

Pre-Pràctica 7: Pèndol simple. 23-24

Objectius: [Resolució de EDOs, Mètode d'Euler, Adams-Bashforth, convergència](#)

— Nom del programa **P7-23-24.f90**. Totes les sortides de dades dels apartats (a,b,c,d,e), separades convenientment: **P7-23-24-res.dat**.

Considera la dinàmica d'un pèndol simple de massa 510 gr i longitud $\ell = 45\text{cm}$, que ve descrita per l'equació diferencial,

$$\ell\ddot{\phi} = -g \sin \phi \quad (0.20)$$

amb $g = 3.71 \text{ ms}^{-2}$ (està situat a la Mart). Considera $t \in (0, 6T_N)$, amb $T_N = 2\pi/\omega_N$ i $\omega_N = \sqrt{g/\ell}$. Treballa en **double precision**.

Programa mètodes d'Euler normal i Adams-Bashforth per calcular $\phi(t)$ i $\dot{\phi}(t)$.

El d'Adams-Bashforth ve definit per l'algorisme,

$$\vec{y}_{n+2} = \vec{y}_{n+1} - \frac{1}{2}h\vec{f}(x_n, \vec{y}_n) + \frac{3}{2}h\vec{f}(x_{n+1}, \vec{y}_{n+1})$$

on el primer pas es pot fer amb Euler simple.

- Petites oscil·lacions.** Estudia la dinàmica del pèndol per a $\phi(0) = 0.02 \text{ rad}$ amb $\dot{\phi}(0) = 0 \text{ rad/s}$. Fes una figura **P7-23-24-fig2.png** amb $\dot{\phi}(t)$ vs. t , comparant els dos mètodes amb la predicció obtinguda aproximant $\sin \phi \simeq \phi$. Discuteix la diferència entre la freqüència numèrica i l'obtinguda amb l'aproximació anterior de manera analítica. Fes servir 1300 passos de temps.
- Oscil·lacions grans.** Estudia la dinàmica del pèndol per $\phi(0) = \pi - 0.025 \text{ rad}$ amb $\dot{\phi}(0) = 0 \text{ rad/s}$. Fes una figura **P7-23-24-fig1.png** amb $\dot{\phi}(t)$ vs. t , comparant els dos mètodes. Interpreta el resultat. Genera una figura **P7-23-24-fig3.png** comparant les trajectòries a l'espai fàsic, $(\phi, \dot{\phi})$. Fes servir 1800 passos de temps. Observes alguna diferència qualitativa entre els dos casos?
- Energia.** Calcula l'energia cinètica, $K(t) = (1/2)m(\dot{\phi}(t))^2\ell^2$, l'energia potencial $V(t) = -mg\ell \cos(\phi(t))$ i total $E_{\text{total}}(t) = K(t) + V(t)$ del pèndol (fes dues funcions, **Ecine**(ϕ) i **Epoten**(ϕ)). Pels casos $\phi(0) = 1$ i $\pi - 0.042 \text{ rad}$, amb $\dot{\phi}(0) = 0 \text{ rad/s}$ estudia l'evolució d' $K(t)$ i $V(t)$. Genera una figura **P7-23-24-fig4.png** comparant l'evolució de l'energia potencial i total calculades amb els dos mètodes. Fes servir 2500 passos de temps.

Pels apartats d) i e) fes servir només el mètode d'Adams -Bashforth.
- Transició.** Considera la dinàmica a partir de $\phi(0) = 0$ amb $\dot{\phi}(0) = 2\sqrt{g/\ell} \pm 0.04 \text{ rad/s}$. Compara la dinàmica del dos casos i fes una figura mostrant les trajectòries a l'espai fàsic **P7-23-24-fig5.png**. A què es correspon la transició observada? Fes servir 2100 passos de temps i un $t \in (0, 7T_N)$.
- Convergència del mètode.** Estudiar l'evolució de l'error és un aspecte rellevant en qualsevol mètode numèric. Per $\phi(0) = 2.1 \text{ rad}$ i $\dot{\phi}(0) = 0.1 \text{ rad/s}$ i $t \in [0, 12T_N]$ estudia l'evolució de l'energia total del sistema com a funció del temps fent servir 300, 1000, 2200 i 14500 passos de temps. Genera una figura **P7-23-24-fig6.png** amb la comparació. És raonable fer servir 1000/2200 passos pels càlculs dels apartats a), b), c) i d)?

Entregable: **P7-23-24.f90**, **P7-23-24-fig1.png**, **P7-23-24-fig2.png**, **P7-23-24-fig3.png**, **P7-23-24-fig4.png**, **P7-23-24-fig5.png**, **P7-23-24-fig6.png**, scripts de gnuplot