1 Plan ćwiczenia.

• Przeprowadzić identyfikację obiektu parametru a_k z użyciem algorytmu filtru Kalamna takiego jak był podany w powyższym przykładzie ze szczególnym uwzględnieniem znaczenia parametru q_a. Badanie przeprowadzić dla różnych wartości zadanego parametru a_k oraz różnych parametrów szumów systemowego i pomiarowego.

• Przeprowadzić identyfikację wybranego parametru dla obiektu:

$$A = \begin{bmatrix} 0.99 & 0.095 \\ -0.19 & 0.9 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 0.005 \\ 0.095 \end{bmatrix}$$

$$C = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix}, D = \begin{bmatrix} 0 \end{bmatrix},$$

Przy okresie próbkowania równym $T_s = 0{,}1$. Macierze kowariancji szumu systemowego i pomiarowego są następujące:

$$Q = \begin{bmatrix} 0.0005 & 0 \\ 0 & 0.0005 \end{bmatrix},$$

oraz $R = 0{,}0001$.

Badanie przeprowadzić z uwzględnieniem znaczenia parametru q_a i dla różnych poziomów szumu systemowego i wyjściowego.

2 Identyfikacja obiektu I.

Identyfikowany będzie następujący układ:

$$A = \begin{bmatrix} a \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 0.05 \end{bmatrix}$$

$$C = \begin{bmatrix} 1 \end{bmatrix}, D = \begin{bmatrix} 0 \end{bmatrix},$$

System będzie zaszumiony szumami systemowymi i pomiarowymi o parametrach odpowiednio: $Q = E[\omega_k \omega_k^T]$ oraz $R = E[v_k v_k^T]$. Ich wartości będą zmieniane w poszczególnych symulacjach.

Założono, że poszukiwany parametr będzie miał stałą wartość, więc jego dynamika będzie wyrażona następującym równaniem: $a_{k+1} = a_k$.

Otrzymano następujące równania stanu:

$$\begin{bmatrix} x_{k+1} \\ a_{k+1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_k x_k + 0.05 u_k \\ a_k \end{bmatrix}$$

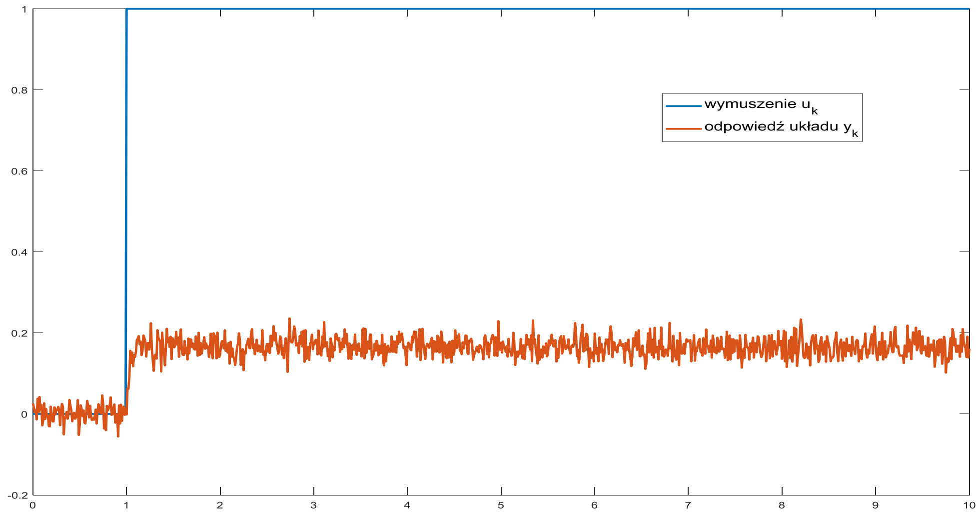
$$y_k = x_k.$$

Macierz kowariancji szumu systemowego będzie miała następującą formę:

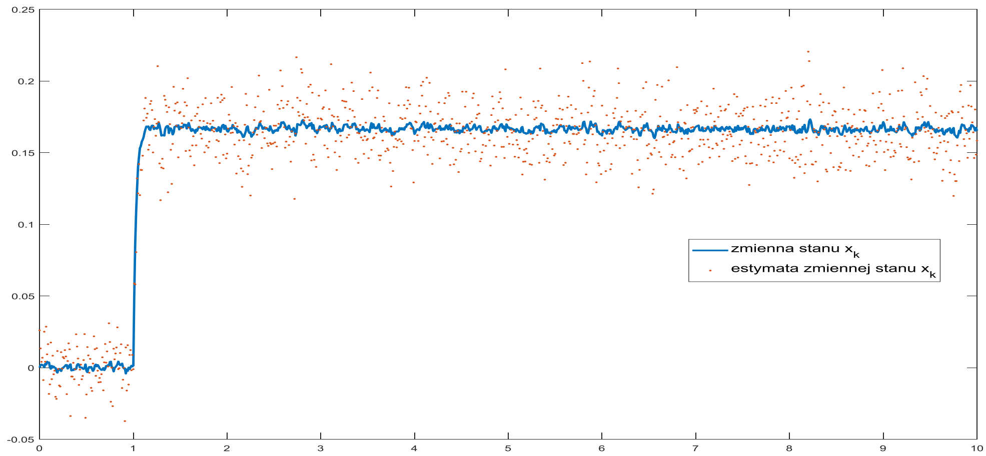
$$Q = \begin{bmatrix} 0.001 & 0 \\ 0 & q_a \end{bmatrix},$$

gdzie, q_a jest zakładaną wartością kowariancji szumu równania dynamiki parametru. Jego wartość będzie zmieniana w kolejnych symulacjach.

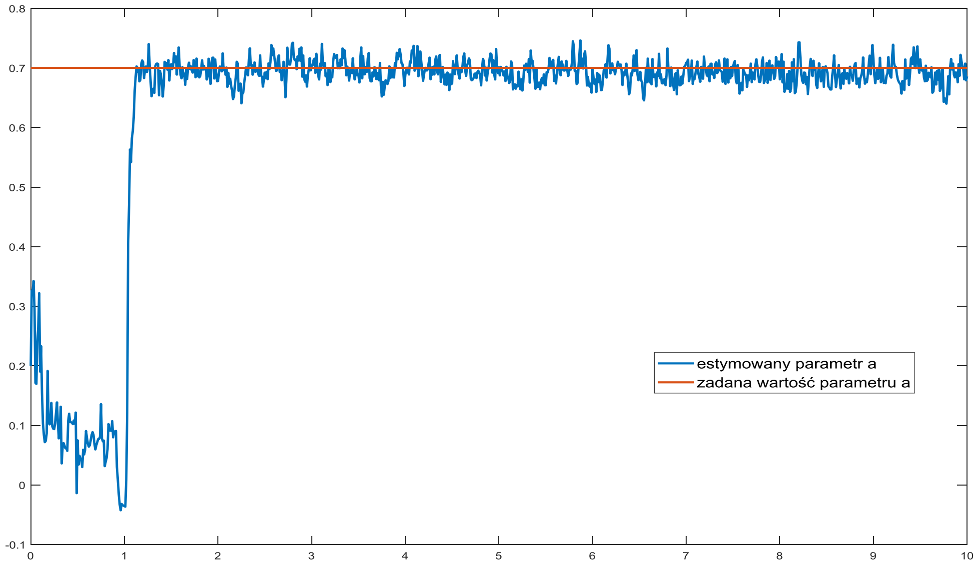
W pierwszej kolejności przeprowadzono symulacje dla następujących parametrów: a_k = 0,7; q_a = 0,001; wartość szumu systemowego: 0,001 , wartość szumu pomiarowego: 0,0005.



Rysunek 1 – Wyjście układu i sygnał wymuszający

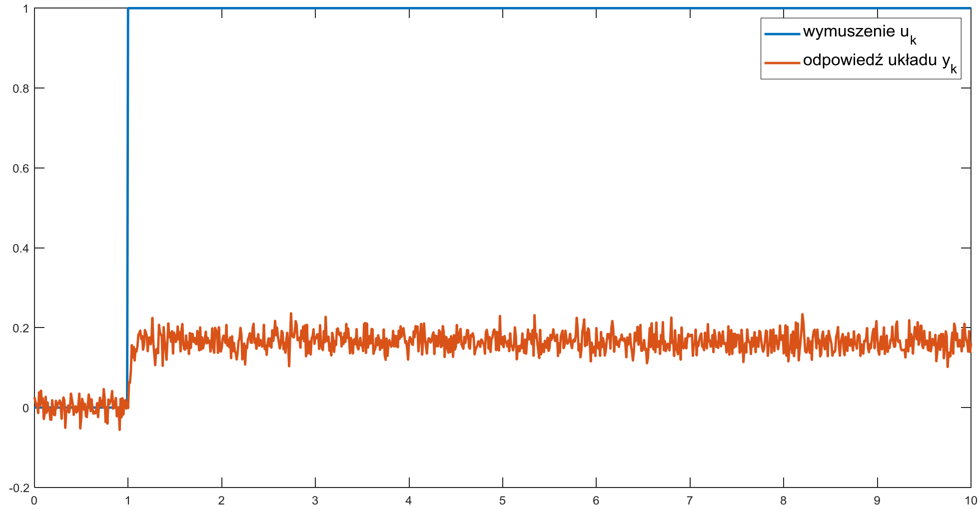


Rysunek 2 – Wyniki estymacji zmiennej stanu

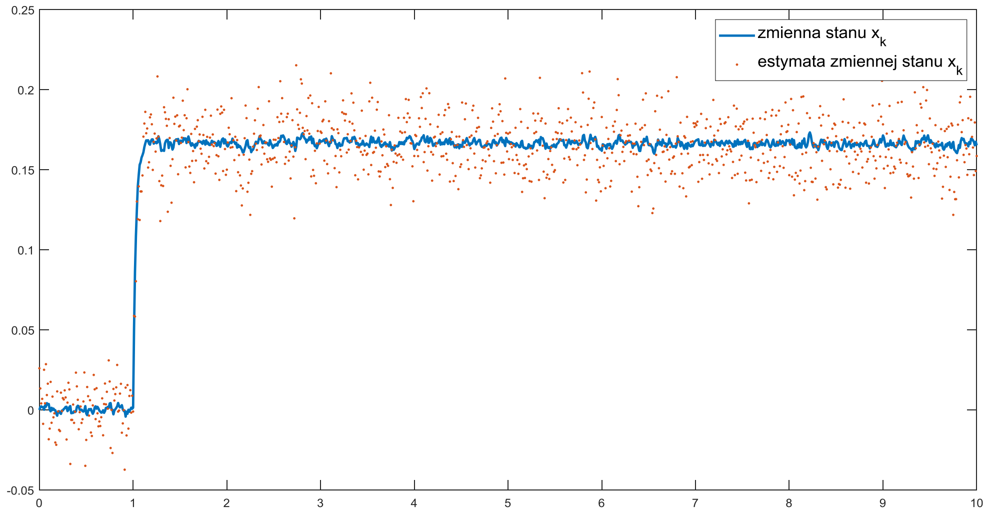


Rysunek 3 – Wyniki estymacji parametru

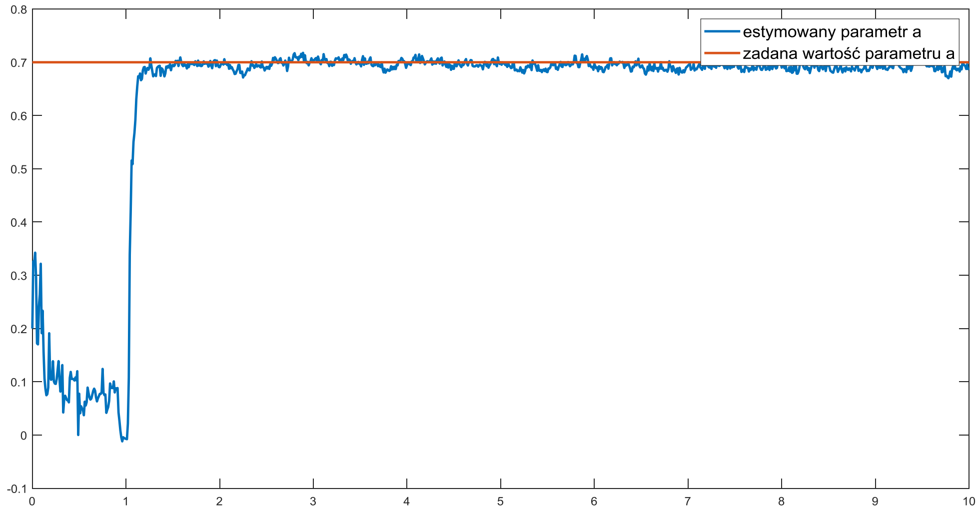
Następnie przeprowadzono symulacje dla następujących parametrów: a_k = 0,7; q_a = 0,0001; wartość szumu systemowego: 0,001 , wartość szumu pomiarowego: 0,0005.



Rysunek 4 – Wyjście układu i sygnał wymuszający

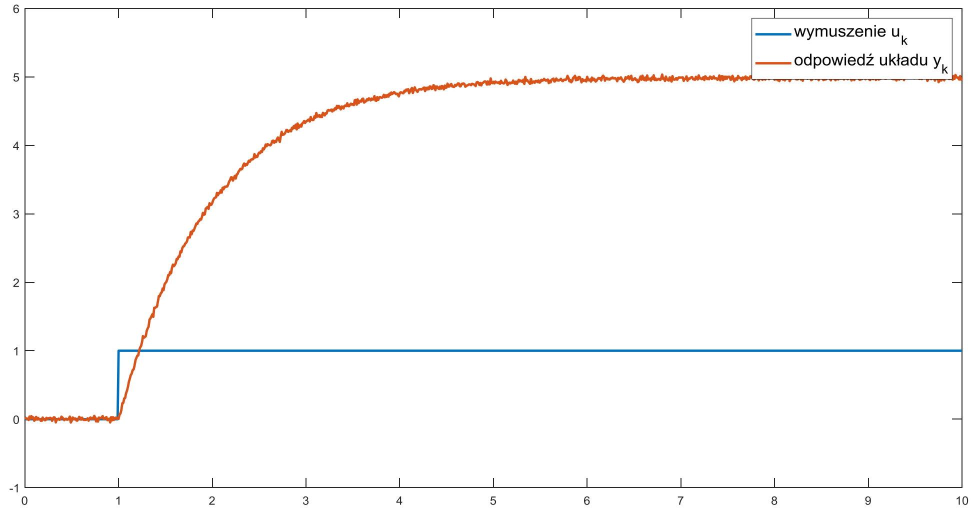


Rysunek 5 – Wyniki estymacji zmiennej stanu

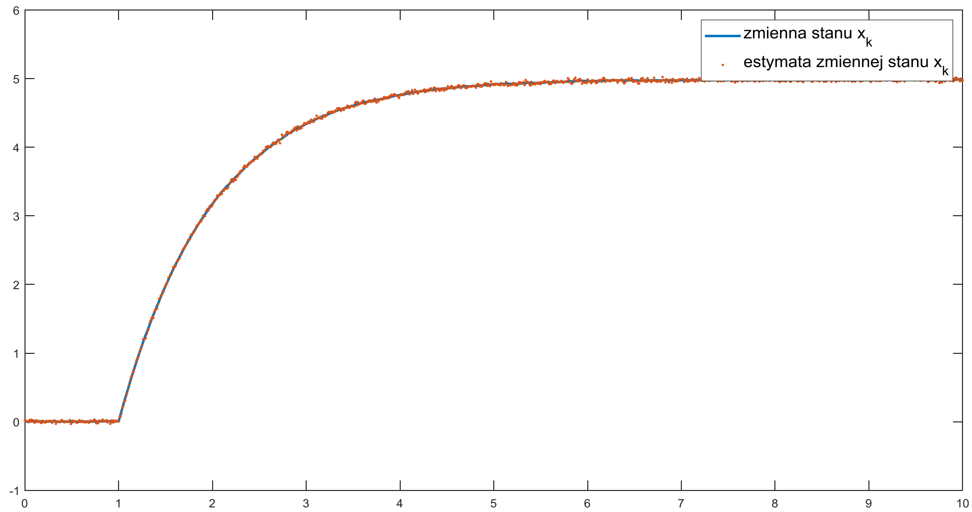


Rysunek 6 – Wyniki estymacji parametru

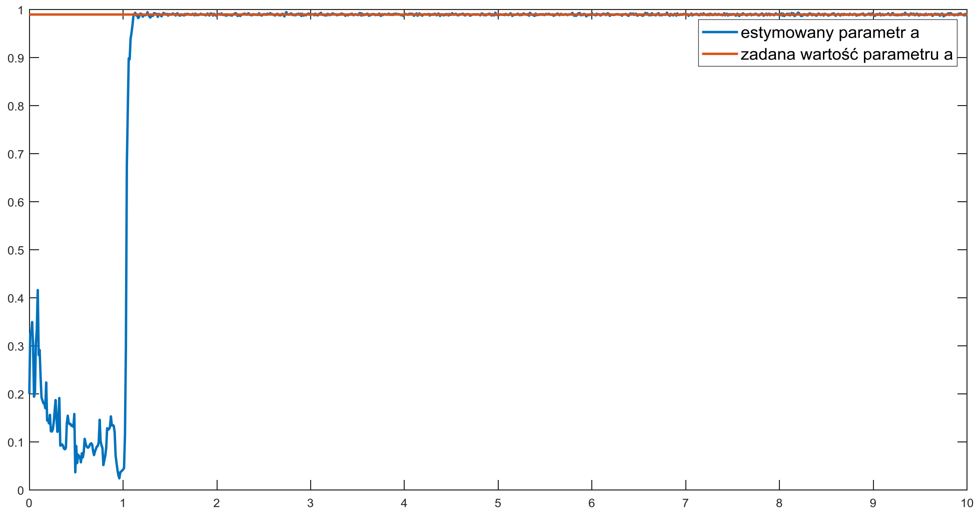
Następnie przeprowadzono symulacje dla następujących parametrów: $a_k = 0,99$; $q_a = 0,00001$; wartość szumu systemowego: 0,001 , wartość szumu pomiarowego: 0,0005.



Rysunek 7 – Wyjście układu i sygnał wymuszający

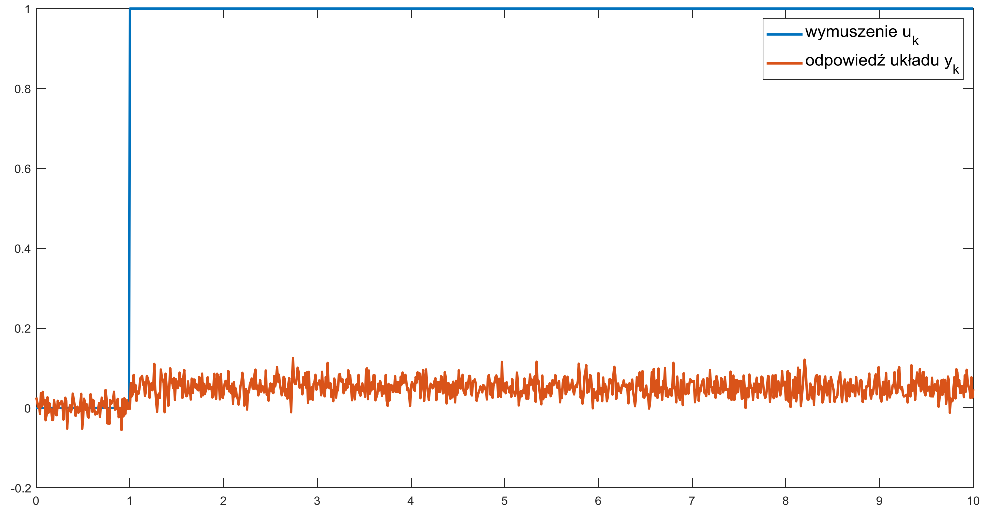


Rysunek 8 – Wyniki estymacji zmiennej stanu

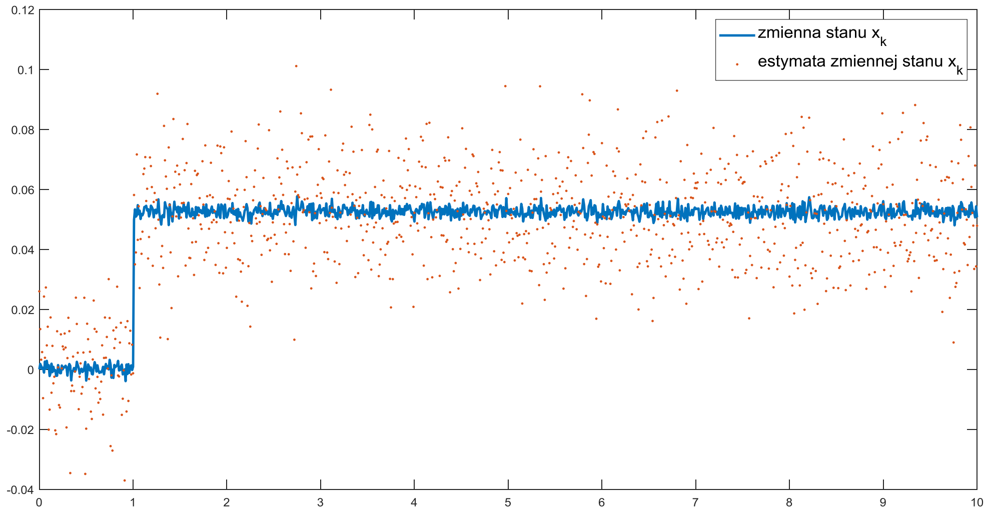


Rysunek 9 – Wyniki estymacji parametru

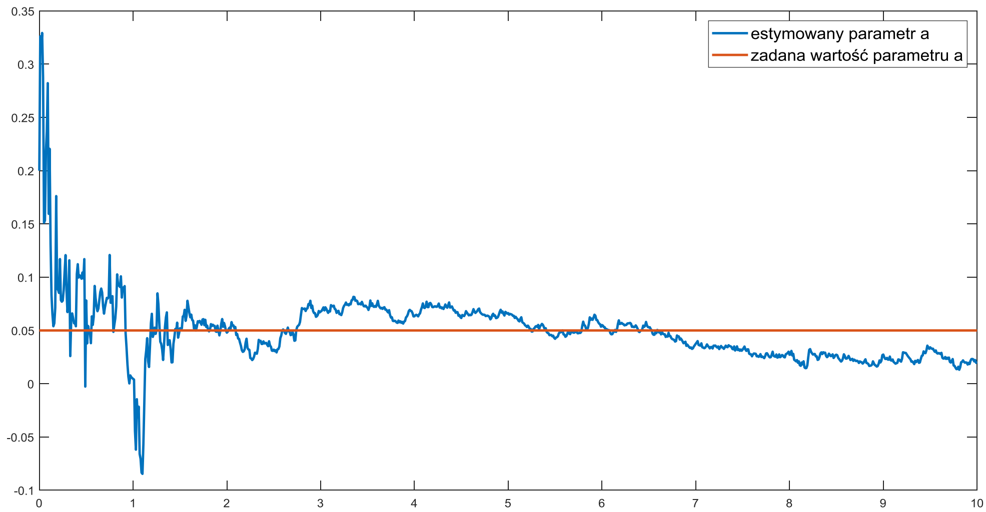
Następnie przeprowadzono symulacje dla następujących parametrów: $a_k = 0{,}05$; $q_a = 0{,}00001$; wartość szumu systemowego: 0,001 , wartość szumu pomiarowego: 0,0005.



Rysunek 10 – Wyjście układu i sygnał wymuszający

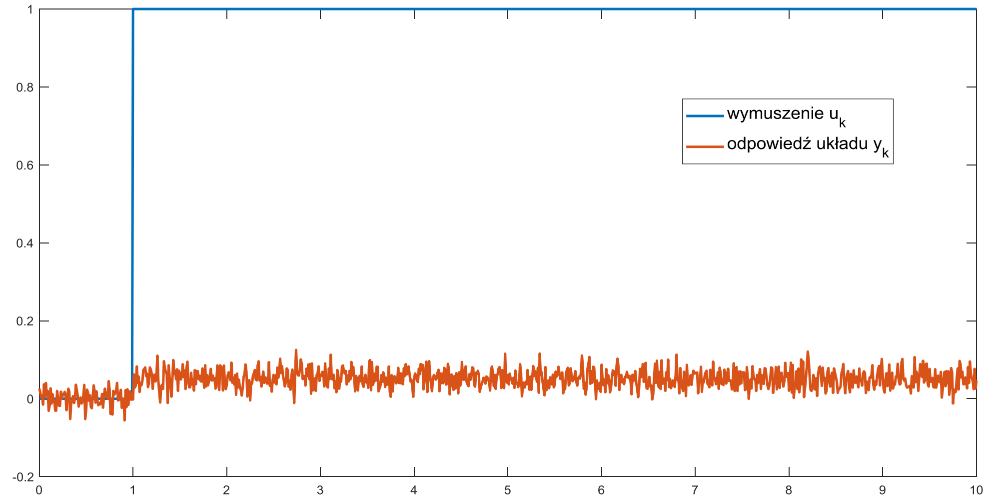


Rysunek 11 – Wyniki estymacji zmiennej stanu

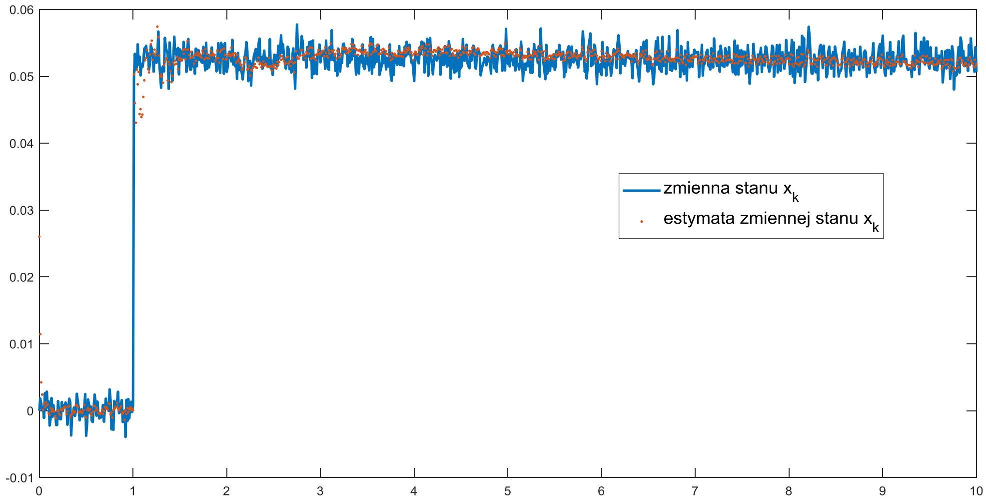


Rysunek 12 – Wyniki estymacji parametru

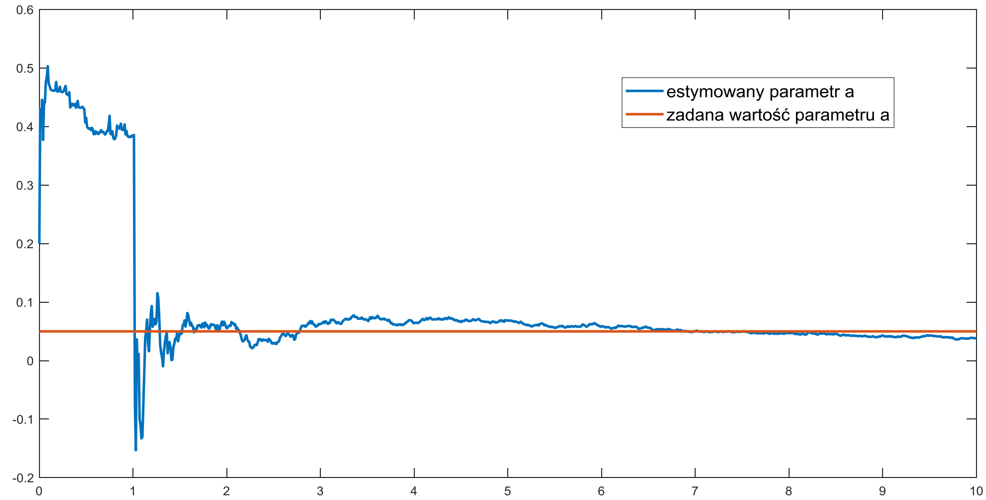
Następnie przeprowadzono symulacje dla następujących parametrów: a_k = 0,05; q_a = 0,0000001; wartość szumu systemowego: 0,001 , wartość szumu pomiarowego: 0,0005. Zmieniono także wartość macierzy kowariancji szumu systemowego do 0,00001.



Rysunek 13 – Wyjście układu i sygnał wymuszający



Rysunek 14 – Wyniki estymacji zmiennej stanu



Rysunek 15 – Wyniki estymacji parametru

Wnioski:

Przy dużych wartościach a_k układ staje się niestabilny, a tym samym prawdopodobnie nie będzie możliwości pomiaru zmiennych stanu. Wtedy też szum ma mniejsze znaczenie w wartościach zmiennej stanu i estymowane parametry są bardziej zbliżone do oryginalnych. Dla małych wartościach a_k estymacja parametrów jest trudniejsza, ze względu na większy udział szumów. Zmniejszenie wartości parametru q_a pozwala na uzyskanie wartości estymowanego parametru a o mniejszym rozrzucie. Zmniejszenie macierzy kowariancji szumu systemowego powoduje uzyskanie mniejszego rozrzutu estymowanej zmiennej stanu. Większe szumy pomiarowe powodują w miarę upływu czasu większe odbieganie parametru a od oryginalnej wartości. Prawidłowa identyfikacja rozpoczyna się dopiero kiedy układ zaczyna odpowiadać na wymuszenie.

3 Identyfikacja obiektu II.

Identyfikowany będzie następujący układ:

$$A = \begin{bmatrix} 0.99 & 0.095 \\ -0.19 & 0.9 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 0.005 \\ 0.095 \end{bmatrix}$$

$$C = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix}, D = \begin{bmatrix} 0 \end{bmatrix},$$

Przyjęto parametr do identyfikacji z macierzy A o wartości 0,9 i oznaczono go *a*.

System będzie zaszumiony szumami systemowymi i pomiarowymi o parametrach odpowiednio: Q = E $[\omega_k \omega_k^T]$ oraz R = E $[v_k v_k^T]$. Macierze kowariancji szumu systemowego i pomiarowego są następujące:

$$Q = \begin{bmatrix} 0.0005 & 0 \\ 0 & 0.0005 \end{bmatrix},$$

oraz R = 0,0001.

Założono, że poszukiwany parametr a = 0,99 będzie miał stałą wartość, więc jego dynamika będzie wyrażona następującym równaniem: $a_{k+1} = a_k$. Wektor stanu poszerzono o szukany parametr.

Otrzymano następujące równania stanu:

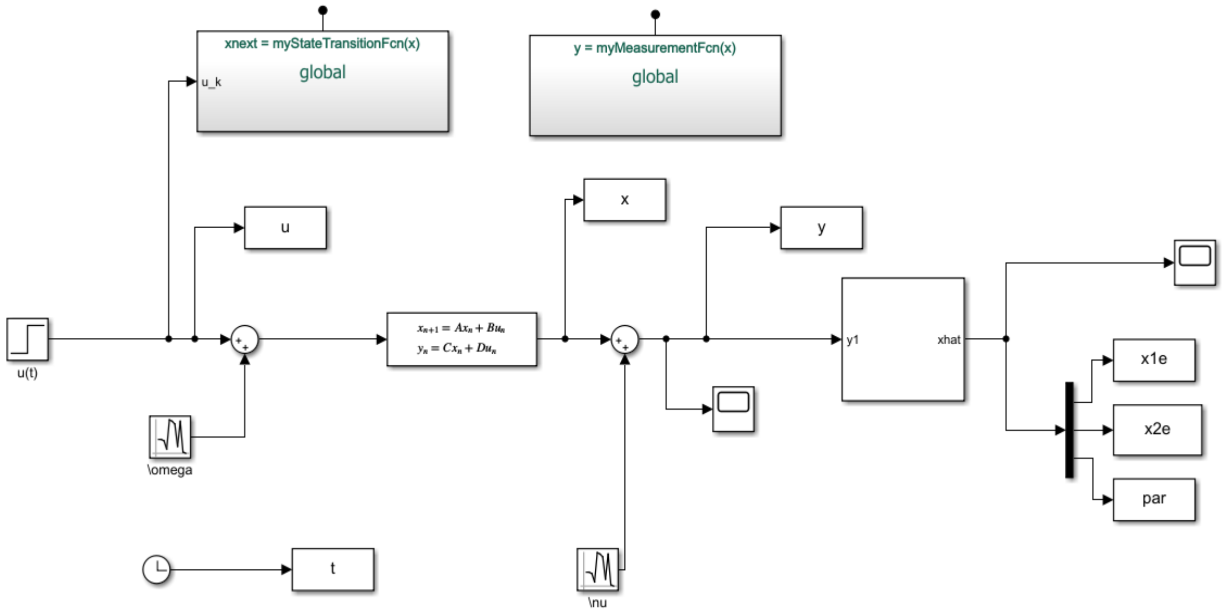
$$\begin{bmatrix} x1_{k+1} \\ x2_{k+1} \\ a_{k+1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_k * x1_k + 0{,}095 * x2_k + 0{,}005 * u_k \\ -0{,}19 * x1_k + 0{,}9 * x2_k + 0{,}095 * u_k \\ a_k \end{bmatrix}$$

$$y_k = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix} \overline{x_k} + [0] u_k$$

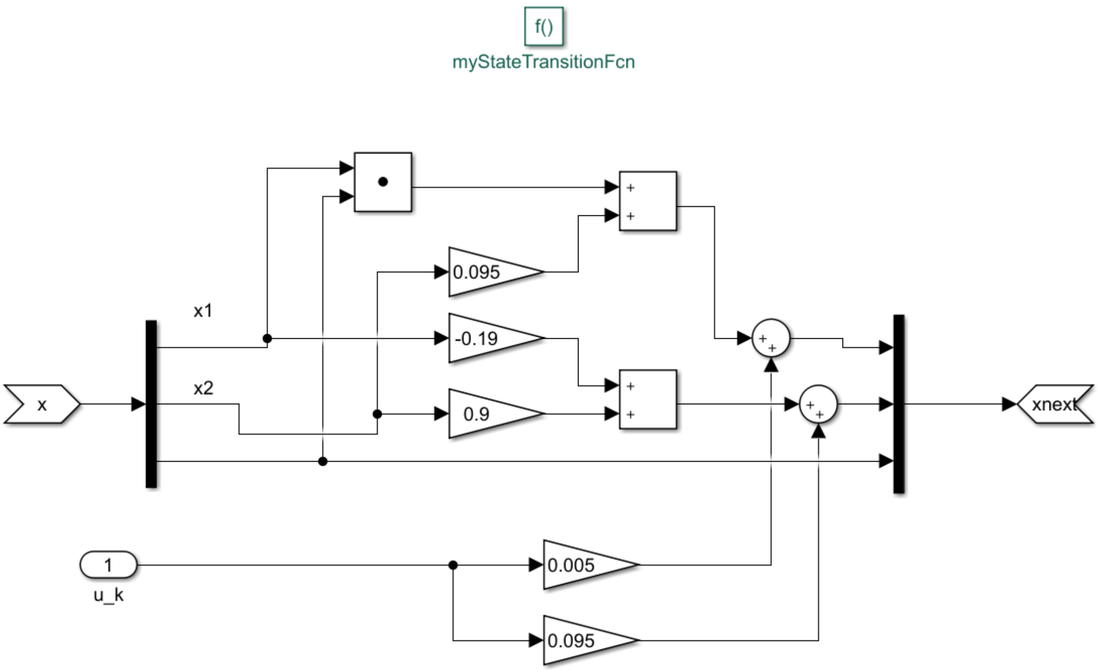
Modyfikacja wektora stanu wymusza zmianę macierzy kowariancji szumu systemowego:

$$Q = \begin{bmatrix} 0{,}005 & 0 & 0 \\ 0 & 0{,}005 & 0 \\ 0 & 0 & q_a \end{bmatrix}$$

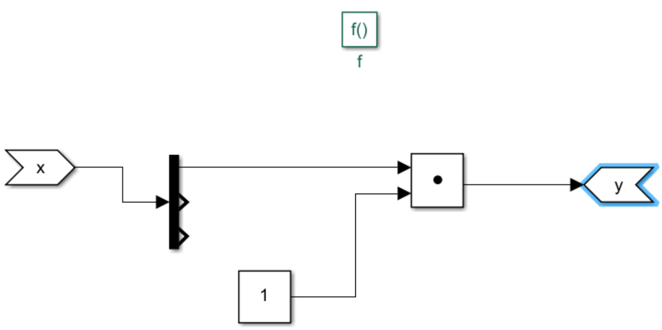
Parametr q_a przyjęto: $q_a = 0{,}005$.



Rysunek 16 – Model układu do estymacji z wykorzystaniem filtru Kalmana

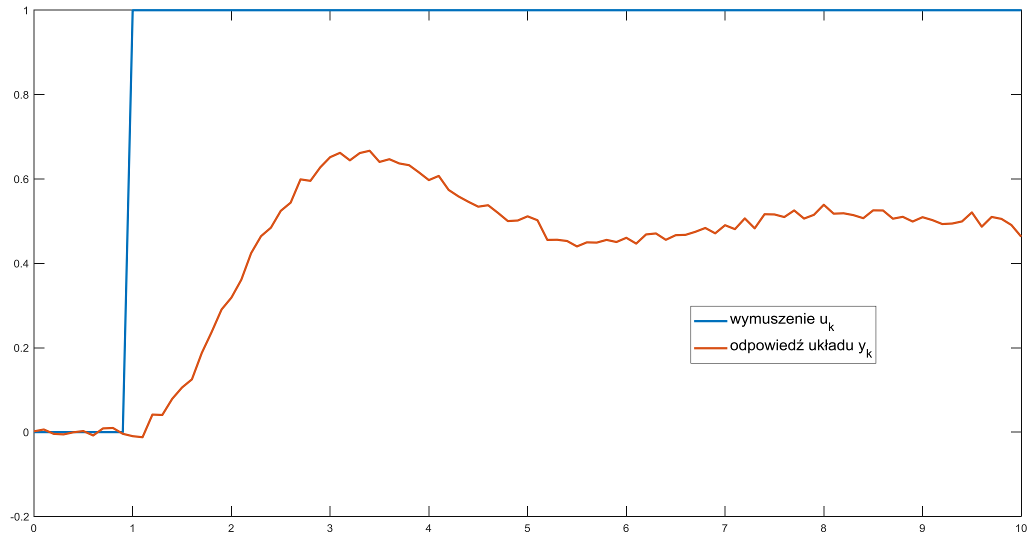


Rysunek 17 – Blok funkcji myStateTransitionFcn

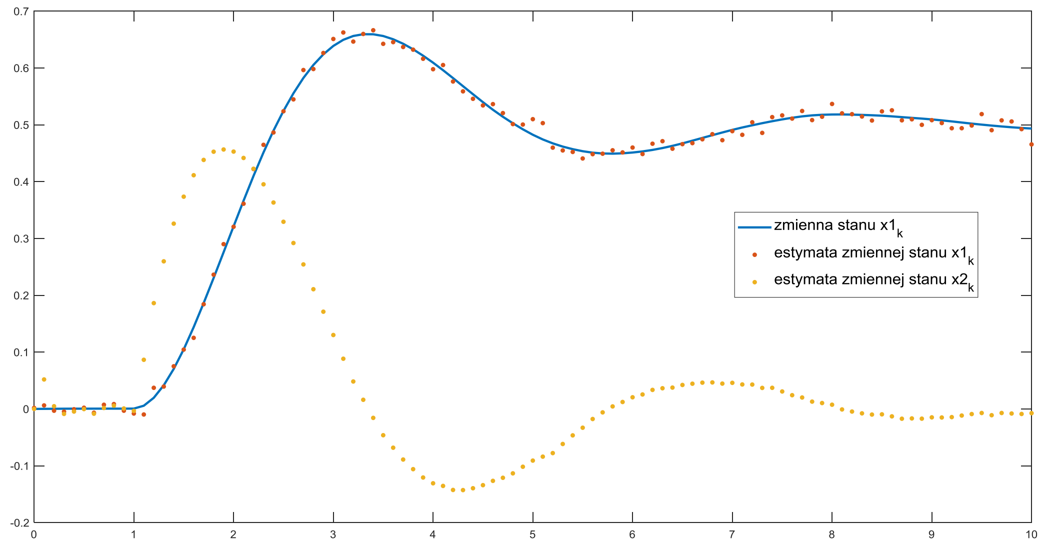


Rysunek 18 – Blok funkcji myMeasurementFcn

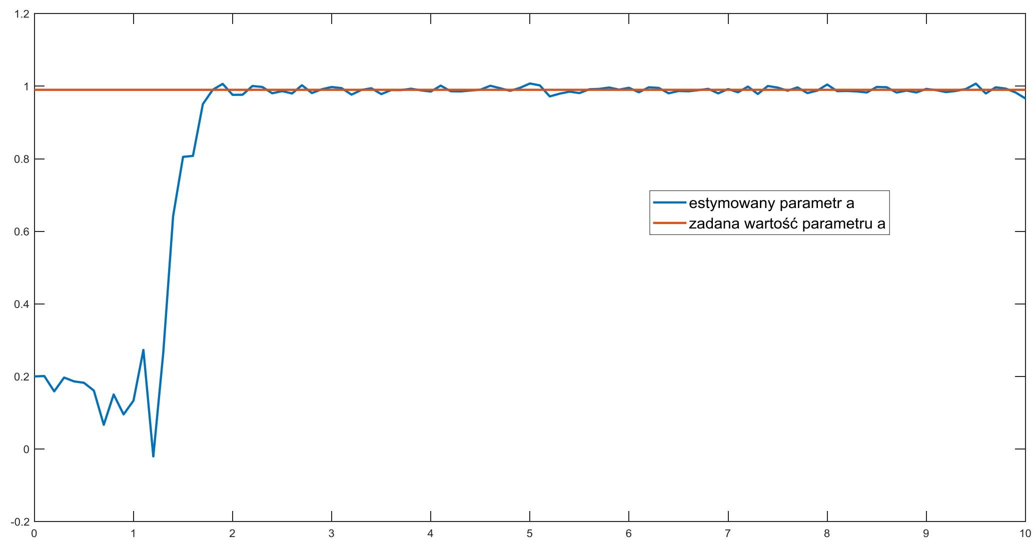
Wyniki estymacji przy okresie próbkowania Ts = 0,1 przedstawiono poniżej:



Rysunek 19 – Wyjście układu i sygnał wymuszający



Rysunek 20 – Wyniki estymacji zmiennych stanu



Rysunek 21 – Wyniki estymacji parametru

Wnioski:

- W celu estymacji parametru układu za pomocą filtru Kalmana należy określić ten parametr jako dodatkową zmienną stanu i odpowiednio określić funkcję, która będzie odpowiadała równaniom stanu.
- Przy odpowiednio „czystych” danych i odpowiednich parametrach identyfikacji ta metoda pozwala na bardzo dokładną estymację, nawet gdy wymuszeniem jest skok jednostkowy, a nie szum.
- Rozrzut wartości estymowanego parametru, gdy ten osiąga wartość zbliżoną do oryginalnej, wynika przede wszystkim z zakłóceń pomiarowych.
- Zmniejszenie parametru q_a powoduje mniejszy rozrzut estymowanego parametru. Wynika to, z tego że wtedy filtr Kalmana w mniejszym stopniu jest czuły na zmiany wyjścia układu w celu estymacji parametru,