Pre-Pràctica 6: Nombres aleatoris 2. 23-24

Objectius: Mètodes de Montecarlo (cru, sampleig d'importància), nombres aleatoris

— Nom del programa principal **P6-23-24.f90**.
Precisió de reals: **double precision**. Fes servir les routines de la Pre-pràctica 5.
Totes les sortides de dades a **P6-23-24-res.dat**.

1) **Integrals Montecarlo 1D.**

   a) Fes servir el mètode de Montecarlo cru per a calcular les següents integrals definides,

$$I_1 = \int_{-\pi}^{\pi} \sqrt{\pi^2 - x^2}dx = \pi^3/2$$

$$I_2 = \int_{-2\pi}^{2\pi} (x^2\sin(x) - x^3)\cos^2(x)\sin(x)dx = 6\pi^3 - \frac{905\pi}{144}$$

   Per a cadascuna de les integrals, calcula el valor de la integral i el seu error corresponent utilitzant $N = 2000, 4000, 6000, \ldots, 120000$ sumands.
   Escriu al fitxer de dades 5 columnes: N, I_1, σ_{I_1}, I_2 i σ_{I_2}. Genera una figura, **P6-23-24-fig1.png** que mostri la convergència dels càlculs dibuixant l'error real comès comparat amb l'error estimat.

   b) Genera 1100000 de nombres distribuïts segons $p(x) = (10/3)\, e^{-x}\ \sin^3(x)\ /\ (1 + e^{-\pi})$ amb $x \in [0, \pi]$.

   c) Genera 1100000 nombres gaussians amb valor mitjà igual a zero i variància $1/\sqrt{2}$.

   d) Amb els nombres aleatoris generats a b) i c), calcula, fent servir $N = 5000, 10000,, 15000, \ldots, 1100000$, les integrals següents i escriu: N, els seus valors i errors estimats al fitxer de dades.

$$I_3 = \int_0^{\pi} e^{-|x|}x^2\sin^2(x)\,dx\,,$$

$$I_4 = \int_0^{\pi} e^{-x^2/2}\cos^2(x)(\pi + 4x^2)\,dx\,,$$

$$I_5 = \int_{-\infty}^{\infty} e^{-x^2}\sin^2(x)x^2\,dx\,.$$

   Nota: Per I_3 i I_4 utilitza nombres d'1b), per I_5, d'1c).

2) **Integral Montecarlo multidimensional.**

   Fent servir els nombres aleatoris generats a 1c) calcula la següent integral utilitzant per a cada càlcul $N = 1500, 3000, 4500, \ldots, 210000$ sumands. Escriu al fitxer de dades el nombre de sumands, N, el valor d'I_6 i l'error estimat amb el mètode de Montecarlo. Fes una figura mostrant la convergència del resultat, incloent com a títol el resultat final amb el seu error, **P6-23-24-fig2.png**.

$$I_6 = \int_{-\infty}^{\infty} dx_1 \int_{-\infty}^{\infty} dx_2 \int_{-\infty}^{\infty} dx_3 \int_{-\infty}^{\infty} dx_4 \int_{-\infty}^{\infty} dx_5\; g(x_1, x_2, x_3, x_4, x_5) e^{-(x_1^2 + x_2^2 + 2x_3^2 + x_4^2 + 2x_5^2)}$$

amb $\quad g(x_1, x_2, x_3, x_4, x_5) = e^{x_2\cos(x_2 + x_3 - x_5)}\,(\pi x_3^2 x_4^2 x_5^3 + \cos^2(x_3 + x_4 - 2x_1)x_3\sin(x_5))$

Entregable: P6-23-24.f90, P6-23-24-fig1.png, P6-23-24-fig2.png, P6-23-24-res.dat