

■ 지수와 로그의 관계

= b 에서 또는 b 의 값이 너무 커서 x 의 값을 구하기 힘들 때 사용하게 된 것이 \log 의 시초.

$$\text{즉, } a^x = b \leftrightarrow x = \log_a b$$

로 나타내서 x 의 값을 쉽게 구할 수 있는데

상용로그(밑이 10인 로그)에서는 숫자간의 간격이 너무 넓어 사용하기 힘든 부분이 있다.

예를 들어 100과 1000사이의 숫자는 900개이며 이 사이의 로그 값을 구하게 되면 너무 많은 숫자들이 존재하게 된다. 그 간격을 줄이기 위해 사용되는 것이 자연 로그 즉, 밑이 e 인 로그.

■ 지수함수(exponential function)

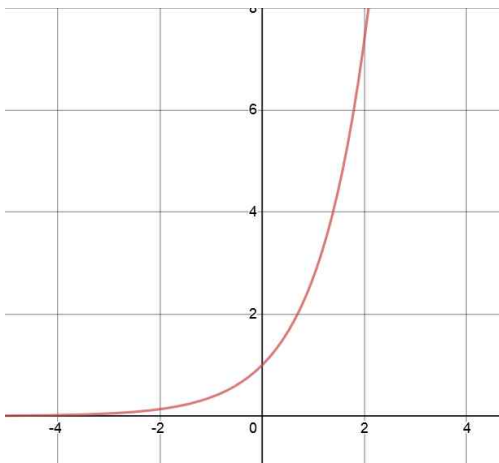
함수란 간단히 말해 x 와 y 의 관계식.

$y = f(x)$ 에서 f 는 함수 즉, x 의 값을 변화시킬 때 y 값을 계산할 수 있는 기능을 제공.

지수함수는 다항함수(흔히 말하는 1차, 2차 함수)보다 변화율이 극적인 함수.

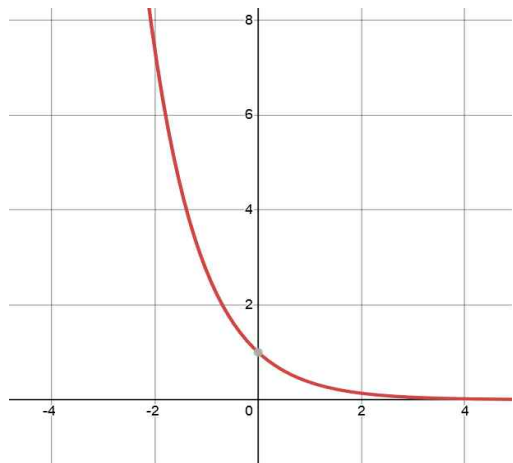
일반적인 함수식 : $y = a^x, y = e^x$

1) $a > 1$ 의 경우



증가함수

2) $0 < a < 1$ 의 경우



감소함수

※ $x = 0$ 일 때 지수의 성질에 따라 a 값에 관계없이 항상 y 값은 1

확인문제) 오일러 상수 e 가 밑인 지수함수의 그래프 $y = e^x$ 는 어떤 함수이며 그래프 모양은?

■ 로그함수(logarithm function, natural log function)

지수와 로그의 관계에서 알 수 있듯 지수함수와 로그함수는 서로 역함수의 관계.

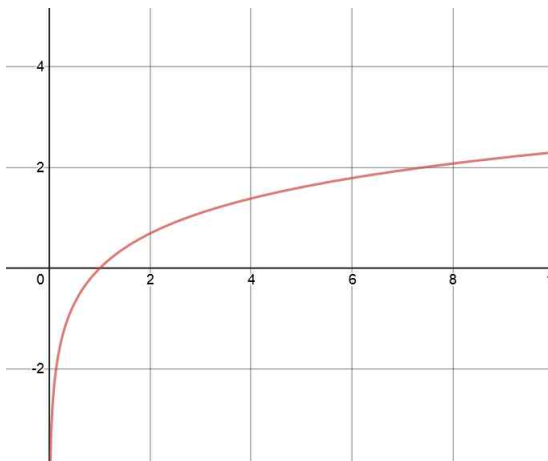
※역함수: $y = x$ 에 대칭인 함수 \rightarrow 함수에서 x, y 를 바꿔 넣은 후 y 에 대한 식으로 정리

ex) $y = e^x$ 의 역함수를 구할 때 $x = e^y$ 로 바꾼 후 $y = \dots$ 의 식으로 정리한다.

로그함수는 지수함수와 마찬가지로 밑의 값에 따라 함수의 모양이 다르다.

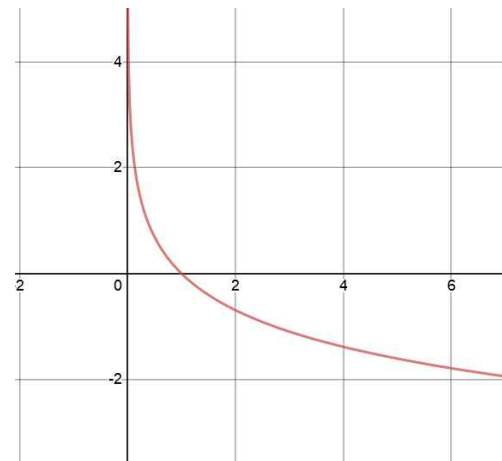
일반적인 함수식: $y = \log_a x, y = \ln x$

1) $a > 1$ 의 경우



증가함수

2) $0 < a < 1$ 의 경우



감소함수

※ $x = 1$ 일 때 로그의 성질에 따라 a 값에 관계없이 항상 y 값은 0

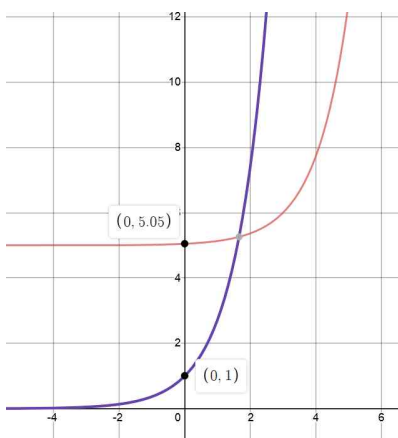
※ 함수의 평행이동

함수 $y = f(x)$ 에서 x 축, y 축으로 평행이동한 함수의 식은 다음과 같이 작성할 수 있다.

x 축으로 a 만큼 평행이동 $\rightarrow x$ 자리에 $x - a$ 대입

y 축으로 b 만큼 평행이동 $\rightarrow y$ 자리에 $y - b$ 대입

$$\therefore y = f(x) \rightarrow y - b = f(x - a)$$



ex) 함수 $y = e^{x+3} + 5$ 를 x 축으로 -3만큼, y 축으로 -5만큼 평행이동

x 대신 $x + 3$, y 대신 $y + 5$ 를 대입

$$\rightarrow (y + 5) = e^{(x+3)-3} + 5$$

$$\rightarrow y = e^{x+3-3} + 5 - 5$$

$$\rightarrow y = e^x$$

■ 문제1. 함수 $y = e^{\ln x} - 1$ 가 $0 < x < \ln 4$ 의 범위에서 갖는 최대, 최솟값을 구하세요.

■ 문제2. 함수 $y = \log_e e^4(x-3)$ 가 $y = x$ 에 대칭인 함수를 구하고 y 축과의 교점 값을 구하세요.

■ 문제3. 다음의 부등식 $2^{3x-1} < 4^x, e^{3x} < (a^{x(\log_e e)})^2, \ln(4x) < \log_e 144 - \frac{1}{\log_6 e}$ 에서 x 값의 범위를 구하세요.

■ 문제4. 함수 $y = \frac{1}{1 + e^x}$ 의 역함수를 구하고 역함수에서 $x = \frac{1}{e}$ 일 때의 값을 구하세요.