1 Plan ćwiczenia.

• Przeprowadzić identyfikację on-line obiektów dyskretnych oraz ciągłych (otrzymując dyskretny model układu ciągłego).

Proponowane układy dyskretne:

$$G_1(z) = \frac{0.1z + 0.2}{z^2 + 0.3z + 0.4}$$

Proponowane układy ciągłe:

$$G_2(s) = \frac{s + 1}{s^2 + 2s + 3}$$

Przebadać wpływ sygnału wymuszającego oraz zakłóceń układu (na przykład zakłócenie wyjścia układu) na wyniki estymacji.

• Przeprowadzić dla tych samych układów badania przy zmienności ich parametrów. Dla przykładu można rozważyć dwa przypadki, pierwszy można przyjąć zmienność parametru a_0 lub a_1, a w drugim przypadku przyjąć zmienność parametru b_1 bądź b_0. Badanie przeprowadzić dla różnego sposobu zmiany rzędu oraz różnych wartościach współczynnika zapominania (zwrócić uwagę czy macierz P_k nie rozbiega się). Zbadać wpływ zaszumienia układu na otrzymywane wyniki. Można także (nie jest to wymagane) wypróbować metodę resetu macierzy P_k.

2 Identyfikacja układu dyskretnego o stałych parametrach.

Identyfikowany układ dyskretny jest dany następującą transmitancją:

$$G(z) = \frac{0.1z + 0.2}{z^2 + 0.3z + 0.4}$$

Oczywiście założono nieznajomość parametrów, które są następujące: b_1=0,1; b_0=0,2; a_1=0,3; a_0=0,4.

Odpowiadające układowi równanie różnicowe ma postać:

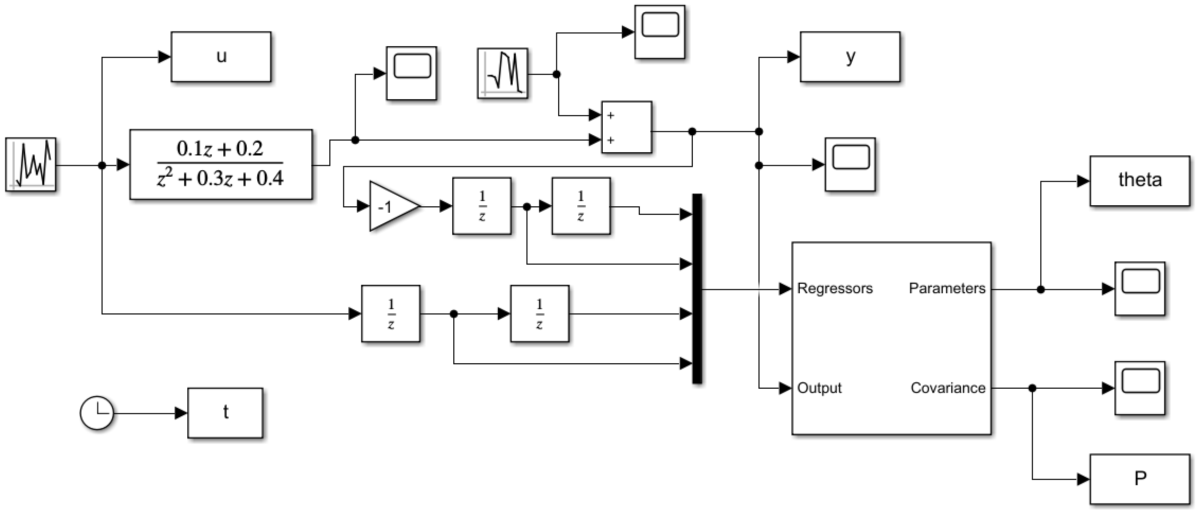
$$y_{k+2} = -a_1 y_{k+1} - a_0 y_k + b_1 u_{k+1} + b_0 u_k$$

Wektory danych dla metody rekurencyjnej są następujące:

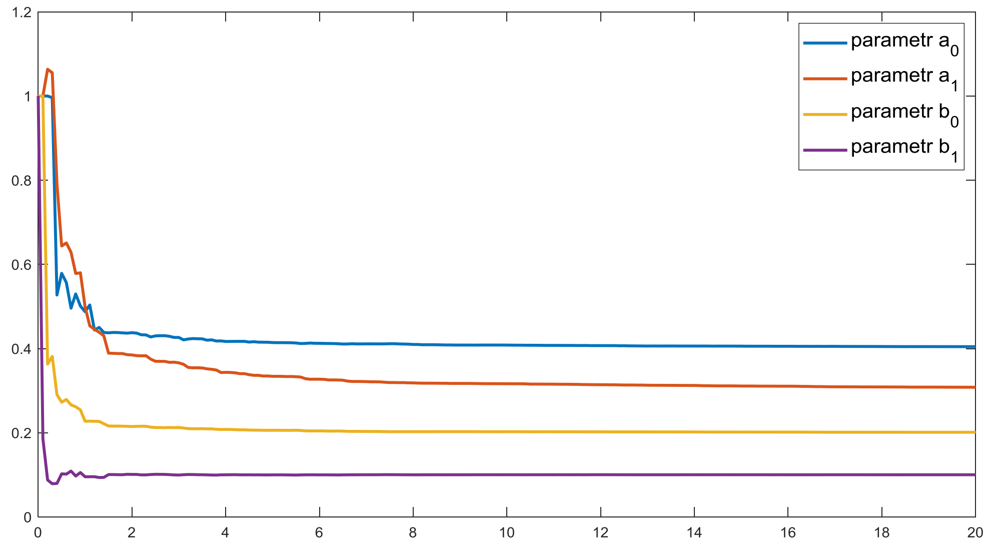
$$a_{k+1}^T = [-y_{k+1} \quad -y_k \quad u_{k+1} \quad u_k], \qquad b_{k+2} = \begin{bmatrix} b_{k+1} \\ y_{k+2} \end{bmatrix},$$

Na podstawie tych danych został stworzony model w programie Simulink, za pomocą którego zostały przeprowadzone symulacje dla różnych sygnałów wymuszających, oraz z uwzględnieniem zakłóceń sygnału wyjściowego.

W pierwszej kolejności przeprowadzono estymację z sygnałem wymuszającym jako szum i brakiem zakłóceń. Wyniki są przedstawione na rys. 2 i 3.

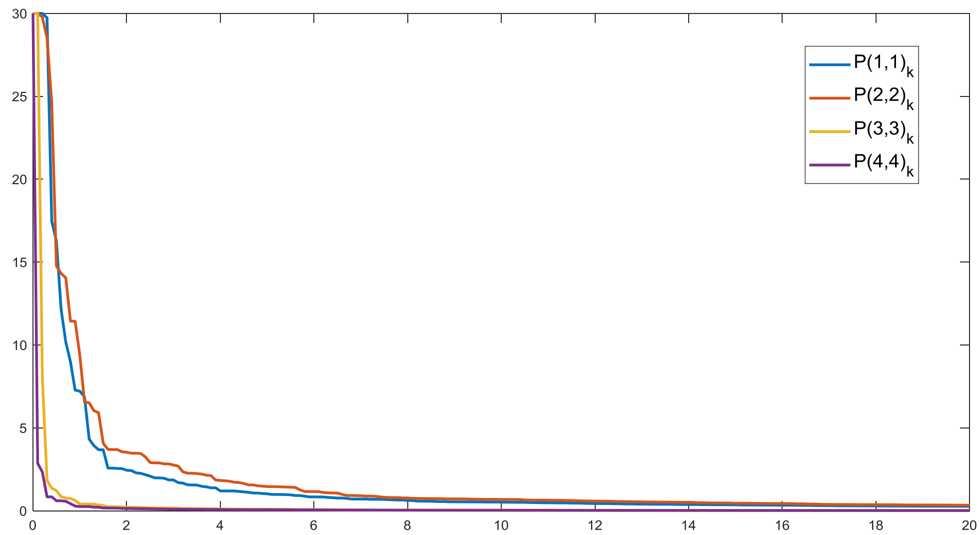


Rysunek 1 – Model układu identyfikacji metodą on-line układu dyskretnego.



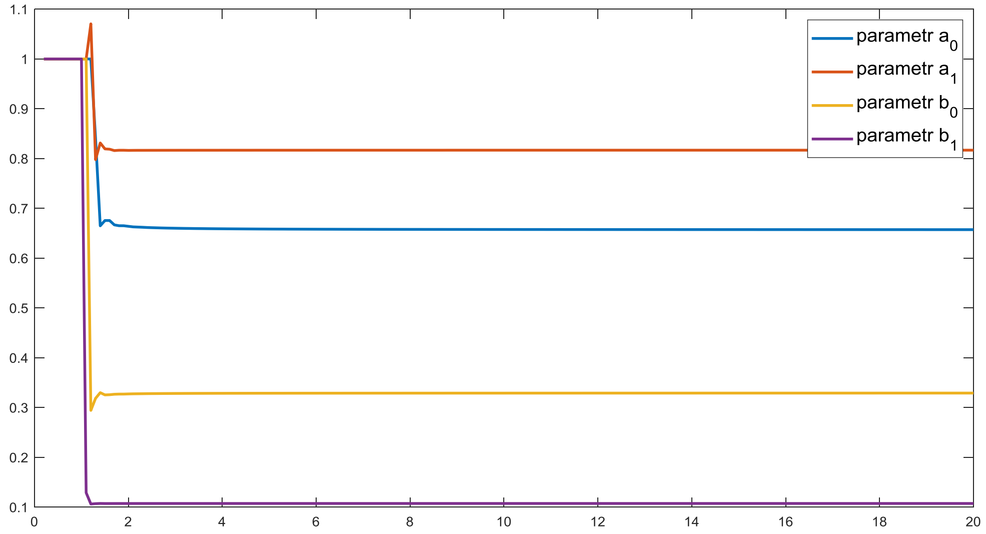
Rysunek 2 – Zidentyfikowane parametry metodą rekurencyjną

Otrzymane parametry: b_1=0,1003; b_0=0,2012; a_1=0,3082; a_0=0,4046

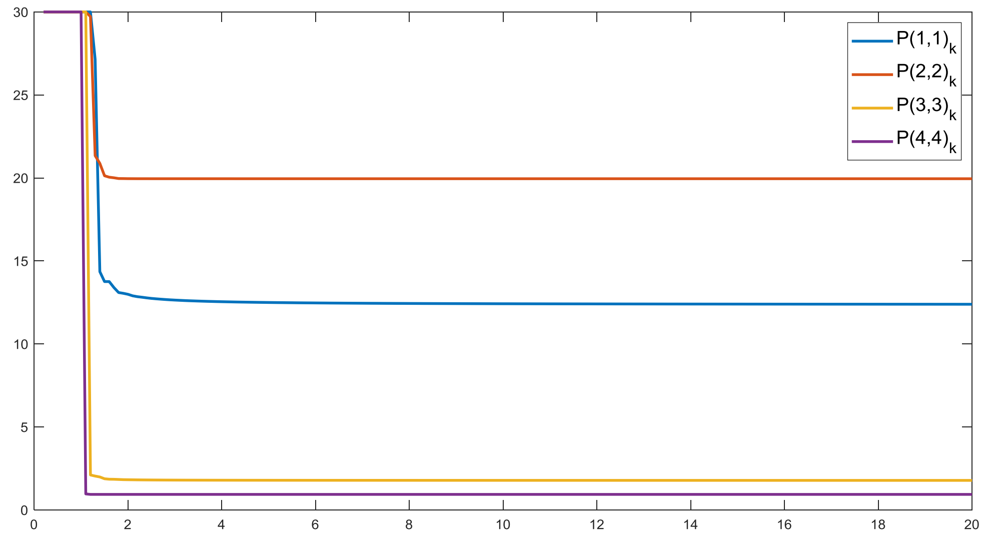


Rysunek 3 – Wartości na diagonalnej macierzy P

Poniżej przedstawiono wyniki dla sygnału wymuszającego w postaci skoku jednostkowego.

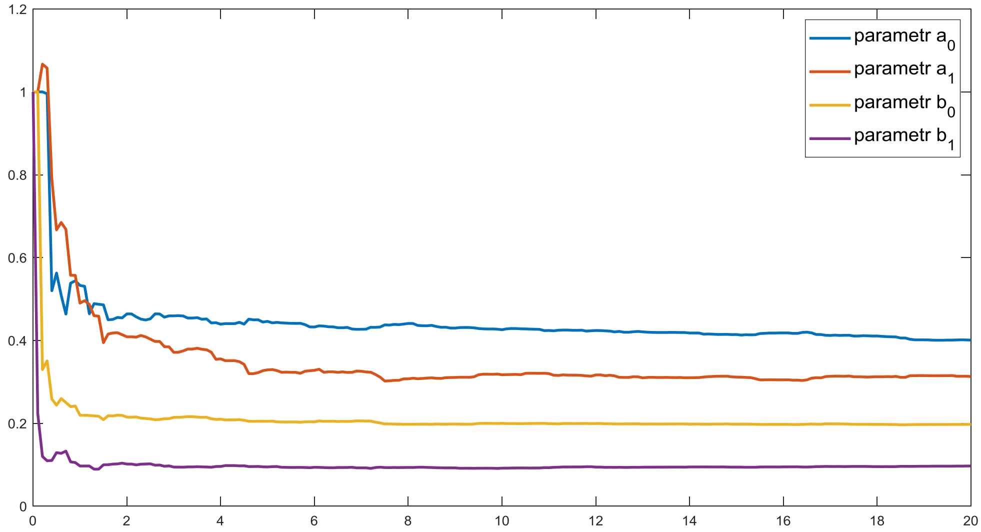


Rysunek 4 – Zidentyfikowane parametry metodą rekurencyjną

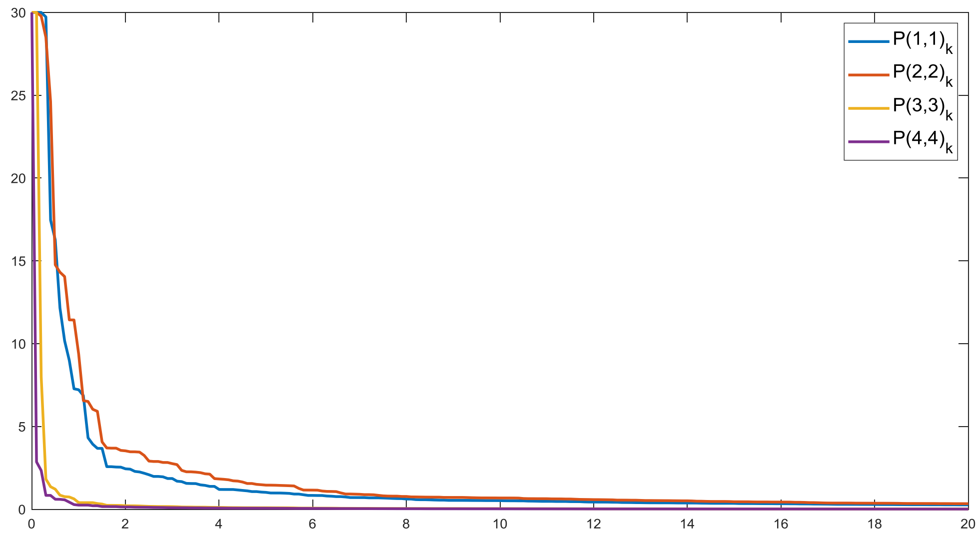


Rysunek 5 – Wartości na diagonalnej macierzy P

Poniżej przedstawiono wyniki dla sygnału wymuszającego w postaci szumu i zakłóconym sygnałem wyjściowym.



Rysunek 6 – Zidentyfikowane parametry metodą rekurencyjną



Rysunek 7 – Wartości na diagonalnej macierzy P

Wnioski:

Najlepsze wyniki estymacji uzyskuje się podczas wymuszenia w postaci szumu i braku zakłóceń. Zidentyfikowane parametry w miarę szybko stają się stabilne i przyjmują wartości bardzo zbliżone do oryginalnych. Podczas wymuszenia sygnałem skokowym wartości znacznie odbiegają od pożądanych. Jest to spowodowane nie uwzględnieniem dodatkowych warunków początkowych, a także charakterem sygnału skokowego jako wymuszenia (ten problem był opisany w ćwiczeniu odnośnie identyfikacji off-line). Zakłócenie sygnału wyjściowego utrudnia estymację parametrów. Objawia się to losowymi zmianami wartości estymowanych parametrów (im większe zakłócenia, tym większe zmiany). Parametry a_0 i a_1 są trudniejsze do identyfikacji. Zwiększenie parametru P_0 (wartość początkowa macierzy kowariancji błędu estymacji), pozwala na szybsze i lepsze określenie estymowanych parametrów.

3 Identyfikacja układu ciągłego o stałych parametrach.

Identyfikowany układ dyskretny jest dany następującą transmitancją:

$$G(s) = \frac{s+1}{s^2+2s+3}$$

Za pomocą funkcji c2d otrzymano dyskretny model układu ciągłego (T=0.1, metoda „zoh"):

$$G(z) = \frac{0.0948536\, z - 0.0858127}{z^2 \; - 1.79161\, z \; + \; 0.81873}$$

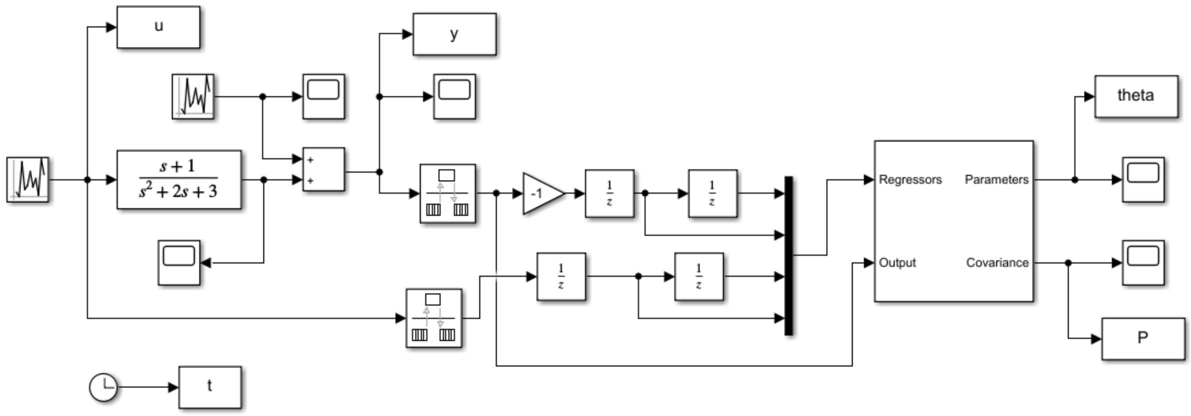
Dzięki temu otrzymano wartości, do których należy się odnosić podczas estymacji parametrów. Odpowiadające układowi równanie różnicowe ma postać:

$$y_{k+2} = -a_1 y_{k+1} - a_0 y_k + b_1 u_{k+1} + b_0 u_k$$

Wektory danych dla metody rekurencyjnej są następujące:

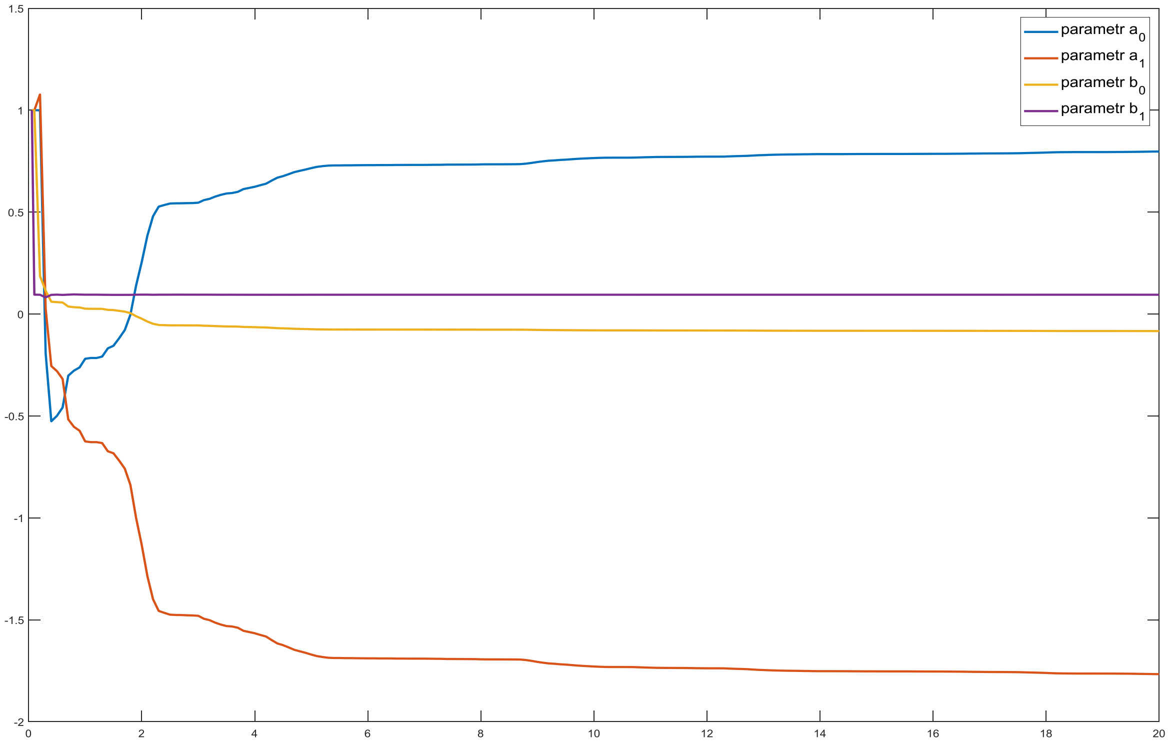
$$a_{k+1}^T = [-y_{k+1} \quad -y_k \quad u_{k+1} \quad u_k], \qquad b_{k+2} = \begin{bmatrix} b_{k+1} \\ y_{k+2} \end{bmatrix},$$

Na podstawie tych danych został stworzony model w programie Simulink, za pomocą którego zostały przeprowadzone symulacje dla różnych sygnałów wymuszających, oraz z uwzględnieniem zakłóceń sygnału wyjściowego



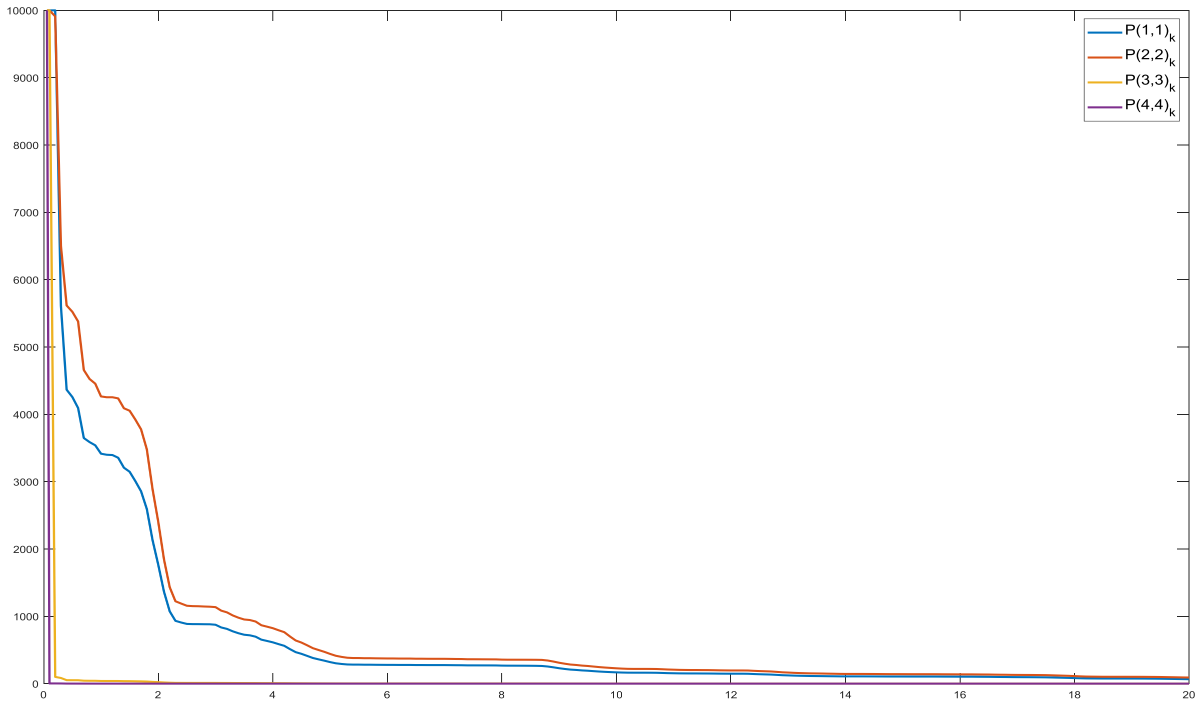
Rysunek 8 – Model układu identyfikacji metodą on-line układu ciągłego

W pierwszej kolejności przeprowadzono estymację z sygnałem wymuszającym jako szum i brakiem zakłóceń (warunki początkowe: θ_0 = [1,1,1,1] oraz P_0 = 10000). Zbyt niska wartość początkowa macierzy kowariancji błędu estymacji powoduje nie uzyskiwanie poprawnych wartości parametrów.



Rysunek 9 – Zidentyfikowane parametry metodą rekurencyjną

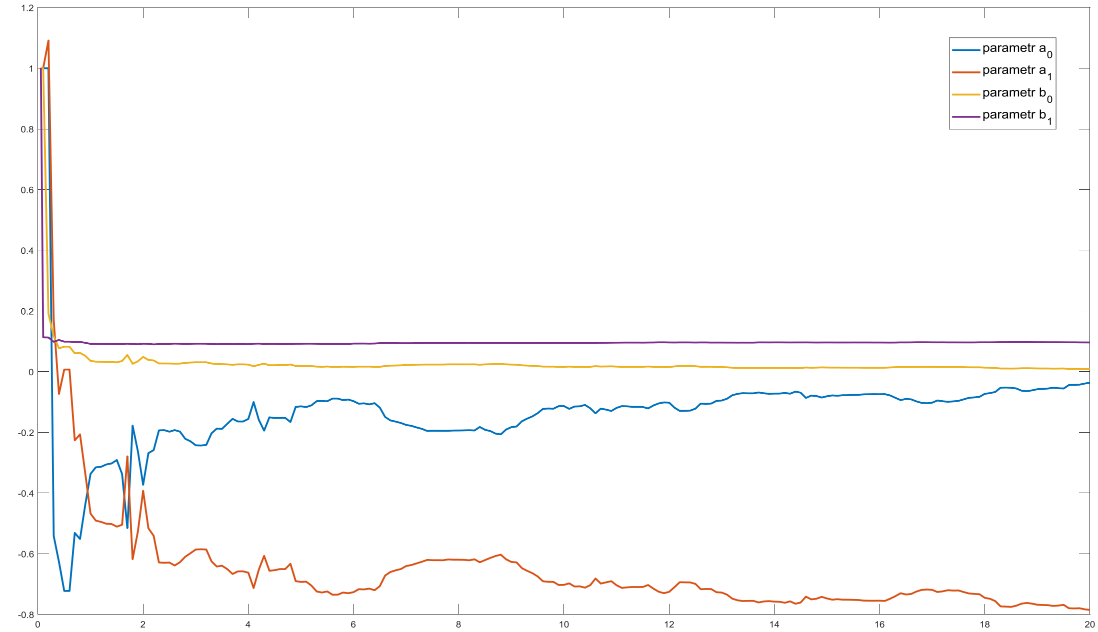
Otrzymane parametry: b_1=0,09484; b_0= -0,08346; a_1= -1,7667; a_0=0,7976



Rysunek 10 – Wartości na diagonalnej macierzy P

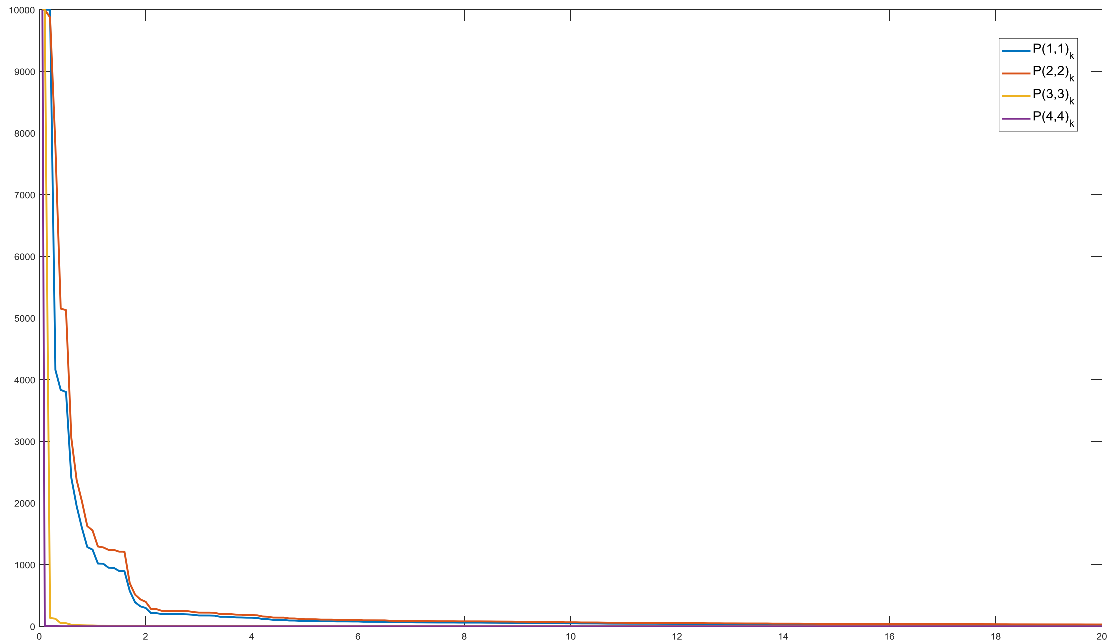
Zwiększenie wartości początkowej macierzy kowariancji błędu estymacji poprawia wyniki estymacji.

Następnie przeprowadzono symulację z zakłóconym sygnałem wyjściowym (pozostałe parametry takie same jak w poprzednim przypadku):



Rysunek 11 – Zidentyfikowane parametry metodą rekurencyjną

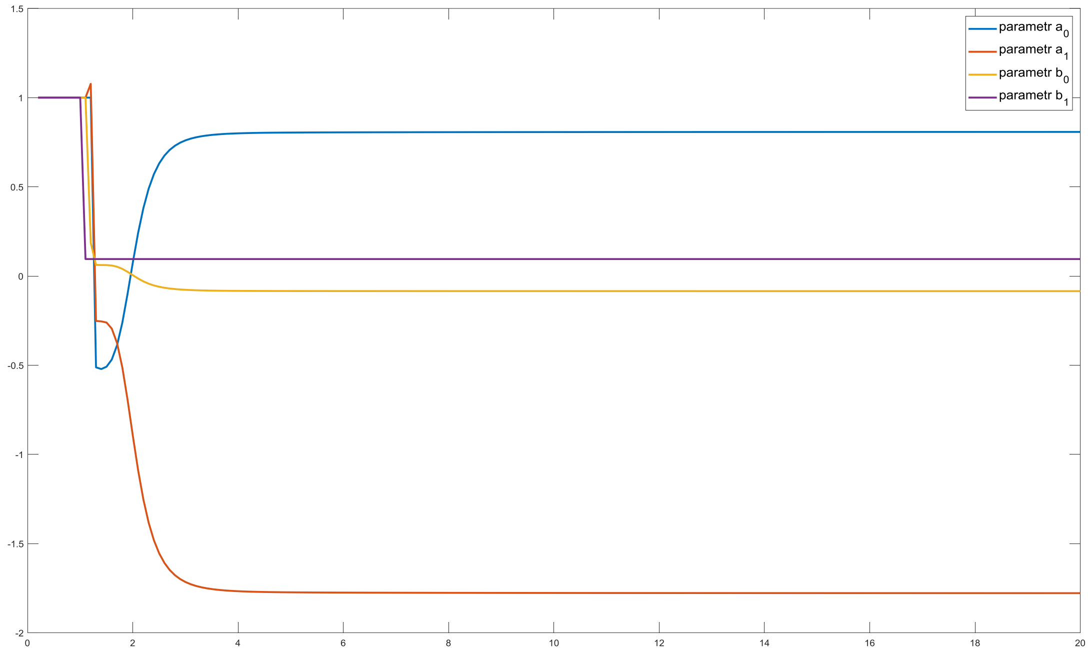
Otrzymane parametry: b_1= 0.0962; b_0= 0.008185; a_1= -0.7851; a_0= -0.03619



Rysunek 12 – Wartości na diagonalnej macierzy P

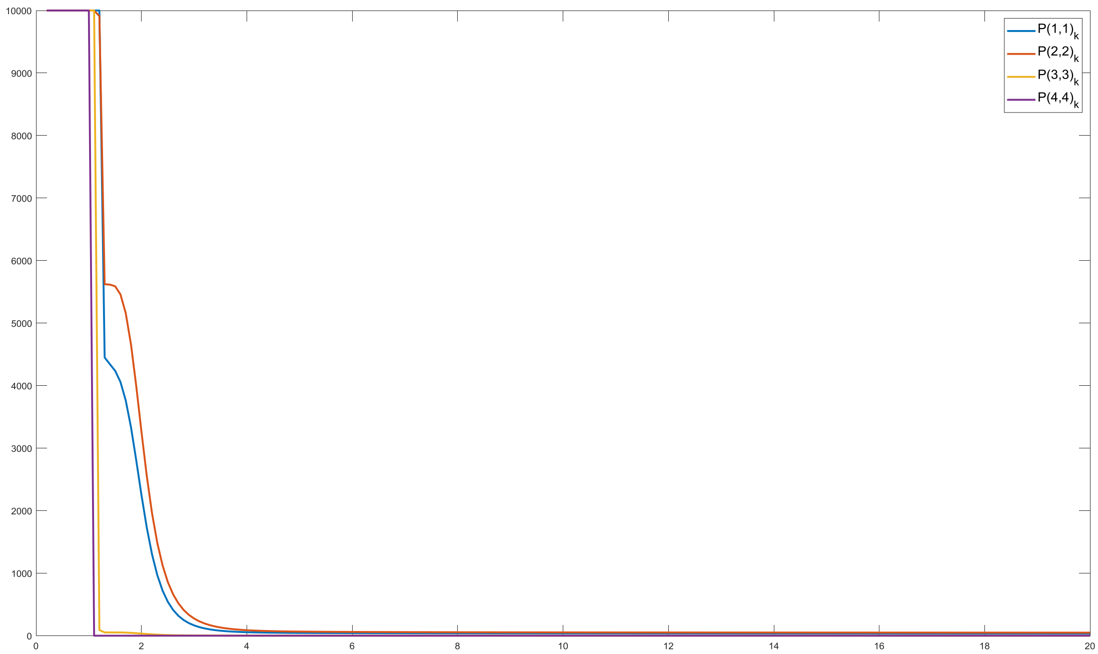
Nawet przy bardzo dużych wartościach P_0 stosunkowo niewielkie zakłócenia powodują znaczne wahania estymowanych parametrów (w szczególności parametrów występujących w mianowniku transmitancji).

Poniżej przedstawiono wyniki dla symulacji z sygnałem wymuszającym w postaci skoku jednostkowego i brakiem zakłóceń (warunki początkowe: θ_0 = [1,1,1,1] oraz P_0 = 10000).



Rysunek 13 – Zidentyfikowane parametry metodą rekurencyjną

Otrzymane parametry: b_1= 0.09484; b_0= -0.08494; a_1= -1.778; a_0= 0.8077



Rysunek 14 – Wartości na diagonalnej macierzy P

Po uwzględnieniu zakłóceń w tym przypadku następuje pogorszenie wyników estymacji (o ile parametry b_1 i b_0 mogą być zadawalające, to parametry a_1 i a_0 po szybkiej zmianie do zbliżonych, w miarę upływu czasu ulegają pogorszeniu). Im większe zakłócenia, tym gorsze wyniki estymacji. Aby uzyskać zadawalające wyniki P_0 musi mieć bardzo duże wartości, ale nawet wtedy niektóre parametry mogą znacząco odbiegać od poprawnej wartości.

Zbiorcze wyniki:

Parametr po dyskretyzacji	Estymacja z użyciem szumu, bez zakłóceń	Estymacja z użyciem szumu, z zakłóceniami	Estymacja z użyciem skoku jednostkowego, bez zakłóceń
b_1 = 0.09485	0,09484	0.0962	0.09484
b_0 = -0.08581	-0,08346	0.008185	-0.08494
a_1 = -1.7916	-1,7667	-0.7851	-1.778
a_0 = 0.8187	0,7976	-0.03619	0.8077

Wnioski:

Zakłócenia znacząco pogarszają wyniki estymacji (nawet jeśli są stosunkowo niewielkie). Zarówno sygnał wymuszający w postaci szumu i skok jednostkowego pozwala na uzyskanie zadawalających wyników, o ile zakłócenia są bardzo małe (ale wtedy należy zwiększać wartość początkową macierzy kowariancji błędu estymacji w celu poprawy wyników). Jednak skok jednostkowy jest bardziej podatny na działanie zakłóceń sygnału wyjściowego, niż szum. Zwiększenie wartości P_0 pozwala na lepszą estymację, ale tylko do pewnego stopnia (nawet przy bardzo dużych wartościach P_0 parametry w mianowniku są problematyczne do zidentyfikowania). Parametry w mianowniku są trudniejsze do zidentyfikowania, niż te w liczniku (w szczególności, gdy sygnał jest zakłócony).

4 Identyfikacja układu dyskretnego o zmiennych parametrach.

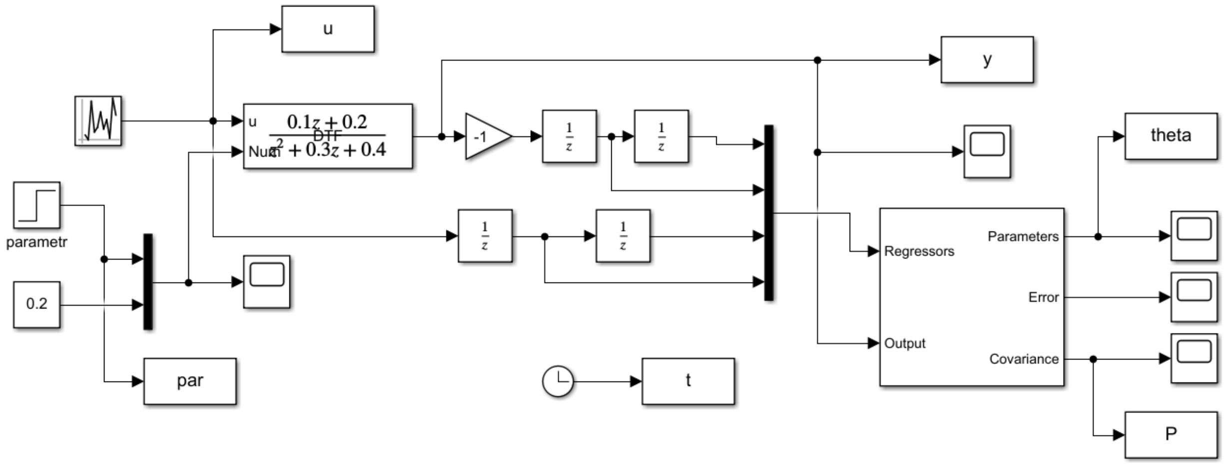
a) Identyfikowany układ dyskretny o zmiennym parametrze b_1 jest dany następującą transmitancją:

$$G(z) = \frac{b_1 z + 0.2}{z^2 + 0.3z + 0.4}$$

Parametry stałe układu mają następujące wartości: b_0=0,2; a_1=0,3; a_0=0,4.

Zmienny parametr b_1 początkowo ma wartość 0,1. Po 10 sekundach przyjmuje wartość 0,2.

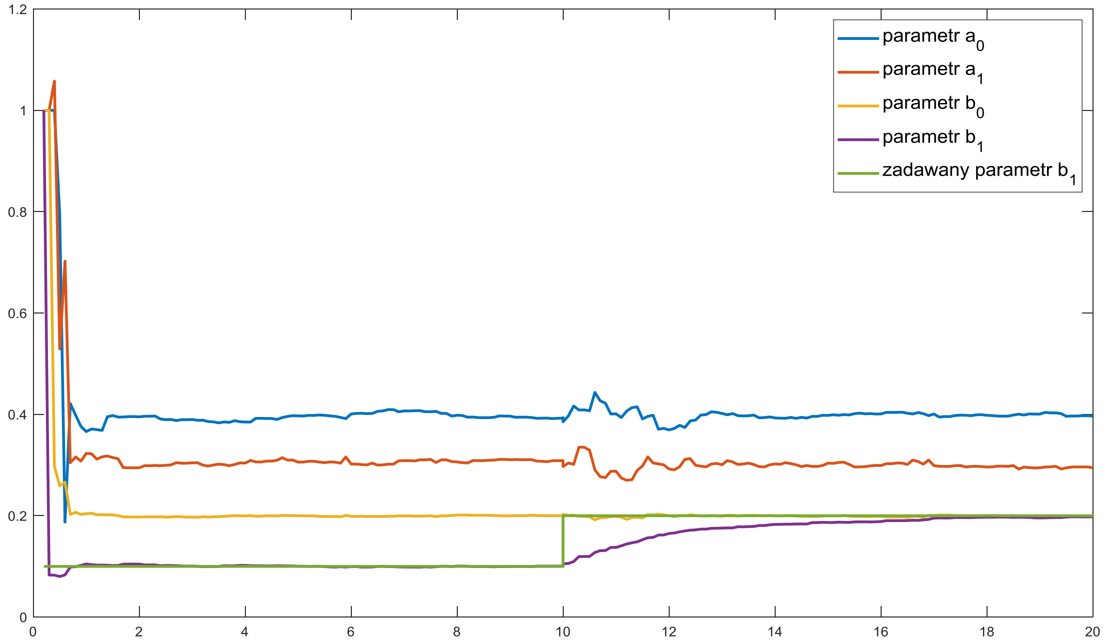
W wcześniej stworzonym modelu Simulinka zaimplementowano opcję zmiany w czasie parametrów w liczniku. Poniżej pokazano nowy model.



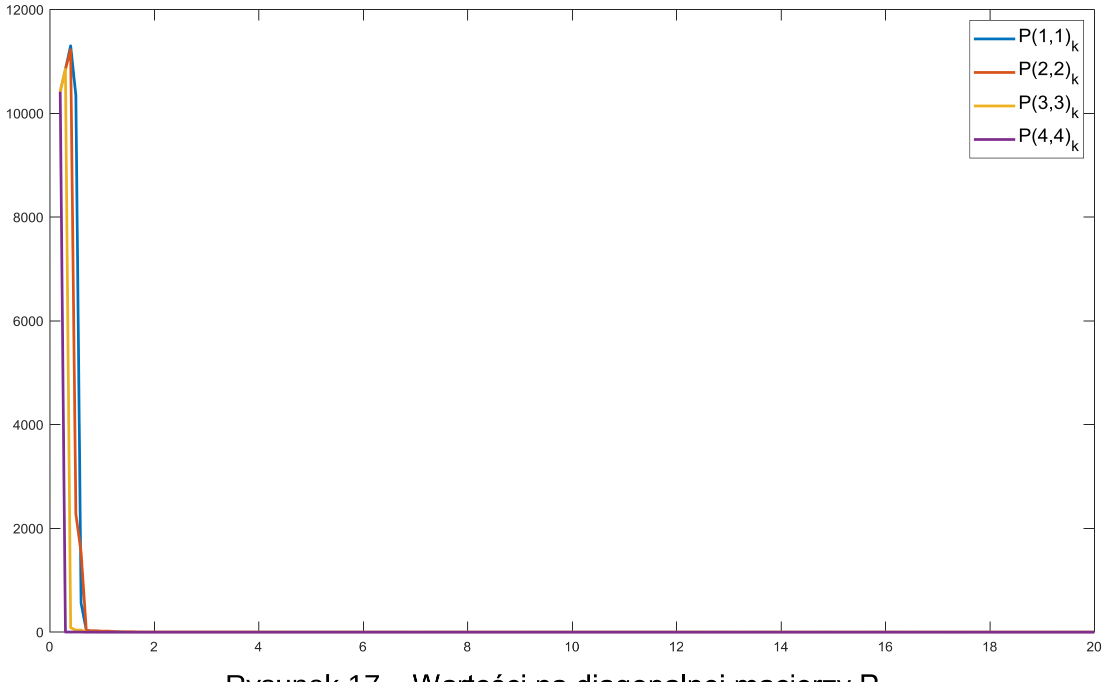
Rysunek 15 – Model układu identyfikacji układu dyskretnego z zmiennym parametrem.

Przeprowadzono symulacje z różnymi współczynnikami zapominania, a także z szumem sygnału wyjściowego i bez.

Poniżej przedstawiono wyniki dla współczynnika zapominania 0,96; warunki początkowe: θ_0 = [1,1,1,1] oraz P_0 = 10000, zakłócenia o wartości od -0,01 do 0,01.



Rysunek 16 – Zidentyfikowane parametry metodą rekurencyjną



Rysunek 17 – Wartości na diagonalnej macierzy P

Wnioski:

Przy estymacji bez zakłóceń uzyskane parametry są bardzo zbliżone do oryginalnych. Zmiana wartości parametru w trakcie identyfikacji powoduje zmianę wartości estymowanych parametrów (w szczególności tych z mianownika). Parametr zmieniony po kilku sekundach zostaje estymowany do zbliżonych do oryginalnych. Zmniejszenie wartości współczynnika zapominania powoduje skrócenie czasu potrzebnego do estymacji parametru który uległ zmianie. Jednocześnie wartości pozostałych estymowanych parametrów w momencie zmiany parametru, także ulegają zmianie. Przy niższym współczynniku zapominania, zmiany te są większe. Parametry w mianowniku są bardziej podatne na te zmiany.

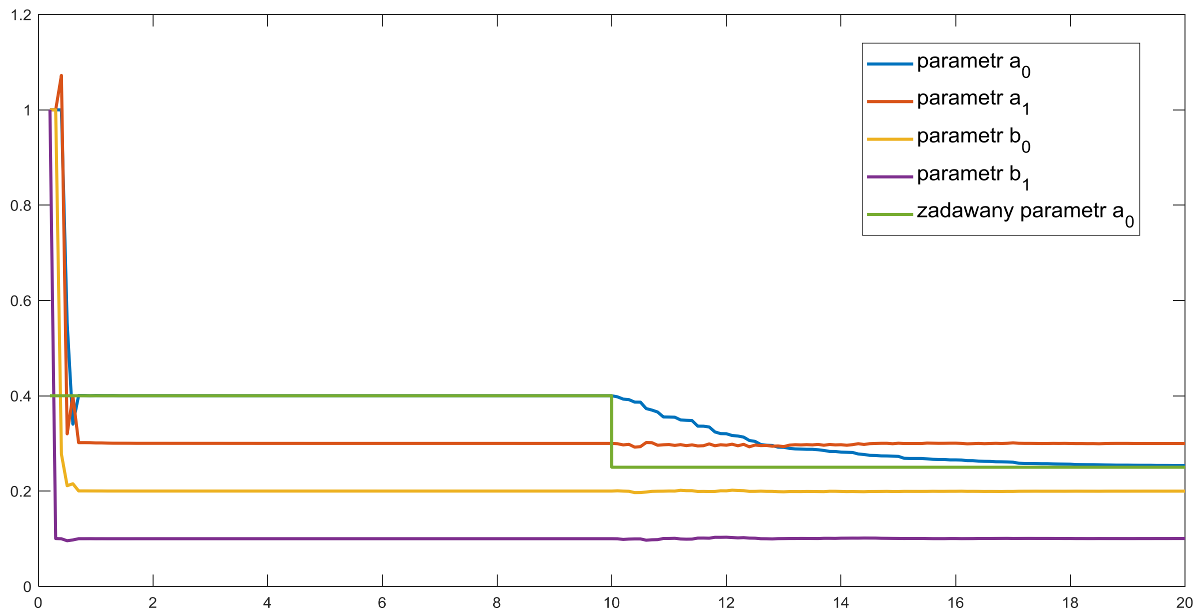
b) Identyfikowany układ dyskretny o zmiennym parametrze a_0 jest dany następującą transmitancją:

$$G(z) = \frac{0.1z + 0.2}{z^2 + 0.3z + a_0}$$

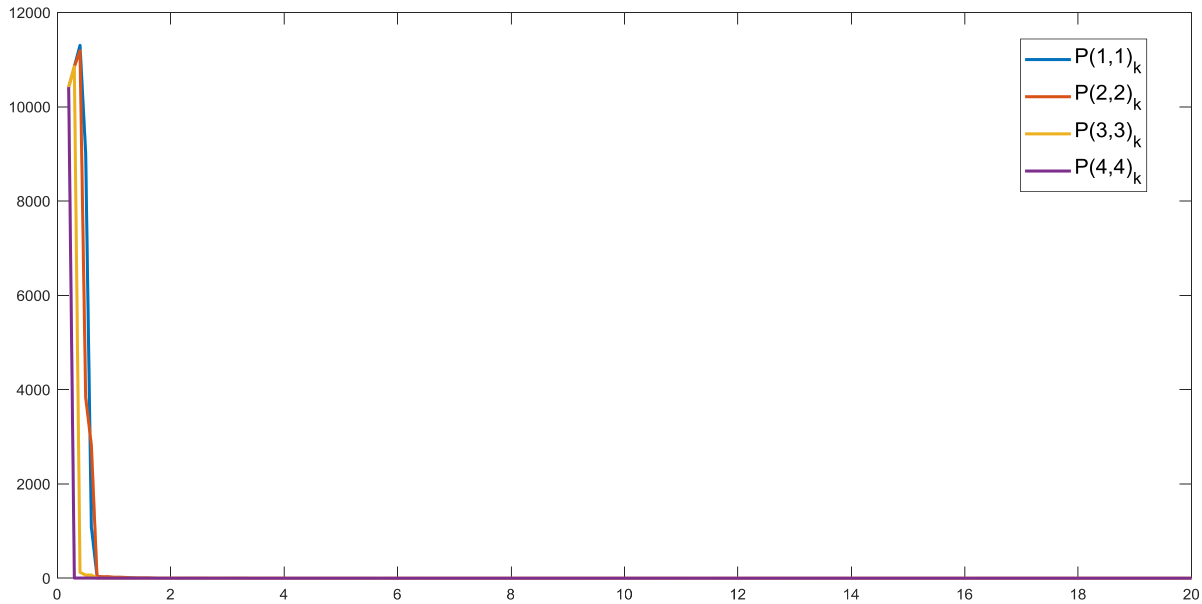
Parametry stałe układu mają następujące wartości: b_1=0,1; b_0=0,2; a_1=0,3.

Zmienny parametr a_0 początkowo ma wartość 0,4. Po 10 sekundach przyjmuje wartość 0,25.

Poniżej przedstawiono wyniki symulacji dla współczynnika zapominania 0,96; warunki początkowe: θ_0 = [1,1,1,1] oraz P_0 = 10000, zakłócenia o wartości od -0,01 do 0,01.



Rysunek 18 – Zidentyfikowane parametry metodą rekurencyjną



Rysunek 19 – Wartości na diagonalnej macierzy P

Wnioski: takie same jak dla poprzedniego podpunktu. Plus: parametry w mianowniku są bardziej wrażliwe na zmiany innych parametrów. Istotne też jest jak zmienia się parametr.

5 Identyfikacja układu ciągłego o zmiennych parametrach.

a) Identyfikowany układ ciągły o zmiennym parametrze b_0 jest dany następującą transmitancją:

$$G(s) = \frac{s + b_0}{s^2 + 2s + 3}$$

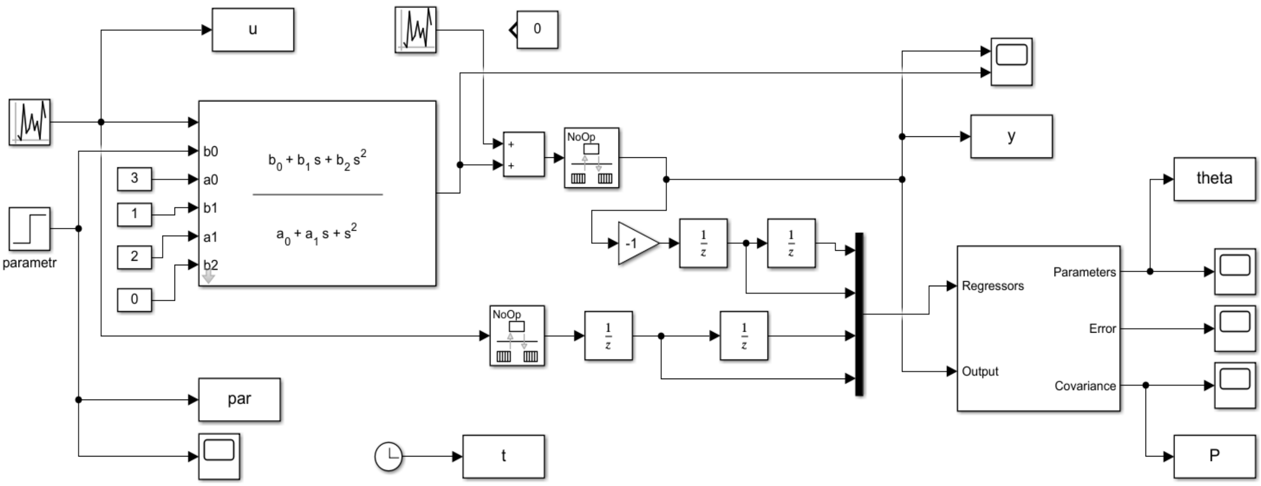
Zmienny parametr b_0 początkowo ma wartość 1. Po 10 sekundach przyjmuje wartość 2.

Za pomocą funkcji c2d otrzymano dyskretny model układu ciągłego: przed zmianą wartości parametru i po zmianie (T=0.1, metoda „zoh"):

$$G1(z) = \frac{0.0948536\,z - 0.0858127}{z^2\ - 1.79161\,z\ +\ 0.81873}$$

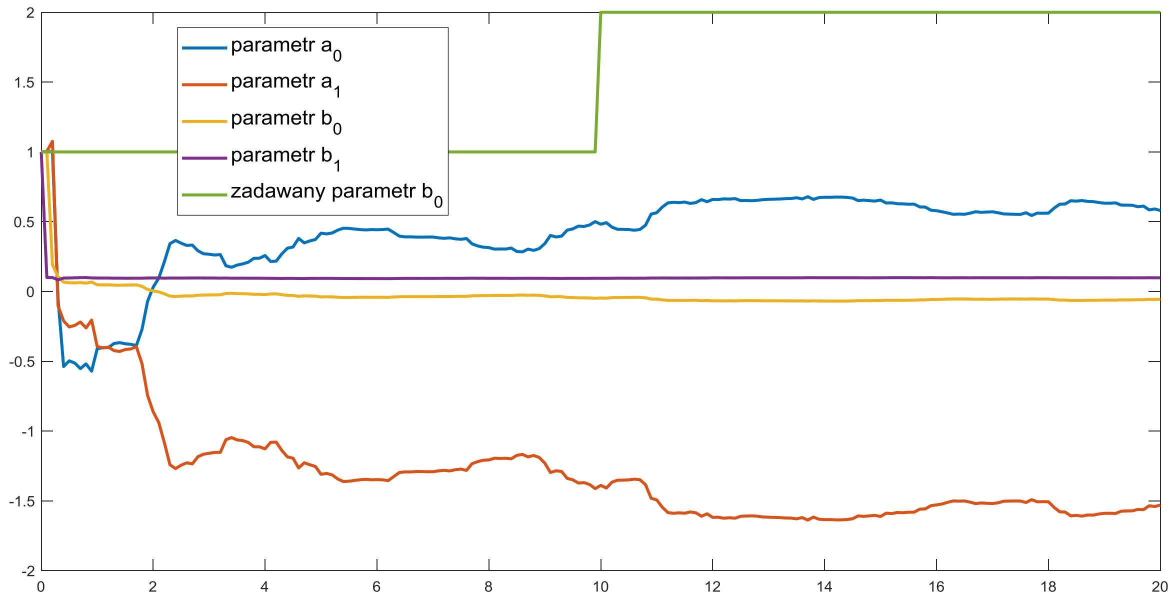
$$G2(z) = \frac{0.099524\,z - 0.081443}{z^2\ - 1.79161\,z\ +\ 0.81873}$$

Dzięki temu można będzie odnieść się do otrzymanych parametrów w czasie identyfikacji. Warto zauważyć że otrzymane układy dyskretne nie różnią się znacząco.

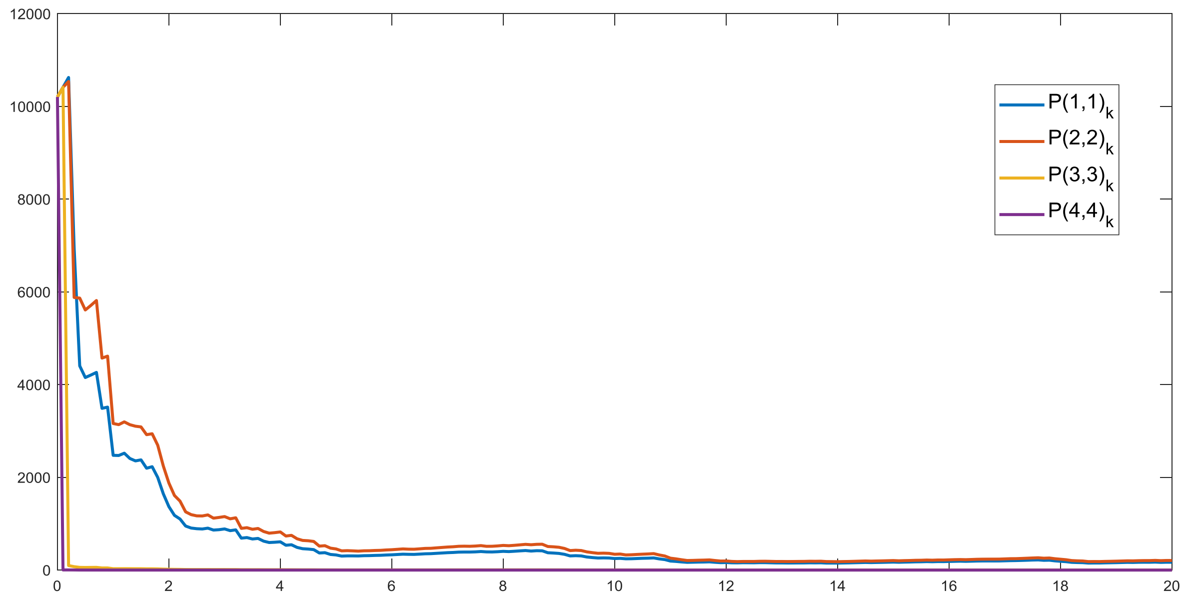


Rysunek 20 – Model układu identyfikacji układu ciągłego z zmiennym parametrem.

Poniżej przedstawiono wyniki symulacji dla współczynnika zapominania 0,98; warunki początkowe: θ_0 = [1,1,1,1] oraz P_0 = 10000, zakłócenia o wartości od -0,005 do 0,005.



Rysunek 21 – Zidentyfikowane parametry metodą rekurencyjną



Rysunek 22 – Wartości na diagonalnej macierzy P

Wnioski:

Nawet niewielkie zakłócenia znacząco zmieniają wyniki estymacji parametrów w mianowniku (parametry w liczniku zmieniają się w mniej znaczący sposób). Jest to sytuacja podobna, jak w przypadku układu ciągłego o stałych parametrach. Przy braku zakłóceń wyniki estymacji bardzo dobrze odpowiadają oryginalnym. W celach optymalnej estymacji poprzez program Simulink należy dobierać właściwe parametry bloku RLS.

b) Identyfikowany układ ciągły o zmiennym parametrze a_1 jest dany następującą transmitancją:

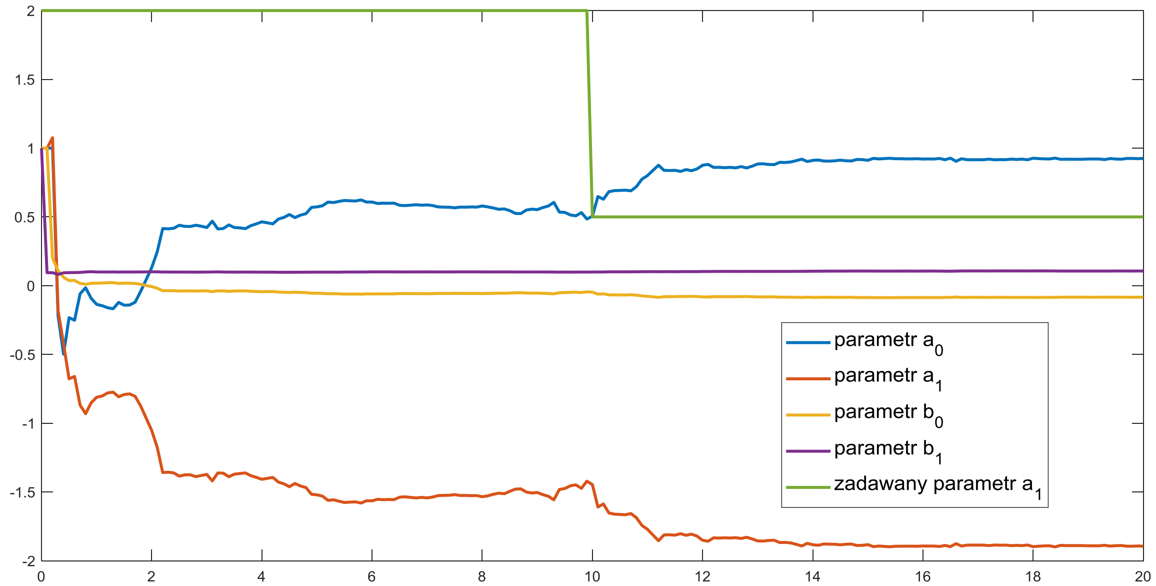
$$G(s) = \frac{s+1}{s^2 + a_1 s + 3}$$

Zmienny parametr a_1 początkowo ma wartość 2. Po 10 sekundach przyjmuje wartość 0,5.

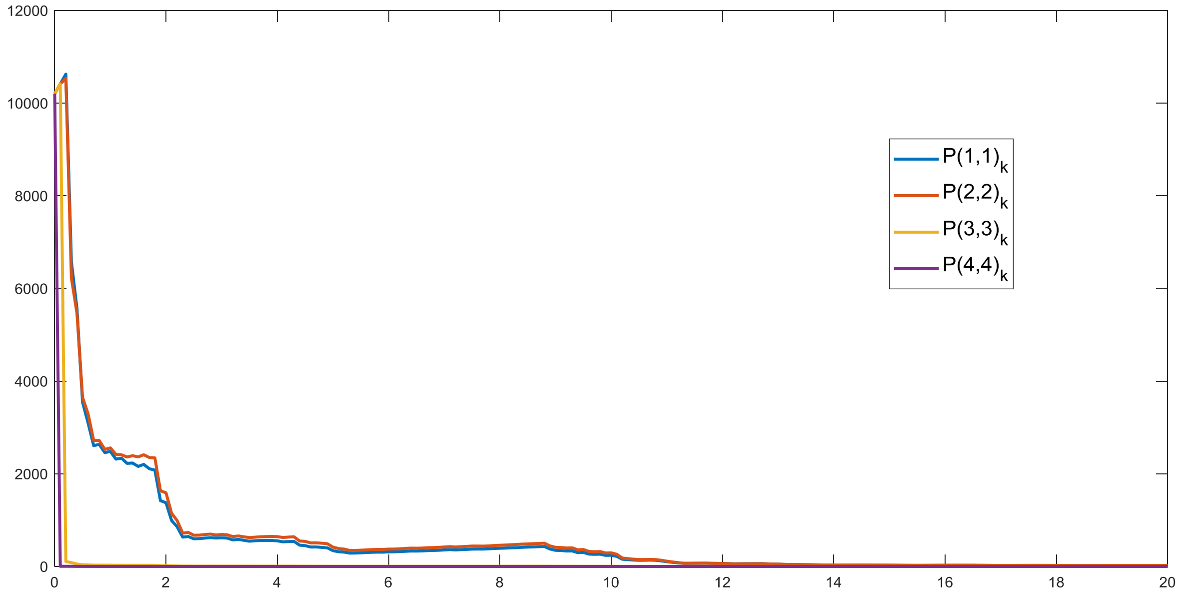
Za pomocą funkcji c2d otrzymano dyskretny model układu ciągłego: przed zmianą wartości parametru i po zmianie (T=0.1, metoda „zoh"):

$$G1(z) = \frac{0.0948536\,z - 0.0858127}{z^2\ - 1.79161\,z\ +\ 0.81873}$$

$$G2(z) = \frac{0.10196\,z - 0.0922299}{z^2\ - 1.92204\,z\ +\ 0.95123}$$



Rysunek 23 – Zidentyfikowane parametry metodą rekurencyjną



Rysunek 24 – Wartości na diagonalnej macierzy P

Wnioski:

Po zmianie wartości parametru, estymowane wyniki uległy pewnej poprawie. W pierwszych 10 sekundach estymowane parametry w mianowniku bardziej odbiegały od odpowiednika dyskretnego, niż gdy parametry układu ciągłego zmienił wartość. Jest możliwe, że w ten sposób można poprawić sposób estymacji z wykorzystaniem programu Simulink i bloku RLS (poprzez celową zmianę któregoś parametru układu ciągłego i po pewnym czasie powrót do wartości początkowej tego parametru).

Sposób w jaki parametr się zmienił (czy wzrósł/zmalał, wartość zmiany) wpływa na estymowane parametry.

Wiele z stwierdzeń dotyczących poprzednich przypadków jest także zgodne z tym przypadkiem.

Identyfikacja on-line z użyciem rekurencyjnego algorytmu najmniejszych kwadratów RLS ma pewne wady, o których należy pamiętać podczas korzystania z niej. Niekoniecznie wynikają z samego algorytmu, ale z danych jakie się otrzymuje z układu. W celu poprawnej identyfikacji on-line należy dostarczać dane, które są jak najmniej zakłócone i odpowiadają identyfikowanemu układowi.