

Sessió pràctica: resolució d'EDOs amb el mètode d'Euler

Objectius

- Entendre els conceptes bàsics dels mètodes per a la resolució numèrica d'EDOs.
- Implementar un mètode per resoldre EDOs (mètode d'Euler).
- Comprovar experimentalment la convergència d'un mètode

Tasques

Es proposa resoldre el PVI:

$$\begin{aligned}y'(x) &= -\frac{y(x)}{10x+1}, & x \in [0, T] \\ y(0) &= 1,\end{aligned}$$

pel qual es demana:

1. Executar i mirar el fitxer `exerciciEDOSEuler.m` per veure com es pot resoldre el problema de valor inicial (PVI) per $T=1$ amb la funció de Matlab `ode45`.
2. Implementar el mètode d'Euler per a la resolució del mateix PVI. Cal crear la funció Euler amb els arguments d'entrada i sortida especificats al fitxer.
3. Per $T = 2$, dibuixar una grafica de $\log_{10}(\text{abs}(\text{error}))$ en funcio de $\log_{10}(h)$, on l'error s'evalua com la diferència entre la solució analítica i la solució numérica per $x=2$. Comprovar si l'ordre de convergència coincideix amb el teòric.

Es proposa ara resoldre el PVI:

$$\begin{aligned}y''(x) &= -y(x), & x \in [0, 1] \\ y(0) &= 1, \\ y'(0) &= 0,\end{aligned}$$

pel qual es demana:

4. Reduir la EDO de segon ordre a un sistema d'EDOs de 1er ordre.
5. Resoldre numericament el PVI amb el mètode d'Euler per $T = 2\pi$ i comprovar la convergència.
6. Amb $h=0.01$ resoldre el problema per $T = 10\pi$ i $T = 50\pi$. És el mètode (absolutament) estable?