

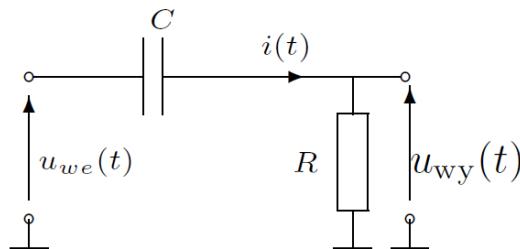
# 1 Plan ćwiczenia.

- a) Przeprowadzić identyfikację układu ciągłego:

$$G(s) = \frac{1}{s^2 + 3s + 2}$$

z zastosowaniem modelu dyskretnego przy różnych wartościach zaszumienia sygnału wyjściowego oraz różnych częstotliwościach próbkowania (szczególnie tych wyższych jak 100Hz). Wyniki porównać z tradycyjnym podejściem przedstawionym w ćwiczeniu dotyczącym identyfikacji off-line.

- b) Przeprowadzić identyfikację członu różniczkującego rzeczywistego na podstawie charakterystyki częstotliwościowej dla wybranych jego parametrów (przynajmniej 2 przypadki). Człon ten dany jest następującym schematem:



**Uwaga:** Pamiętać o dobraniu odpowiedniego okresu próbkowania do zadawanej częstotliwości wymuszenia.

- c) Identyfikacja parametrów ultrakondensatora.

Ultrakondensatory są elementami elektronicznymi charakteryzującymi się dużą gęstością energii (większą od tradycyjnych kondensatorów, mniejszą niż w przypadku akumulatorów, od których mają znacznie większą sprawność energetyczną). Składają się z dwóch elektrod złożonych z węgla aktywowanego, przedzielonych separatorem i całość zanurzona jest w elektrolicie. Jeżeli napięcie zasilania mniejsze jest od pewnego napięcia (zwanego napięciem Helmholtz'a) to w elektrolicie nie będzie następowała elektroliza, a pomiędzy elektrodą i elektrolitem wytworzy się bardzo cienka bariera energetyczna (o atomowej szerokości). Bardzo cienka bariera oraz bardzo duża powierzchnia jaką posiadają elektrody z węgla aktywowanego (metry kwadratowe na gram) skutkuje tym, że osiągnęte są gigantyczne pojemności (badany ultrakondensator będzie miał pojemność 3000F).

Te niesamowite pojemności są niestety otrzymywane tylko dla stosunkowo niskiego napięcia zasilania, w przypadku badanego ultrakondensatora będzie to 2.5V (ale dla otrzymania wyższych napięć można łączyć je szeregowo). W przeciwieństwie do tradycyjnych kondensatorów, gdzie energia magazynowana jest w obrotach dipoli w dielektryku, w ultrakondensatorach magazynowana jest w ruchu jonów elektrolitu (gdyż po przyłożeniu napięcia rozpoczyna się dryft jonów do poszczególnych elektrod możliwy do opisu zjawiskiem dyfuzji anomalnej). Oczywiście, ten mechanizm ma zasadniczy wpływ na dynamikę ultrakondensatora, która będzie inna niż tradycyjnych kondensatorów. W katalogu freq-90A zawarte są dane zebrane w eksperymencie identyfikacyjnym z układu rzeczywistego dla maksymalnych wartości prądu równych 90A. Plik char 3000.m umożliwia wyznaczenie charakterystyki częstotliwościowej z

zebranych danych. Używa on Szybkiej Transformaty Fouriera (plik fsa.m) do dokładnego pomierzenia wartości amplitud sygnałów (dla danej częstotliwości) oraz przesunięcia fazowego pomiędzy sygnałem prądu i napięcia. Przeprowadzić identyfikację tego ultrakondensatora poprzez dopasowanie charakterystyki częstotliwościowej z użyciem następujących modeli:

- model bazujący na tradycyjnym modelu kondensatora

$$G_{uc}(s) = R + \frac{1}{sC},$$

gdzie R jest rezystancją elektrod

- model bazujący na uproszczonym modelu Davidsona-Cola

$$G_{uc}(s) = R + \frac{\sqrt{Ts + 1}}{sC}$$

- model bazujący na modelu opartym na dyfuzji anormalnej

$$G_{uc}(s) = R + \frac{\sqrt{T_\alpha s^\alpha + 1}}{s^\alpha C_\alpha}$$

## 2 Identyfikacja układu ciągłego.

Identyfikowany układ ciągły jest dany następującą transmitancją:

$$G(s) = \frac{1}{s^2 + 3s + 2}$$

Za pomocą funkcji c2d otrzymano dyskretny model układu ciągłego (T=0.1, metoda „zoh”):

$$G(z) = \frac{0.00452796 z + 0.0040971}{z^2 - 1.7236 z + 0.74082}$$

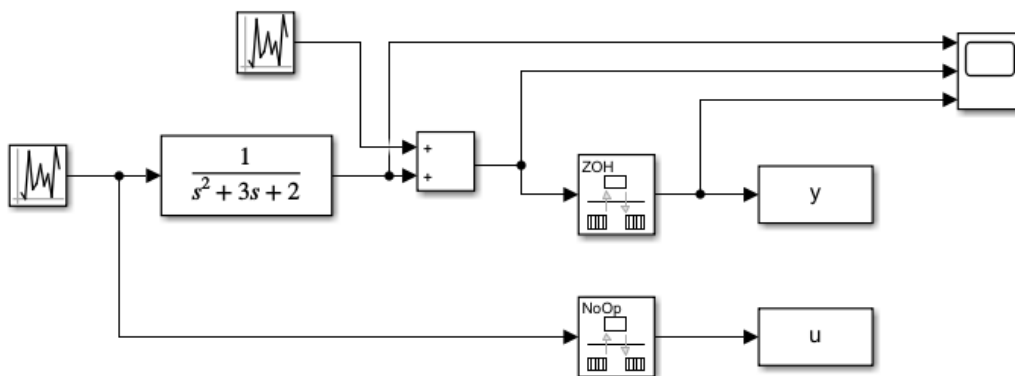
Odpowiadające układowi równanie różnicowe ma postać:

$$y_{k+2} = b_1 u_{k+1} + b_0 u_k - a_1 y_{k+1} - a_0 y_k = \overline{\varphi}_{k+2} \cdot \bar{\theta}$$

Co w postaci macierzowej można zapisać:

$$\varphi_{k+2} = [u_{k+1} \quad u_k \quad -y_{k+1} \quad -y_k]; \quad \theta = \begin{bmatrix} b_1 \\ b_0 \\ a_1 \\ a_0 \end{bmatrix} \Rightarrow Y_{k+2} = \Phi_{k+2} \cdot \theta$$

Na podstawie powyższych zapisów stworzono model układu w Simulinku, i program w Matlabie. Do symulacji przyjęto: czas próbkowania T=0,1; wartość szumów:  $\pm 0,002$ ;



Rysunek 1 – Model układu do symulacji podbudzania szumem.

Poniżej znajduje się program identyfikujący parametry z wykorzystaniem pseudoinwersji i algorytmu minimalizacji numerycznej:

```
Phi=[u(2:(end-1)) u(1:(end-2)) -y(2:(end-1)) -y(1:(end-2)) ];
Y=y(3:end);
theta=pinv(Phi)*Y
x0 = [1,1,1,1];
z = fminsearch(@(zm) funkcja_celu_ciagly(zm,y,u),x0)
```

Poniżej pokazano funkcję celu w postaci kwadratu różnicy między pomiarami, a zadaną funkcją:

```
function e=funkcja_celu_ciagly(z,y,u)
u2 = u(2:(end-1));
u1 = u(1:(end-2));
y2 = y(2:(end-1));
y1 = y(1:(end-2));
Phi=[u2 u1 -y2 -y1];
Y = y(3:end);
ym = Phi*z';
e=(Y-ym)'*(Y-ym);
```

Otrzymane wyniki:

| Parametr po dyskretyzacji | Pseudoinwersja | Algorytm minimalizacji numerycznej |
|---------------------------|----------------|------------------------------------|
| $b_1 = 0.00452796$        | 0.00407366     | 0.0040744                          |
| $b_0 = -0.0040971$        | 0.00488065     | 0.004881                           |
| $a_1 = -1.7236$           | -1.648058      | -1.64803                           |
| $a_0 = 0.74082$           | 0.664069       | 0.664038                           |

Wnioski:

Dla danej symulacji, uzyskane wyniki są prawie identyczne w przypadku obu sposobów estymacji. Uzyskane wartości parametrów są bardzo bliskie parametrom po dyskretyzacji. Przy estymacji z wysokimi częstotliwościami próbkowania, nawet nie znaczne zakłócenia powodują duże rozbieżności estymowanych parametrów (jednak przy użyciu algorytmu minimalizacji numerycznej uzyskuje się lepsze rezultaty). Problemem jest uzyskiwanie bardzo niskich wartości parametrów w liczniku po dyskretyzacji. Wymaga to zapisywania takich parametrów z dużą dokładnością.

### 3 Identyfikacja członu różniczkującego rzeczywistego.

Transmitancja członu różniczkującego rzeczywistego, zrealizowana na elementach RC, wyrażona jest w następujący sposób:

$$G(s) = \frac{R}{\frac{1}{sC} + R} = \frac{RCs}{1 + RCs}$$

gdzie wyrażenie RC jest tożsame z stałą czasową T. Dla  $R = 100\text{k}\Omega$  i  $C = 1\mu\text{F}$ ; T wynosi 0,1.

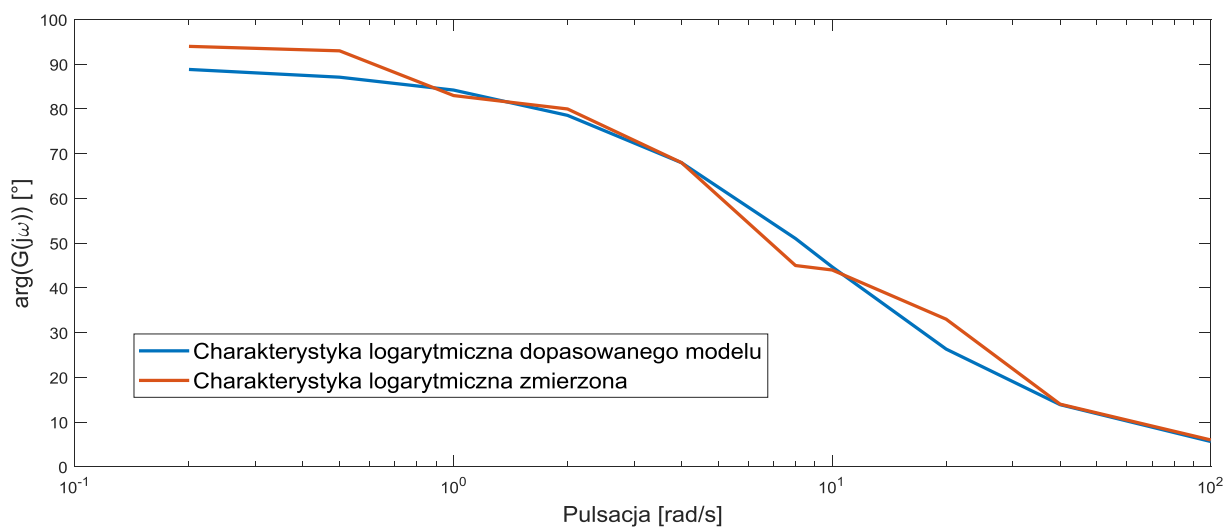
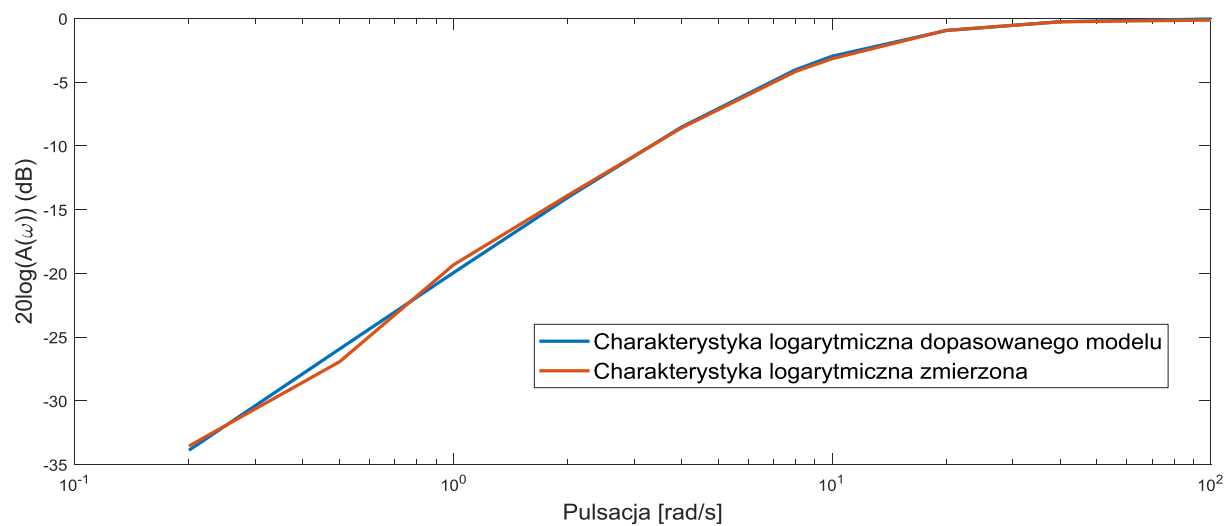
Po wykonaniu symulacji numerycznej (czas próbkowania 0,01s) dla kolejnych częstotliwości oraz odpowiednim obliczeniom otrzymano:

| $\omega$ [rad/s] | $A(\omega)$ [dB] | $\phi(\omega)$ [°] |
|------------------|------------------|--------------------|
| 0.2              | -33.6            | 94                 |
| 0.5              | -26.9            | 93                 |
| 1                | -19.3            | 83                 |
| 2                | -13.9            | 80                 |
| 4                | -8.59            | 68                 |
| 8                | -4.17            | 45                 |
| 10               | -3.16            | 44                 |
| 20               | -0.934           | 33                 |
| 40               | -0.266           | 14                 |
| 100              | -0.131           | 6                  |

Wyniki dopasowania zostały przedstawione na rysunku 2. Otrzymana wartość parametru T wynosi 0,1011.

Wnioski:

Otrzymana wartość parametru jest prawie identyczna z parametrem badanego układu. Znając wartość R (co powinno być w miarę proste do zmierzenia) można bez problemu obliczyć wartość C. Gdy odpowiedź układu przyjmuje niskie wartości (co w tym przypadku miało miejsce dla niskich częstotliwości, gdy wzmocnienie ma małe wartości), to ciężiej jest odczytać wymagane wartości pomiarowe. Jest to spowodowane szumem, który wtedy w większym stopniu oddziałuje. W wyniku tego otrzymano niepoprawne dane przesunięcia fazowego, które w tym układzie nie może być fizycznie większe od 90°.



Rysunek 2 – Porównanie charakterystyk częstotliwościowych zmierzonej i dopasowanej.

## 4 Identyfikacja parametrów ultrakondensatora.

Badany ultrakondensator powinien mieć pojemność 3000F, co będzie stanowiło punkt odniesienia do otrzymanych wyników. Korzystając z pliku char\_3000.m otrzymano dane dotyczące wzmocnienia i przesunięcia fazowe, co będzie stanowiło dane wejściowe do algorytmu minimalizującego. Dokonując w transmitancjach podstawienia  $s \rightarrow j\omega$  otrzymano transmitancje widmowe.

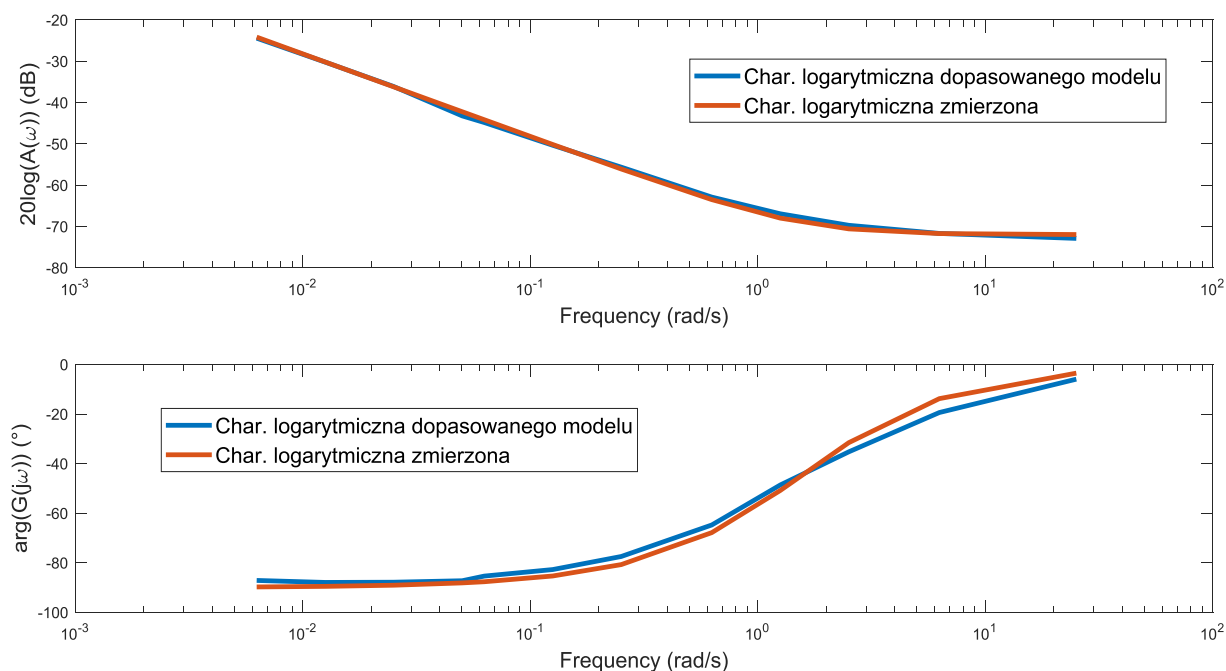
Na podstawie tych danych zdefiniowano funkcję celu w programie Matlab:

```
function e=funkcja_celu_kondziol(x,w,Ap,Fp)
C=x(1);
R=x(2);
% T=x(3);
% alpha=x(3);
e=0;
Am=[];
Fm=[];
for ww=w
Gw=R+(1/(C*1i*ww)); %model tradycyjny
% Gw=R+(sqrt(T*1i*ww+1)/(C*1i*ww)); %model Davidsona-Cola
% Gw=R+(sqrt(R*C*((1i*ww)^alpha)+1)/(C*(1i*ww)^alpha)); %model
oparty na dyfuzji
Am=[ Am 20*log10(abs(Gw))];
Fm=[Fm angle(Gw)*180/pi];
end
e=(Ap-Am)*(Ap-Am)'+(Fp-Fm)*(Fp-Fm)';
```

W celu wykorzystania odpowiedniego modelu należy potraktować pozostałe modele i stałe jako komentarz w programie. W tym miejscu należy też zastanowić się, czy stałą czasową  $T$  należy potraktować jako oddzielny parametr, czy jako iloczyn  $R$  i  $C$ . Podczas obliczeń zostanie sprawdzone, która opcja da lepsze wyniki. Prawdopodobnie rezystancję elektrod  $R$  można w prosty sposób określić i potraktować jako wartość stałą, co pozwoliłoby na konieczność określenia mniejszej ilości parametrów.

Jako pierwszy model do identyfikacji, wykorzystano tradycyjny model kondensatora. Wymagał on określenia 2 parametrów układu:  $R$  i  $C$ . Wartość początkową w funkcji `fminsearch` ustawiono równą 1 i taka będzie podczas pozostałym modeli.

Na rys. 3 pokazano wyniki dopasowania. Otrzymane parametry mają następującą wartość:  $C=2572\text{F}$  i  $R=0,252\text{m}\Omega$ .



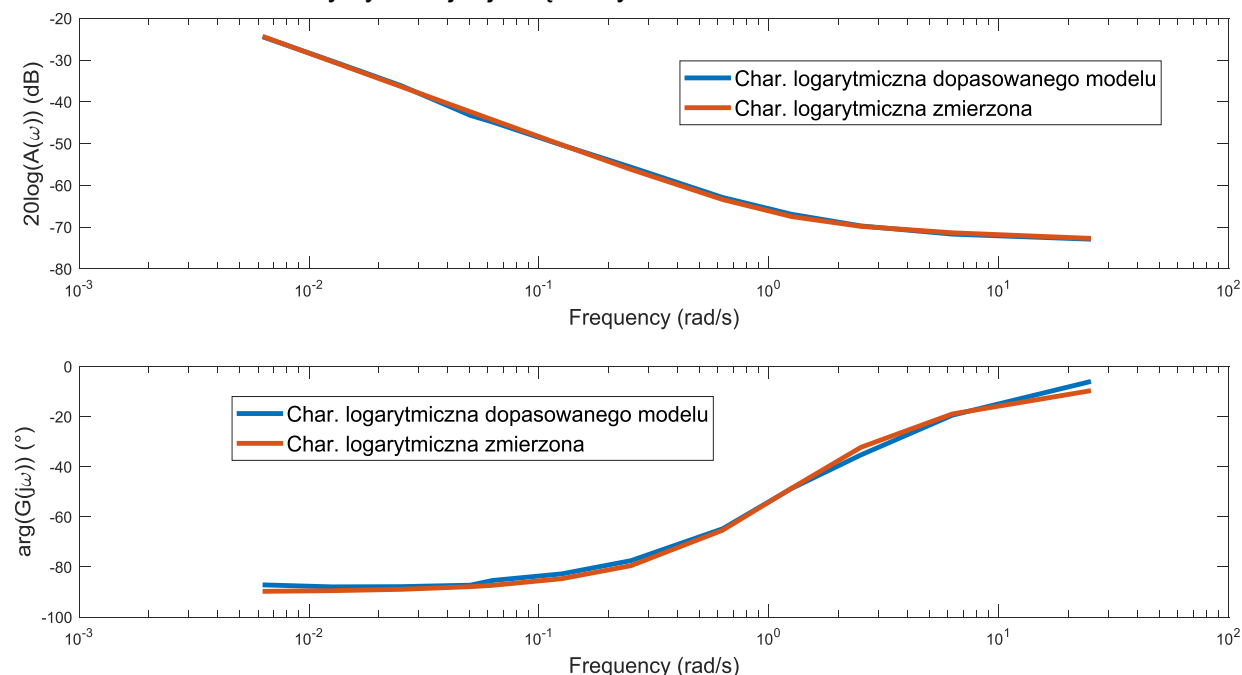
Rysunek 3 – Porównanie charakterystyk częstotliwościowych zmierzonej i dopasowanej.

Drugim modelem wykorzystanym do identyfikacji jest uproszczony model Davidsona – Cola. W pierwszym przypadku uznano parametr T jako oddzielny parametr, a w drugim jako iloczyn R i C. Przy identyfikacji, gdy T jest parametrem, ustawiono jego wartość początkową równą 0,1, ponieważ otrzymywano wyniki znacznie odbiegające od pomiarów.

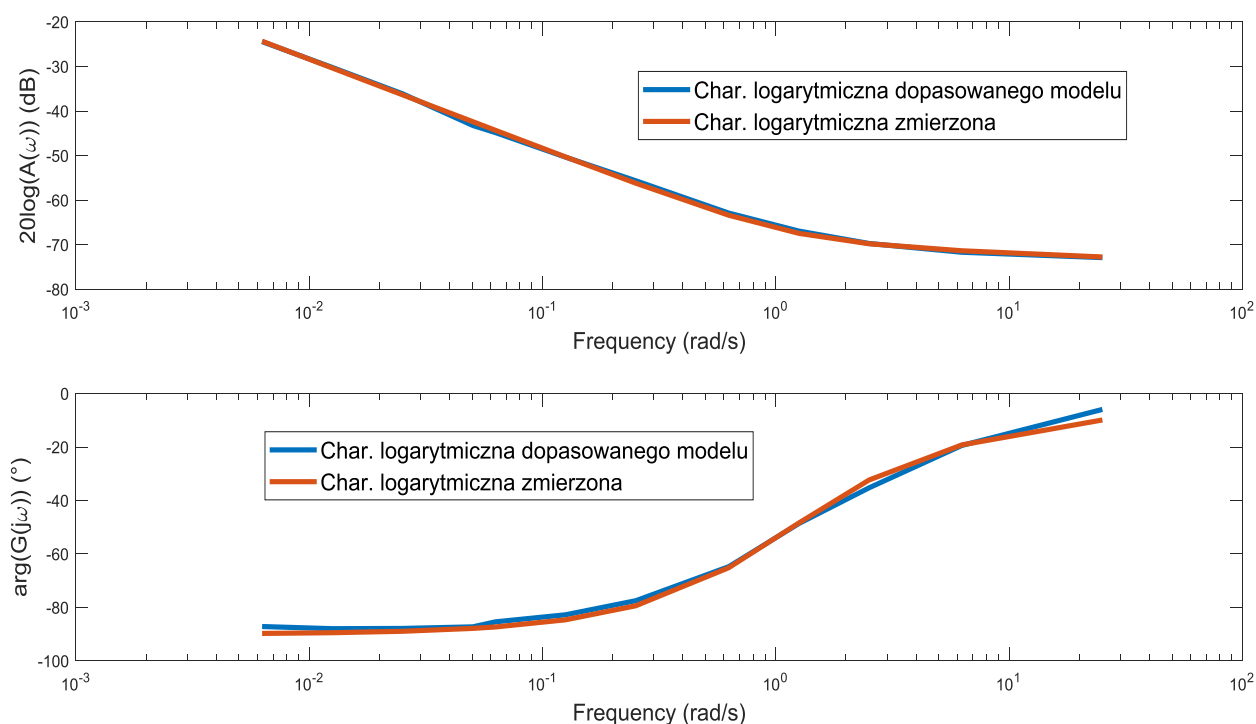
Otrzymane wyniki identyfikacji:

- T jako oddzielny parametr:  $C=2617\text{F}$ ;  $R=0,193\text{m}\Omega$ ;  $T=0,474\text{ s}$
- $T = R \cdot C$ :  $C=2620\text{F}$ ;  $R=0,1904\text{m}\Omega$ ;

Porównanie charakterystyk znajduje się na rysunkach 4 i 5.



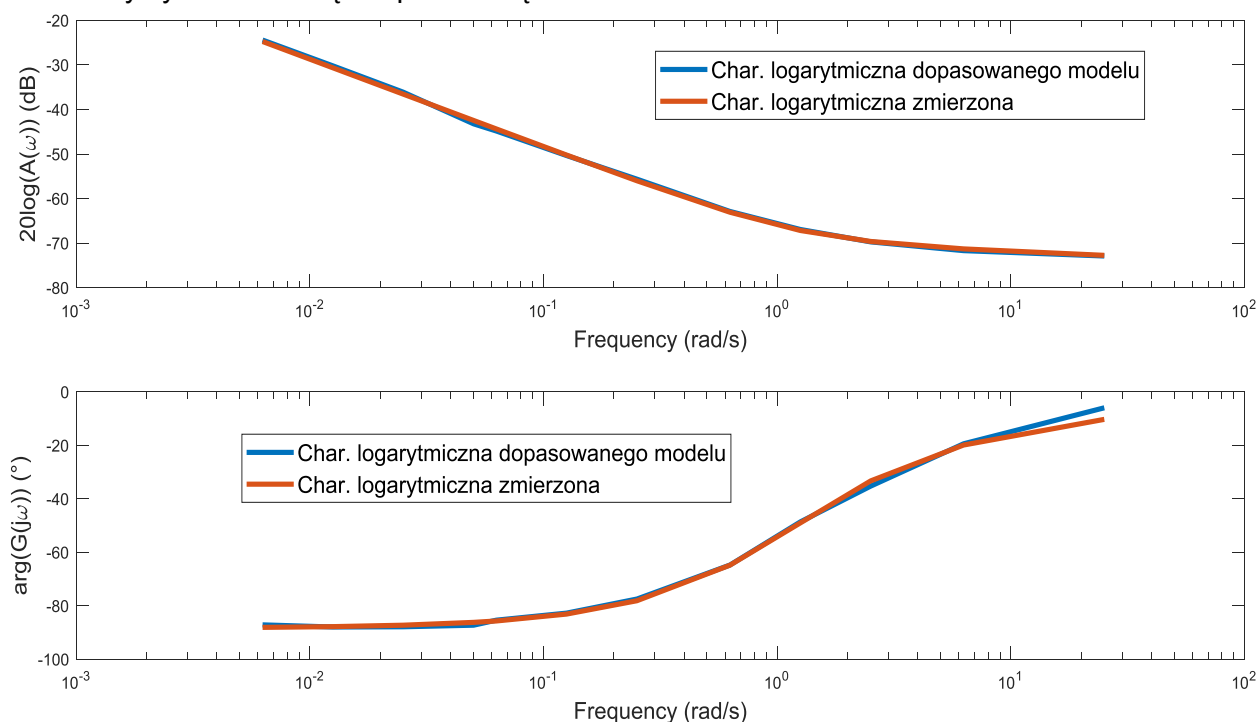
Rysunek 4 – Porównanie charakterystyk częstotliwościowych zmierzonej i dopasowanej (gdy T występuje jako parametr)



Rysunek 5 – Porównanie charakterystyk częstotliwościowych zmierzonej i dopasowanej (gdy T występuje jako iloczyn R\*C)

Trzecim modelem wykorzystanym do identyfikacji jest model oparty na dyfuzji anormalnej. Występuje w nim dodatkowy parametr, którym jest współczynnik  $\alpha$ , którego wartość powinna być w zakresie od 0 do 1 (dane zaczerpnięte z: G. Sarwas; „Modeling and Control of Systems with Ultracapacitors Using Fractional Order Calculus”). Jako stałą czasową  $T_\alpha$  przyjęto iloczyn R\*C, co zmniejszy ilość identyfikowanych parametrów.

Otrzymane wyniki identyfikacji:  $C=2508\text{F}$ ;  $R=0,188\text{m}\Omega$ ;  $\alpha=0,982$ . Na rysunku 6 porównano charakterystyki zmierzona i dopasowaną.



Rysunek 6 – Porównanie charakterystyk częstotliwościowych zmierzonej i dopasowanej



#### Wnioski:

Każdy model użyty do identyfikacji dawał wyniki dotyczące pojemności ultrakondensatora poniżej zakładanych 3000F. Najbliższą pojemność uzyskano z modelem Davidsona – Cola, jednak otrzymane wartości pojemności nie różnią się znacząco. Możliwe że zakładana wartość 3000F dotyczyła tylko określonego punktu pracy ultrakondensatora (a pojemność w tym przypadku może być nieliniowa), a pomiary były zrealizowane dla różnych punktów pracy. Inną możliwością jest, że sposób w jaki dokonano pomiarów i użyte modele do identyfikacji, nie pozwalają uzyskać rzeczywistej pojemności kondensatora. W przypadku modelu opartym na dyfuzji anomalnej, charakterystyki częstotliwościowe wydają się być najbardziej dopasowane do pomiarów.

W celu lepszej/latwiejszej identyfikacji pojemności można wcześniej określić rezystancję elektrod (co nie powinno być skomplikowane). Można też podstawiać za parametry inne parametry (o ile istnieją zależności fizyczne między nimi). Dzięki temu zmniejsza się ilość parametrów, które oblicza funkcja minimalizująca, co pozwala na uzyskanie lepszych wyników. Ważne też jest określenie wartości początkowych dla funkcji  $f_{\min search}$ . Jeśli spodziewamy się jakiegoś rzędu wielkości szukanego parametru i uwzględnimy to wartości początkowej, to identyfikacja przebiegnie bardziej pomyślnie.