

Metody Obliczeniowe w Nauce i Technice

Laboratorium 2

Rozwiązywanie układów równań liniowych

14 marca 2025

Przydatne funkcje

- Matlab: `linsolve`, `mldivide`, `lu`
- Matlab: operatory: `\`, `/`
- Python: `numpy.linalg.solve`, `numpy.linalg.lstsq`, `scipy.linalg.lu`

Literatura

- *Matrix Analysis and Applied Linear Algebra*, Carl D. Meyer, SIAM, 2000.
 - Metoda Gaussa-Jordana: rozdział 1.3
 - Poszukiwanie elementu wiodącego (częściowe, pełne), skalowanie układu równań: rozdział 1.5
 - Faktoryzacja LU: rozdział 3.10

Zadanie 1 Metoda Gaussa-Jordana

Napisz i sprawdź funkcję rozwiązującą układ równań liniowych $n \times n$ metodą Gaussa-Jordana z częściowym poszukiwaniem elementu wiodącego. Dla dziesięciu różnych rozmiarów macierzy współczynników większych niż 500×500 porównaj czasy działania zaimplementowanej funkcji z czasami uzyskanymi dla wybranych funkcji bibliotecznych.

Zadanie 2 Faktoryzacja LU

Napisz i przetestuj funkcję dokonującą faktoryzacji $\mathbf{A} = \mathbf{L}\mathbf{U}$ macierzy \mathbf{A} (bez poszukiwania elementu wiodącego). Sprawdź poprawność wyniku obliczając $\|\mathbf{A} - \mathbf{L}\mathbf{U}\|$. Zadbaj o to żeby implementacja była *in-situ*. Elementy macierzy \mathbf{L} to współczynniki mnożenia

umożliwiający wyzerowanie odpowiedniego współczynnika macierzy \mathbf{A} w trakcie procesu eliminacji.

Zadanie 3 Analiza obwodu elektrycznego - nadokreślony układ równań

Napisz program, który:

- a) Wczytuje z pliku listę krawędzi grafu nieskierowanego ważonego opisującego obwód elektryczny. Wagi krawędzi określają opór fragmentu obwodu między dwoma węzłami. Wierzchołki grafu identyfikowane są przez liczby naturalne.
- b) Wczytuje dodatkowo trójkę liczb (s, t, E) , przy czym para (s, t) wskazuje między którymi węzłami sieci przyłożono siłę elektromotoryczną E . Opór wewnętrzny SEM można zaniedbać.
- c) Wykorzystując prawa Kirchhoffa (albo metodę potencjałów węzłowych) znajduje natężenia prądu w każdej części obwodu i przedstawia je na rysunku w postaci grafu ważonego z etykietami (wizualizacja grafu wraz z kolorowymi krawędziami pokazującymi wartość natężenia prądu oraz jego kierunek)
- d) Przedstaw (wizualizacja + automatyczne sprawdzenie poprawności wyników) działanie programu dla grafów spójnych mających od 15 do 200 wierzchołków. Rozważ następujące typy grafów:
 - Spójny graf losowy (Erdős-Rényi)
 - Graf 3-regularny (kubiczny)
 - Graf złożony z dwóch grafów losowych połączonych mostkiem
 - Graf siatka 2D
 - Graf typu *small-world*
- e) Skomentuj wybrane rozwiązanie - prawa Kirchhoffa I, II vs. metoda potencjałów węzłowych. W przypadku korzystania z praw Kirchhoffa - w jaki sposób możemy rozwiązać nadokreślony układ równań. Opisz najważniejsze aspekty swojego rozwiązania (kierunek prądu, weryfikacja poprawności rozwiązania, sposób wyznaczania cykli prostych).