# Inhaltsverzeichnis

1	Einleitung			
2	Grundlagen			
	2.1	Fourierreihen und Fouriertransformation	2	
	2.2	Diskrete Fouriertransformation	4	
	2.3	Wahrscheinlichkeitsverteilungen	5	
		2.3.1 Binomialverteilung	5	
		2.3.2 Poissonverteilung	6	
3	Star	nd der Technik	8	
4	Tipps zur Erstellung der Arbeit			
	4.1	Darstellung von Gleichungen	9	
	4.2	Darstellung von Grafiken	10	
	4.3	Software	10	
		4.3.1 Matlab, Corel	10	
		4.3.2 LaTeX	11	
	4.4	Literaturverweise	11	
	4.5	Eigene Befehle in LaTeX	11	
5	Betr	euer- und/oder projektspezifische Anmerkungen	12	
6	(Beispielkapitel) Robotersysteme			
	6.1	PR2	13	
	6.2	ROS	14	
Ar	hang		15	

### Nomenklatur

Selten bzw. nur abschnittsweise verwendete Symbole und Formelzeichen sowie abweichende Bedeutungen werden ausschließlich im Text beschrieben. Achtung: Bitte bei Erstellung der Arbeit die unten stehenden Beispiele löschen und nur Abkürzungen/Zeichen aufführen, die verwendet werden!

### **Allgemeine Konventionen**

Skalar Klein- oder Großbuchstabe (kursiv): a, A

Vektor Kleinbuchstabe (fett und kursiv): *a*Matrix Großbuchstabe (fett und kursiv): *A*Punkt Klein- oder Großbuchstabe: a, A

Körper Großbuchstabe (fett): A

#### Lateinische Buchstaben

A Querschnittsfläche  $A_{\rm S}$  Spanungsquerschnitt

und so weiter

#### **Griechische Buchstaben**

 $\alpha, \beta, \gamma$  Rotationswinkel um die x-, y- und z-Achse

### Koordinatensysteme

 $(KS)_i$  Koordinatensystem i

(KS)<sub>0</sub> ortsfestes Inertialkoordinatensystem

### Abkürzungen

AR erweiterte Realität (Augmented Reality)

CNC rechnergestützte numerische Steuerung (Computerized Numerical Control)

MHH Medizinische Hochschule Hannover

# 1 Einleitung

Einleitungstext

In diesem Kapitel wird auf die mathematischen Grundlagen zum Verständnis der Arbeit eingegangen. Während in Abschnitt 2.1 auf die Darstellung periodischer Funktionen mittels Fourierreihen eingegangen wird, behandelt Abschnitt 2.2 die mathematische Formulierung der diskreten Fouriertransformation für abgetastete Signale und geht des Weiteren auf das Nyquist-Shannon-Abtasttheorem ein.

In Abschnitt 2.3 folgt dann eine Erläuterung zu Wahrscheinlichkeitsverteilungen. Den Anfang bildet hier die Binomialverteilung (Abschnitt 2.3.1), bevor zuletzt die Poisson-Verteilung (Abschnitt 2.3.2) besprochen wird.

### 2.1 Fourierreihen und Fouriertransformation

Periodische Signale tauchen in vielen Bereichen der Physik und Technik auf. Ein Signal bezeichnet hierbei eine Funktion, welche eine physikalische Größe in Abhängigkeit von der Zeit, dem Ort, oder einer anderen Variablen darstellt. Betrachtet man periodische Funktionen, so zeichnen sich diese durch ihre Periodendauer T aus. Die gesamten Informationen des Signals stecken in dieser Periode, so dass gilt: F(t) = F(t+T). Jede periodische Funktion kann durch eine Überlagerung von Sinus- und Kosinusfunktionen unterschiedlicher Periodendauern  $2\pi n$  approximiert werden. Dargestellt werden kann dies durch eine Fourierreihe.

$$F(t) = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=0}^{N} [a_n \cos(n\omega t) + b_n \sin(n\omega t)]$$
(2.1)

Hierbei bezeichnet  $\omega=2\pi/T$  die Kreisfrequenz der Grundschwingung. Im Allgemeinen geht N gegen  $\infty$ . Die Konstanten  $a_0,a_1\ldots$  werden als gerade Fourierkoeffizienten bezeichnet,  $b_1,b_2\ldots$  hingegen als ungerade Fourierkoeffizienten. Dies leitet sich daraus ab, dass der  $\cos(x)$  eine gerade und der  $\sin(x)$  eine ungerade Funktion ist.

Des Weiteren lässt sich eine Fourierreihe durch Sinusfunktionen mit unterschiedlichen

Amplituden und Phasen beschreiben. Die Fourierreihe lautet dann:

$$F(t) = \rho_0 + \sum_{n=1}^{N} \rho_n \sin(n\omega t + \Phi_n)$$
(2.2)

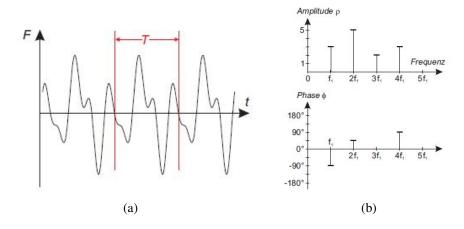
Die Grundfrequenz des Signals besitzt eine Frequenz  $f_1=1/T=\omega/2\pi$ . Die weiteren Sinusund Kosinusfunktionen der Fourierreihe besitzen Frequenzen  $f_n=nf_1$ , also ganzzahlige Vielfache der Grundfrequenz. Die Umrechnung von Gleichung 2.1 nach Gleichung 2.2 erfolgt mithilfe der Definitionen:

$$\rho_0 = \frac{a_0}{2} \tag{2.3}$$

$$\rho_n = \sqrt{a_n^2 + b_n^2} \tag{2.4}$$

$$\Phi_n = \arctan(\frac{a_n}{b_n}) \tag{2.5}$$

Mit  $\rho_0$  2.3 wird hierbei der Gleichanteil des Signals bezeichnet,  $\rho_n$  2.4 steht für die Amplitude der n-ten Frequenz und  $\Phi_n$  2.5 für die Phasenverschiebung der n-ten Frequenz. Ein Signal kann also durch sein Kosinus- und Sinusspektrum sowie durch sein Amplituden- und Phasenspektrum charakterisiert werden. Grafisch veranschaulicht wird die Fourierreihe durch Bild 2.1. Im linken Bild eingezeichnet ist ein periodisches Signal mit der Periodendauer T, für welches also F(t) = F(t+T) gilt. Im rechten Bild finden sich die das Gesamtsignal definierenden Frequenzen, mit ihren zugehörigen Amplituden  $\rho$  und Phasenversatz  $\Phi$ .



**Bild 2.1**: Periodisches Signal mit zugehörigem Amplituden- und Phasenspektrum (Quelle: Eichler))

Die Fouriertransformation überführt die Gleichung aus dem Zeitbereich F(t) nun in den

Frequenzbereich  $F(\omega)$ . Für analoge Signale ist die Fouriertransformation nun wie folgt definiert:

$$F(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} x(t)e^{-j\omega}dt.$$
 (2.6)

$$F(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} F(\omega) e^{j\omega} d\omega$$
 (2.7)

Gleichung 2.6 überführt eine von der Zeit abhängige Funktion aus dem Zeitbereich über Integration von  $-\infty$  bis  $\infty$  über alle Zeitpunkte t in den Frequenzbereich. Die inverse Fouriertransformation wird durch Gleichung 2.7 beschrieben. Die Rücktransformation erfolgt durch Integration von  $-\infty$  bis  $\infty$  des von der Frequenz  $\omega$  abhängigen Signals über alle Frequenzen  $\omega$ .

### 2.2 Diskrete Fouriertransformation

Die in Abschnitt 2.1 dargestellten Gleichungen gelten für analoge Funktionen. In der Praxis ist es aber so, dass keine vollständige Kenntnis über ein Signal vorliegt, sondern dies nur durch Messungen zu diskreten Zeitpunkten abgetastet werden kann. Hieraus resultiert die Diskrete Fourier-Transformation (DFT). Die resultierenden Werte F(n) der diskreten Fouriertransformation eines zu den Zeitpunkten k abgetasteten Signals f(t) können mittels Gleichung 2.8 berechnet werden. Die inverse diskrete Fouriertransformation erfolgt dann durch Gleichung 2.9.

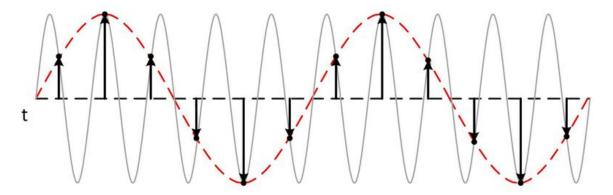
$$F(n) = \sum_{k=0}^{N-1} x[k]e^{j\frac{2\pi}{N}kn}$$
 (2.8)

$$f[k] = \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} F(n) e^{j\frac{2\pi}{N} kn}$$
 (2.9)

Im Zusammenhang mit der Diskreten Fouriertransformation ist abschließend das Abtasttheorem von Nyquist und Shannon zu nennen. Das Theorem besagt, dass ein beliebig geformtes, kontinuierliches Signal immer dann durch ein diskretes Signal darstellbar und auch exakt wiederherstellbar ist, wenn die Abtastfrequenz des Signals mindestens doppelt so hoch ist, wie die höchste im kontinuierlichen Signal enthaltene Frequenz. Beträgt die höchste Frequenz in unserem Signal also beispielsweise 10 Hz, so müssen wir unser Signal mit mindestens 20 Hz abtasten, um unser Signal vollständig rekonstruieren zu können.

Die Folgen einer zu geringen Abtastfrequenz werden in Bild 2.2 ersichtlich. Die Abtastung

des Signals zu den mit schwarz markierten Zeitpunkten reicht nicht aus, um das in grau dargestellte Originalsignal zu rekonstruieren. Stattdessen ergibt sich das in rot dargestellte Signal.



**Bild 2.2**: Originalsignal (grau) und durch Abtastung rekonstruiertes Signal (rot) Quelle(https://www.geothermie.de/bibliothek/lexikon-dergeothermie/a/abtasttheorem.html)

### 2.3 Wahrscheinlichkeitsverteilungen

### 2.3.1 Binomialverteilung

Als Bernoulli-Experiment wird ein Zufallsexperiment bezeichnet, bei dem es lediglich zwei Ausgänge geben kann. Ein Ereignis A tritt entweder ein oder nicht. Führt man ein Bernoulli-Experiment n-mal hintereinander unter den gleichen Bedingungen durch, so erhält man eine Bernoulli-Kette der Länge n. Das Eintreten des Ereignisses A wird gemeinhin als Erfolg bezeichnet, die Wahrscheinlichkeit P(A) = p bezeichnet man als Erfolgswahrscheinlichkeit. Als Ereignis A kann hier beispielhaft das Werfen einer Münze mit dem Ausgang Zahl genannt werden. Eine Binomialverteilung entsteht nun, wenn wir die Anzahl der Erfolge bei einer Bernoulli-Kette ermitteln wollen. Mathematisch formuliert lässt sich die Binomialverteilung ausdrücken als:

$$P(X=x) = \binom{n}{x} p^{x} q^{n-x}$$
 (2.10)

X bezeichnet hierbei die Anzahl der Versuchsdurchführungen, bei denen ein Erfolg eintritt.

X kann die Werte  $x=0,1,2,\ldots,n$  annehmen. p steht für die Eintrittswahrscheinlichkeit eines Erfolges, q für die Wahrscheinlichkeit eines Misserfolges. Die Zufallsvariable X ist binomialverteilt und ihre Wahrscheinlichkeitsverteilung eine Binomialverteilung mit den Parametern n,p. Kurz: X Bi(n;p). Die grafische Darstellung einer Binomialverteilung für die Wahrscheinlichkeit der Anzahl an Würfen eines Würfels mit dem Ereignis 1 bei sieben Würfen ist in Abbildung xy abgebildet.

### 2.3.2 Poissonverteilung

Eine Zufallsvariable X, welche unendlich viele Werte  $x=0,1,2\dots$  mit den Wahrscheinlichkeiten

$$P(X = x) = \frac{\lambda^{x}}{x!}e^{-\lambda} \qquad (\lambda > 0)$$
 (2.11)

annehmen kann, wird als poissonverteilt mit dem Parameter  $\lambda$  bezeichnet. Die zugehörige Verteilung heißt Poisson-Verteilung. Der Erwartungswert sowie die Varianz der Poisson-Verteilung werden ausgedrückt als:

$$\mu = E(X) = \lambda \tag{2.12}$$

$$\sigma^2 = Var(X) = \lambda \tag{2.13}$$

Anhand der obigen Formeln erkennt man, dass der Parameter der Poisson-Verteilung grade gleich ihres Erwartungswertes ist, selbiges gilt für die Varianz. Häufig ist es von Interesse, die Anzahl  $X_t$  eines Ereignisses innerhalb eines Zeitraumes von 0 bis t zu prognostizieren. Die Menge von Zufallsvariablen  $X_t, t \geq 0$ , wird als Poisson-Prozess mit der Intensität  $\lambda$  bezeichnet, falls  $X_t$  einer Poisson-Verteilung folgt, es also gilt:

$$P(X_t = x) = \frac{(\lambda t)^x}{x!} e^{-\lambda t}$$
 (2.14)

Ein Poisson-Prozess muss dabei drei Voraussetzungen erfüllen:

- Die Wahrscheinlichkeit für ein Ereignis ist proportional zur Beobachtungsdauer  $\Delta t$ , aber unabhängig von der Lage der Beobachtungsdauer.
- Die Wahrscheinlichkeiten für ein Ereignis an unterschiedlichen Orten sind voneinander unabhängig
- Für infinitesimal kleine  $\Delta t$  ist die Wahrscheinlichkeit, dass das Ereignis mehr als einmal auftritt, im Vergleich zur Wahrscheinlichkeit, dass es genau einmal vorkommt,

vernachlässigbar klein.

## 3 Stand der Technik

In diesem Kapitel wird auf den Stand der Technik eingegangen. Im weitesten zitiere ich hier die wissenschaftlichen Paper, auf denen meine Arbeit beruht.

### 4 Tipps zur Erstellung der Arbeit

Im Folgenden sind einige Tipps zur schriftlichen Ausarbeitung zu finden, z.B. zur korrekten Darstellung von Gleichungen und Grafiken oder zum Bezug der dazu notwendigen Software. Grundsätzlich lassen sich unter folgendem Link Hilfestellungen zu den meisten Problemen bei der Erstellung Arbeit finden: http://bfy.tw/Bq9t

### 4.1 Darstellung von Gleichungen

Der am imes verwendete Formelsatz entspricht der DIN 1338 und lässt sich auch in sämtlichen Skripten des imes wiederfinden, z. B. in Robotik I, Robotik II oder Mechatronische Systeme.

Grundsätzlich gilt: Variablennamen werden kursiv gesetzt (auch wenn diese als Index benutzt werden, z. B.  $a_i$ ), beschreibende Indizes (z. B.  $b_{\rm Reifen}$  oder  $b_{\rm R}$ ) und allgemeine Funktionen (z. B. Sinus- oder e-Funktion) aufrecht:

$$f(t) = \int_{t_{\text{start}}}^{t_{\text{end}}} \sin(\omega t) dt.$$
 (4.1)

Bei der ersten Verwendung von Variablen sollten diese unmittelbar vor oder nach der Gleichung im Text erläutert werden, in diesem Fall die exemplarische Funktion f(t), Start- und Endzeitpunkt  $t_{\rm start}$  bzw.  $t_{\rm end}$ , Kreisfrequenz  $\omega$  und Zeit t.

Matrizen und Vektoren werden fett gedruckt dargestellt. Matrizen werden mit großen, Vektoren mit kleinen Buchstaben bezeichnet. In der Gleichung

$$\mathbf{q} = (q_1, q_2, ..., q_n)^{\mathrm{T}}$$
 (4.2)

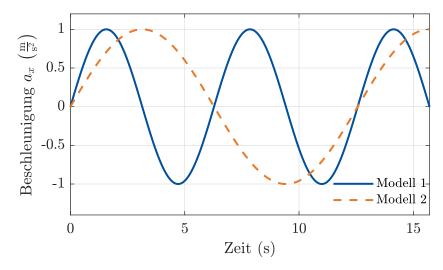
beschreibt q den Vektor mit allen Gelenkwinkeln,  $q_1$  hingegen den Gelenkwinkel der ersten Achse. Zahlreiche weitere Beispiele zur Darstellung von Formeln können in den oben genannten Skripten nachgeschlagen werden.

Weitere Beispiele für korrekten Formelsatz:

TODO -> versch. Stellen aus Skripten suchen und Code kopieren

### 4.2 Darstellung von Grafiken

Grafiken sollten nach Möglichkeit als Vektorgrafiken (z. B. .eps, .pdf) exportiert und in LaTeX eingebunden werden. Die Schriftart sollte der Schriftart der restlichen Arbeit entsprechen (Times). Die Schriftgröße in der Grafik sollte kleiner oder gleich der Größe des Fließtextes sein (nach eigenem Ermessen, solange die Lesbarkeit noch gegeben ist). Auch bei Abbildungen sind die Formatierungsschriften aus Abschnitt 4.1 einzuhalten. Ein Beispielplot aus Matlab ist in Bild 4.1 dargestellt. Das Skript zur Erstellung des Plots in Matlab ist unter template einfach.m zu finden.



**Bild 4.1**: Vergleich der zeitlichen Beschleunigungsverläufe der beiden Modellierungsansätze Hü (blau) und Hott (orange gestrichelt)

#### 4.3 Software

### 4.3.1 Matlab, Corel

Für Matlab und Corel sind an der Uni Hannover kostenlose Campuslizenzen verfügbar. Anleitungen zum Bezug sind unter https://www.luis.uni-hannover.de/softwarekatalog.html zu finden. Für Corel existiert am imes ein Plugin zur Nutzung von LaTeX-Befehlen. Das Plugin und die zugehörige Anleitung sind im Vorlagenordner zu finden. Alternativ zu Corel kann auch die freie Software Inkscape genutzt werden (https://inkscape.org).

#### 4.3.2 LaTeX

Vorschläge für TeX-Distributionen:

- MiKTeX (Windows): https://miktex.org/
- TeXLive (allg.): http://www.tug.org/texlive/

Vorschläge für Texteditoren:

- TeXnicCenter (Windows): http://www.texniccenter.org/
- TeXMaker (allg.): http://www.xm1math.net/texmaker/

### 4.4 Literaturverweise

Beispiele für Literaturverweise sind im Literaturverzeichnis zu finden, z. B. Journalbeitrag [Ber59], Konferenzbeitrag [Hussong08], Buch [Wintermantel09]. Sofern nicht explizit anders eingestellt, taucht nur diejenige Literatur im Verzeichnis auf, auf die in der Arbeit verwiesen wird.

### 4.5 Eigene Befehle in LaTeX

In LateX können auch eigene Befehle definiert und genutzt werden, z. B. zur Verwendung immer wiederkehrender Formelzeichen. So kann beispielsweise ein Koordinatensystem  $(KS)_A$  direkt mit dem Befehl \ks{A} eingefügt werden. Eine Liste der Befehle ist in der Datei befehle.sty zu finden.

# 5 Betreuer- und/oder projektspezifische Anmerkungen

Für Ergänzungen zur Vorlage, die nicht allgemeingültig sind, bitte ausschließlich dieses Kapitel nutzen!

ToDos für die Vorlage:

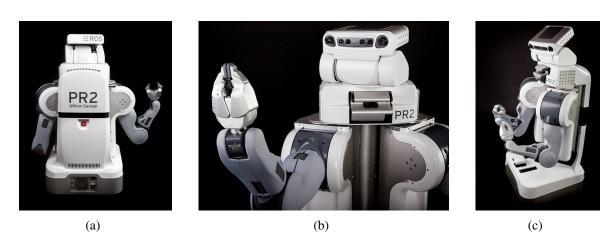
- Aufgabenstellung direkt ins Dokument, Platzhalter-pdf, manuell reinsortieren?
- mehr Beispiele für Formelsatz aus versch. Skripten reinkopieren
- Befehle.sty erläutern

### 6 (Beispielkapitel) Robotersysteme

Das folgende Kapitel soll als Beispielkapitel dienen. Nach der Kapitelüberschrift wird der Kapitelinhalt in ein paar Sätzen beschrieben. Hier steht weiterer Text.

### 6.1 PR2

Der PR2 (Willow Garage Inc., Menlo Park, USA) ist ein *menschenähnlicher* Serviceroboter, der seinen Dienst in Wohnräumen verrichten soll und derzeit im sogenannten PR2 Beta-Programm von elf Forschungseinrichtungen über einen Zeitraum von zwei Jahren getestet wird [WillowGarage2010]. Hier steht weiterer Text. d



**Bild 6.1**: Serviceroboter PR2 von Willow Garage (Quelle: Willow Garage))

Ausgestattet ist der PR2 mit zwei Armen, die jeweils sieben Freiheitsgrade haben und an deren Enden ein Greifer montiert ist, siehe Bild 6.1. Die Sensorik des Armes besteht aus einer Kamera am Unterarm und Druck- sowie Beschleunigungssensoren am Greifer. Die Nutzlast eines Arms ist mit 1,8 kg ausgewiesen. Weiterhin verfügt der Roboter über einen dreh- und schwenkbaren Kopf, in dem eine 5-Megapixel Farbkamera, ein LED-Texturprojektor und zwei Stereokameras integriert sind, wobei eine Kamera für die Fernsicht und die andere für die Objektmanipulation genutzt wird. Unterhalb des Kopfes ist ein schwenkbarer Laserscanner und ein Inertialsensor verbaut. Die Position des Oberkörpers lässt sich in der Höhe

zwischen 1330 mm und 1645 mm (Gesamthöhe) variieren. Angetrieben wird die omnidirektionale Basis von vier gelenkten Rädern, die eine maximale Geschwindigkeit von 3,6 km/h ermöglichen. Die quadratische Basis hat eine Kantenlänge von 668 mm. Als Recheneinheit stehen zwei Server zur Verfügung, die jeweils auf acht CPU-Kernen rechnen und dabei auf 24 GB Arbeitsspeicher zugreifen können. Als Betriebssystem wird Ubuntu verwendet, auf dem das Robot Operating System, kurz ROS, die Grundlage für die Datenverarbeitung bildet. Da ROS innerhalb dieser Arbeit ebenfalls zum Einsatz kommt, wird dieses in Abschnitt 6.2 vorgestellt und an den entsprechenden Stellen weiter erläutert. Die Kosten für einen PR2-Roboter belaufen sich derzeit auf etwa 400 000 US-Dollar<sup>1</sup>. Mit Hilfe des PR2 wurden von den zuvor erwähnten Beta-Testern Szenarien bewältigt, die innerhalb des menschlichen Wohnraumes auftreten können. An der TU München hat ein PR2-Roboter beispielsweise zusammen mit einem anderen Robotersystem einen Pfannkuchen gebacken [TUM2011].

#### **6.2 ROS**

Hier steht weiterer Text.

#### Listing 6.1: Launchfile zum Start der hokuyo\_node

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup>Der angegebene Preis wurde am 16.08.2011 der Website http://www.willowgarage.com/pages/pr2/order entnommen und versteht sich exklusive Steuern und Versandkosten.

Bezeichnung	Formelzeichen	
Gesamtlänge	a	530 mm
Gesamtbreite	b	350 mm
Höhe	h	106 mm
Radstand	l	470 mm

# **Anhang**