Skriftlig innlevering 3

Oppgave 1

Siden vi leter etter X antall suksesser i n antall bernoulli-forsøk, er dette en binomisk fordeling.

Parametrene er n og p da vi kjører n antall forsøk med en sannsynlighet p for suksess.

Gitt $n=5$, $P(x=2) = b(2;5,0{,}15)$

$$= \binom{5}{2}(0{,}15)^2 \cdot (0{,}85)^3$$

$$= \underline{0{,}138}$$

$$P(x \geq 2) = 1 - P(X<2)$$

$$= 1 - P(x=1) - P(x=0)$$

$$= 1 - 5 \cdot 0{,}15 \cdot (0{,}85)^4 - 0{,}85^5$$

$$= \underline{0{,}165}$$

$$P(x=2 \mid X \geq 2) = \frac{P(X=2)}{P(X \geq 2)} = \frac{0{,}138}{0{,}165} = \underline{0{,}836}$$

Oppgave 2: a) $1/10000$

Den er geometrisk fordelt siden den går på antall innringninger X til den første riktige. ~~Pr~~ X antall innringninger er bernoulli forsøk der de enten får rett (suksess) eller feil (fiasko) frem til første suksess.

$g\left(300; \frac{1}{10000}\right) = \frac{1}{10000} \cdot \left(\frac{9999}{10000}\right)^{299} = \underline{\underline{9{,}7 \cdot 10^{-5}}}$

b) $\binom{4}{2} \cdot 9 \cdot 9 \cdot 1 \cdot 1 = 6 \cdot 81 = 486$

$486 \cdot \frac{1}{2} = 243 \text{ min} = \underline{4\text{h } 3\text{m}}$

c) utfallsrommet til Y er alle tallene til m.

$Y \in \{0, 1, 2, \ldots, 486\}$

$P(\text{første}) = \frac{1}{m}$

$P(\text{andre}) = \frac{1}{m-1} \cdot \frac{m-1}{m} = \frac{1}{m}$

$P(\text{tredje}) = \frac{1}{m-2} \cdot \frac{m-1}{m} \cdot \frac{m-2}{m-1} = \frac{1}{m}$

Dette gir Uniform sannsynlighetsfordeling.

$\mu = \frac{A+B}{2} = 243{,}5$

forventet tid $= \frac{243{,}5}{2} = 121{,}75$ min $= \underline{2\text{h } 1\text{m } 45\text{s}}$

Oppgave 3: $\mu = 2\text{kg}$ $\sigma = 0{,}5 \text{ kg}$

$P(X \leq 1{,}5)$

$\Phi\left(\frac{1{,}5-2}{0{,}5}\right) = \Phi(-1) = 0.16$

$P(2 < X < 2{,}5)$

$= \Phi(1) - \Phi(0) = 0.84 - 0.50 = \underline{\underline{0{,}34}}$

$\cancel{P(2 < X < 2{,}5 \mid X < 1{,}5) = \frac{P(2 < X < 2{,}5)}{P(X < 1{,}5)} = \frac{0{,}16}{0{,}34}}$

b) $P(2 < X < 2{,}5 \mid X > 1{,}5)$

$$= \frac{P(2 < X < 2{,}5)}{P(X > 1{,}5)}$$

$$= \frac{0{,}34}{1 - 0{,}16} = \underline{\underline{0{,}40}}$$

$$f(x) = \begin{cases} \frac{P(x)}{0{,}84}, & X \geq 1{,}5 \\ 0, & X < 1{,}5 \end{cases}$$

$$P(\text{vent} \mid \text{klasse } 1)$$

$$= \frac{P(\text{klasse } 1 \mid \text{vent}) \cdot P(\text{vent})}{P(\text{klasse } 1)}$$

$$= \frac{P(\text{vent})}{0{,}84} \vee \frac{P(\text{vent}) \cdot 0}{0{,}84}$$

$$F(x) = \int_{-\infty}^{\infty} f(x)\, dx$$

$$= P(Z \leq z)$$

$$= \int_{1{,}5}^{x} f(x)\, dx = \frac{1}{0{,}84}\left(\Phi\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right) - \Phi\left(\frac{1{,}5-\mu}{\sigma}\right)\right), \text{ gitt } X \geq 1{,}5$$

$$F(x) = \begin{cases} \frac{1}{0{,}84}\left(\Phi\left(\frac{x-2}{\sigma}\right) - 0.16\right), & X \geq 1{,}5 \\ 0, & \text{ellers} \end{cases}$$

Oppgave 4

$$P(t > 60\,000) = \int_{60\,000}^{\infty} \frac{1}{20\,000} e^{-\frac{t}{20\,000}} = \frac{1}{20\,000} e^{-3} \cdot 20\,000$$

$$= 0{,}0498$$

~~På grunn av eksponentiell fordelingen sin minneløse egenskap:~~

~~$P(X \geq 20\,000 + 50\,000 \mid X \geq 50\,000)$~~

~~$= P(X \geq 20\,000)$~~

~~Den nye forventede levetiden er $(20\,000 + 50\,000) = 70\,000$~~

$e^{-\lambda t} = 0.1$

$e^{-\frac{50\,000}{x}} = 0,1$

$\frac{-50\,000}{\ln(0,1)} = x = \underline{\underline{21\,715 \text{ timer}}}$

Oppgave 5:

Binomisk fordelt med uavhengig oppmøte. $P(\text{suksess}) = p$

$E(X) = np = 0.93n$ dersom $p = 0,93$

$Var(X) = np(1-p) = 0,0651n$ dersom $p = 0,93$

b)

$\mu = 0,93 \cdot 255 = 237,15$

$\sigma = \sqrt{0,0651 \cdot 255} = 4,074$

$\Phi\left(\frac{243 - 237,15}{4,074}\right) = \Phi(1,44) = \underline{0,925}$

$\Phi(z) = 0,99 = \Phi(2,33)$

$2,33 = \frac{243 - \mu}{\sigma} \implies n = 251,16$, 8 plasser overbooket.

c) $7\% \cdot 243 \cdot 1\,000$ kr $= 17\,000$ kr

1000 kr · tomme seter + 4000 kr · overbookinger