23-24-fig4.png**.
- 5) Genera una figura amb el mapa de temperatures calculat pel cas sense cap font de calor, **P9-23-24-fig5.png**.

Entregable: **P9-23-24.f90**, **P9-23-24-fig1.png**, **P9-23-24-fig2.png**, **P9-23-24-fig3.png**, **P9-23-24-fig4.png**, **P9-23-24-fig5.png**