

Pràctica 3: Òrbites de Kepler 23-24

Objectius: [derivades](#), [Newton-Raphson](#), [bisecció](#), [external](#)

— Nom del programa **P3-23-24.f90**.

Precisió de reals: **double precision**. Utilitza les subroutines desenvolupades a la prepràctica. Tots els resultats a: **P3-23-24-res.dat**, afegeix una línia descriptiva separant els diferents resultats. Deixa dues línies en blanc per separar els blocs i utilitza "index" a gnuplot.

Johannes Kepler va determinar matemàticament les òrbites que fan els cossos al voltant del Sol amb les següents expressions

$$x(E) = a(\cos(E) - \epsilon) \quad y(E) = a\sqrt{1 - \epsilon^2} \sin(E),$$

on a és el semieix major de la trajectòria el·líptica, ϵ la seva excentricitat y E és la anomalia excèntrica.

- 1) Genera una taula amb 100 punts equiespaiats de E , $E \in [0, 2\pi]$, per al cometa Halley amb $a = 17.857619U.A.$, $\epsilon = 0.967990$. Calcula per aquests punts la distància a l'origen de coordenades $D(E) = \sqrt{x^2 + y^2}$ i la seva derivada numèrica fent servir la subrutina de la prepràctica. Escriu els resultats en un fitxer de tres columnes $E, D(E), D'(E)$. Fes una gràfica **P3-23-24-fig1.png** amb la distància i la seva derivada en funció de E .

- 2) Programa un algorisme de bisecció que trobi les arrels de la funció

$$F(E) = \sin(2E)(1 - \epsilon^2) - (\cos(E)(2 - \epsilon^2) - \epsilon) \sin(E)$$

per al interval $E \in [0.1, 5.8]$ amb una precisió de **1.d-10**. Les arrels de $F(E)$ ens donen els valors extrems de la funció distància. Escriu en el fitxer dos columnes amb el valor E_{\max} trobat així com la distància màxima a l'origen, $D(E_{\max})$.

- 3) Kepler també va trobar que la excentricidad anòmala es pot escriure en funció del temps com

$$E = \frac{2\pi}{T_H}t - \epsilon \sin(E)$$

Programa el mètode de Newton-Raphson (amb $E_0 = \pi/4$) amb precisió **1.d-12** per trobar 80 valors de la anomalia excèntrica durant una volta del cometa al voltant del Sol (fes 80 valors equiespaiats de $t \in [0, T_H]$). El període del cometa és $T_H = 75.3$ anys. Escriu al fitxer de resultats els valors de $t, E, x(E), y(E)$. Fes una gràfica **P3-23-24-fig2.png**, $(x(E), y(E))$, de la trajectòria del Halley.

EXTRA) Comprova la tercera llei de Kepler aproximant l'àrea de la porció d'el·lipse amb un triangle. És a dir, comprova que per cada interval de temps, l'àrea del triangle format amb el focus i els dos punts asseguits de l'òrbita és constant. Fes una figura, **P3-23-24-extra.f90** que mostri l'àrea recorreguda a cada instant en funció del temps.

pista: \Rightarrow **COMMON** per a passar t a la function que calculi l'expressió.

Entregable: **P3-23-24.f90**, **P3-23-24-res.dat**, **P3-23-24-fig1.png**, **P3-23-24-fig2.png**, **P3-23-24-extra.png**, **scripts gnuplot**