

Centro de Investigación en Cómputo
Instituto Politécnico Nacional
Metaheurísticas
Actividad No. 12
Solución de problemas mediante Algoritmos Genéticos GA
Curso impartido por: Dra Yenny Villuendas Rey

Adrian González Pardo

15 de noviembre de 2020

1. Ventajas y Desventajas de GA

Ventajas	Desventajas
Permite realizar multiples busqueda de soluciones a los problemas	Puede que el metodo de mutación o cruza seleccionado puede que no ayude a encontrar una buena solución
Esta bioinspirado en la genética y en la selección natural (Darwinismo)	Puede que el que en la aplicación en alguna etapa del GA ya no avance
Es una heurística poblacional	Puede que genere bastante uso de recursos en memoria y procesamiento

2. Genotipo vs Fenotipo

Genotipo: es una representación en cadenas de bits en la cual generalmente es trabajada para generar un nuevo individuo en el algoritmo.

Fenotipo: es la representación que tiene la cadena de bits en el ambito del problema, es decir, la cadena de bits puede representar números reales \mathbb{R} , números enteros \mathbb{Z} , valores binarios $\{0, 1\}$, índices de la solución a algún problema.

3. Operadores

3.1. Mutación

1. Uniforme
2. Límite
3. No uniforme
Extras
4. Normal
5. Direccional

3.1.1. Mutación no uniforme

- La mutación debe ser muestreada al azar
- La extensión de la mutación debería disminuir con el proceso de evolución del algoritmo.
- Cuando se habla de disminuir la escala de búsqueda, debemos mencionar el famoso recocido simulado (SA), el cual es un algoritmo de búsqueda global basado en un método de búsqueda local, añadiendo que SA tiene una función de probabilidad de aceptación de una peor solución, partiendo de esa idea la probabilidad se determina por:

$$p_t(i \rightarrow j) = \begin{cases} 1, & f(i) \leq f(j) \\ \exp\left(\frac{f(i) - f(j)}{t}\right), & \text{otro} \end{cases}$$

Donde: t es un parámetro de control llamado temperatura. Si j no es peor que i , j toma el lugar de i con probabilidad 1. De lo contrario, la probabilidad depende de qué tan malo sea j y cuál sea la temperatura, tal como se hizo en la heurística SA.

3.2. Cruzamiento

1. Simplex
2. Varios puntos (K-points)
3. Uniforme
Extra
4. Binario simulado
5. Distribución normal unimodal
6. Uniforme basado en pedidos
7. Ciclo

3.2.1. Cruzamiento de varios puntos

- Los cruces de un punto y dos puntos son los más simples y métodos de cruce más ampliamente aplicados. En el cruce de un punto, se selecciona un sitio de cruce al azar sobre la longitud de la cadena, y los alelos en un lado del sitio se intercambian entre los individuos.
- En el cruce de dos puntos, se seleccionan al azar dos sitios de cruce. Los alelos entre los dos sitios se intercambian entre los dos individuos emparejados al azar.
- El concepto de cruce de un punto puede extenderse a k-cruce de puntos, donde se utilizan k puntos de cruce, en lugar de solo uno o dos.
Ejemplo

P ₀	0	0	0	0	1	0	0
P ₁	1	0	1	1	1	1	1

→

C ₀	0	0	1	1	1	1	1
C ₁	1	0	0	1	0	0	0

Cruce de 1 punto

P ₀	0	0	0	1	0	0	0
P ₁	1	0	1	1	1	1	1

→

C ₀	1	0	0	1	1	1	1
C ₁	0	0	1	1	0	0	0

Cruce de 2 puntos

3.3. Selección

1. Torneo (TS)
2. Proporcional (PS)
3. Muestreo Aleatorio Universal (URS)
Extras
4. Emparejamiento Variado Inverso (NAM)
5. Ruleta

3.4. Selección por Torneo

- En la selección del torneo, los cromosomas s se eligen al azar (con o sin reemplazo) y entran en un torneo uno contra el otro.
- El individuo más apto del grupo de k cromosomas gana el torneo y es seleccionado como padre.
- El valor más utilizado de s es 2.
- Con este esquema de selección, se requieren n torneos para elegir n individuos.

4. Impacto en convergencia de poblaciones con GA

De acuerdo al tamaño de nuestra solución en este caso pensemos en una función multivariable de N dimensiones cuyos fenotipos de cada x_i son reales $x_i \in \mathbb{R}$ buscamos el obtener los puntos mínimos para cada x_i por ello podemos abordar el problema de tal forma en que el computar la solución no sea demasiado costosa en procesamiento y en memoria, por ello pensando en que si $\forall x_i$ se encuentra el punto mínimo en $x_i = 0$ podemos hacer que nuestro algoritmo actúe por índice sin modificación con otro índice, mientras que si cada x_i tiene un punto mínimo en un punto en el que si se evalúa la función de tal forma que $x_i \neq x_j$ y esos valores están en su valor mínimo podremos implementar el algoritmo de tal forma que en el cruce de datos se intercambien los valores de x_i y x_j de modo que en la mutación se aproxime a los valores mínimos de cada punto.

Por ello dependiendo del tamaño de la población es el como podremos implementar distintos diseños o híbridos del algoritmo con otra heurística de modo que lleguemos a la optimización deseada.

5. Aplicaciones GA

5.1. Knapsack

Modelación Matemática

Sean dos funciones

$$f(x) = \sum_{i=1}^N x'_i h(x_i)$$
$$g(x) = \sum_{i=1}^N x'_i p(x_i) \leq \text{peso_máximo}$$

Donde:

X es un vector de la forma $X = [x_1, x_2, \dots, x_N]$

X' es un vector el cual es parecido a X pero sus valores son binarios $x'_i \in \{0, 1\}$

$h(x_i)$ es una función la cual devuelve el beneficio total de los objetos x_i en la mochila

$p(x_i)$ es una función la cual devuelve el peso total de los objetos x_i en la mochila

De modo que para los operadores GA en este problema el genotipo puede ser la cadena de bits de modo que el fenotipo que representa de la cadena es la representación de un valor binario de si el objeto es incluido o no es incluido en la solución.

5.2. Travel Salesman Problem (TSP)

Modelación Matemática

Sea la función

$$f(x) = \sum_{i=1}^N x_i \cdot g(y_{x_i, i})$$

Donde:

Y es una matriz de $N \times N$ la cual trabajara para obtener el costo con la función $g(x)$

X es un vector de dimensión N el cual contiene el índice del vértice al cual pasa de i a j

$g(y_{x_i, i})$ es una función la cual devuelve el costo de ir de i hacia el contenido de x_i

De modo en que nuestro GA puede ser implementado con un fenotipo entero el cual representa la ciudad n hacia que vértice se conecta posteriormente.

Ejemplo de arreglo X : $x = [2, 3, 1, 0]$ de modo que sabemos que nuestro grafo tiene 4 aristas y pensando en que todos están conectados partiremos de la siguiente manera $(0 \rightarrow 2)$, $(2 \rightarrow 1)$, $(1 \rightarrow 3)$, $(3 \rightarrow 0)$ de tal forma que el formato en como realiza el movimiento de un vértice a otro es $(i \rightarrow j)$ siendo el valor de j el que sera evaluado en la matriz Y para obtener su costo.

5.3. Función de Minimización en D dimensiones

Modelación Matemática

Sea la función

$$f(x) = \sum_{i=1}^D x_i^2$$

Donde:

$x_i \in \mathbb{R}$

Descrito en los intervalos $x_i \in [-10, 10]$

Donde sabemos que los puntos mínimos de cada x_i los encontramos cuando el valor asignado a el es $x_i = 0$ por lo tanto el ir variando los valores para que el programa se acerque hacia 0

Por lo tanto para este GA podemos implementarlo con un fenotipo de valor real que vaya del intervalo indicado.