Cómputo Evolutivo Tarea 3

Adrián García Pérez 315131224

1 Recocido simulado

El objetivo de esta tarea será el análisis del algoritmo de recocido simulado aplicado a el TSP. El algoritmo es el siguiente, nótese que es prácticamente el mismo que la búsqueda estocástica, donde la diferencia está en la actualización de la temperatura en cada iteración. Esto se realiza en la línea 21 del pseudocódigo.

```
Algorithm 1: Simulated Annealing
```

```
Input: TSPInstance: instance, Integer: max_iterations, Double: temp
   Output: TSPSolution: best_solution, Double: best_eval
 1 iterations \leftarrow 0
 \mathbf{z} current_solution \leftarrow random_solution(instance)
 3 best\_eval ← ∞
 \textbf{4} \ best\_solution \leftarrow current\_solution
   while iterations < max\_iterations do
       current\_eval \leftarrow eval(current\_solution)
 6
 7
       neighbourhood \leftarrow \text{gen\_neighbourhood}(current\_solution)
       rand\_neighbour \leftarrow select\_random(neighbourhood)
 8
       rand\_eval \leftarrow eval(rand\_neighbour)
 9
       if rand\_eval < current\_eval then
10
            current\_solution \leftarrow rand\_neighbour
11
12
           if rand\_eval < best\_eval then
                best\_eval \leftarrow rand\_eval
13
                best\_solution \leftarrow rand\_neighbour
14
       else
15
16
            acceptance\_probability \leftarrow \exp(-(rand\_eval - current\_eval)/temp)
            rand\_prob \leftarrow random\_float()
17
           if rand\_prob < acceptance\_probability then
18
             | current\_solution \leftarrow rand\_neighbour
19
       iterations \leftarrow iterations + 1
20
       temp \leftarrow alpha(temp)
22 return best_solution, best_eval
```

Mi algoritmo alpha es el siguiente:

```
Algorithm 2: alpha
```

Es decir, el algoritmo actualiza la temperatura según se desee, especificando qué método usar con el parámetro cooling_type. Las constantes usadas en el algoritmo se definen al inicio de la ejecución del programa, y se pueden personalizar usando banderas del propio programa.

2 Experimentación

Como especificamos en la primer sección, el problema a tratar será el TSP. Realizamos experimentos para 5 diferentes instancias, con 130, 131, 237, 280 y 395 ciudades cada una.

El criterio de término fijado será el número de ejecuciones. Esto se decidió para tener un control aproximado de qué tanto le vamos a permitir al algoritmo para ejecutarse, y tener libertad en el tiempo de ejecución.

Para todos los experimentos, la estrategia de enfriamiento utilizada fue la denominada slow, debido a que me pareció la más adecuada por la forma en la que la temperatura desciende: no lo hace bruscamente ni demasiado lento. Se utilizó un valor $\beta = 0.0001$.

A continuación, se listan las temperaturas iniciales de los experimentos para cada instancia:

- 1. ch130
 - Temperaturas iniciales: 20, 150, 200, 1000 y 2000
- 2. xqf131
 - Temperaturas iniciales: 20, 150, 200, 1000 y 2000
- 3. xqg237
 - Temperaturas iniciales: 10, 150, 250, 1000, 2000
- 4. a280
 - Temperaturas iniciales: 20, 150, 200, 1000 y 2000
- 5. pbl395
 - Temperaturas iniciales: 10, 150, 250, 1000, 2000

3 Gráficas

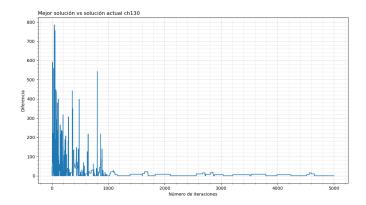
A continuación, mostramos 3 gráficas por cada instancia.

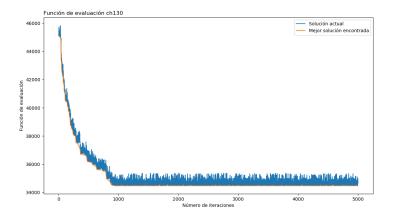
La primera muestra la diferencia del valor de la solución actual y el valor de la mejor solución encontrada. Es decir, en la iteración i-ésima, si S_i y s_i representan los valores de la solución actual y la mejor solución, entonces $x_i = S_i - s_i$, donde $S_i \ge s_i$ para todo i, por lo que la diferencia siempre es positiva o cero.

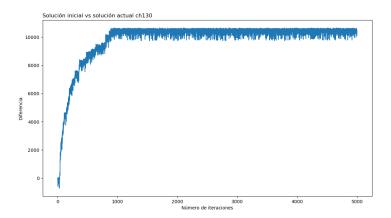
La segunda muestra la evolución de la función de evaluación correspondiente a la solución actual (en azul) y la función de evaluación correspondiente a la mejor solución encontrada (anaranjado). Notemos que, si en la iteración i-ésima S_i y s_i representan los valores de la solución actual y la mejor solución, se cumple que $S_i \ge s_i$ para todo i, es decir, la función de evaluación de la mejor solución es una cota inferior de la función de evaluación de la solución actual.

Finalmente, la tercera muestra la diferencia del valor de la solución inicial y el valor de la solución actual. Es decir, en la iteración i-ésima, si S_i y s_{ini} representan los valores de la solución actual y la solución inicial, entonces $x_i = s_{ini} - S_i$, donde $S_i \le s_i$ para todo i, por lo que la diferencia siempre es positiva o cero.

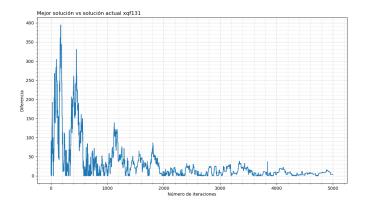
3.1 Instancia ch130

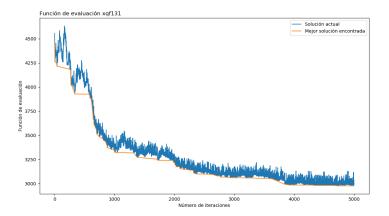


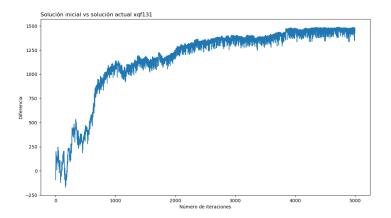




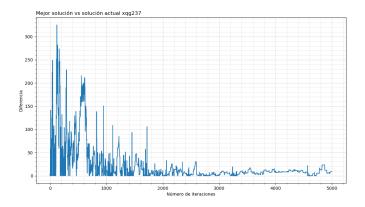
3.2 Instancia xqf131

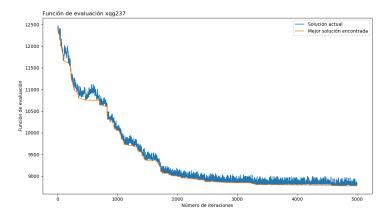


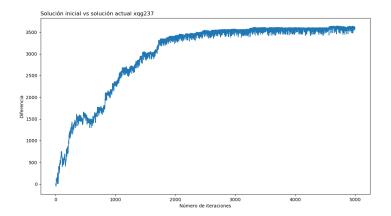




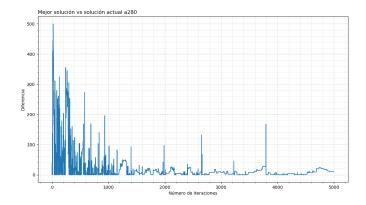
3.3 Instancia xqg237

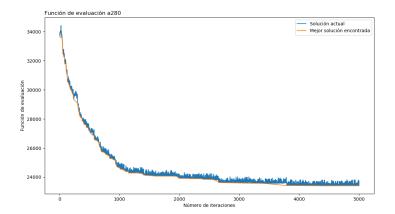


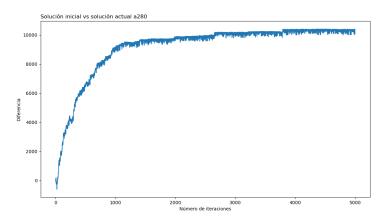




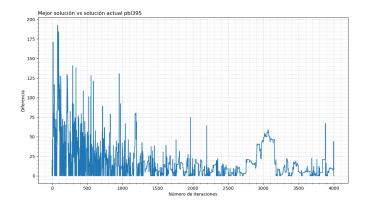
3.4 Instancia a280

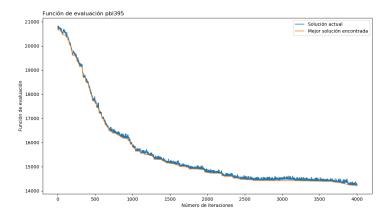


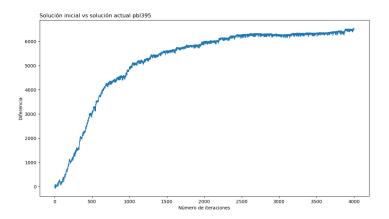




3.5 Instancia pbl395

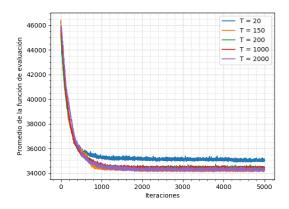




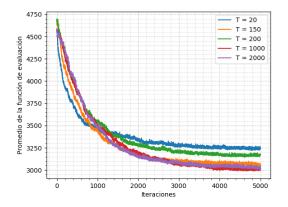


Ahora mostraremos las gráficas que corresponden al promedio de la función de evaluación para cada instancia, dependiendo de la temperatura. En general los valores adecuados fueron de aproximadamente una temperatura inicial de 1000, ya que como muestran las gráficas, dichas curvas se encuentran generalmente por debajo del resto, mientras que para valores muy bajos de temperatura inicial, los resultados no fueron mejores.

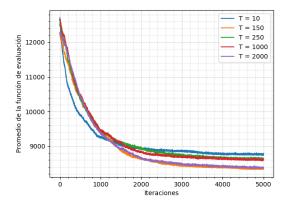
3.6 Evolución promedio por temperaturas de ch130



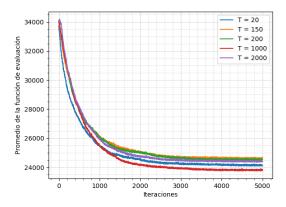
3.7 Evolución promedio por temperaturas de xqf131



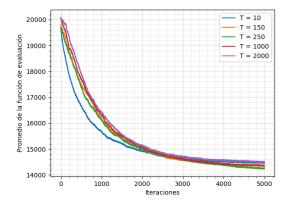
3.8 Evolución promedio por temperaturas de xqg237



3.9 Evolución promedio por temperaturas de a280

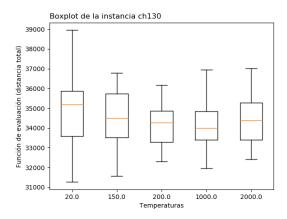


3.10 Evolución promedio por temperaturas de pbl395

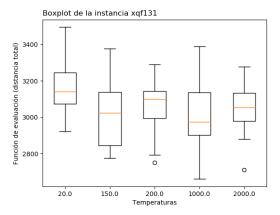


Ahora, se muestran las gráficas de tipo Boxplot para indicar el comportamiento del algoritmo con las diferentes temperaturas en cada instancia. En general, para temperaturas bajas, los boxplot tienden a encontrarse más arriba de la media del resto, y sus cuantiles se notan más alargados en algunos casos.

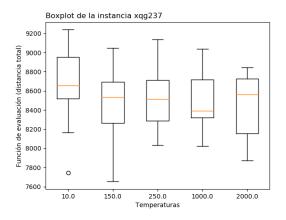
3.11 Boxplot de la instancia ch130



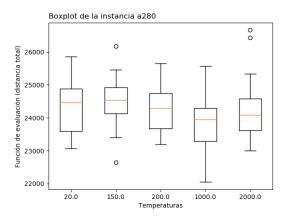
3.12 Boxplot de la instancia xqf131



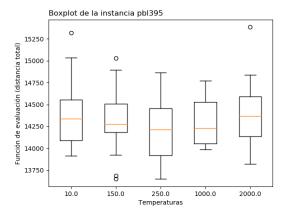
3.13 Boxplot de la instancia xqg237



3.14 Boxplot de la instancia a280



3.15 Boxplot de la instancia pbl395



3.16 Tabla de datos estadísticos

La siguiente tabla muestra bastante información que nos permite resumir los resultados de los experimentos. En general los mejores valores encontrados (los menores) aún se encuentran muy lejos de los mejores valores encontrados hasta el momento, o los óptimos. Sin embargo, pienso que para el promedio en tiempo de ejecución y la "facilidad" del algoritmo, son resultados interesantes al ver cuanto pueden mejorar con simples permutaciones aleatorias.

Instancia	Mejor	Peor	Media	Mediana	σ	Promedio iteraciones	Promedio tiempo ejecución
ch130	31262.92	38948.79	34412.35	34417.00	1359.09	5000	$3.25 { m \ s}$
xqf131	2660.33	3494.53	3060.94	3071.34	158.73	5000	3.27 s
xqg237	7653.30	9238.85	8502.68	8550.53	320.93	5000	$5.52 \mathrm{\ s}$
a280	22048.31	26662.92	24241.25	24267.61	817.92	5000	$6.47 \; { m s}$
pbl395	13648.39	15384.35	14324.77	14288.95	329.98	4450.45	8.39 s

Después, mostramos las tablas que contienen los promedios de los errores relativos para cada instancia. Es decir, se agrupan los experimentos por temperatura, luego para cada solución encontrada, se calcula su diferencia con el lower bound de la instancia y se divide entre el mismo lower bound. Finalmente, se calcula el promedio para cada agrupación de temperatura. Entre más cercano a 0, mejor.

Finalmente, presentamos las tablas que permiten dar una comparación más rápida de los resultados variando las temperaturas. Se comparan las temperaturas por parejas y se cuenta la cantidad de veces en las que son mejor, iguales o peores en dicha comparación. En general, las tablas confirman lo que se veía con el resto de las gráficas presentadas, mostrando que para valores de temperatura inicial muy bajos los resultados no son tan buenos a comparación de temperaturas más altas, particularmente cuando la temperatura inicial es igual a 1000.

3.17 Promedio de errores relativos para ch130

El lower bound conocido para ch130 es de: 6110

Temperatura	Error relativo promedio
20	4.71
150	4.65
200	4.58
1000	4.57
2000	4.64

3.18 Promedio de errores relativos para xqf131

El lower bound conocido para xqf131 es de: 564

Temperatura	Error relativo promedio
20	4.62
150	4.35
200	4.42
1000	4.34
2000	4.40

3.19 Promedio de errores relativos para xqg237

El lower bound conocido para xqg237 es de: 1019

Temperatura	Error relativo promedio
10	7.50
150	7.30
250	7.36
1000	7.34
2000	7.27

3.20 Promedio de errores relativos para a280

El lower bound conocido para a280 es de: 2579

Temperatura	Error relativo promedio
20	8.45
150	8.49
200	8.39
1000	8.26
2000	8.40

3.21 Promedio de errores relativos para pbl395

El lower bound conocido para pbl395 es de: 1281

Temperatura	Error relativo promedio
20	10.24
150	10.17
200	10.09
1000	10.16
2000	10.22

3.22 Comparación de errores relativos para ch130

T=20	T = 150	T = 200	T = 1000	T = 2000
$\uparrow \leftrightarrow \downarrow$				
0 0 4	1 0 3	3 0 1	4 0 0	2 0 2

3.23 Comparación de errores relativos para xqf131

T=20	T = 150	T = 200	T = 1000	T = 2000
$\uparrow \leftrightarrow \downarrow$				
0 0 4	3 0 1	103	4 0 0	2 0 2

3.24 Comparación de errores relativos para xqg237

T = 10	T = 150	T = 250	T = 1000	T = 2000
$\uparrow \leftrightarrow \downarrow$				
0 0 4	3 0 1	103	2 0 2	4 0 0

3.25 Comparación de errores relativos para a280

T=20	T = 150	T = 200	T = 1000	T = 2000
$\uparrow \leftrightarrow \downarrow$				
103	0 0 4	3 0 1	4 0 0	2 0 2

3.26 Comparación de errores relativos para pbl395

Γ	T = 20	T = 150	T = 200	T = 1000	T = 2000
	$\uparrow \leftrightarrow \downarrow$				
Ī	0 0 4	2 0 2	400	3 0 1	103

4 Conclusiones

El trabajo nos permitió observar con mucho más detalle el comportamiento del algoritmo de recocido simulado, esto gracias a las gráficas y las tablas requeridas. Me pareció un trabajo largo pero bastante formativo para descubrir como podemos realizar experimentación y obtener resultados de ella. Hubiera sido interesante experimentar con distintos métodos de enfriamiento que reaccionaran de mejor manera al estado de la ejecución, sin embargo el trabajo hubiera resultado mucho más extenso y con más variables qué analizar.