

## Aufgabe A1.5 – Zweitletztes Zeichen

Entwickeln Sie einen DFA, der nur Wörter über  $\Sigma = \{1, 2, 3\}$  akzeptiert, deren zweitletztes Zeichen dasselbe ist wie das zweite.

### Alphabet und Bedingung

Alphabet:  $\{1, 2, 3\}$

Akzeptiert werden genau die Wörter mit Länge  $\geq 2$ , bei denen das zweitletzte Zeichen gleich dem zweiten Zeichen ist.

### DFA – Zustände

Startzustand:  $q_0$

Nach dem ersten Zeichen:  $q_1(1)$ ,  $q_1(2)$ ,  $q_1(3)$  (merkt das erste Zeichen)

Nach mindestens zwei Zeichen: Zustände der Form  $q(s_2, p, l)$

- $s_2$  = das zweite Zeichen des Wortes (1/2/3)
- $p$  = vorletztes Zeichen der bisher gelesenen Präfixe
- $l$  = letztes Zeichen der bisher gelesenen Präfixe

### Übergänge

$q_0 \xrightarrow{1} q_1(1)$

$q_0 \xrightarrow{2} q_1(2)$

$q_0 \xrightarrow{3} q_1(3)$

$q_1(x_1) \xrightarrow{1} Q(1, x_1, 1)$

$q_1(x_1) \xrightarrow{2} Q(2, x_1, 2)$

$q_1(x_1) \xrightarrow{3} Q(3, x_1, 3)$

$Q(s_2, p, l) \xrightarrow{a} Q(s_2, l, a) \quad \text{für } a \in \{1,2,3\}$

Akzeptierende Zustände: alle  $Q(s_2, p, l)$  mit  $p = s_2$ . (Ende der Eingabe in solchem Zustand)

### Hinweise zur Akzeptanz

- Wörter der Länge 0 oder 1 werden nie akzeptiert (man erreicht keinen  $q$ -Zustand).
- Wörter der Länge 2 werden akzeptiert genau dann, wenn das erste Zeichen gleich dem zweiten ist (weil dann  $p = \text{erstes}$  und  $s_2 = \text{zweites}$ , also  $p = s_2$  nur bei Gleichheit).

### Beispiel-Läufe

Eingabe: 2 1 2 3

$q_0 \xrightarrow{2} q_1(2)$

$q_1(2) \xrightarrow{1} Q(1,2,1)$

$Q(1,2,1) \xrightarrow{2} Q(1,1,2)$

$Q(1,1,2) \xrightarrow{3} Q(1,2,3)$  Ende in  $Q(s_2=1, p=2, l=3) \Rightarrow p \neq s_2 \Rightarrow \text{abgelehnt}$

Eingabe: 1 3 2 3

$q_0 \xrightarrow{1} q_1(1)$

$q_1(1) \xrightarrow{3} Q(3,1,3)$

$Q(3,1,3) \xrightarrow{2} Q(3,3,2)$

$Q(3,3,2) \xrightarrow{3} Q(3,2,3)$  Ende in  $Q(s_2=3, p=2, l=3) \Rightarrow p \neq s_2 \Rightarrow \text{abgelehnt}$

Eingabe: 2 1 3 1

$q_0 \xrightarrow{2} q_1(2)$

$q_1(2) \xrightarrow{1} Q(1,2,1)$

$Q(1,2,1) \xrightarrow{3} Q(1,1,3)$

$Q(1,1,3) \xrightarrow{1} Q(1,3,1)$  Ende in  $Q(s_2=1, p=3, l=1) \Rightarrow p \neq s_2 \Rightarrow \text{abgelehnt}$

Eingabe: 3 2 2 1

$q_0 \xrightarrow{3} q_1(3)$

$q_1(3) \xrightarrow{2} Q(2,3,2)$

$Q(2,3,2) \xrightarrow{2} Q(2,2,2)$

$Q(2,2,2) \xrightarrow{-1} Q(2,2,1)$  Ende in  $Q(s_2=2, p=2, l=1) \Rightarrow p = s_2 \Rightarrow$  akzeptiert

## Beispiele

Zugehörig:

22

3 2 2 1

1 1 3

2 3 2

Nicht zugehörig:

12

2 1 2 3

1 3 2 3

3