Ćwiczenie 7. Modelowanie z użyciem sztucznych sieci neuronowych

Dominik Sierociuk
Politechnika Warszawska
Instytut Sterowania i Elektroniki Przemysłowej

OKNO, Modelowanie i Identyfikacja Systemów Dynamicznych

1 Wprowadzenie

W ćwiczeniu tym zostanie przedstawione wykorzystanie algorytmów sztucznych sieci neuronowych do modelowania zarówno relacji statycznych jak i układów dynamicznych.

2 Modelowanie relacji statycznych

Przykład 1. Weźmy następującą funkcję nieliniową:

$$y = x^3 + 2x^2 - 2x + 5 \tag{1}$$

Następnie postarajmy się ją zamodelować w postaci sieci neuronowej (oczywiście zakładając jej nieznajomość dla celów identyfikacji)

Tworzymy więc sieć neuronową (z 15 neuronami) komendą

```
net = fitnet(15);
```

następnie trenujemy ją używając komendy

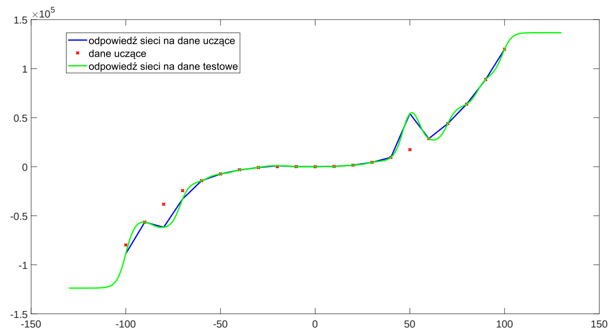
```
net = train(net,x,y);
```

oraz, po jej nauczeniu, symulujemy jej działanie

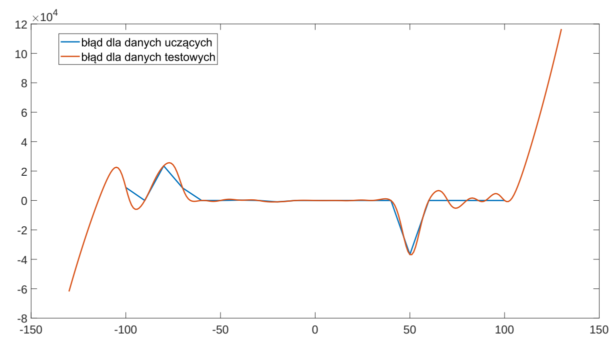
```
yn = net(x);
```

Wyniki dla przypadku sieci neuronowej złożonej z 15 neuronów przedstawione są na Rysunkach 1 i 2. Jak można na nich zobaczyć, dopasowanie nawet dla danych uczących (czyli takich, dla których sieć była uczona bezpośrednio) nie jest idealne. Co więcej, widać, że dla danych testowych (w tym przypadku wybranych dużo gęściej i szerzej niż uczące) odpowiedź jeszcze bardziej pozostawia do życzenia. Widoczne są na przykład duże odchyłki poza danymi uczącymi, wskazujących na słabą generalizację sieci.

Uwaga 1. *W związku z tym, że algorytm uczenia za każdym razem losowo wybiera wagi początkowe sieci neuronowej, algorytm minimalizacyjny może zatrzymać się w którymś z minimów lokalnych i przez to dać inny wynik uczenia sieci.*



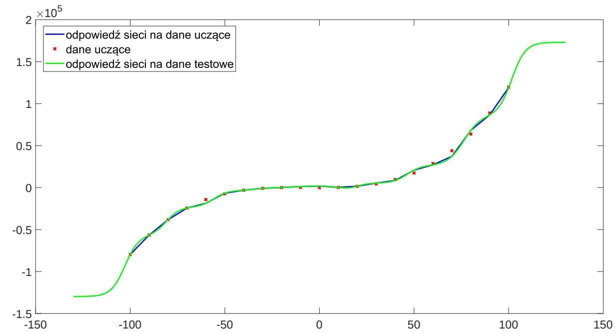
Rysunek 1: Wyniki modelowania relacji statycznej dla liczby neuronów równej 15



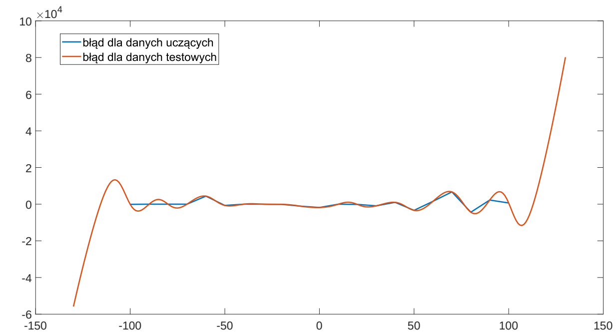
Rysunek 2: Błąd modelowania relacji statycznej dla liczby neuronów równej 15

W związku z widocznymi objawami przeuczenia sieci (zbyt złożoną strukturą sieci) weźmy więc sieć z mniejszą liczbą neuronów (wybieramy 10). Wyniki tym razem są przedstawione na Rysunkach 3 i 4. Jak można na nich zobaczyć, cały czas dokładność i generalizacja sieci pozostawia wiele do życzenia.

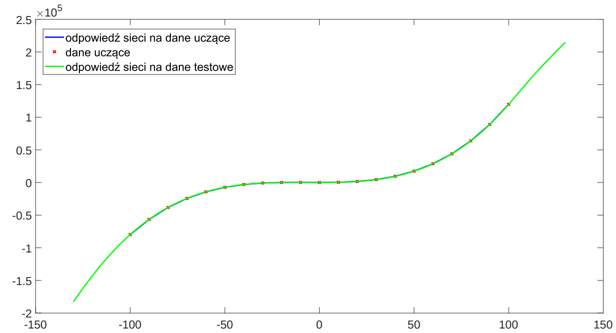
Weźmy więc sieć o liczbie neuronów 5, której wyniki zaprezentowane są na Rysunkach 5 i 6. Jak możemy na nich zobaczyć, tym razem, dokładność odwzorowania jest bardzo wysoka. Co więcej, nawet poza zakresem danych uczących aproksymowana funkcja całkiem dobrze opisuje docelową funkcję, czyli sieć bardzo dobrze zgeneralizowała podany problem.



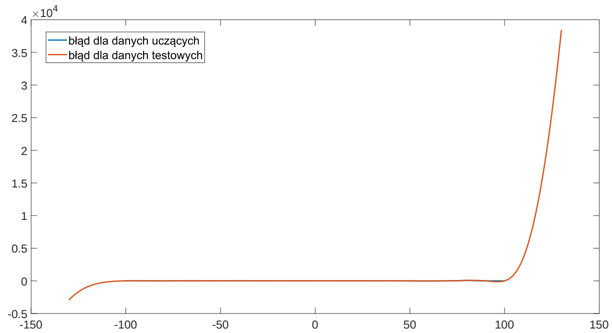
Rysunek 3: Wyniki modelowania relacji statycznej dla liczby neuronów równej 10



Rysunek 4: Błąd modelowania relacji statycznej dla liczby neuronów równej 10



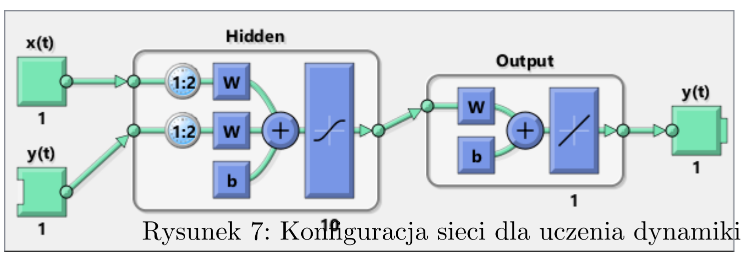
Rysunek 5: Wyniki modelowania relacji statycznej dla liczby neuronów równej 5



Rysunek 6: Błąd modelowania relacji statycznej dla liczby neuronów równej 5

3 Modelowanie układów dynamicznych

Dla modelowania nieliniowych układów dynamicznych użyjemy sieci neuronowej, która na swoje wejście będzie przyjmować odpowiednio przesunięte próbki sygnału wejściowego i wyjściowego. Schemat takiej sieci przedstawiony jest na Rysunku 7.



Rysunek 7: Konfiguracja sieci dla uczenia dynamiki

Taką sieć w środowisku Matlab możemy utworzyć za pomocą komendy:

```
net = narxnet(1:2,1:2,10);
```

gdzie pierwsze dwa parametry są liczbami opóźnień odpowiednio sygnału wejściowego i wyjściowego, a trzeci parametr to liczba neuronów.

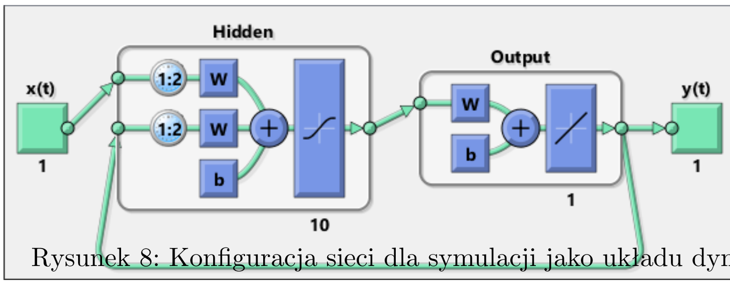
Natomiast, funkcją

```
preparets(net,Xc,{},Tc)
```

dokonujemy przygotowania danych uczących tę sieć (formuje odpowiednio przesunięte próbki dla danej struktury sieci).

Dla samodzielnej symulacji sieci (bez danych uczących) potrzebne będzie zamknięcie pętli sprzężenia od wyjścia sieci, aby dane te trafiały do bloku podającego przesunięte w czasie próbki sygnału wyjściowego na sieć. Schemat tak zmodyfikowanej sieci jest przedstawiony na Rysunku 8, a instrukcja Matlaba ją realizująca dana jest następująco:

```
net = closeloop(net);
```

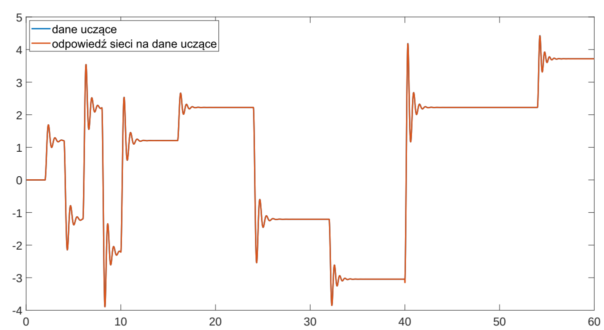


Rysunek 8: Konfiguracja sieci dla symulacji jako układu dynamicznego

Przykład 2. Weźmy dynamiczny układ nieliniowy dany następującym równaniem różniczkowym:

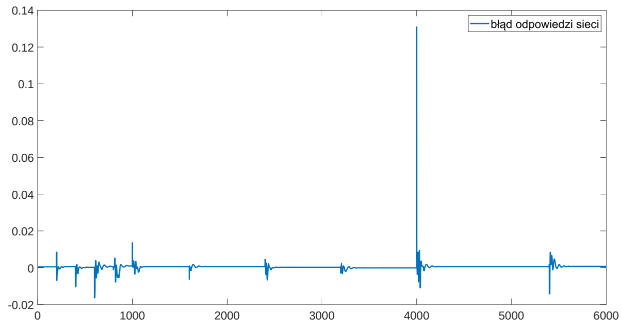
$$\frac{\mathrm{d}^2 y(t)}{\mathrm{d}t^2} = 100u(t) - \frac{\mathrm{d}y(t)}{\mathrm{d}t} - 80y(t) - 2y^3(t) \tag{2}$$

Dobierzmy odpowiedni sygnał wymuszający (tak aby zawierał odpowiednio dużo informacji o dynamice). Następnie przeprowadzamy modelowania siecią neuronową z 20 neuronami. Wyniki tego modelowania przedstawione są na Rysunkach 9 i 10.

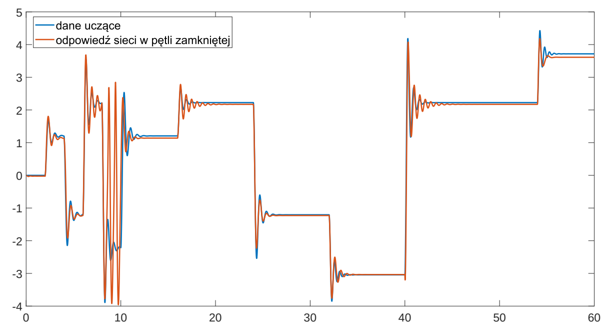


Rysunek 9: Wyniki modelowania nieliniowego układu dynamicznego dla liczby neuronów równej 20

Natomiast wyniki dla sieci skonfigurowanej do samodzielnej symulacji przedstawione są na Rysunkach 11 i 12. Jak można na nich zauważyć, błąd dla sieci ze



Rysunek 10: Błąd modelowania nieliniowego układu dynamicznego dla liczby neuronów równej 20

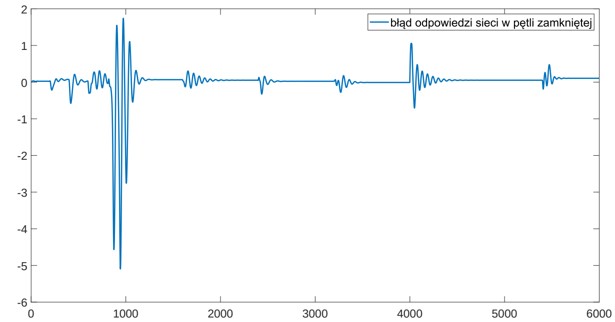


Rysunek 11: Wyniki modelowania nieliniowego układu dynamicznego dla liczby neuronów równej 20

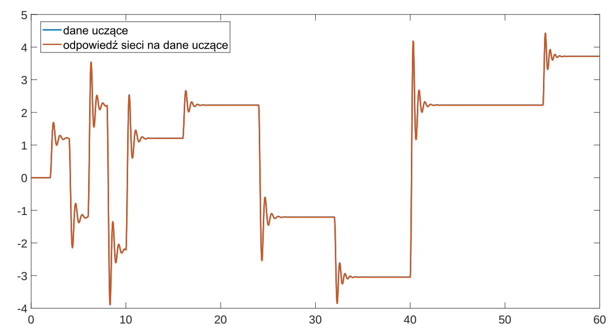
sprzężeniem jest znacząco większy niż dla samego uczenia sieci (bez sprzężenia), co pokazuje, że sieć nie została poprawnie nauczona.

Weźmy więc zmieńmy liczbę neuronów na 5, wyniki dla takiego modelowania przedstawione są na Rysunkach 13 i 14.

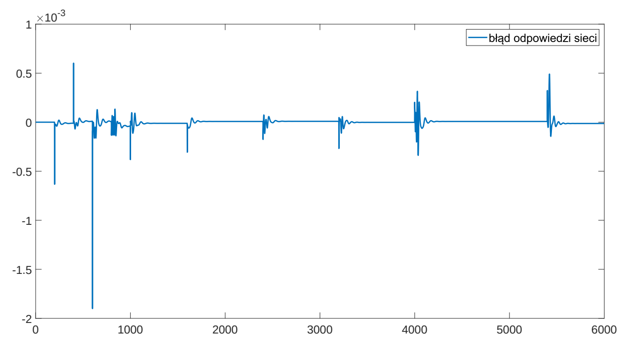
Natomiast dla sieci skonfigurowanej do samodzielnej symulacji wyniki przedstawione są na Rysunkach 15 i 16 i jak można na nich zobaczyć błąd dla sieci ze sprzężeniem jest tylko nieznacznie większy niż dla samego uczenia sieci (bez sprzężenia), co pokazuje dobrą generalizację sieci.



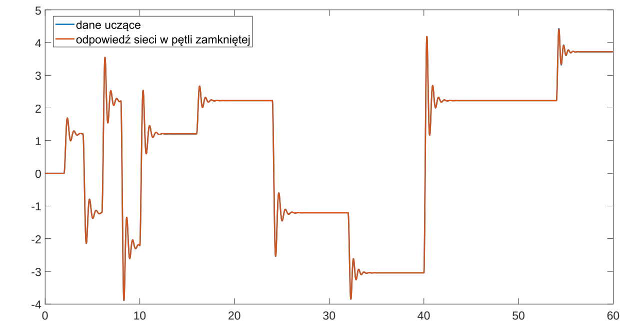
Rysunek 12: Błąd modelowania nieliniowego układu dynamicznego dla liczby neuronów równej 20



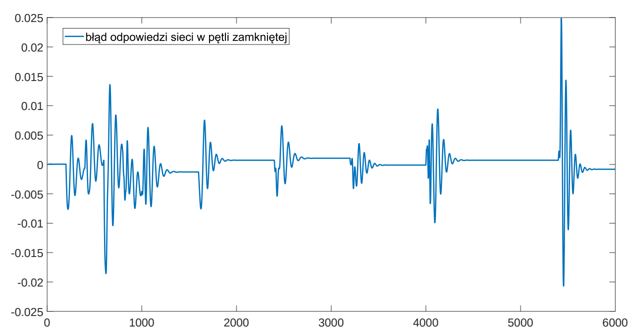
Rysunek 13: Wyniki modelowania nieliniowego układu dynamicznego dla liczby neuronów równej 5



Rysunek 14: Błąd modelowania nieliniowego układu dynamicznego dla liczby neuronów równej 5



Rysunek 15: Wyniki modelowania nieliniowego układu dynamicznego dla liczby neuronów równej 5



Rysunek 16: Błąd modelowania nieliniowego układu dynamicznego dla liczby neuronów równej 5

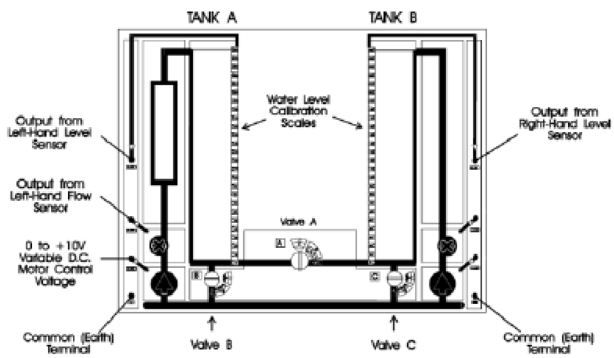
4 Plan ćwiczenia

1) Przeprowadzić modelowanie z użyciem sztucznej sieci neuronowej następujacych funkcji

$$f_1(x) = 0.1x^4 + x^3 + 2x^2 + x + 5$$

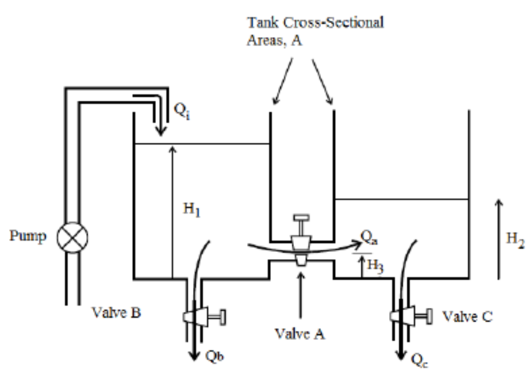
modelowanie przeprowadzić zarówno dla idealnych jak i zaszumionych danych.

2) Niech będzie dany obiekt w postaci dwóch zbiorników (CE105MV) połączonych ze sobą przedstawiony na rys. 17.



Rysunek 17: Układ zbiorników

Schemat fizyczny zbiorników przedstawiony jest na rys. 18.



Rysunek 18: Schemat układu zbiorników

Oznaczmy przez Q, Q_{a}, Q_{b} i Q_{c} odpowiednio strumień płynu (w m^3/sek): dopływającego do zbiornika A, przepływającego ze zbiornika A do zbiornika B, odpływającego ze zbiornika A oraz odpływającego ze zbiornika B. Objetości zbiorników A i B są takie same i oznaczone sa przez V (w m^3), a ich przekroje poprzeczne przez A (w m^2). Poziom płynu (w m) w zbiorniku A oznaczać bedziemy przez h_1, a w zbiorniku B przez h_2.

Równania dynamiki zachodzącej w zbiornikach opisują poniższe równania

$$\begin{aligned}\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}V = A\frac{\mathrm{d}h_1}{\mathrm{d}t} = Q - Q_{\mathrm{a}} - Q_{\mathrm{b}}\\ \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}V = A\frac{\mathrm{d}h_2}{\mathrm{d}t} = Q_{\mathrm{a}} - Q_{\mathrm{c}}.\end{aligned} \tag{3}$$

Biorąc pod uwagę parametry techniczne zaworów, strumienie przepływw przez nie możemy zapisać

$$\begin{aligned}Q_{\mathrm{a}} &= C_{\mathrm{a}}a_{\mathrm{a}}\sqrt{2g_{\mathrm{r}}(h_1 - h_2)}\\ Q_{\mathrm{b}} &= C_{\mathrm{b}}a_{\mathrm{b}}\sqrt{2g_{\mathrm{r}}h_1}\\ Q_{\mathrm{c}} &= C_{\mathrm{c}}a_{\mathrm{c}}\sqrt{2g_{\mathrm{r}}h_2},\end{aligned} \tag{4}$$

gdzie g_{r} jest przyspieszeniem ziemskim (w $\mathrm{m/sek}^2$), C_{a}, C_{b}, C_{c} oraz a_{a}, a_{b} i a_{c} są odpowienio współczynnikami (bezmianowymi) szybkości wypływu oraz polami przekrojów (w m^2) zaworów a, b i c.

Podstawiając (4) do (3) otrzymamy równania

$$\begin{aligned}\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}h_1 = -\frac{1}{A}C_{\mathrm{a}}a_{\mathrm{a}}\sqrt{2g_{\mathrm{r}}(h_1 - h_2)} - \frac{1}{A}C_{\mathrm{b}}a_{\mathrm{b}}\sqrt{2g_{\mathrm{r}}h_1} + \frac{1}{A}Q\\ \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}h_2 = -\frac{1}{A}C_{\mathrm{c}}a_{\mathrm{c}}\sqrt{2g_{\mathrm{r}}h_2} + \frac{1}{A}C_{\mathrm{a}}a_{\mathrm{a}}\sqrt{2g_{\mathrm{r}}(h_1 - h_2)}.\end{aligned} \tag{5}$$

Wartości stałych przyjmujemy nastepujace:

- $A = 0.06 * 0.07$ $[\mathrm{m}^2]$,
- $a_{\mathrm{a}} = \pi * 0.007^2$ $[\mathrm{m}^2]$, $a_{\mathrm{b}} = \pi * 0.005^2$ $[\mathrm{m}^2]$, $a_{\mathrm{c}} = \pi * 0.005^2$ $[\mathrm{m}^2]$,
- $C_{\mathrm{a}} = 1$, $C_{\mathrm{b}} = 0.5$, $C_{\mathrm{c}} = 0.5$,
- $Q_{\max} = (4400 * (0.01)^3)/60$ $[\mathrm{m}^3/\mathrm{sek}]$,
- $h_{\max} = 250 * 10^{-3}$ [m].

Załóżmy, że wymuszeniem ma być napięcie V zasilające pompę, należy wtedy użyć podstawienia

$$Q = k_{\mathrm{p}}V,$$

gdzie $k_{\mathrm{p}} = 7.33333 * 10^{-6}$ jest współczynnikiem. Natomiast założonym sygnałem wyjściowym jest wysokość słupa cieczy w drugim zbiorniku h_2. Przeprowadzić modelowanie sztuczną siecią neuronową obserwując wyniki przy różnej liczbie neuronów, różnych algorytmach uczenia sieci oraz nieznacznie zaszumionych danych. Pamiętając przy doborze sygnału wymuszającego, żę może przyjmować tylko wartości dodatnie (nie da się wypompować cieczy).

4.1 Sprawozdanie

W sprawozdaniu z ćwiczenia przedstawić przede wszystkim wnioski jakie nasunęły się podczas przeprowadzania ćwiczenia, można je zilustrować szeregiem otrzymanych wyników.