NTNU
Kunnskap for en bedre verden

Institutt for industriell økonomi og teknologiledelse

TIØ4252 - Teknologiledelse

Økonomiøving

Authors:
Adrian Langseth
Mathias Chunnoo
Martin Stiles

August 5, 2020

1 Dobbelmarginalisering og vertikal integrasjon

1.a Forklar marginalkostnaden til M

Marginalkostnader gitt ved Q, mengden, og er uttrykt som:

$$MC(Q) = \frac{\partial TC}{\partial Q} \tag{1}$$

I tilfellet av M blir dette:

$$\begin{aligned} MC_M(Q) &= \frac{\partial TC_M(Q)}{\partial Q} \\ &= \frac{\partial((5+S)Q + 250)}{\partial Q} \\ &= 5 + S \end{aligned}$$

1.b Finn marginalinntekten til M

Vi finner først totalinntekten TR:

$$\begin{aligned} TR(Q) &= P(Q) * Q \\ &= 100Q - 3Q^2 \end{aligned}$$

Fra dette finner vi marginalinntekten MR:

$$\begin{aligned} MR(Q) &= \frac{\partial TR(Q)}{\partial Q} \\ &= 100 - 6Q \end{aligned}$$

1.c Finn etterspørselen etter delen MS

Profitten er git ved pris * etterspørsel - kostnad. Dette gir:

$$\begin{aligned} TR(Q) - TC_M(Q) &= 100Q - 3Q^2 - (5+S) * Q - 250 \\ &= -3Q^2 + 95Q - S * Q - 250 \end{aligned}$$

Vi finner den optimaliserte verdien for S ved å derivere og sette mot null:

$$\begin{aligned} 0 &= \frac{\partial(-3Q^2 + 95Q - S * Q - 250)}{\partial Q} \\ 0 &= -6Q + 95 - S \\ S &= 95 - 6Q \end{aligned}$$

1.d For å maksimere profitt, hvilken pris S bør MS sette?

Vi har fra oppgaveteksten:

$$TR_{MS}(Q) = S(Q) * Q = 95Q - 6Q^2$$

Profitt blir da:

$$\begin{aligned}\Pi &= TR_{MS} - TC_{MS} \\ &= 95Q - 6Q^2 - TC_{MS}\end{aligned}$$

Vi finner den optimaliserte verdien for Q ved å derivere og sette mot null:

$$\begin{aligned}0 &= \frac{\partial(-6Q^2 + 95Q - TC_{MS})}{\partial Q} \\ 0 &= -12Q + 95 - MC_{MS} \\ 0 &= -12Q + 95 - 11 \\ Q &= \underline{\underline{7}}\end{aligned}$$

Vi har da funnet mengden i markedet til å være $Q = 7$. Fra dette vet vi at prisen i markedet er $P = 100 - 3 * 7 = 79$.

Deretter finner vi prisen S ved S(Q):

$$\begin{aligned}S &= 95 - 6Q \\ &= \underline{\underline{53}}\end{aligned}$$

Prisen i markedet er da:

$$\begin{aligned}P(7) &= 100 - 3 * 7 \\ &= \underline{\underline{79}}\end{aligned}$$

1.e Vertikal integrering

For å maksimere profitt finner vi $MR = MC$. I denne nye sammenslåtte bedriften har vi

$$MR = 100 - 6Q$$

og

$$MC = 16$$

. Dette gir

$$\begin{aligned}MR &= MC \\ 100 - 6Q &= 16 \\ Q &= \underline{14}\end{aligned}$$

Da vil det være en pris på

$$\begin{aligned} P(Q) &= 100 - 3Q \\ P(14) &= 100 - 3 * 14 \\ &= \underline{58} \end{aligned}$$

Vi har

$$\begin{aligned} TR(Q) &= P(Q) * Q \\ &= 58 * 14 \\ &= 812 \end{aligned}$$

og

$$\begin{aligned} TC(Q) &= MC * Q + FC \\ &= 16 * 14 + 250 \\ &= 474 \end{aligned}$$

Det betyr at vi har en total profitt på

$$\begin{aligned} \Pi &= TR - TC \\ &= \underline{338} \end{aligned}$$

For å finne profitt for de to seperate bedriftene bruker vi tallene vi fant i tidligere deloppgaver, og får:

$$\begin{aligned} \Pi_{MS} &= S(Q) * Q - MC_{MS}(Q) * Q \\ &= 53 * 7 - 11 * 7 \\ &= \underline{294} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \Pi_{M} &= TR_{M} - TC_{M} \\ &= P(Q) * Q - (MC_{M}(Q) * Q + FC) \\ &= 79 * 7 - (58 * 7 + 250) \\ &= \underline{-103} \end{aligned}$$

Totalt får vi da en økt profitt ved sammenslåelse på:

$$\Pi - (\Pi_{MS} + \Pi_{M}) = \underline{\underline{147}}$$

1.f Samfunnsøkonomisk tap ved dobbelmarginalisering

1.f.1 Enkelmarginalisering

$$
\begin{aligned}
SO &= KO + PO \\
&= (\int_0^{Q^*} P(Q)dQ - P * Q) + (P * Q - \int_0^{Q^*} MC(Q)dQ) \\
&= \int_0^{Q^*} P(Q)dQ - \int_0^{Q^*} MC(Q)dQ \\
&= \int_0^{Q^*} (100 - 3Q)dQ - \int_0^{Q^*} 16dQ \\
&= 100Q^* - \frac{3}{2}Q^{*2} - 16Q^* \\
&= 84Q^* - \frac{3}{2}Q^{*2} \\
&= 84 * 14 - \frac{3}{2} * 14 * 14 \\
&= \underline{882}
\end{aligned}
$$

1.f.2 Dobbelmarginalisering

$$
\begin{aligned}
SO_{M+MS} &= KO_M + KO_{MS} + PO_M + PO_{MS} \\
&= \int_0^{Q^*} (100 - 3Q)dQ + \int_0^{Q^*} (95 - 6Q)dQ - \int_0^{Q^*} 53dQ - \int_0^{Q^*} 11dQ \\
&= 100Q^* - \frac{3}{2}Q^{*2} + 95Q^* - 3Q^{*2} - 53Q^* - 11Q^* \\
&= 131Q^* - \frac{9}{2}Q^{*2} \\
&= 131 * 7 - \frac{9}{2} * 7 * 7 \\
&= \underline{696.5}
\end{aligned}
$$

1.f.3 Samfunnsøkonomisk tap:

$$882 - 696.5 = \underline{\underline{185.5}}$$

2 Cournot-duopol og konsentrasjonsindeks

2.a

Marginalkostnaden for bedrift i er endringen i totalkostnadene per mengdeforandring.

$$MC_i = \frac{\mathrm{d}TC_i}{\mathrm{d}Q_i} = 1000 + Q_i$$

Totalinntekt for bedrift i er dens produksjonsmengde ganget med markedsprisen. Marginalinntekt er forandringen i totalinntekten per forandring i mengde.

$$TR_i = Q_i P(Q) = -Q_i^2 + (5000 - Q_j)Q_i$$

$$MR_i = \frac{\mathrm{d}TR_i}{\mathrm{d}Q_i}$$

Markedsprisen er avhengig av begge bedriftenes produksjonsmengde.

$$P = 5000 - Q$$

$$Q = Q_1 + Q_2$$

Π_i er profitten til bedrift i. Q_j er produksjonsmengden til den andre bedriften.

$$\Pi_i = TR_i - TC_i$$

For å finne den optimale produksjonsmengden Q_i med tanke på Q_j deriverer man profitten med og setter dette lik null.

$$\begin{aligned}
\frac{\mathrm{d}\Pi_i}{\mathrm{d}Q_i} &= MR_i - MC_i \\
&= \frac{\mathrm{d}TR_i}{\mathrm{d}Q_i} - 1000 - Q_i \\
&= -2Q_i + 5000 - Q_j - 1000 - Q_i \\
&= 5000 - Q_j - 3Q_i
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\frac{\mathrm{d}\Pi_i}{\mathrm{d}Q_i} &= 0 \\
4000 - 3Q_i - Q_j &= 0 \\
Q_i &= \frac{4000 - Q_j}{3}
\end{aligned}$$

Dette blir da reaksjonsfunksjonen for bedrift i.

2.b

Likevekt oppstår når reaksjonsfunksjonene til de to bedriftene er krysser hverandre.

$$Q_1 = \frac{4000 - Q_2}{3}, \quad Q_2 = \frac{4000 - Q_1}{3}$$

$$\begin{aligned}
Q_1 &= \frac{4000 - Q_2}{3} \\
Q_1 &= \frac{4000 - \frac{4000 - Q_1}{3}}{3} \\
Q_1 &= \frac{12000 - 4000 + Q_1}{9} \\
8Q_1 &= 8000 \\
Q_1 &= 1000
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
Q_2 &= \frac{4000 - Q_1}{3} \\
Q_2 &= \frac{4000 - 1000}{3} \\
Q_2 &= 1000
\end{aligned}$$

Markedsprisen blir da.

$$P(Q) = 5000 - Q_1 - Q_2 = 3000$$

Totalinntekten for hver av bedriftene blir da.

$$TR_i = Q_i P(Q) = 3000000$$

De variable kostnadene VC_i for bedrift i blir marginalkostnaden integrert over produksjonsmengden.

$$VC_i = \int_0^{Q_i} MC_i = [1000Q_i + \frac{1}{2}Q_i^2]_0^{Q_i} = 1000Q_i + \frac{1}{2}Q_i^2 = 1500000$$

Dekningsbidraget er differansen mellom de variable kostnadene og totalinntekten.

$$Dekningsbidrag = TR_i - VC_i = 1500000$$

2.c

Herfindahl-Hirschman-indeksen HHI er definert ut i fra markedsandelen s_i for en bedrift i. Dersom man setter inn verdiene fra forrige oppgave får man.

$$s_i = \frac{Q_i}{Q}$$

$$HHI = \sum s_i^2 = \frac{Q_1^2 + Q_2^2}{Q^2} = \frac{1}{2}$$

Funksjonen for markedsprisen gir en funksjon for den direkte etterspørselen.

$$P = 5000 - Q \Rightarrow Q = 5000 - P$$

Etterspørselens egenpriselastisitet ϵ for verdiene i forrige oppgave kan regnes ut slik.

$$\epsilon = -\frac{\mathrm{d}Q}{\mathrm{d}P}\frac{P}{Q} = \frac{P}{Q} = \frac{3}{2}$$

Ved å sette inn verdier kan man da se at likningen under holder for verdiene i forrige oppgave.

$$\begin{aligned}\frac{P - MC_i}{P} &= \frac{HHI}{|\epsilon|} \\ \frac{3000 - 2000}{3000} &= \frac{\frac{1}{2}}{\frac{3}{2}} \\ \frac{1}{3} &= \frac{1}{3}\end{aligned}$$

3 Verdi av selskap

3.a

CAPM gir oss følgende formel for forventet avkastning for aktiva:

$$r = r_f + \beta(r_m - r_f)$$

der β er "Beta for aktiva", r_f er risikofri rente og r_m er forventet markedsavkastning. Disse verdiene kan vi hente ut fra oppgaveteksten, slik at vi får:

$$\beta = 0.8$$

$$r_m = 7\% = 0.07$$

$$r_f = 2\% = 0.02$$

og følgelig forventet avkastning for aktiva:

$$r = 0.02 + 0.8 * (0.07 - 0.02) = 0.06 = 6\%$$

Vi kan også benytte CAPM til å vise at vi, med beta for gjeld $\beta = 0.2$, får samme verdi for avkastning for gjeld som oppgitt, altså 3%:

$$r = 0.02 + 0.2 * (0.07 - 0.02) = 0.03 = 3\%$$

3.b

Siden kontantstrømmene fra periode til periode kan ses på som en geometrisk rekke kan vi benytte Gordon's formel for å finne nåverdien av disse kontantstrømmene:

$$NV = \frac{k}{r – g}$$

der k er kontantstrømmen i første periode, r er diskonteringsrenten (her forventet avkastning for aktiva) og g er forventet vekst for kontantstrøm. Disse verdiene finner vi til å være

$$k = 500000000 * (1–0.2) = 400000000$$

$$r = 6\% = 0.06$$

$$g = 1\% = 0.01$$

og følgelig for vi verdien av aktiva uten skattefordel av gjeld:

$$NV = 400000000/(0.06–0.01) = 8000000000$$

3.c

Her ønsker vi igjen å ta utgangspunkt i Gordon's formel. Kontantstrømmen k vil være lik reduksjonen i skatt per periode, som gitt i oppgaven. Selskapet har som oppgitt samme gjeld i alle perioder og følgelig vil vi forvente at veksten g er lik 0. Diskonteringsrenten er igjen forventet avkastning for aktiva. Med

$$k = 24000000$$

$$r = 6\% = 0.06$$

$$g = 0$$

blir nåverdien av skattefordelen gitt at selskapet har den samme gjelden i alle perioder:

$$NV = \frac{k}{r} = \frac{24000000}{0.06} = 400000000$$

3.d

For å finne verdien av skattefordelen med fast gjeldsandel gjør vi akkurat som i forrige oppgave, men med $r = 1\% = 0.01$. Følgelig får vi

$$NV_{m/gjeldsandel} = \frac{24000000}{0.06–0.01} = 480000000.$$

Verdi av aktiva med skattefordel kan nå finnes ved å ta summen av verdi av aktiva uten skattefordel (som vi fant i 3.b) og skattefordelen $NV_{m/gjeldsandel}$:

$$V_{m/skattefordel} = 8000000000 + 480000000 = 8480000000.$$

Gjeldsandelen finner vi ved $\frac{D}{V}$, hvor D er markedsverdi av gjeld g V er verdi av aktiva:

$$D = 4000000000$$

$$V = 8480000000$$

$$Gjeldsandel = \frac{D}{V} = 0.472$$

Verdi av egenkapital E kan vi finne ved

$$E = V_{m/skattefordel} - D = 4480000000$$

3.e

Vi har at

$$r_a = \frac{D}{V} r_d + \frac{E}{V} r_e$$

$$\frac{D}{V} = 0.472$$

$$\frac{E}{V} = 0.528$$

Vi definerer formelen mhp. r_e slik:

$$r_e = \frac{r_a - 0.472 * r_d}{0.528}$$

Her vil r_a være forventet avkastning for aktiva som vi fant i 3.a og r_d er avkastning for gjeld som oppgitt i oppgaveteksten. Dette gir oss forventet avkastning på egenkapital r_e

$$r_e = \frac{0.06 - 0.472 * 0.03}{0.528} = 0.0868$$

3.f

Formelen for WACC er gitt ved

$$WACC = \frac{D}{V}(1 - T_c) r_d + \frac{E}{V} r_e$$

der vi har definert alle variablene i tidligere oppgaver, bortsett fra T_c som er selskapsskattesatsen $T_c = 20\% = 0.2$.

Dermed kan vi regne ut $WACC$:

$$WACC = 0.472 * (1–0.2) * 0.03 + 0.528 * 0.0868 = 0,05716$$

Nå kan vi finne verdi av aktiva vha. Gordons formel med WACC som diskonteringsrente:

$$k = 500000000 * (1–0.2) = 400000000$$

$$g = 1\% = 0.01$$

$$V = \frac{k}{(WACC–g)} = 400000000/(0.05716–0.01) \approx 8480000000$$

Her kan vi observere at svaret vi får ved å benytte WACC gir samme resultat som vi fikk når vi regnet ut verdi av aktiva i oppgave d.