Curso de MATLAB

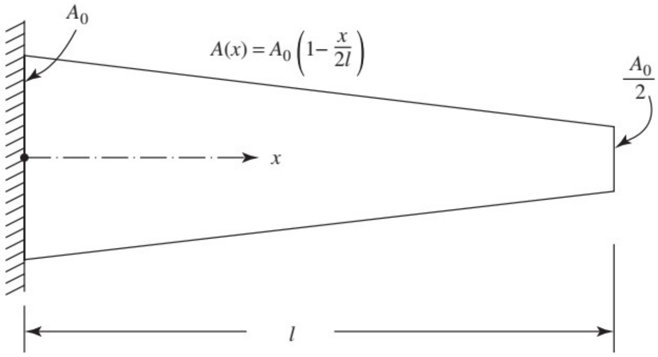
Trabajo Final

Alumno: Adrian, Emanuel Alejandro

Dictada por: Sergio Laboret y Gabriel Valenzuela

<u>Problema N°1</u>

Determinar las primeras tres frecuencias naturales de vibración longitudinal de la barra cónica fijada en x=0 y libre en L=0 que se muestra en la figura utilizando el método de Rayleigh-Ritz. Suponiendo la variación de la sección de la barra A(x)=Ao(1-x/2L). Utilizando las siguientes funciones como funciones trial(de prueba):



$$\varphi_{1(x)} = sen(x\pi/2L)$$

$$\varphi_{2(x)} = sen(3x\pi/2L)$$

$$\varphi_{3(x)} = \sin(5\pi x/2L)$$

Dicho metodo se mensiona y desarrolla en el libro de Singiresu S. Rao(auth.) [2007]-Vibration of Continuous Systems. Cap 17 sección 17.4.
Desarrollando el método, en donde la vibración de la viga se la puede representar con un proceso de discretización espacial:

$$U_{(x,t)} = \sum_{i=1}^{n} q_{i(t)} \varphi_{i(x)}$$

Donde la energía potencial es:

$$V_{(t)} = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{n} \dot{q}_{i(t)} \dot{q}_{j(t)} \int_0^L AE_{(x)} \varphi_i{}'_{(x)} \varphi_{j(x)}$$

En el que el termino dentro de la matriz es llamada matriz de rigidez generalizada K_{ij}.

La energía cinética es:

$$V_{(t)} = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{n} \dot{q}_{i(t)} \dot{q}_{j(t)} \int_0^L A\,\rho_{(x)} \varphi_{i(x)} \varphi_{j(x)}$$

En el que el termino dentro de la matriz es llamada matriz de masa generalizada M_{ij}.
Una vez determinados las matrices K_{ij} y M_{ij} , donde el sistema nos quedara de la siguiente forma:

$$[M]\ddot{\underline{q}}_{(t)}[K]\underline{q}_{(t)}=0$$
siendo

$$\underline{q}_{(t)}=\underline{\varphi}\,e^{iwt}$$

$$\ddot{\underline{q}}_{(t)}=-w^2\underline{\varphi}\,e^{iwt}$$

Reemplazando en la expresión anterior, el sistema nos queda:

$$([K]-w^2[M])\underline{\varphi}\,e^{iwt}=0\,;\forall t$$

Y para que se cumpla lo que esta dentro del paracentesis no debe ser cero, entonces el sistema se vuelve un problema generalizado de auto-valores y auto-vectores:

$$[K]\underline{\varphi}=w^2[M]\underline{\varphi}$$

Con lo ya planteado podemos desarrollar el ejercicio de la viga. Dicho problema se resolverá en Matlab

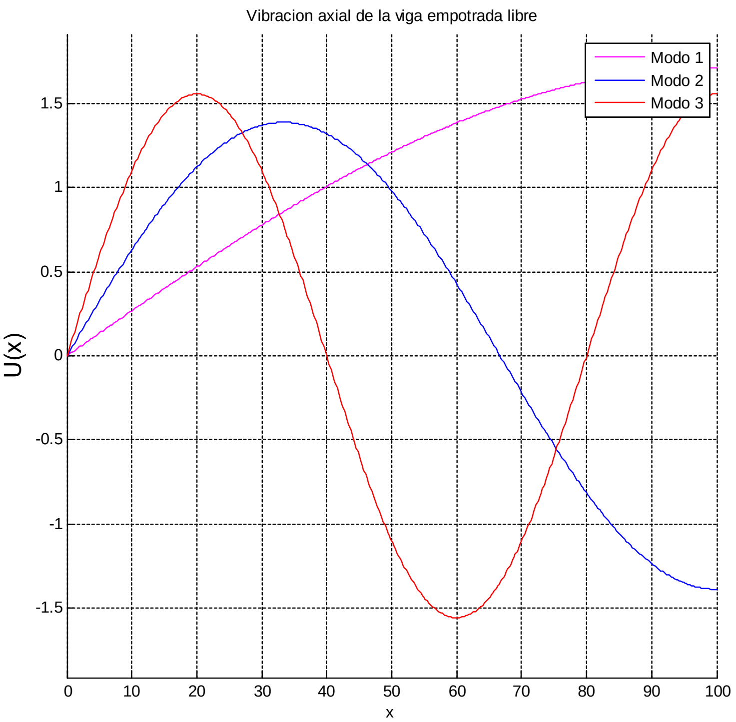
Frecuencias naturales de vibrar:

$$w_1=1{,}7941\sqrt{\frac{E}{\rho L^2}}$$

$$w_1=4{,}8023\sqrt{\frac{E}{\rho L^2}}$$

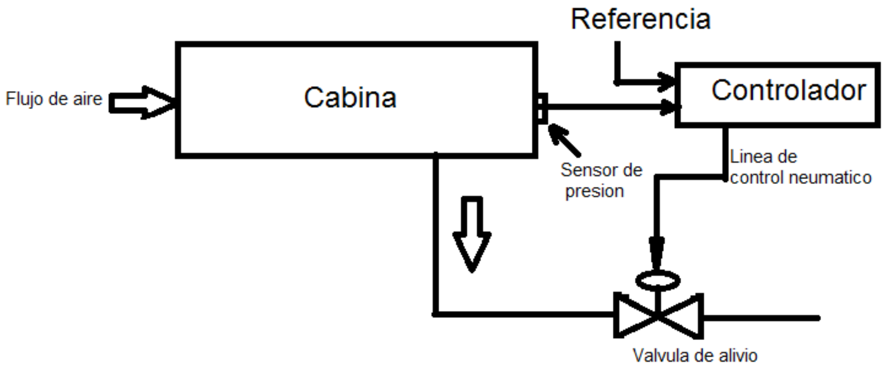
$$w_1=7{,}9202\sqrt{\frac{E}{\rho L^2}}$$

Modos de vibrar de la viga, con L=100



Problema N°2

Se necesita modelar con diagrama de bloques un sistema de control de presión de la cabina de una aeronave. Con la finalidad de controlar las presiones dentro de la cabina se necesita de la disposición de un actuador de válvula, sensores de presión y controladores, como se muestran en la siguiente figura.



Siendo un sistema de control teorico, no se tendran en cuenta variables que puedan afectar en la realidad. Entonces tenemos las siguiente hipotesis.

- Volumend e cabina 27,3m^3.
- Temperatura constante dentro de la cabina 23°C.
- No se consideran perdidas.
- Densidad constante.

Antes realizar el diagrama de bloques y ver su comportamiento, antes debemos realizar las funciones de transferencia correspondiente de cada bloque que representan al sistema.

Interface

En algunas maniobras el piloto debe de controlar la presión de la cabina de manera manual. Para nuestro caso en particular la cabina debe alcanzar una presión de unos 700[mb] a una altura de 10000 [m]. Por lo que el dispositivo de interface transforma la señal de referencia 10[V], y el display mostrara la presión requerida. Con esto ya podemos definir la función de transferencia.

$$Interface=\frac{Vref}{Pref}=\frac{10}{700}[V/mb]$$

Actuador

En este dispositivo se recibe la señal del controlador y la entrega con la potencia adecuada para alimentar a la válvula. Con la señal de voltaje, se la transforma para tener una rotación angular de la mariposa de la válvula, que permite controlar la cantidad de flujo de aire hacia la cabina.
Se tienen la siguientes consideraciones:

- Tiempo de respuesta 1[s].
- Entrada 10[V].
- Salida 25° de apertura en mariposa.

Considerando una señal de entrada escalón y con un retardo del dispositivo de 0,25[s], se determina la función de transferencia.

$$Actuador = \frac{25/10}{1+0{,}25\,s}$$

Cabina

La presurización en la cabina se realiza en una 40[s]. Como en la entrada tenemos el movimiento de la mariposa y en la salida la presión, entonces tenemos un función de transferencia lineal de primer grado. Sea la señal de entrada repentina función escalón y sabiendo por datos experimentales en la que la mariposa rota de 0 a 45° en 40[s].

$$Planta = \frac{900/25}{1+10\,s}$$

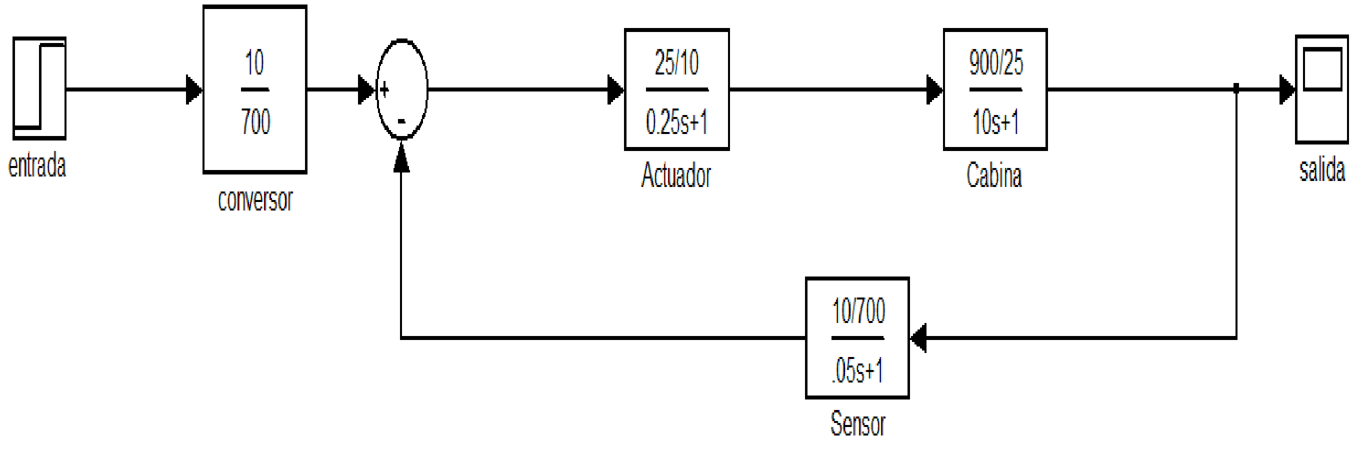
Sensor

Se tiene un sensor de presión que detecta la variación de la presión en la cabina y enviá una señal de voltaje a la salida que re-alimenta el sistema, entonces modelamos con una función de transferencia de primer grado.

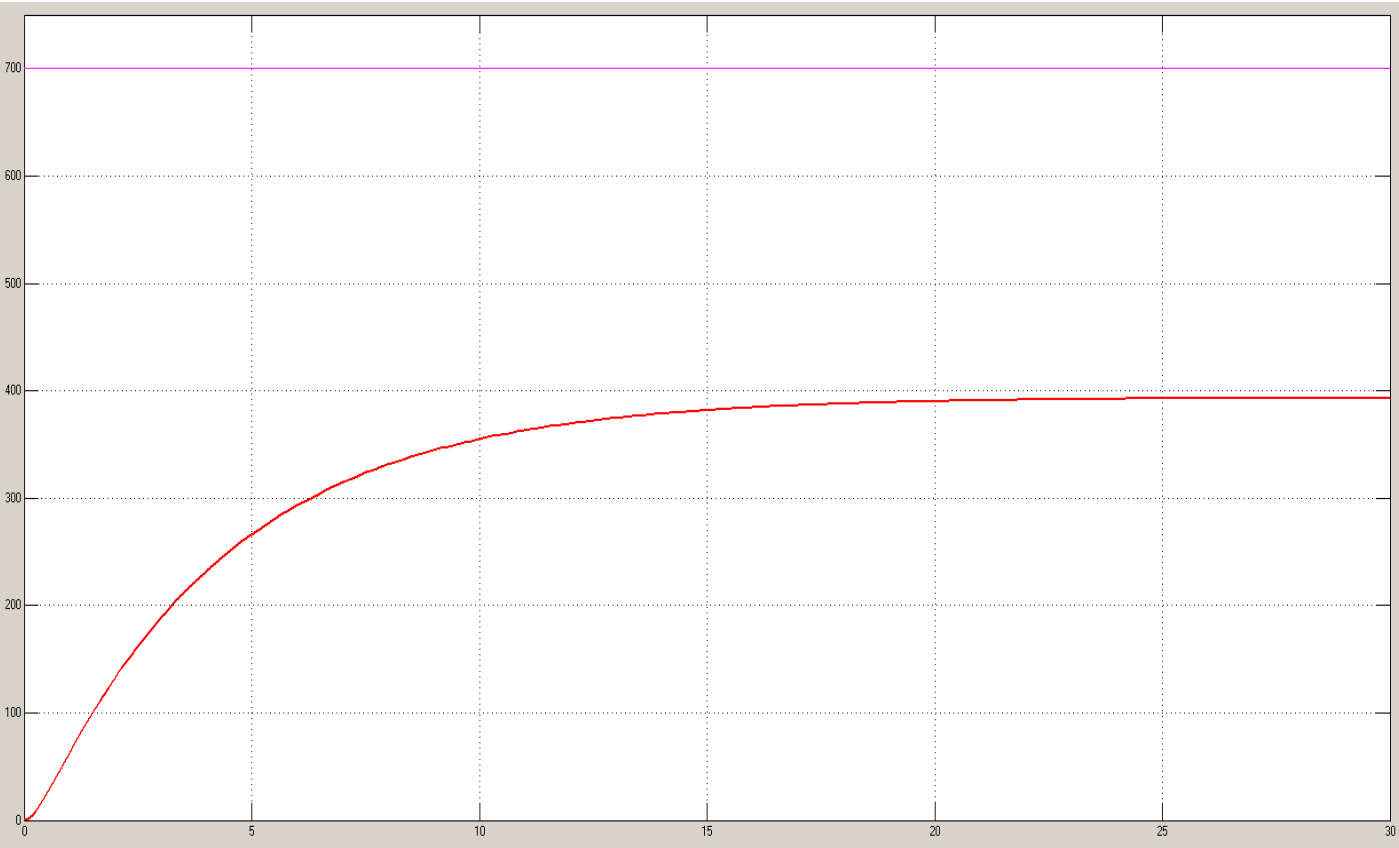
$$Sensor = \frac{10/900}{1+0{,}05\,s}$$

Análisis del sistema

Con lo anterior ya podemos armar el diagrama de bloques correspondiente al sistema y ver su comportamiento.



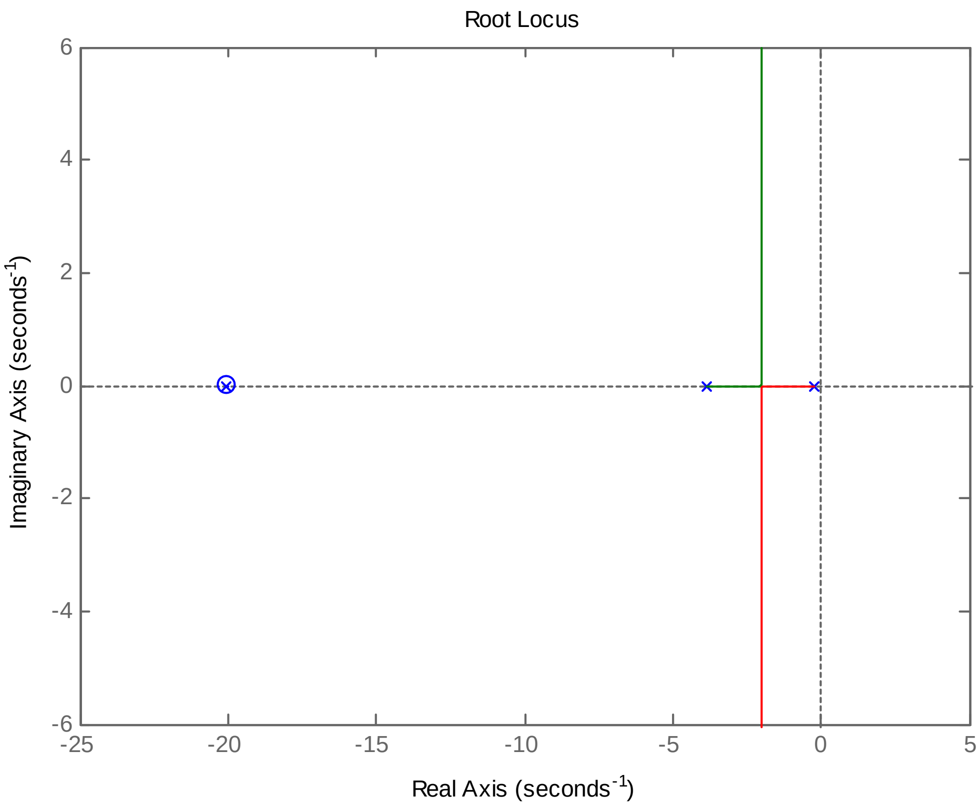
Con el sistema retroalimentado y siendo la entrada de tipo escalón, tenemos un valor de error constante en el estado estable el cual se representa en el siguiente grafico.



Ademas del análisis anterior, también se pide en este sistema que determinen las funciones de lazo abierto cerrado del sistema completo, ademas de sus polos y ceros. Para ello se utilizo Matlab para determinarlos y graficar los polos y ceros de la función de transferencia de lazo cerrado. Ver código Matlab.

$$FT_{LA}=\frac{8}{(s+0,1)(s+20)(s+4)}$$

$$FT_{LC}=\frac{(s+20)36}{(s+20{,}03)(s+0{,}21)(s+3{,}87)}$$



Root Locus
6
4
2
0
-2
-4
-6
-25
-20
-15
-10
-5
0
5
Imaginary Axis (seconds^{-1})
Real Axis (seconds^{-1})