

## TP n°1 : Traitement d'antenne

### 1 Introduction

L'objectif du TP est de mettre en pratique quelques méthodes de localisation de sources, à partir d'un ensemble de capteurs.

On se placera dans le scénario d'une antenne composée de  $M$  capteurs disposés suivant une géométrie linéaire uniforme, et recevant les signaux bande étroite émis par  $K$  sources situées en champs lointain, et dont les angles d'arrivée sont notés  $\theta_1, \dots, \theta_K$ . Les capteurs seront supposés espacés de la moitié de la longueur des signaux. Dans ce contexte, rappelons que le vecteur des signaux observés sur l'antenne à l'instant discret  $n$  se modélise par

$$\mathbf{y}_n = \mathbf{A}\mathbf{s}_n + \mathbf{v}_n,$$

où :

- $\mathbf{A} = [\mathbf{a}(\theta_1), \dots, \mathbf{a}(\theta_K)]$  est la matrice des vecteurs directionnels  $\mathbf{a}(\theta_1), \dots, \mathbf{a}(\theta_K)$  associés aux  $K$  sources, avec

$$\mathbf{a}(\theta) = (1, \exp(-i\pi \sin(\theta)), \dots, \exp(-i\pi(M-1)\sin(\theta)))^T,$$

- $(\mathbf{s}_n)_{n \geq 0}$  est le processus des  $K$  signaux sources à l'instant  $n$ ,
- $(\mathbf{v}_n)_{n \geq 0}$  est un bruit additif.

On supposera ici les processus des signaux sources et bruit *gaussiens* et *temporellement blancs*, avec

$$\mathbf{s}_n \sim \mathcal{N}_{\mathbb{C}^K}(\mathbf{0}, \text{diag}(\sigma_{s_1}^2, \dots, \sigma_{s_K}^2)) \quad \text{et} \quad \mathbf{v}_n \sim \mathcal{N}_{\mathbb{C}^M}(\mathbf{0}, \sigma_v^2 \mathbf{I}).$$

En particulier, le bruit est également supposé spatialement blanc, et les signaux sources sont décorrélés entre eux.

L'objectif sera donc d'estimer  $\theta_1, \dots, \theta_K$  à la donnée de  $N$  échantillons  $\mathbf{y}_0, \dots, \mathbf{y}_{N-1}$ . On s'intéressera notamment aux méthodes d'estimation basse résolution à base de filtres spatiaux, et aux méthodes haute résolution type sous-espaces.

### 2 Localisation par filtrage spatial

1. Rappeler le principe de la localisation de sources par filtrage spatial, et illustrer par la méthode de Capon.
2. Générer le signal reçu par le réseau de capteurs ( $M = 5$  capteurs et  $N = 500$  échantillons) provenant d'une source d'élévation  $\theta_0 = 40^\circ$ , d'énergie  $\sigma_s^2 = 1$ . On prendra comme énergie de bruit  $\sigma_v^2 = 0.1$ .
3. Mettre en œuvre le filtre de Capon  $\mathbf{w}_{\text{CAPON}}(\theta)$  et tracer l'énergie estimée en sortie du filtre en fonction de  $\theta$ . On se remémorera que le filtre de Capon dépendant de la covariance des signaux observés, l'énergie estimée à sa sortie s'exprime alors comme

$$\hat{P}(\theta) = \frac{1}{\mathbf{a}(\theta)^* \hat{\mathbf{R}}_y^{-1} \mathbf{a}(\theta)},$$

où  $\hat{\mathbf{R}}_y$  est la matrice de covariance empirique des signaux observés donnée par

$$\hat{\mathbf{R}}_y = \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} \mathbf{y}_n \mathbf{y}_n^*,$$

Justifier théoriquement les résultats obtenus. Que se passe-t-il lorsque le nombre de capteurs  $M$  augmente ?

4. Générer deux sources en  $\theta_1 = 40^\circ$  et  $\theta_2 = 45^\circ$ , d'énergies respectives  $\sigma_{s_1}^2 = \sigma_{s_2}^2 = 1$ . Quel est le nombre minimal de capteurs nécessaires pour « séparer » les deux sources ?
5. Prendre  $M = 20$ , et deux sources en  $\theta_1 = 40^\circ$  et  $\theta_2 = 50^\circ$ , d'énergies  $\sigma_{s_1}^2 = 1$  et  $\sigma_{s_2}^2 = 10$ . Que constate-t-on ?
6. Reprendre  $\sigma_{s_2}^2 = 1$  puis faire varier la variance du bruit. Quels sont les effets observés sur  $\hat{P}(\theta)$  ? Commenter.

### 3 Localisation par méthodes sous-espace

1. Rappeler les principes de la localisation de sources par méthode sous-espace, en précisant les hypothèses éventuellement nécessaires. Illustrer en donnant le principe de l'algorithme MUSIC.
2. Proposer une méthode simple, basée sur la matrice de covariance empirique des signaux observés  $\hat{\mathbf{R}}_y$ , pour estimer « visuellement » le nombre de sources émettrices.
3. Générer 2 sources d'élévations  $\theta_1 = 40^\circ$  et  $\theta_2 = 45^\circ$ , et d'énergies  $\sigma_{s_1}^2 = \sigma_{s_2}^2 = 1$ . L'énergie du bruit est fixée à  $\sigma_v^2 = 0.1$ . Tracer le pseudo-spectre estimé  $\theta \mapsto \hat{d}(\theta)$  de l'algorithme MUSIC. Quel est le nombre minimal de capteurs pour séparer les deux sources ? Comparer avec la méthode de Capon.
4. Prendre un nombre d'antennes suffisamment grand pour que la méthode de Capon résolve les deux sources, puis faire varier la variance du bruit. Comparer les performances des méthodes de Capon et MUSIC.

### 4 On ne s'entend plus !

A l'aide d'un réseau linéaire uniforme de microphones espacés d'environ 5 cm<sup>1</sup>, on enregistre plusieurs conversations simultanées lors d'une soirée<sup>2</sup>. Les signaux collectés sont disponibles à l'adresse

<http://sites.google.com/site/valletp/ant/data.mat>

L'objectif de cette partie est de séparer les différentes sources acoustiques qui composent le signal enregistré ; le choix des méthodes utilisées est laissé libre, mais le programme réalisé doit fonctionner sans que l'utilisateur n'ait à ajuster de paramètre (i.e. concevoir une fonction ne prenant en entrée que les signaux des microphones). On pourra supposer que les 2 premières secondes du signal enregistré ne contiennent que du bruit. Rédiger quelques mots sur la stratégie retenue, et les résultats obtenus.

1. [https://www.phnxaudio.com/wp-content/uploads/2016/11/MT600\\_Condor\\_Manual.pdf](https://www.phnxaudio.com/wp-content/uploads/2016/11/MT600_Condor_Manual.pdf)

2. Sachant que la largeur de bande des signaux enregistrés est d'environ 6 kHz, l'espacement entre microphones a-t-il été choisi raisonnablement ?