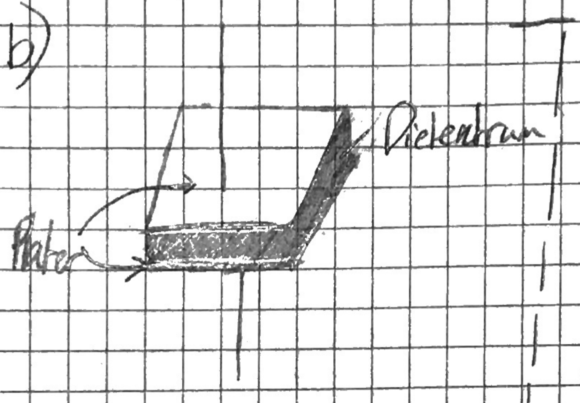
Øving 3

1 a) • I nodespenningsmetoden velger man først en jord, og deretter markerer opp nodene. Dermed kan vi bruke KCL for å finne strømmene, da strømmene ut av en node skal ha en sum i 0.

• Tidskonstanten τ (tau) er definert ved å være tiden, $t = \tau$, når tangentene til oppladningen i en RC-krets ved tidene $t = 0$ og $t = \infty$ skjærer hverandre.

b)



Kondensatoren er bygd opp av to plater, separert av et dielektrum. Kondensatorens hovedegenskap er dens kapasitans og den er gitt ved tre parametre: distansen mellom platene, platenes areal og Dielektrumet. Det er gitt ved: $C = \frac{\epsilon \cdot A}{d}$, der A er arealet, d er distansen og ϵ er dielektrumskonstanten.

Steady State betyr at kondensatoren har like stor spenning over seg som den er påtrykt. Den har konstant spenning uten at energi dissiperer og dermed kan vi se på det som en åpen krets.

$\boxed{c}$) Elektrolytt kondensatorer bruker kjemiske forbindelser for å bygge opp energien. Det oppstår en elektrolyse når disse reverseres, noe som slipper ut en gass på grunn av det ødelagte oksidlaget, noe som bygges opp til en eventuell eksplosjon av kondensatoren

d) Et øyeblikkelig spenningshopp vil kreve uendelig strøm, ettersom endringsraten til et øyeblikkelig hopp er uendelig høyt. Derfor er et øyeblikkelig spenningshopp kun et teoretisk konsept og er ikke gjennomførbart i praksis.

$\boxed{2}$

$$i_c(t) = C\frac{dv(t)}{dt} \qquad KCL: i_c(t) = -i_R(t)$$

$$C\,dv(t) = -i_R(t)\,dt$$

$$C\,dv(t) = -\frac{V(t)}{R}\,dt$$

$$\frac{1}{V(t)}\,dv(t) = -\frac{1}{RC}\,dt$$

$$\int_0^t \frac{1}{V(\tau)}\,dv(\tau) = -\int_0^t \frac{1}{RC}\,d\tau$$

$$\ln\frac{V(t)}{V(0)} = -\frac{1}{RC}t$$

$$\underline{\underline{V(t) = V(0)\,e^{-\frac{1}{RC}t}}}$$

b) 1. Ved t_0 er kondensatoren fortsatt i steady state som ikke har noe spenningstap. Dermed er $\underline{\underline{V_c(t_0) = 10\,V}}$

2. $I = \frac{V_c}{R} = \frac{0}{10} = \underline{\underline{0\,A}}$

3. $I = \frac{V_c}{R} = \frac{10}{10} = \underline{\underline{1\,A}}$

c) Elektrolytt kondensatorer bruker kjemiske forbindelser for å bygge opp energien. Det oppstår en elektrolyse når disse reverseres, noe som slipper ut en gass på grunn av det ødelagte oksidlaget, noe som bygges opp til en eventuell eksplosjon av kondensatoren

d) Et øyeblikkelig spenningshopp vil kreve uendelig strøm, ettersom endringsraten til et øyeblikkelig hopp er uendelig høyt. Derfor er et øyeblikkelig spenningshopp kun et teoretisk konsept og er ikke gjennomførbart i praksis.

2

$$i_c(t) = C\frac{dv(t)}{dt} \qquad KCL: i_c(t) = -i_R(t)$$

$$C\,dv(t) = -i_R(t)\,dt$$

$$C\,dv(t) = -\frac{V(t)}{R}\,dt$$

$$\frac{1}{V(t)}\,dv(t) = -\frac{1}{RC}\,dt$$

$$\int_0^t \frac{1}{V(t)}\,dv(t) = -\int_0^t \frac{1}{RC}\,dt$$

$$\ln\frac{V(t)}{V(0)} = -\frac{1}{RC}t$$

$$\underline{\underline{V(t) = V(0)\,e^{-\frac{1}{RC}\cdot t}}}$$

b) 1. Ved t_0 er kondensatoren fortsatt i steady state som ikke har noe spenningstap. Dermed er $\underline{\underline{V_c(t_0) = 10\,V}}$

2. $I = \frac{V_r}{R} = \frac{0}{10} = \underline{\underline{0\,A}}$

3. $I = \frac{V_c}{R} = \frac{10}{10} = \underline{\underline{1\,A}}$

c)

$$C_{12} = \frac{C_1 \cdot C_2}{C_1 + C_2}$$

$$C_{678} = C_6 + C_7 + C_8$$

$$C_{6789} = \frac{C_{678} \cdot C_9}{C_{678} + C_9} = \frac{C_9 (C_6 + C_7 + C_8)}{C_6 + C_7 + C_8 + C_9}$$

$$C_{45} = \frac{C_4 \cdot C_5}{C_4 + C_5}$$

$$C_{456789} = C_{45} + C_{6789}$$

$$C = C_3 + \frac{C_{12} \cdot C_{456789}}{C_{12} + C_{456789}}$$

$$C = C_3 + \frac{\frac{C_1 \cdot C_2}{C_1 + C_2} \cdot (C_{45} + C_{6789})}{\frac{C_1 \cdot C_2}{C_1 + C_2} + (C_{45} + C_{6789})}$$

$$C = C_3 + \left[\frac{\frac{C_1 \cdot C_2}{C_1 + C_2} \cdot \left(\frac{C_4 \cdot C_5}{C_4 + C_5} + \frac{C_9 (C_6 + C_7 + C_8)}{C_6 + C_7 + C_8 + C_9} \right)}{\frac{C_1 \cdot C_2}{C_1 + C_2} + \frac{C_4 \cdot C_5}{C_4 + C_5} + \frac{C_9 (C_6 + C_7 + C_8)}{C_6 + C_7 + C_8 + C_9}} \right]$$

$$C = \left[4 \cdot 10^{-3} + \left(\frac{\frac{36 \cdot 10^{-6}}{12 \cdot 10^{-3}} \cdot \left(\frac{64 \cdot 10^{-6}}{16 \cdot 10^{-3}} + \frac{18 \cdot 10^{-6}}{9 \cdot 10^{-3}} \right)}{\frac{36 \cdot 10^{-6}}{12 \cdot 10^{-3}} + \left(\frac{64 \cdot 10^{-6}}{16 \cdot 10^{-3}} + \frac{18 \cdot 10^{-6}}{9 \cdot 10^{-3}} \right)} \right) \right]^{-2}$$

$$C = \left(4 \cdot 10^{-3} + \frac{3 \cdot 10^{-3} \cdot (4 \cdot 10^{-3} + 2 \cdot 10^{-3})}{9 \cdot 10^{-3}} \right)^{-2} = \left[(4 + 2) \cdot 10^{-3} \right]^{-2} = \underline{\underline{6\,\mu F}}$$

D)

$$V_{ab} = V_{R2} = R_2 \cdot i_1 = 10 \cdot 10^{3} \cdot 150 \cdot 10^{-6} = \underline{\underline{1{,}5\ V}}$$

$\boxed{3}$

$$i(t) = C\frac{dv}{dt}$$

$$i \cdot \frac{1}{C}\, dt = 1\, dv$$

$$\frac{1}{C}\int_0^t i\,dt = \int_0^t 1\, dv$$

$$V(t) - V(0) = \frac{1}{C}\int_0^t i(\tau)\, d\tau$$

$$V(t) = V(0) + \frac{1}{C}\int_0^t i(\tau)\, d\tau$$

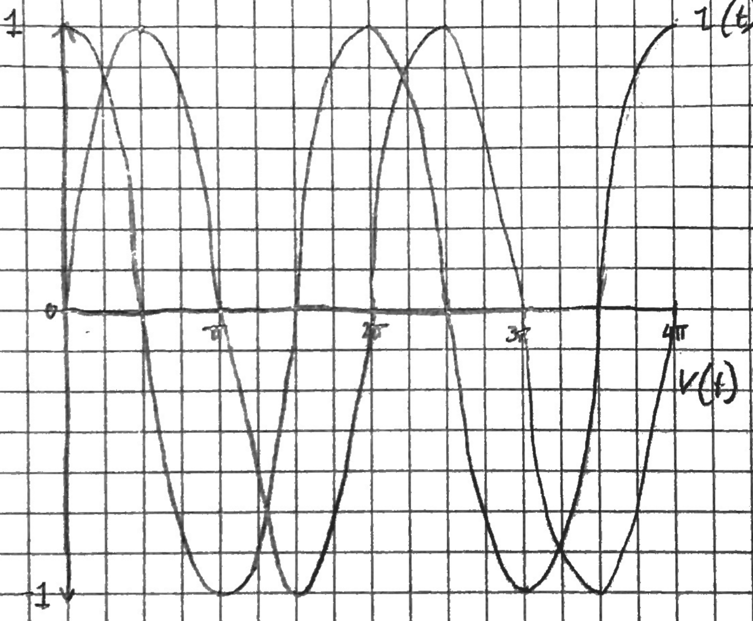
b) $$\sin(\omega t) = \sin(0) + \frac{1}{C}\int_0^t i(\tau)\, d\tau$$

$$\left(C \cdot \sin(\omega t)\right)' = i(t)$$

$$C \cdot \cos(\omega t) \cdot \omega = i(t)$$

$$C \cdot \omega \cdot \sin\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right) = i(t)$$

c) Fase forskyvden i $\sin(\omega t + \varphi)$ er $\frac{\pi}{2}$.



$\boxed{4}$

$$C_{eq} = \frac{C_1 \cdot C_2}{C_1 + C_2} = \frac{100 \cdot 10^{-6} \cdot 300 \cdot 10^{-6}}{400 \cdot 10^{-6}} = 3\ 75\,\mu F$$

$$V_{C_{eq}} = V_{C_2} - V_{C_1} = V_{R_1}$$

$$V(t) = V(0)\, e^{-\frac{1}{RC}t}$$

$$V_{R_1} = \left(V_{C_2}(0) - V_{C_1}(0)\right) e^{-R\left(\frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2}\right)\cdot t}$$

$$\underline{V_{R_1} = 15\, e^{-\frac{2}{3}t}\ V}$$

$$V_{C_1}(t) = V_{C_1}(0) + \int_0^t i_{R_1}(t)$$

$$\boxed{i_{R_1} = \frac{V_{R_1}}{R_1} = \frac{V_{C_{eq}}(0)\, e^{-\frac{1}{RC_{eq}}\cdot t}}{R_1}}$$

$$V_{C_1}(t) = V_{C_1}(0) + \frac{V_{C_{eq}}(0)}{R_1 C_1}\int_0^t e^{-\frac{1}{R_1 C_{eq}}\cdot \tau}\, d\tau$$

$$= V_{C_1}(0) + \frac{V_{C_{eq}}(0)}{R_1 C_1}\left[-R_1 C_{eq}\, e^{-\frac{1}{R_1 C_{eq}}\tau}\right]_0^t$$

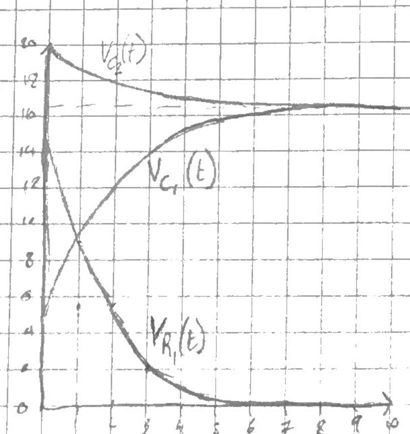
$$= V_{C_1}(0) + \frac{V_{C_{eq}}(0)\, C_{eq}}{C_1}\left(1 - e^{-\frac{1}{R_1 C_{eq}}t}\right)$$

$$V_{C_1}(t) = 5V + 15V \cdot \frac{75}{100}\left(1 - e^{-\frac{2}{3}t}\right)$$

$$= \underline{\left(16{,}25 - 11{,}25\, e^{-\frac{2}{3}t}\right)\ V}$$

$$V_{C_2} = V_{C_2}(0) + \frac{V_{C_{eq}}(0)\, C_{eq}}{C_2}\left(1 - e^{-\frac{1}{RC_{eq}}t}\right)$$

$$\underline{V_{C_2} = 16{,}25 + 3{,}75\, e^{-\frac{2}{3}\cdot t}}$$



b)

$$E = \frac{1}{2} C V^2$$

$$E_{C_{eq}} = E_{C_1} + E_{C_2}$$

$$= \frac{1}{2}\left(C_1 V_{C_1}(t)^2 + C_2 V_{C_2}(t)^2\right)$$

$$= \frac{1}{2}\left(100\,\mu F \cdot 5^2 V + 300\,\mu F \cdot 20^2 V\right)$$

$$= \frac{1}{2} \cdot (2500 + 120\,000)\,\mu J$$

$$= 61{,}25\,mJ$$

$$E_{C_1} = \frac{1}{2} \cdot 100\,\mu F \cdot 5^2 V$$

$$= 1{,}25\,mJ$$

$$E_{C_2} = \frac{1}{2} \cdot 300\,\mu F \cdot (20\,V)^2$$

$$= 60\,mJ$$

c)

$$E_{C_1} = \frac{1}{2} \cdot C \cdot V_{C_1}^2(\infty) = \frac{1}{2} \cdot 100 \cdot 16{,}25^2 = \underline{\underline{13{,}2\,mJ}}$$

$$E_{C_2} = \frac{1}{2} C\, V_{C_2}^2(\infty) = \frac{1}{2} \cdot 300 \cdot 16{,}25^2 = \underline{\underline{39{,}6\,mJ}}$$

d)

$$E = \int_0^t P(t)\,dt \longleftarrow \boxed{P = \frac{V^2}{R}}$$

$$E_{R_1} = \int_0^\infty \frac{V_{R_1}^2(t)}{R_1}\,dt$$

$$E_{tapt} = \int_0^\infty \frac{V_R^2(t)}{R}\,dt \rightarrow E_{tapt} = \frac{V_{C_{eq}}^2(0)}{R_1}\int_0^\infty e^{-\frac{2}{RC_{eq}} \cdot t}$$

$$E_{tapt} = \frac{V_{C_{eq}}^2(0) \cdot C_{eq}}{-2}\left[e^{-\frac{2}{RC_{eq}} t}\right]_0^\infty$$

$$E_{tapt} = \frac{V_{C_{eq}}(0)\, C_{eq}}{-2}(0-1) = \underline{\frac{C_{eq}}{2}\left(V_{C_1}(0) - V_{C_2}(0)\right)}$$

e)

$$E_{tapt} = \frac{75}{2} \cdot 10^{-6}(5-20)^2 = \frac{225 \cdot 75 \cdot 10^{-6}}{2} \approx \underline{\underline{8{,}4\,mJ}}$$

Vi ser at E_{tapt} er lik differansen mellom Energien ved $t=0$ og $t=\infty$.