# MNGSE
# Boletin 1

Adrián Sanjurjo García
UDC

14 de octubre de 2021

## Índice

# 1. Ejercicio 1

**Dada la matriz:**

$$A = \begin{pmatrix} -1 & 4 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 5 & 0 \\ -4 & 3 & 0 & 0 \\ 2 & 0 & 0 & 30 \end{pmatrix} \tag{1}$$

- **Almacena la matriz en los formatos coordenado, CSR y CSC.**
- **Si cambiamos el coeficiente $a_{34} = 6$ calcula de nuevo los almacenamientos.**
- **Sea $B$ la matriz de orden 5 que se obtiene al añadir una fila y una columna de ceros en $A$ y haciendo $b_{55} = 9$. Almacena $B$ en los tres formatos.**

**i.** Partimos de la matriz 1

- Formato coordenado:

$$\begin{aligned} AA &= \begin{pmatrix} -1 & 4 & 1 & 5 & -4 & 3 & 2 & 30 \end{pmatrix} \\ JR &= \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 2 & 3 & 3 & 4 & 4 \end{pmatrix} \\ JC &= \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 3 & 1 & 2 & 1 & 4 \end{pmatrix} \end{aligned} \tag{2}$$

- Formato CSR:

$$\begin{aligned} AA &= \begin{pmatrix} -1 & 4 & 1 & 5 & -4 & 3 & 2 & 30 \end{pmatrix} \\ JA &= \begin{pmatrix} 1 & 2 & 4 & 3 & 1 & 2 & 1 & 4 \end{pmatrix} \\ IA &= \begin{pmatrix} 1 & 4 & 5 & 7 & 9 \end{pmatrix} \end{aligned} \tag{3}$$

- Formato CSC:

$$\begin{aligned} AA &= \begin{pmatrix} -1 & -4 & 2 & 4 & 3 & 5 & 1 & 30 \end{pmatrix} \\ JR &= \begin{pmatrix} 1 & 3 & 4 & 1 & 3 & 2 & 1 & 4 \end{pmatrix} \\ IC &= \begin{pmatrix} 1 & 4 & 6 & 7 & 9 \end{pmatrix} \end{aligned} \tag{4}$$

**ii.** La matriz con la que trabajamos ahora es:

$$\begin{pmatrix} -1 & 4 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 5 & 0 \\ -4 & 3 & 0 & 6 \\ 2 & 0 & 0 & 30 \end{pmatrix} \tag{5}$$

- Formato coordenado:

$$\begin{aligned} AA &= \begin{pmatrix} -1 & 4 & 1 & 5 & -4 & 3 & 2 & 30 & 6 \end{pmatrix} \\ JR &= \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 2 & 3 & 3 & 4 & 4 & 3 \end{pmatrix} \\ JC &= \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 3 & 1 & 2 & 1 & 4 & 4 \end{pmatrix} \end{aligned} \tag{6}$$

- Formato CSR:

$$\begin{aligned} AA &= \begin{pmatrix} -1 & 4 & 1 & 5 & -4 & 3 & 6 & 2 & 30 \end{pmatrix} \\ JA &= \begin{pmatrix} 1 & 2 & 4 & 3 & 1 & 2 & 4 & 1 & 4 \end{pmatrix} \\ IA &= \begin{pmatrix} 1 & 4 & 5 & 8 & 10 \end{pmatrix} \end{aligned} \tag{7}$$

- Formato CSC:

$$\begin{aligned} AA &= \begin{pmatrix} -1 & -4 & 2 & 4 & 3 & 5 & 1 & 6 & 30 \end{pmatrix} \\ JR &= \begin{pmatrix} 1 & 3 & 4 & 1 & 3 & 2 & 1 & 3 & 4 \end{pmatrix} \\ IC &= \begin{pmatrix} 1 & 4 & 6 & 7 & 10 \end{pmatrix} \end{aligned} \tag{8}$$

**iii.** Por último, nuestra tercera matriz, partiendo de la matriz 1:

$$B = \begin{pmatrix} -1 & 4 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 5 & 0 & 0 \\ -4 & 3 & 0 & 0 & 0 \\ 2 & 0 & 0 & 30 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 9 \end{pmatrix} \tag{9}$$

- Formato coordenado:

$$\begin{aligned} AA &= \begin{pmatrix} -1 & 4 & 1 & 5 & -4 & 3 & 2 & 30 & 9 \end{pmatrix} \\ JR &= \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 2 & 3 & 3 & 4 & 4 & 5 \end{pmatrix} \\ JC &= \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 3 & 1 & 2 & 1 & 4 & 5 \end{pmatrix} \end{aligned} \tag{10}$$

- Formato CSR:

$$\begin{aligned} AA &= \begin{pmatrix} -1 & 4 & 1 & 5 & -4 & 3 & 2 & 30 & 30 \end{pmatrix} \\ JA &= \begin{pmatrix} 1 & 2 & 4 & 3 & 1 & 2 & 1 & 4 & 5 \end{pmatrix} \\ IA &= \begin{pmatrix} 1 & 4 & 5 & 7 & 9 & 10 \end{pmatrix} \end{aligned} \tag{11}$$

- Formato CSC:

$$\begin{aligned} AA &= \begin{pmatrix} -1 & -4 & 2 & 4 & 3 & 5 & 1 & 30 & 9 \end{pmatrix} \\ JR &= \begin{pmatrix} 1 & 3 & 4 & 1 & 3 & 2 & 1 & 4 & 5 \end{pmatrix} \\ IC &= \begin{pmatrix} 1 & 4 & 6 & 7 & 9 & 10 \end{pmatrix} \end{aligned} \tag{12}$$

## 2. Ejercicio 2

**Producto matriz vector. Sea** $\vec{v} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \end{pmatrix}$. **Realiza el producto** $A\vec{v}$ **con los tres almacenamientos de** $A$

**i.**

- Producto en formato coordenado:

$$\vec{Y} = A\,\vec{v} = \begin{pmatrix} -1 & 4 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 5 & 0 \\ -4 & 3 & 0 & 0 \\ 2 & 0 & 0 & 30 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 11 \\ 15 \\ 2 \\ 122 \end{pmatrix} \tag{13}$$

- Producto en formato CSR. El bucle de iteración consiste en:

$$\begin{aligned} & i = 1, 4 \\ & i1 = IA(i) \\ & i2 = IA(i+1) - 1 \\ & Y(i) = (AA(i1 : i2),\ \vec{v}(JA(i1 : i2))) \end{aligned} \tag{14}$$

Usando entonces 3, calculamos iteracióna iteración las componentes del vector de resultados $\vec{Y}$:

- $i = 1$

$$\begin{aligned} i1 = 1;\ i2 &= 4 - 1 = 3 \\ Y(1) = (AA(1:3), \vec{v}(JA(1,3))) &= (AA\,[1,2,3]\,, \vec{v}\,[1,2,4]) \\ &= \begin{pmatrix} -1 & 4 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 4 \end{pmatrix} = -1 + 4 \cdot 2 + 4 = 11 \end{aligned} \tag{15}$$

- $i = 2$

$$\begin{aligned} i1 = 4;\ i2 &= 5 - 1 = 4 \\ Y(2) = (AA\,[4]\,, \vec{v}(JA\,[4])) &= (AA\,[4]\,, \vec{v}\,[3]) = 5 \times 3 = 15 \end{aligned} \tag{16}$$

- $i = 3$

$$\begin{aligned} i1 = 5;\ i2 &= 7 - 1 = 6 \\ Y(3) = (AA(5:6), \vec{v}(JA(5:6))) &= (AA\,[5,6]\,, \vec{v}\,[1,2]) \\ &= \begin{pmatrix} -4 & 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix} = -4 + 6 = 2 \end{aligned} \tag{17}$$

- $i = 4$

$$\begin{aligned} i1 = 7;\ i2 &= 9 - 1 = 8 \\ Y(4) = (AA(7:8), \vec{v}(JA(7,8))) &= (AA\,[7{,}8]\,, \vec{v}\,[1,4]) \\ &= \begin{pmatrix} 2 & 30 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 4 \end{pmatrix} = 2 + 120 = 122 \end{aligned} \tag{18}$$

Por lo que obtenemos $\vec{Y} = \begin{pmatrix} 11 & 15 & 2 & 122 \end{pmatrix}$, análogo a 13

- Producto en formato CSC. El bucle en este caso se realizan cálculos de forma iterativa para todo el vector $\vec{Y}$ a la vez. Se comienza tomando un vector $\vec{Y_0} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$, y se calcula consecutivamente a partir de 4, de forma:

$$\begin{aligned} & i = 1, 4 \\ & i1 = IC(i) \\ & i2 = IC(i+1) - 1 \\ & \vec{Y_i}(JR(i1 : i2)) = \vec{Y}_{i-1}(JR(i1 : i2)) + v(i) \cdot AA(i1 : i2) \end{aligned} \tag{19}$$

  - $i = 1$

$$\begin{aligned} & i1 = 1;\ i2 = 4 - 1 = 3 \\ & \vec{Y_1}(JR(1:3)) = \vec{Y_0}(JR(1:3)) + v(1) \cdot AA(1:3) \\ & \vec{Y_1}\left[1,3,4\right] = \vec{Y_0}\left[1,3,4\right] + v(1) \cdot AA\left[1,2,3\right] \\ & \vec{Y_1}\left[1,3,4\right] = 1 \cdot \begin{pmatrix} -1 & -4 & 2 \end{pmatrix} \Rightarrow \vec{Y_1} = \begin{pmatrix} -1 & 0 & -4 & 2 \end{pmatrix} \end{aligned} \tag{20}$$

  - $i = 2$

$$\begin{aligned} & i1 = 4;\ i2 = 6 - 1 = 5 \\ & \vec{Y_2}(JR(4:5)) = \vec{Y_1}(JR(4:5)) + v(2) \cdot AA(4:5) \\ & \vec{Y_2}\left[1,3\right] = \vec{Y_1}\left[1,3\right] + v(2) \cdot AA\left[4,5\right] \\ & \vec{Y_2}\left[1,3\right] = \begin{pmatrix} -1 & -4 \end{pmatrix} + 2 \cdot \begin{pmatrix} 4 & 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 7 & 2 \end{pmatrix} \Rightarrow \vec{Y_2} = \begin{pmatrix} 7 & 0 & 2 & 2 \end{pmatrix} \end{aligned} \tag{21}$$

  - $i = 3$

$$\begin{aligned} & i1 = 6;\ i2 = 7 - 1 = 6 \\ & \vec{Y_3}(JR(6)) = \vec{Y_2}(JR(6)) + v(3) \cdot AA(6) \\ & \vec{Y_3}\left[2\right] = \vec{Y_2}\left[2\right] + v(3) \cdot AA\left[6\right] \\ & \vec{Y_3}\left[6\right] = 0 + 3 \cdot 5 = 15 \Rightarrow \vec{Y_3} = \begin{pmatrix} 7 & 15 & 2 & 2 \end{pmatrix} \end{aligned} \tag{22}$$

  - $i = 4$

$$\begin{aligned} & i1 = 7;\ i2 = 9 - 1 = 8 \\ & \vec{Y_4}(JR(7:8)) = \vec{Y_3}(JR(7:8)) + v(4) \cdot AA(7:8) \\ & \vec{Y_4}\left[1,4\right] = \vec{Y_3}\left[1,4\right] + v(4) \cdot AA\left[7,8\right] \\ & \vec{Y_4}\left[1,3\right] = \begin{pmatrix} 7 & 2 \end{pmatrix} + 4 \cdot \begin{pmatrix} 1 & 30 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 11 & 122 \end{pmatrix} \Rightarrow \vec{Y_4} = \begin{pmatrix} 11 & 15 & 2 & 122 \end{pmatrix} \end{aligned} \tag{23}$$

Por lo que el vector resultante es $\vec{Y} = \begin{pmatrix} 11 & 15 & 2 & 122 \end{pmatrix}$, lo cual concuerda con lo obtenido en los dos anteriores apartados.

## 3. Ejercicio 3

**Almacena en formato perfil la matriz simétrica** $C = AA'$

Calculamos la matriz $C$:

$$C = \begin{pmatrix} -1 & 4 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 5 & 0 \\ -4 & 3 & 0 & 0 \\ 2 & 0 & 0 & 30 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -1 & 0 & -4 & 2 \\ 4 & 0 & 3 & 0 \\ 0 & 5 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 30 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 18 & 0 & 16 & 28 \\ 0 & 25 & 0 & 0 \\ 16 & 0 & 25 & -8 \\ 28 & 0 & -8 & 902 \end{pmatrix} \tag{24}$$

Realizando el almacenamiento perfil, tomamos la triangular superior:

$$\begin{aligned} AA &= (18 \;\; 25 \;\; 16 \;\; 0 \;\; 0 \;\; 25 \;\; 28 \;\; 0 \;\; -8 \;\; 902) \\ diag &= \begin{pmatrix} 1 & 2 & 5 & 9 \end{pmatrix} \end{aligned} \tag{25}$$

# 4. Ejercicio 4

**Explica el almacenamiento ELL. Pon 2 ejemplos.**

El almacenamiento ELL para matrices $n \times n$ que tiene un número máximo de $k$ valores no nulos en las filas, y almacena dichos valores no nulos de cada fila en una matriz de datos $D$ de orden $n \times k$, y a su vez, almacena en otra matriz $E$ del mismo orden los índices de dichas componentes. Como primer ejemplo a mostrar, si utilizamos la matriz 1, la matriz $D$ resultante es:

$$D = \begin{pmatrix} -1 & 4 & 1 \\ 5 & * & * \\ -4 & 3 & * \\ 2 & 30 & * \end{pmatrix} \tag{26}$$

Vemos aquí que el número máximo de entradas no nulas de 1 es 3, correspondiente a las tres entradas de la primera fila, mientras que en el resto tenemos 1 y 2 entradas no nulas. Por tanto, Mientras que la matriz de componentes $E$ es:

$$E = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 4 \\ 3 & * & * \\ 1 & 2 & * \\ 1 & 4 & * \end{pmatrix} \tag{27}$$

Otra opción es representar ceros como sustitucion a los asteriscos. Como segundo ejemplo, usamos la matriz $C$ definida en 24. La matriz $D$ correspondiente es:

$$D = \begin{pmatrix} 18 & 16 & 28 \\ 25 & * & * \\ 16 & 25 & -8 \\ 28 & -8 & 902 \end{pmatrix} \tag{28}$$

Y su matriz de índices:

$$E = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 4 \\ 2 & * & * \\ 1 & 3 & 4 \\ 1 & 3 & 4 \end{pmatrix} \tag{29}$$