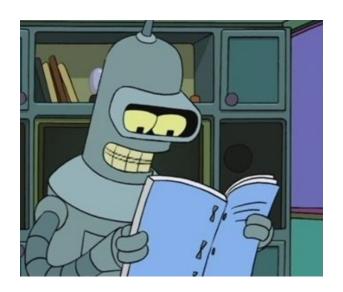




Zeit- und Ortsabhängige Prädiktion von Umweltzuständen für die Vorhersage von Personen-Auftrittswahrscheinlichkeiten



Studienarbeit Januar/2021

Adrian Kleimeier Matrikelnummer 3111950

Hannover, 15. Januar 2021

Erstprüfer Prof. Dr.-Ing. Tobias Ortmaier Zweitprüfer Prof. Dr.-Ing. Vorname Nachname

Betreuer Marvin Stüde, M.Sc.

Ich, Adrian Kleimeier, versichere hiermit, dass die vorliegende Arbeit selbstständig verfasst wurde, keine anderen als die angegebenen Quellen und Hilfsmittel benutzt wurden, alle Stellen der Arbeit, die wörtlich oder sinngemäß aus anderen Quellen übernommen wurden, als solche kenntlich gemacht sind und die Arbeit in gleicher oder ähnlicher Form noch keiner Prüfungsbehörde vorgelegen hat.

Hannover, 15. Januar 2021

(Adrian Kleimeier)



Zeit- und Ortsabhängige Prädiktion von Umweltzuständen für die Vorhersage von Personen- Auftrittswahrscheinlichkeiten

Adrian Kleimeier, Matrikelnummer 3111950

Allgemeines:

Am Campus Maschinenbau in Garbsen wird der Serviceroboter Sobi entwickelt, welcher Studenten und Besuchern Informationen bereitstellen und bei der Orientierung auf dem Campusgelände helfen soll. Um eine möglichst hohe Rate an Mensch-Roboter-Interaktionen zu erreichen, muss der Roboter Informationen über das zeit- und ortsabhängige Personenaufkommen auf dem Campusgelände zur Verfügung haben. Diese Informationen können für die Bahnplanung verwendet werden, um die voraussichtlich benötigte Zeit einer Kontaktaufnahme mit einem Menschen zu minimieren. In der Forschung existieren Modelle zur Prädiktion dieser Umweltzustände auf Basis von binären sowie quantitativen Darstellungen.

Aufgabe:

Im Rahmen dieser Arbeit soll eine Methodik entwickelt und für den spezifischen Anwendungsfall am Maschinenbau-Campus Garbsen angepasst werden. Als Ansatz einer solchen Methodik kann das FreMEn- Modell dienen. Die Grundidee der Methode ist die Transformation binärer zeit- und ortsabhängiger Darstellungen elementarer Umweltzustände (in diesem Fall die Anwesenheit bzw. Nichtanwesenheit von Personen) in den Frequenzbereich mittels der Fouriertransformation. In diesem werden die dominantesten Frequenzen identifiziert und auf Basis dieser eine inverse Fouriertransformation durchgeführt. Als Ergebnis erhält man eine Funktion, welche die Wahrscheinlichkeit für die zukünftigen Umweltzustände angibt.

Im Rahmen dieser Arbeit ergeben sich insbesondere die folgenden Aufgabenpunkte:

- Literaturrecherche über Methoden der binären sowie quantitativen Darstellung von Umweltzuständen
- Entwicklung einer Methodik und Anpassung an den vorliegenden Anwendungsfall
- Überprüfung der Modellgüte bei unterschiedlichen Periodendauern mittels eines Testdatensatzes
- Überprüfung der Modellgüte bei unterschiedlichen Periodendauern mittels eines Simulations- Datensatzes oder eines Langzeitdatensatzes
- Ermittlung weiterführender Fragestellungen zur Optimierung der kurzfristigen Vorhersagegüte des Modells

Die Bearbeitungszeit beträgt 300 Stunden.

Ausgabe der Aufgabenstellung: 15.06.2020 Abgabe der Arbeit spätestens 15.01.2021

am:

Erstprüfer: Zweitprüfer:

Betreuer: M. Sc. Marvin Stüde

Kurzfassung

In der Kurzfassung sollen auf maximal einer Seite die Aufgabe, die verwendeten Methoden sowie die erzielten Erkenntnisse dargestellt werden. Ein Leser soll idealerweise anhand der Kurzfassung abschätzen können, ob die Arbeit für ihn brauchbare Informationen enthält.

Inhaltsverzeichnis

1	Einleitung			
2	Gru	ndlagen	2	
	2.1	Fourierreihen und Fouriertransformation	2	
	2.2	Diskrete Fouriertransformation	4	
	2.3	Wahrscheinlichkeitsverteilungen	5	
		2.3.1 Binomialverteilung	5	
		2.3.2 Poissonverteilung	6	
3	Star	nd der Technik	8	
4	Tipp	os zur Erstellung der Arbeit	18	
	4.1	Darstellung von Gleichungen	18	
	4.2	Darstellung von Grafiken	19	
	4.3	Software	19	
		4.3.1 Matlab, Corel	19	
		4.3.2 LaTeX	20	
	4.4	Literaturverweise	20	
	4.5	Eigene Befehle in LaTeX	20	
5	Betr	euer- und/oder projektspezifische Anmerkungen	21	
6	(Bei	spielkapitel) Robotersysteme	22	
	6.1	PR2	22	
	6.2	ROS	23	
Ar	hang	ı	24	
Literatur				

Nomenklatur

Selten bzw. nur abschnittsweise verwendete Symbole und Formelzeichen sowie abweichende Bedeutungen werden ausschließlich im Text beschrieben. Achtung: Bitte bei Erstellung der Arbeit die unten stehenden Beispiele löschen und nur Abkürzungen/Zeichen aufführen, die verwendet werden!

Allgemeine Konventionen

Skalar Klein- oder Großbuchstabe (kursiv): a, A

Vektor Kleinbuchstabe (fett und kursiv): *a*Matrix Großbuchstabe (fett und kursiv): *A*Punkt Klein- oder Großbuchstabe: a, A

Körper Großbuchstabe (fett): A

Lateinische Buchstaben

A Querschnittsfläche $A_{\rm S}$ Spanungsquerschnitt

und so weiter

Griechische Buchstaben

 α , β , γ Rotationswinkel um die x-, y- und z-Achse

Koordinatensysteme

 $(KS)_i$ Koordinatensystem i

(KS)₀ ortsfestes Inertialkoordinatensystem

Abkürzungen

AR erweiterte Realität (Augmented Reality)

CNC rechnergestützte numerische Steuerung (Computerized Numerical Control)

MHH Medizinische Hochschule Hannover

1 Einleitung

Einleitungstext

In diesem Kapitel wird auf die mathematischen Grundlagen zum Verständnis der Arbeit eingegangen. Während in Abschnitt 2.1 auf die Darstellung periodischer Funktionen mittels Fourierreihen eingegangen wird, behandelt Abschnitt 2.2 die mathematische Formulierung der diskreten Fouriertransformation für abgetastete Signale und geht des Weiteren auf das Nyquist-Shannon-Abtasttheorem ein.

In Abschnitt 2.3 folgt dann eine Erläuterung zu Wahrscheinlichkeitsverteilungen. Den Anfang bildet hier die Binomialverteilung (Abschnitt 2.3.1), bevor zuletzt die Poisson-Verteilung (Abschnitt 2.3.2) besprochen wird.

2.1 Fourierreihen und Fouriertransformation

Periodische Signale tauchen in vielen Bereichen der Physik und Technik auf. Ein Signal bezeichnet hierbei eine Funktion, welche eine physikalische Größe in Abhängigkeit von der Zeit, dem Ort, oder einer anderen Variablen darstellt. Betrachtet man periodische Funktionen, so zeichnen sich diese durch ihre Periodendauer T aus. Die gesamten Informationen des Signals stecken in dieser Periode, so dass gilt: F(t) = F(t+T). Jede periodische Funktion kann durch eine Überlagerung von Sinus- und Kosinusfunktionen unterschiedlicher Periodendauern $2\pi n$ approximiert werden. Dargestellt werden kann dies durch eine Fourierreihe.

$$F(t) = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=0}^{N} [a_n \cos(n\omega t) + b_n \sin(n\omega t)]$$
(2.1)

Hierbei bezeichnet $\omega=2\pi/T$ die Kreisfrequenz der Grundschwingung. Im Allgemeinen geht N gegen ∞ . Die Konstanten $a_0,a_1\ldots$ werden als gerade Fourierkoeffizienten bezeichnet, $b_1,b_2\ldots$ hingegen als ungerade Fourierkoeffizienten. Dies leitet sich daraus ab, dass der $\cos(x)$ eine gerade und der $\sin(x)$ eine ungerade Funktion ist.

Des Weiteren lässt sich eine Fourierreihe durch Sinusfunktionen mit unterschiedlichen

Amplituden und Phasen beschreiben. Die Fourierreihe lautet dann:

$$F(t) = \rho_0 + \sum_{n=1}^{N} \rho_n \sin(n\omega t + \Phi_n)$$
(2.2)

Die Grundfrequenz des Signals besitzt eine Frequenz $f_1=1/T=\omega/2\pi$. Die weiteren Sinusund Kosinusfunktionen der Fourierreihe besitzen Frequenzen $f_n=nf_1$, also ganzzahlige Vielfache der Grundfrequenz. Die Umrechnung von Gleichung 2.1 nach Gleichung 2.2 erfolgt mithilfe der Definitionen:

$$\rho_0 = \frac{a_0}{2} \tag{2.3}$$

$$\rho_n = \sqrt{a_n^2 + b_n^2} \tag{2.4}$$

$$\Phi_n = \arctan(\frac{a_n}{b_n}) \tag{2.5}$$

Mit ρ_0 2.3 wird hierbei der Gleichanteil des Signals bezeichnet, ρ_n 2.4 steht für die Amplitude der n-ten Frequenz und Φ_n 2.5 für die Phasenverschiebung der n-ten Frequenz. Ein Signal kann also durch sein Kosinus- und Sinusspektrum sowie durch sein Amplituden- und Phasenspektrum charakterisiert werden. Grafisch veranschaulicht wird die Fourierreihe durch Bild 2.1. Im linken Bild eingezeichnet ist ein periodisches Signal mit der Periodendauer T, für welches also F(t) = F(t+T) gilt. Im rechten Bild finden sich die das Gesamtsignal definierenden Frequenzen, mit ihren zugehörigen Amplituden ρ und Phasenversatz Φ .

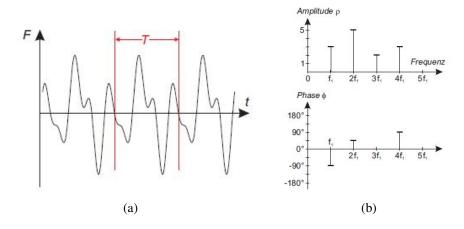


Bild 2.1: Periodisches Signal mit zugehörigem Amplituden- und Phasenspektrum (Quelle: Eichler))

Die Fouriertransformation überführt die Gleichung aus dem Zeitbereich F(t) nun in den

Frequenzbereich $F(\omega)$. Für analoge Signale ist die Fouriertransformation nun wie folgt definiert:

$$F(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} x(t)e^{-j\omega}dt.$$
 (2.6)

$$F(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} F(\omega) e^{j\omega} d\omega$$
 (2.7)

Gleichung 2.6 überführt eine von der Zeit abhängige Funktion aus dem Zeitbereich über Integration von $-\infty$ bis ∞ über alle Zeitpunkte t in den Frequenzbereich. Die inverse Fouriertransformation wird durch Gleichung 2.7 beschrieben. Die Rücktransformation erfolgt durch Integration von $-\infty$ bis ∞ des von der Frequenz ω abhängigen Signals über alle Frequenzen ω .

2.2 Diskrete Fouriertransformation

Die in Abschnitt 2.1 dargestellten Gleichungen gelten für analoge Funktionen. In der Praxis ist es aber so, dass keine vollständige Kenntnis über ein Signal vorliegt, sondern dies nur durch Messungen zu diskreten Zeitpunkten abgetastet werden kann. Hieraus resultiert die Diskrete Fourier-Transformation (DFT). Die resultierenden Werte F(n) der diskreten Fouriertransformation eines zu den Zeitpunkten k abgetasteten Signals f(t) können mittels Gleichung 2.8 berechnet werden. Die inverse diskrete Fouriertransformation erfolgt dann durch Gleichung 2.9.

$$F(n) = \sum_{k=0}^{N-1} x[k]e^{j\frac{2\pi}{N}kn}$$
 (2.8)

$$f[k] = \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} F(n) e^{j\frac{2\pi}{N} kn}$$
 (2.9)

Im Zusammenhang mit der Diskreten Fouriertransformation ist abschließend das Abtasttheorem von Nyquist und Shannon zu nennen. Das Theorem besagt, dass ein beliebig geformtes, kontinuierliches Signal immer dann durch ein diskretes Signal darstellbar und auch exakt wiederherstellbar ist, wenn die Abtastfrequenz des Signals mindestens doppelt so hoch ist, wie die höchste im kontinuierlichen Signal enthaltene Frequenz. Beträgt die höchste Frequenz in unserem Signal also beispielsweise 10 Hz, so müssen wir unser Signal mit mindestens 20 Hz abtasten, um unser Signal vollständig rekonstruieren zu können.

Die Folgen einer zu geringen Abtastfrequenz werden in Bild 2.2 ersichtlich. Die Abtastung

des Signals zu den mit schwarz markierten Zeitpunkten reicht nicht aus, um das in grau dargestellte Originalsignal zu rekonstruieren. Stattdessen ergibt sich das in rot dargestellte Signal.

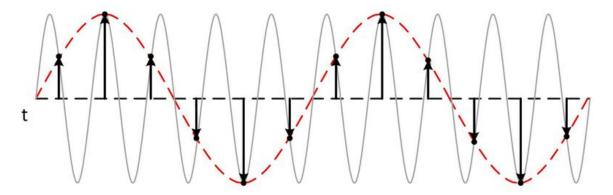


Bild 2.2: Originalsignal (grau) und durch Abtastung rekonstruiertes Signal (rot) Quelle(https://www.geothermie.de/bibliothek/lexikon-dergeothermie/a/abtasttheorem.html)

2.3 Wahrscheinlichkeitsverteilungen

2.3.1 Binomialverteilung

Als Bernoulli-Experiment wird ein Zufallsexperiment bezeichnet, bei dem es lediglich zwei Ausgänge geben kann. Ein Ereignis A tritt entweder ein oder nicht. Führt man ein Bernoulli-Experiment n-mal hintereinander unter den gleichen Bedingungen durch, so erhält man eine Bernoulli-Kette der Länge n. Das Eintreten des Ereignisses A wird gemeinhin als Erfolg bezeichnet, die Wahrscheinlichkeit P(A) = p bezeichnet man als Erfolgswahrscheinlichkeit. Als Ereignis A kann hier beispielhaft das Werfen einer Münze mit dem Ausgang Zahl genannt werden. Eine Binomialverteilung entsteht nun, wenn wir die Anzahl der Erfolge bei einer Bernoulli-Kette ermitteln wollen. Mathematisch formuliert lässt sich die Binomialverteilung ausdrücken als:

$$P(X=x) = \binom{n}{x} p^{x} q^{n-x}$$
 (2.10)

X bezeichnet hierbei die Anzahl der Versuchsdurchführungen, bei denen ein Erfolg eintritt.

X kann die Werte $x=0,1,2,\ldots,n$ annehmen. p steht für die Eintrittswahrscheinlichkeit eines Erfolges, q für die Wahrscheinlichkeit eines Misserfolges. Die Zufallsvariable X ist binomialverteilt und ihre Wahrscheinlichkeitsverteilung eine Binomialverteilung mit den Parametern n,p. Kurz: X Bi(n;p). Die grafische Darstellung einer Binomialverteilung für die Wahrscheinlichkeit der Anzahl an Würfen eines Würfels mit dem Ereignis 1 bei sieben Würfen ist in Abbildung xy abgebildet.

2.3.2 Poissonverteilung

Eine Zufallsvariable X, welche unendlich viele Werte $x=0,1,2\dots$ mit den Wahrscheinlichkeiten

$$P(X = x) = \frac{\lambda^{x}}{x!}e^{-\lambda} \qquad (\lambda > 0)$$
 (2.11)

annehmen kann, wird als poissonverteilt mit dem Parameter λ bezeichnet. Die zugehörige Verteilung heißt Poisson-Verteilung. Der Erwartungswert sowie die Varianz der Poisson-Verteilung werden ausgedrückt als:

$$\mu = E(X) = \lambda \tag{2.12}$$

$$\sigma^2 = Var(X) = \lambda \tag{2.13}$$

Anhand der obigen Formeln erkennt man, dass der Parameter der Poisson-Verteilung grade gleich ihres Erwartungswertes ist, selbiges gilt für die Varianz. Häufig ist es von Interesse, die Anzahl X_t eines Ereignisses innerhalb eines Zeitraumes von 0 bis t zu prognostizieren. Die Menge von Zufallsvariablen $X_t, t \geq 0$, wird als Poisson-Prozess mit der Intensität λ bezeichnet, falls X_t einer Poisson-Verteilung folgt, es also gilt:

$$P(X_t = x) = \frac{(\lambda t)^x}{x!} e^{-\lambda t}$$
 (2.14)

Ein Poisson-Prozess muss dabei drei Voraussetzungen erfüllen:

- Die Wahrscheinlichkeit für ein Ereignis ist proportional zur Beobachtungsdauer Δt , aber unabhängig von der Lage der Beobachtungsdauer.
- Die Wahrscheinlichkeiten für ein Ereignis an unterschiedlichen Orten sind voneinander unabhängig
- Für infinitesimal kleine Δt ist die Wahrscheinlichkeit, dass das Ereignis mehr als einmal auftritt, im Vergleich zur Wahrscheinlichkeit, dass es genau einmal vorkommt,

vernachlässigbar klein.

In diesem Kapitel wird auf den Stand der Technik eingegangen. Im weitesten zitiere ich hier die wissenschaftlichen Paper, auf denen meine Arbeit beruht. Ob man das Kapitel noch weiter einteilen muss, wird sich später zeigen, erstmal lasse ich es ohne Unterkapitel.

Mobile Roboter finden immer mehr Einzug in Umgebungen, welche von Menschen bewohnt sind. Diese Menschen üben Aktivitäten aus, welche in der Folge zu Veränderungen eben dieser Umgebung führen. Man kann davon ausgehen, dass viele dieser Aktivitäten täglichen Routinen mit typischen Mustern folgen, welche von mobilen Robotern erkannt werden und zur robusteren Darstellung ihrer Umgebung genutzt werden können. Mapping in statischen Umgebungen stellt ein weit erforschtes Gebiet dar [Eichler.2006]. Für das Mapping in dynamischen Umgebungen gibt es verschiedene Ansätze. Während ein Ansatz darauf abzielt, sich bewegende Objekte aus der Umgebungsdarstellung herauszufiltern [Hahnel.30Sept.5Oct.2002], werden in anderen diese Objekte getrackt und als bewegte Landmarken klassifiziert [Montesano.2008]. Diese separations-basierten Ansätze können jedoch nicht auf Langzeitveränderungen der Umgebungsstruktur eingehen.

Im Gegensatz hierzu stehen adaptive Ansätze, welche davon ausgehen, dass die Karte niemals komplett ist und diese durch kontinuierliches Mapping aktualisieren. So können der Karte durch neue Observierungen des mobilen Roboters neue Features hinzugefügt werden [Milford.2010]. In [Krajnik.2014] wird nun erstmalig versucht, die räumlich-zeitliche Dynamik der Umgebung durch ihr Frequenzspektrum darzustellen. Die Zustände von lokalen Umgebungsmodellen, wie zum Beispiel einer Tür, welche entweder offen oder geschlossen sein kann, sollen hier durch Wahrscheinlichkeitsfunktionen repräsentiert werden, welche aus der Superposition periodischer Funktionen entstehen. In [Krajnik.2014] wird als Motivation dazu angeführt, dass die meisten Mapping Ansätze wichtige Komponenten der Umwelt, wie z.B. eine Tür, durch lediglich zwei eindeutige Zustände dargestellt werden. Eine Tür ist also entweder geöffnet oder geschlossen. Diese Zustände können jedoch auch durch ihre Wahrscheinlichkeit p_i ausgedrückt werden. Bayes-Filter gehen hierzu von einen statischen Welt aus, d.h. die Wahrscheinlichkeiten der Zustände p_i werden als konstant angesehen. Durch neue Beobachtungen können diese konstanten Annahmen verändert werden, alte Beobachtungen werden so jedoch über die Zeit "vergessen" [Krajnik.2014]. Nimmt man jetzt jedoch an, dass diese Zustandswahrscheinlichkeiten Funktionen der Zeit sind, also $p_i(t)$ gilt, und diesen zeitlichen Veränderungen der Wahrscheinlichkeiten eine finite Nummer periodischer

Prozesse zu Grunde liegt, könnte man den Einfluss und die Periodizität eben dieser Prozesse identifizieren und die Zustandswahrscheinlichkeit $p_j(t)$ aus dieser Beschreibung ermitteln. In [**Krajnik.2014**] wird nun die in Abschnitt 2.1 erläuterte Fouriertransformation benutzt, um diese periodischen Prozesse zu identifizieren. Als Beispiel wird ein Belegungsnetz herangeführt. Jede der Zellen des Belegungsnetzes kann zwei Zustände $s_j = \{frei, belegt\}$ annehmen. Diese Zustände sind jedoch nicht konstant, sondern eine Funktion der Zeit, also $s_j(t)$. Die Unsicherheit des Zustandes wird nun durch sein Wahrscheinlichkeit $p_j(t)$ ausgedrückt. Da die Zellen unabhängig voneinander sind, kann die Fouriertransformation separat auf jede Zelle des Belegungsnetzes angewendet werden.

Die über die Zeit aufgetragenen Zustände einer Zelle s(t) werden mittels der Fouriertransformation P=FT(s(t)) transformiert. Es werden 1 Koeffizienten P_i des Spektrums P ausgewählt und zusammen mit ihren Frequenzen ω_i benutzt, um mittels der inversen Fouriertransformation p(t)=IFT(s(t)) die Wahrscheinlichkeitsfunktion p(t) des Zellzustandes zu bestimmen. Abschließend wird ein Schwellwert benutzt, um aus p(t) eine Schätzung s'(t) der tatsächlichen Zustandsfunktion s(t) zu bestimmen. Das Set P besteht hierbei aus t Tripeln mit den Einträgen $(abs(P_i), arg(P_i), \omega_i)$, wobei $abs(P_i)$ für die Amplitude, $arg(P_i)$ für den Phasenversatz und ω_i für die Frequenz des jeweiligen periodischen Prozesses steht, welcher den Zustand s(t) beeinflusst.

Der Zustand einer Zelle wird nun über die Gleichung xy approximiert.

$$s(t) = (IFT(P) > 0.5) \oplus (t \notin 0) \tag{3.1}$$

Ist die Wahrscheinlichkeit p(t) einer Zellbelegung größer als 0.5, so wird die Zelle als belegt geschätzt, sofern der Zeitpunkt t nicht zum Set der Ausreißer 0 gehört. Der in Gleichung benutzte Schwellwert von 0.5 kann willkürlich gesetzt werden. So können Vorhersagen über zukünftige Zustände der Zelle mit einem gewissen Konfidenzniveau von c durch die Gleichung:

$$s'(t,c) = IFT(P) > c \tag{3.2}$$

getroffen werden. Grafisch verdeutlicht wird die Methodik durch Bild 3.1.

In der linken Grafik rot dargestellt sind die über einen zeitlichen Verlauf aufgenommenen, binären Zustände einer Beispielzelle. Der grüne Graph beschreibt das zugehörige FreMEn-Modell der Ordnung drei. In blau aufgetragen sind die Vorhersagen des Modells ermittelt anhand eines Schwellwertes von 0.5. Der lila Graph stellt die Zeitpunkte dar, zu denen die Modellvorhersage von den tatsächlichen Zellzuständen abweicht [Krajnik.2014]. Die rechte obere Grafik repräsentiert das Frequenzspektrum der Zelle, die für das Modell ausgewählten

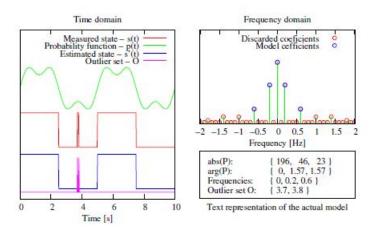


Bild 3.1: Beispiel eines über die Zeit gemessenen Zellzustandes sowie seines Spektralmodells und Wahrscheinlichkeitsprädiktion Quelle (Krajnik.2014)

Frequenzen sind durch blaue Kreise markiert. Das zuvor erwähnte Tripel bestehend aus Amplitude, Phasenversatz und Frequenz der jeweiligen periodischen Prozesse ist in der rechten unteren Grafik dargestellt. Um die Auswirkungen des Modellgrades, also der Anzahl der in das Modell einfliessenden periodischen Prozesse, zu erforschen, wurde die Methodik auf einen Datensatz angewendet, bei welchem ein SCITOS-G5 mobiler Roboter ausgestattet mit RGB-D und Lasersensoren, Personen in einem Bürogebäude über eine Dauer von einer Woche mit einer Rate von 30 Hz detektiert hat.

Die Genauigkeit des Modells $q(t_a, t_b)$ wird anhand von Gleichung xy berechnet und beschreibt das Verhältnis von korrekt geschätzten Zellzuständen zu der Gesamtdauer des betrachteten Intervalls.

$$q(t_a, t_b) = \frac{1}{t_b - t_a} \int_{t_a}^{t_b} |s'(t) - s(t)| dt$$
(3.3)

Unterschieden wurde nun in [Krajnik.2014] zwischen dem Rekonstruktionsfehler q_r sowie dem Prädiktionsfehler q_p . Der Rekonstruktionsfehler beschreibt, wie genau das Modell Zeitintervalle beschreibt, welche zur Ermittlung der Modellparameter verwendet wurden. Der Prädiktionsfehler hingegen beschreibt die Genauigkeit des Modells in Bezug auf Zeiträume, welche nicht zur Modellermittlung verwendet wurden. Die ermittelte Abhängigkeit des Rekonstruktions-sowie Prädiktionsfehlers von der Modellordnung ist in Bild 3.2 aufgezeigt.

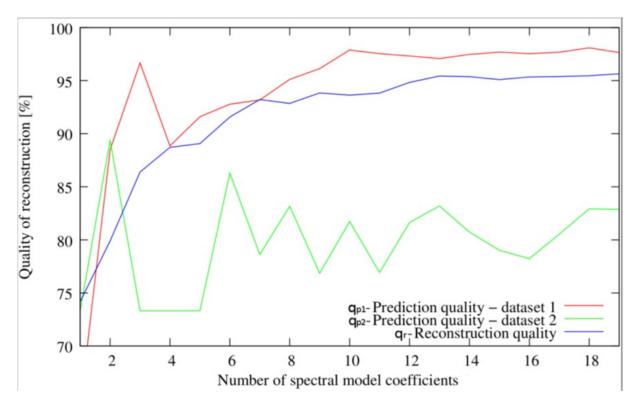


Bild 3.2: Modellgenauigkeit vs. Modellordnung Quelle (Krajnik.2014)

Die Rekonstruktionsgenauigkeit liegt bei einer Modellordnung von 15, d.h. es wurden 15 periodische Prozesse zum Approximieren des Zustandssignales verwendet, bei 95 %. Die Rekonstruktionsgenauigkeit q_r steigt dabei monoton mit der Modellordnung, die Prädiktionsgenauigkeit q_p hingegen nicht.

Die lokalen Maxima von $q_{\rm p1}$ und $q_{\rm p2}$ lassen den Schluss zu, dass für die Vorhersage eine Modellordnung von zwei oder drei optimal ist (siehe Bild 3.2).

Einen Vergleich zwischen der in [Krajnik.2014] beschriebenen "Frequency Map Enhancement" (FreMEn) Methode und der Anwendung von periodischen Gauß-Mixmodellen zur Darstellung der Dynamik von Umweltzuständen zieht [Krajnik.2015b]. FreMEn basiert hier, wie auch schon in [Krajnik.2014] darauf, die zeitliche Funktion s(t) eines Umweltzustandes durch seine Wahrscheinlichkeitsfunktion p(t) zu schätzen. Auch hier wird wieder mittels einer Fouriertransformation das Frequenzspektrum $S(\omega)$ der zeitlichen Funktion s(t) bestimmt, und die l prominentesten Frequenzen mit ihren Amplituden a_j , ihrem Phasenversatz φ_j sowie ihrer Frequenz ω_j abgespeichert. Die Ermittlung der Wahrscheinlichkeit eines Umweltzustandes zum Zeitpunkt t ergibt sich nun durch die Superposition der l Frequenzen

mittels Gleichung 3.4.

$$p(t) = a_o + \sum_{j=1}^{n} a_j \cos(\omega_j t + \varphi_j)$$
(3.4)

Die erste spektrale Komponente a_0 stellt hierbei den Durchschnitt aller binären Werte von s(t) dar. FremEn besitze aber laut [**Krajnik.2015b**] zwei wesentliche Nachteile. So erlaube es zum Einen, lediglich einen periodischen Prozess pro Frequenz zu modellieren. Des Weiteren bilde es wiederkehrende, aber kurze Prozesse, schlecht ab. Als Beispiel wird hier die morgendliche Dusche angeführt, welche eine tägliche, aber kurze Routine sei. Da in [**Krajnik.2014**] herausgearbeitet wurde, dass die optimale Modellordnung für eine möglichst genaue Prognostizierfähigkeit bei lediglich zwei bis drei liegt, könnten solche kurzen Routinen schlicht nicht abgebildet werden.

Als zweiter Ansatz werden Gaussian Mixture Models (GMM) genannt. Diese können multidimensionale Funktionen als gewichtete Summe aus mehreren Gauß-Funktionen mittels Gleichung xy approximieren.

$$f(t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \sum_{j=1}^{m} \frac{\omega_j}{\sigma_j} e^{-\frac{(t-\mu_j)^2}{2\sigma_j^2}}$$
(3.5)

Die Parameter der individuellen Komponenten eines GMM, namentlich das Gewicht ω_k , der Durchschnitt μ_j sowie die Standardabweichung σ_j werden typischerweise mittels Trainingsdaten anhand des Iterative Expectation Maximization (EM) oder des Maximum A-Posteriori (MAP) Algorithmus ermittelt. Während GMM's in der Lage sind, Funktionen jeglichen Aussehens zu modellieren, liegt ihre Limitation darin, dass sie definitionsgemäß keine periodischen Funktionen repräsentieren können [Krajnik.2015b]. Um diesem Problem entgegenzuwirken, wird vorab eine Periode von einem Tag vorgegeben. Diese Vorgabe erlaubt es, die gemessene Sequenz der Umweltzustände s(t) in eine Sequenz p'(t) umzuwandeln.

$$p'(t) = \frac{k}{\tau} \sum_{i=1}^{\frac{k}{\tau}} s(t+i\tau)$$
 (3.6)

In Gleichung 3.6 bezeichnet $[\tau]$ die vorab definierte Periodendauer, k beschreibt die Länge der Sequenz s(t). Nach Anwendung des Expectation Maximization Algorithmus kann nun die Wahrscheinlichkeit für einen Umweltzustand mittels Gleichung 3.7 berechnet werden.

$$p(t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \sum_{j=1}^{m} \frac{w_j}{\tau_j} e^{-\frac{(\text{mod}(t,\tau) - \mu_j)^2}{2\sigma_j^2}}$$
(3.7)

Hierbei beschreibt τ die vorgegebene Periodendauer der Funktion p(t) und mod ist der Modulo-Operator. Dass die Stärken und Schwächen dieser periodischen GMM-basierten (PerGaM) Modelle komplementär zu denen der FreMEn-Methodik sind, wir anhand von Bild 3.3 deutlich. Das PerGaM-Modell kann selbst kurze, mehrfache Events approximieren,

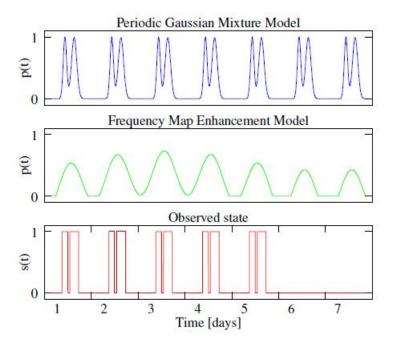


Bild 3.3: PerGaM und FreMEn Modellvergleich Quelle (Krajnik.2015b)

jedoch kann es lediglich eine Periodendauer repräsentieren, welche a priori (im Vorhinein) bekannt bzw. festgelegt werden muss. Als Resultat werden kurzzeitige Events, wie z.B. Mittagspausen, gut approximiert, die wöchentliche Dynamik mit dem Fehlen von Personen am Wochenende kann hingegen jedoch nicht modelliert werden. Im Vergleich dazu sieht man das FreMEn-Modell, welches diese Wochendynamik durch ein Abflachen der Signalamplitude an den beiden Wochenendtagen abbildet (siehe Bild 3.3).

In Bezug auf die zeitlich-räumliche Kartierung durch mobile Roboter führt [Krajnik.2015] an, dass dieses auch eine räumlich-zeitliche Explorationsstrategie benötigt. Im Vergleich zu klassischen Explorationsstrategien, bei denen, bedingt durch die endliche Größe der zu erforschenden Karte, die Exploration ebenfalls finit ist, sei die Exploration dynamischer Umgebungen niemals abgeschlossen. Vielmehr bekäme die räumlich-zeitliche Exploration Teil der täglichen Routine des Roboters. Es stellt sich ein wesentlicher Nachteil der in [Krajnik.2014] vorgestellten Methode zur Darstellung von Umweltzuständen in Bezug auf

die kontinuerliche Exploration einer Karte durch einen mobilen Roboter. Diese beruht ja auf der traditionellen Fast Fourier Transformation (FFT). Die Fast Fourier Transformation kann jedoch lediglich die komplette Sequenz eines Umweltzustandes s(t) in sein Frequenzspektrum $S(\omega)$ transformieren. Außerdem erfordert der Algorithmus, dass die Zustandsobservierungen mit der immer gleichen Frequenz aufgenommen werden. Orte mit der immer selben Frequenz zu erkunden, sei jedoch nicht effizient, sodass in [Krajnik.2015] eine neue Methode zur Darstellung von Umweltzuständen durch zeitlich variable Wahrscheinlichkeitsfunktionen vorgestellt wird. Die Methode erlaubt ein inkrementelles und kontinuierliches Aktualisieren des räumlich-zeitlichen Umgebungsmodells durch wenige Observierungen, welche zu unterschiedlichen, nicht gleichmäßig verteilten Zeitpunkten, und an unterschiedlichen Orten aufgenommen werden können.

Jeder Umweltzustand wird nun durch die Nummer getätigter Observierungen n, seines Durchschnittes μ sowie zwei Sets A,B komplexer Zahlen α_k und β_k , welche zu dem Set Ω periodischer Prozesse ω_k gehören, welche den Umweltzustand beeinflussen. Anfangs wird der Wert μ zu 0.5 und alle α_k sowie β_k zu 0 gesetzt, was einem vollkommen unbekannten Zustand entspricht. Die inkrementelle Aktualisierung des Modells erfolgt nun anhand von Gleichungen: 3.11.

$$\mu \leftarrow \frac{1}{n+1}(n\mu + s(t)),\tag{3.8}$$

$$\alpha_k \leftarrow \frac{1}{n+1} (n\alpha_k + s(t)e^{-jt\omega_k}) \qquad \forall \omega_k \in \Omega,$$
 (3.9)

$$\beta_k \leftarrow \frac{1}{n+1} (n\beta_k + \mu e^{ind-jt\omega_k}) \qquad \forall \omega_k \in \Omega,$$
 (3.10)

$$n \leftarrow n + 1 \tag{3.11}$$

Die schrittweise Aktualisierung entspricht dabei einer inkrementellen Mittelwertbildung. Der Betrag $\gamma_k = |\alpha_k - \beta_k|$ entspricht hierbei dem durchschnittlichen Einfluss des periodischen Prozesses k auf den Umweltzustand s(t). Wären die Zeitpunkte der Observationen t und die Frequenzen ω_k gleichmäßig verteilt, also $t = i\Delta_t$ und $\omega_k = i\Delta_\omega$, so entsprächen die Formeln 3.11 der diskreten Fouriertransformation. Um einen in der Zukunft liegenden Umweltstatus prognostizieren zu könne, werden nun wie auch in [Krajnik.2014] die m periodischen Prozesse mit den höchsten absoluten Werten $|\gamma_k|$ ausgewählt. Die Wahrscheinlichkeit eines Umweltzustandes wird dann mittels:

$$p(t) = \varsigma(\mu + \sum_{l=1}^{m} |\gamma_l| \cos(\omega_k t + \arg(\gamma_l)))$$
(3.12)

berechnet. Die Funktion $\varsigma(.)$ sorgt dafür, dass $p(t) \in [0,1]$. Der optimale Wert für m wird wie schon in [Krajnik.2014] so gewählt, dass der Prädiktionsfehler ϵ_p minimiert wird. Eine weitere Methodik zur Modellierung von Umweltzuständen wird in [Jovan.2016] vorgestellt. Die hier genannte Methode beruht auf der Kombination von zeitveränderlichen Poisson-Prozessen und einer Frequenzanalyse. Die Häufigkeit des Auftretens eines Ereignisses innerhalb eines Zeitintervalls wird gezählt. Somit kann die Darstellung des simplen Auftretens- bzw. Nichtauftretens eines Umweltzustandes [Krajnik.2014] um dessen Intensität ërweitert werden. Zur Modellierung dieser Aktivitäten wird das Vorhandensein von Umweltzuständen mit Hilfe von Poisson-Prozessen modelliert. Wie schon in Abschnitt 2.3.2 beschrieben, wird auch hier die Poisson-Verteilung mittels:

$$P(N;\lambda) = \frac{e^{-\lambda}\lambda^N}{N!}N = 0, 1, 2, \dots$$
 (3.13)

wobei $P(N;\lambda)$ die Wahrscheinlichkeit P für den Fall beschreibt, dass innerhalb eines Zeitintervalls Δt mit einer durchschnittlichen Aktivitätenanzahl von λ exakt N Aktivitäten vorkommen. Die Daten in [Jovan.2016] wurden von einem mobilen Metralabs Scitos A5-Roboter aufgenommen, welcher sich, ausgestattet mit einem robusten Personen-Tracking-Algorithmus, einen Monat lang in einem Bürogebäude bewegte. Die Abhängigkeit der durchschnittlichen Aktivitätenanzahl λ vom betrachteten Zeitintervall wird durch $\lambda(t_i,t_j)$ ausgedrückt, wobei t_i den Anfangszeitpunkt und t_j den Endzeitpunkt des Intervalls beschreibt. Da die von dem Roboter aufgenommenen Daten nur einen kleinen Teil der Gesamtheit an Aktivitäten aufzeichnen kann, wird λ mittels einer Konfidenz-basierten Schätzung bestimmt. Der Poisson-Parameter λ folgt hierbei einer Gammaverteilung:

$$\lambda \sim \Gamma(\lambda; \alpha, \beta) \tag{3.14}$$

Die a-posteriori Wahrscheinlichkeit für $\lambda(t_i,t_j)$ berechnet sich unter Berücksichtigung der aufgenommenen Daten nun zu:

$$P(\lambda|x_1,\dots,x_n) = \Gamma(\lambda,\alpha + \sum_{i=1}^n x_i,\beta + n)$$
 (3.15)

wobei x_1, \ldots, x_n die im betreffenden Intervall aufgenommenen Daten bezeichnet, der Parameter α steht für den Formfaktor, β für den inversen Skalenparameter der Gammaverteilung. Der Datensatz wird in Wochen eingeteilt, für ein Zeitintervall wird eine Dauer von zehn Minuten gewählt. Die Maximum a posteriori-Wahrscheinlichkeit (MAP) jedes Parameters $\lambda(t_i,t_j)$ wird als Punktschätzung für λ gewählt. Die Verknüpfung sämtlicher Punktschätzun-

gen über den definierten Zeitraum einer Woche ergibt das Poisson-Prozess-Model, welches in Bild 3.4 grafisch aufgezeichnet ist. Für jedes λ wurden die Daten von vier aufeinanderfol-

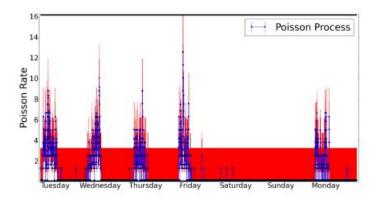


Bild 3.4: Poisson-Prozess-Modell Quelle (Jovan.2016)

genden Wochen verwendet, die roten Schranken zeigen die oberen und unteren Grenzen des Konfidenzintervals für jedes λ .

Nach der Berechnung des Poisson-Prozess-Modells wird nun die Fouriertransformation auf $\lambda(t)$ angewendet. Ebenso wie in [**Krajnik.2014**] werden die l Frequenzen mit den höchsten Amplituden zur Konstruktion von $'=IFT(F'(\omega))$ verwendet. Im Gegensatz zu der in [**Krajnik.2014**] verwendeten und hier als lBestAmplitudeModel(BAM) bezeichneten Methode wird in [**Jovan.2016**] die lAdditionAmplitudeModel(AAM) Methode verwendet. Es wird angeführt, dass das BAM den Betrag des Original-Signals nicht komplett abbilden kann, sofern die Sampling-Rate der Daten deutlich höher ist als die höchste beobachtete Frequenz.

AAM hingegen berechnet das Fourierspektrum der Poisson-Prozess-Modells, findet die Frequnz ω_k mit der höchsten Amplitude und zieht es von den Daten ab. Die modifizierten Daten werden wieder transformiert und das Frequenzspektrum erneut berechnet. Findet sich in diesem Frequenzspektrum eine bereits vorher identifizierte Frequenz, so wird dessen neuerliche Amplitude auf die bereits vorhandene addiert, und die Daten erneut modifiziert. Dieses Vorgehen wird bis zur Identifikation der l Frequenzen mit den höchsten Amplituden wiederholt. Abbildung xy bietet einen Vergleich von den beiden Methoden zur Abbildung des Poisson-Prozess-Modells. Aus der Grafik wird ersichtlich, dass das AAM die Beträge des Original-Modells deutlich besser abbilden kann als das BAM. Hier schreibe ich jetzt einfach noch ein bisschen Text um zu schauen, ob es erneut meine Formatierung zerschießt. Sollte dies nicht der Fall sein, muss ich jetzt einfach so lange weiterschreiben, bis ich die

nächste Seite erreiche, um mein tolles Bild einzufügen sykirim ahmenakoy.

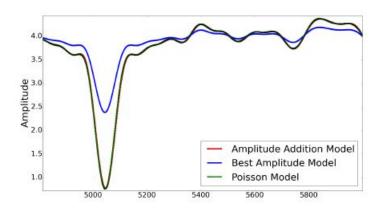


Bild 3.5: Vergleich l Best Amplitude Model und l Addition Amplitude Model Quelle (Jovan.2016)

4 Tipps zur Erstellung der Arbeit

Im Folgenden sind einige Tipps zur schriftlichen Ausarbeitung zu finden, z.B. zur korrekten Darstellung von Gleichungen und Grafiken oder zum Bezug der dazu notwendigen Software. Grundsätzlich lassen sich unter folgendem Link Hilfestellungen zu den meisten Problemen bei der Erstellung Arbeit finden: http://bfy.tw/Bq9t

4.1 Darstellung von Gleichungen

Der am imes verwendete Formelsatz entspricht der DIN 1338 und lässt sich auch in sämtlichen Skripten des imes wiederfinden, z.B. in Robotik I, Robotik II oder Mechatronische Systeme.

Grundsätzlich gilt: Variablennamen werden kursiv gesetzt (auch wenn diese als Index benutzt werden, z. B. a_i), beschreibende Indizes (z. B. $b_{\rm Reifen}$ oder $b_{\rm R}$) und allgemeine Funktionen (z. B. Sinus- oder e-Funktion) aufrecht:

$$f(t) = \int_{t_{\text{start}}}^{t_{\text{end}}} \sin(\omega t) dt.$$
 (4.1)

Bei der ersten Verwendung von Variablen sollten diese unmittelbar vor oder nach der Gleichung im Text erläutert werden, in diesem Fall die exemplarische Funktion f(t), Start- und Endzeitpunkt $t_{\rm start}$ bzw. $t_{\rm end}$, Kreisfrequenz ω und Zeit t.

Matrizen und Vektoren werden fett gedruckt dargestellt. Matrizen werden mit großen, Vektoren mit kleinen Buchstaben bezeichnet. In der Gleichung

$$\mathbf{q} = (q_1, q_2, ..., q_n)^{\mathrm{T}}$$
 (4.2)

beschreibt q den Vektor mit allen Gelenkwinkeln, q_1 hingegen den Gelenkwinkel der ersten Achse. Zahlreiche weitere Beispiele zur Darstellung von Formeln können in den oben genannten Skripten nachgeschlagen werden.

Weitere Beispiele für korrekten Formelsatz:

TODO -> versch. Stellen aus Skripten suchen und Code kopieren

4.2 Darstellung von Grafiken

Grafiken sollten nach Möglichkeit als Vektorgrafiken (z. B. .eps, .pdf) exportiert und in LaTeX eingebunden werden. Die Schriftart sollte der Schriftart der restlichen Arbeit entsprechen (Times). Die Schriftgröße in der Grafik sollte kleiner oder gleich der Größe des Fließtextes sein (nach eigenem Ermessen, solange die Lesbarkeit noch gegeben ist). Auch bei Abbildungen sind die Formatierungsschriften aus Abschnitt 4.1 einzuhalten. Ein Beispielplot aus Matlab ist in Bild 4.1 dargestellt. Das Skript zur Erstellung des Plots in Matlab ist unter template_einfach.m zu finden.

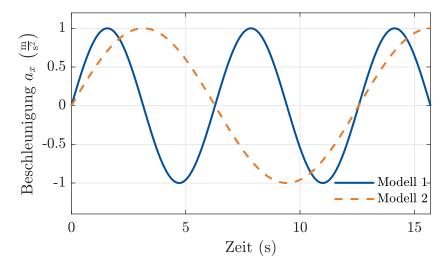


Bild 4.1: Vergleich der zeitlichen Beschleunigungsverläufe der beiden Modellierungsansätze Hü (blau) und Hott (orange gestrichelt)

4.3 Software

4.3.1 Matlab, Corel

Für Matlab und Corel sind an der Uni Hannover kostenlose Campuslizenzen verfügbar. Anleitungen zum Bezug sind unter https://www.luis.uni-hannover.de/softwarekatalog.html zu finden. Für Corel existiert am imes ein Plugin zur Nutzung von LaTeX-Befehlen. Das Plugin und die zugehörige Anleitung sind im Vorlagenordner zu finden. Alternativ zu Corel kann auch die freie Software Inkscape genutzt werden (https://inkscape.org).

4.3.2 LaTeX

Vorschläge für TeX-Distributionen:

- MiKTeX (Windows): https://miktex.org/
- TeXLive (allg.): http://www.tug.org/texlive/

Vorschläge für Texteditoren:

- TeXnicCenter (Windows): http://www.texniccenter.org/
- TeXMaker (allg.): http://www.xm1math.net/texmaker/

4.4 Literaturverweise

Beispiele für Literaturverweise sind im Literaturverzeichnis zu finden, z. B. Journalbeitrag [Ber59], Konferenzbeitrag [Hus+08], Buch [WH09]. Sofern nicht explizit anders eingestellt, taucht nur diejenige Literatur im Verzeichnis auf, auf die in der Arbeit verwiesen wird.

4.5 Eigene Befehle in LaTeX

In LateX können auch eigene Befehle definiert und genutzt werden, z. B. zur Verwendung immer wiederkehrender Formelzeichen. So kann beispielsweise ein Koordinatensystem $(KS)_A$ direkt mit dem Befehl \ks{A} eingefügt werden. Eine Liste der Befehle ist in der Datei befehle.sty zu finden.

5 Betreuer- und/oder projektspezifische Anmerkungen

Für Ergänzungen zur Vorlage, die nicht allgemeingültig sind, bitte ausschließlich dieses Kapitel nutzen!

ToDos für die Vorlage:

- Aufgabenstellung direkt ins Dokument, Platzhalter-pdf, manuell reinsortieren?
- mehr Beispiele für Formelsatz aus versch. Skripten reinkopieren
- Befehle.sty erläutern

6 (Beispielkapitel) Robotersysteme

Das folgende Kapitel soll als Beispielkapitel dienen. Nach der Kapitelüberschrift wird der Kapitelinhalt in ein paar Sätzen beschrieben. Hier steht weiterer Text.

6.1 PR2

Der PR2 (Willow Garage Inc., Menlo Park, USA) ist ein *menschenähnlicher* Serviceroboter, der seinen Dienst in Wohnräumen verrichten soll und derzeit im sogenannten PR2 Beta-Programm von elf Forschungseinrichtungen über einen Zeitraum von zwei Jahren getestet wird [Wil10]. Hier steht weiterer Text. d

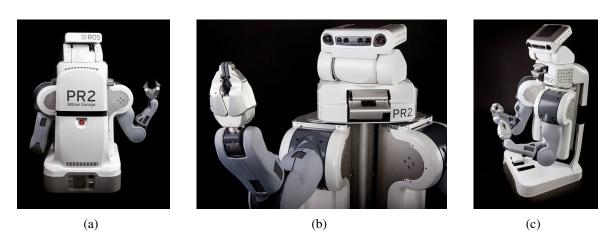


Bild 6.1: Serviceroboter PR2 von Willow Garage (Quelle: Willow Garage))

Ausgestattet ist der PR2 mit zwei Armen, die jeweils sieben Freiheitsgrade haben und an deren Enden ein Greifer montiert ist, siehe Bild 6.1. Die Sensorik des Armes besteht aus einer Kamera am Unterarm und Druck- sowie Beschleunigungssensoren am Greifer. Die Nutzlast eines Arms ist mit 1,8 kg ausgewiesen. Weiterhin verfügt der Roboter über einen dreh- und schwenkbaren Kopf, in dem eine 5-Megapixel Farbkamera, ein LED-Texturprojektor und zwei Stereokameras integriert sind, wobei eine Kamera für die Fernsicht und die andere für die Objektmanipulation genutzt wird. Unterhalb des Kopfes ist ein schwenkbarer Laserscanner und ein Inertialsensor verbaut. Die Position des Oberkörpers lässt sich in der Höhe

zwischen 1330 mm und 1645 mm (Gesamthöhe) variieren. Angetrieben wird die omnidirektionale Basis von vier gelenkten Rädern, die eine maximale Geschwindigkeit von 3,6 km/h ermöglichen. Die quadratische Basis hat eine Kantenlänge von 668 mm. Als Recheneinheit stehen zwei Server zur Verfügung, die jeweils auf acht CPU-Kernen rechnen und dabei auf 24 GB Arbeitsspeicher zugreifen können. Als Betriebssystem wird Ubuntu verwendet, auf dem das Robot Operating System, kurz ROS, die Grundlage für die Datenverarbeitung bildet. Da ROS innerhalb dieser Arbeit ebenfalls zum Einsatz kommt, wird dieses in Abschnitt 6.2 vorgestellt und an den entsprechenden Stellen weiter erläutert. Die Kosten für einen PR2-Roboter belaufen sich derzeit auf etwa 400 000 US-Dollar¹. Mit Hilfe des PR2 wurden von den zuvor erwähnten Beta-Testern Szenarien bewältigt, die innerhalb des menschlichen Wohnraumes auftreten können. An der TU München hat ein PR2-Roboter beispielsweise zusammen mit einem anderen Robotersystem einen Pfannkuchen gebacken [Mün11].

6.2 ROS

Hier steht weiterer Text.

Listing 6.1: Launchfile zum Start der hokuyo_node

¹Der angegebene Preis wurde am 16.08.2011 der Website http://www.willowgarage.com/pages/pr2/order entnommen und versteht sich exklusive Steuern und Versandkosten.

Bezeichnung	Formelzeichen	
Gesamtlänge	a	530 mm
Gesamtbreite	b	350 mm
Höhe	h	106 mm
Radstand	l	470 mm

Anhang

Literatur

- [Ber59] R. Bertodo. "Development of High-temperature Strain Gauges". In: *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers* 173.23 (1959), S. 605–616.
- [Hus+08] Andreas Hussong, Thomas Rau, Hubertus Eilers, Stephan Baron, Bodo Heimann, Martin Leinung, Thomas Lenarz und Omid Majdani. "Conception and design of an automated insertion tool for cochlear implants". In: *Proc. 30th Annual Int. Conf. of the IEEE Engineering in Medicine and Biology Society EMBS 2008*. 2008, S. 5593–5596. DOI: 10.1109/IEMBS.2008.4650482.
- [Mün11] Technische Universität München. *TUM Rosie and PR2 James make pancakes together*. Englisch. Abrufdatum: 18.12.2011. Okt. 2011. URL: http://www.willowgarage.com/blog/2010/10/21/tum-rosie-and-pr2-james-make-pancakes-together.
- [WH09] Erich Wintermantel und Suk-Woo Ha. *Medizintechnik Life Science Engineering*.
 5. Auflage. München, Schaffhausen: Springer, März 2009. Kap. Funktionsersatz des Innenohres, S. 1401–1417.
- [Willow Garage. *The Results Are In: PR2 Beta Program Recipients!* Englisch. Abrufdatum: 16.08.2011. Mai 2010. URL: http://www.willowgarage.com/blog/2010/05/04/pr2-beta-program-recipients.