

Sessió pràctica: quadratures compostes

Objectius

- Ser capaç d'aproximar integrals mitjançant quadratures compostes: trapezi, Simpson i Gauss-Legendre.
- Comprovar numèricament la convergència de les quadratures compostes.

Cas 1

Considerem la integral

$$I = \int_a^b \left(e^{-x} + \frac{1}{2}e^{-(x-4)^2} \right) dx.$$

El valor exacte de la integral és

$$I = e^{-a} - e^{-b} + \frac{\sqrt{\pi}}{4} \left(\operatorname{erf}(b-4) - \operatorname{erf}(a-4) \right).$$

A l'arxiu `main.m` es proporciona l'implementació de les quadratures compostes amb el mètode del trapezi. Completa l'script per a dibuixar també l'evolució de l'error per a les quadratures compostes de:

- Simpson
- Gauss-Legendre amb 2 punts a cada subinterval ($n = 1$)
- Gauss-Legendre amb 3 punts a cada subinterval ($n = 2$)

Per cadascun dels casos anteriors comprova la convergència asimptòtica. Tenen les quadratures el comportament esperat?

Cas 2

Considerem ara la integral

$$I = \int_{-4}^4 \frac{1}{1+x^2} dx.$$

Tenint en compte que el valor d'aquesta integral és $I = \operatorname{atan}(4) - \operatorname{atan}(-4) = 2 \operatorname{atan}(4)$, dibuixa la gràfica de convergència per les quadratures compostes implementades anteriorment (trapezi, Simpson i Gauss-Legendre).

- S'observa el mateix comportament que en el cas anterior?
- Té sentit considerar quadratures amb més intervals per millorar l'aproximació? Per què?
- Compara l'evolució de l'error amb l'error amb quadratures simples (1 sol interval, augmentant n)