A5-Proceso Poisson

Adrian Pineda Sanchez

2024-10-15

Repasa los procesos Poisson en el tema 1 del Contenido 3. Distingue la diferencia entre el uso de las distribuciones Poisson, Exponencial y Gamma en los Procesos Poisson. Resuelve los dos problemas que vienen al final de la presentación.

1. Drive Thru

El tiempo de llegada a una ventanilla de toma de órdenes desde un automóvil de un cierto comercio de hamburguesas sigue un proceso de Poisson con un promedio de 12 llegadas por hora.

¿Cuál será la probabilidad de que el tiempo de espera de tres personas sea a lo más de 20 minutos?

```
#P(T<= 20) = P (T<= 1/3)

alpha = 3
lambda = 12
beta = 1/12

cat("Probabilidad  tiempo de espera de tres personas sea a lo más de 20
minutos :", pgamma(1/alpha, 3, 12), "\n")

## Probabilidad  tiempo de espera de tres personas sea a lo más de 20 minutos
: 0.7618967
```

¿Cuál es la probabilidad de que el tiempo de espera de una persona esté entre 5 y 10 segundos?

```
tiempo_5_segundos <- 5 / 3600 # Convertimos 5 segundos a horas
tiempo_10_segundos <- 10 / 3600 # Convertimos 10 segundos a horas
lambda = 12
prob_b = pexp(tiempo_10_segundos, lambda) - pexp(tiempo_5_segundos, lambda)
cat("Probabilidad tiempo de espera de una persona esté entre 5 y 10
segundos:", prob_b, "\n")

## Probabilidad tiempo de espera de una persona esté entre 5 y 10 segundos:
0.01625535
```

¿Cuál será la probabilidad de que en 15 minutos lleguen a lo más tres personas?

```
#P(X <= 3)  lamda = 12, 1/4 (debidoa a que 15 min es un cuarto de hora)
```

```r
lambda = 12* (1/4)
X = 3

prob_c <- ppois (3,3)
cat("Probabilidad en 15 minutos lleguen a lo más tres personas:", prob_c,
"\n")

## Probabilidad en 15 minutos lleguen a lo más tres personas: 0.6472319
```

¿Cuál es la probabilidad de que el tiempo de espera de tres personas esté entre 5 y 10 segundos?

```r
lambda = 12
X = 3
tiempo_5_segundos <- 5 / 3600 # Convertimos 5 segundos a horas
tiempo_10_segundos <- 10 / 3600 # Convertimos 10 segundos a horas
prob_d <- pgamma(tiempo_10_segundos, X, lambda) -
          pgamma(tiempo_5_segundos, X, lambda)

cat("Probabilidad el tiempo de espera de tres personas esté entre 5 y 10
segundos:", prob_d, "\n")

## Probabilidad el tiempo de espera de tres personas esté entre 5 y 10
segundos: 5.258533e-06
```

Determine la media y varianza del tiempo de espera de tres personas.

```r
lambda = 12
alpha = 3
mu = alpha / lambda
var  =  alpha / lambda^2

cat("Media E:", mu, "\n")

## Media E: 0.25

cat("Varianza E:", var, "\n")

## Varianza E: 0.02083333
```

¿Cuál será la probabilidad de que el tiempo de espera de tres personas exceda una desviación estándar arriba de la media?

```r
lambda = 12
alpha = 3
mu = alpha / lambda
var  =  alpha / lambda^2

sigma <- sqrt(var)
umbral <- mu + sigma
prob_f <- 1 - pgamma(umbral,alpha, lambda)
cat("Probabilidad de que el tiempo de espera de tres personas exceda una
desviación estándar arriba de la media:", prob_f, "\n")
```

```
## Probabilidad de que el tiempo de espera de tres personas exceda una desviación estándar arriba de la media: 0.1491102
```

2. Entre particulas

Una masa radioactiva emite partículas de acuerdo con un proceso de Poisson con una razón promedio de 15 partículas por minuto. En algún punto inicia el reloj.

```r
# Parámetros del problema
lambda <- 15 # Partículas por minuto
mu <- 1 / lambda # Tiempo promedio de espera entre emisiones (en minutos)
mu_segundos <- mu * 60 # Convertimos a segundos (60 segundos en un minuto)
```

¿Cuál es la probabilidad de que en los siguientes 3 minutos la masa radioactiva emita 30 partículas?

```r
# Pregunta A: Probabilidad de que en los siguientes 3 minutos se emitan 30 partículas
t_3_min <- 3 # 3 minutos
n <- 30
lambda <- 15
prob_a <- dpois(n, lambda * t_3_min)
cat("Probabilidad de que en los siguientes 3 minutos la masa radioactiva emita 30 partículas:", prob_a, "\n")

## Probabilidad de que en los siguientes 3 minutos la masa radioactiva emita 30 partículas: 0.00426053
```

¿Cuál es la probabilidad de que transcurran cinco segundos a lo más antes de la siguiente emisión?

```r
tiempo_5_segundos <- 5 / 60 # Convertimos 5 segundos a minutos
lambda <- 15
prob_b <- pexp(tiempo_5_segundos, lambda)
cat("Probabilidad de que transcurran cinco segundos a lo más antes de la siguiente emisión:", prob_b, "\n")

## Probabilidad de que transcurran cinco segundos a lo más antes de la siguiente emisión: 0.7134952
```

¿Cuánto es la mediana del tiempo de espera de la siguiente emisión?

```r
lambda <- 15
mediana_c <- qexp(0.5, lambda)
cat("Mediana C:", mediana_c, "\n")

## Mediana C: 0.04620981
```

¿Cuál es la probabilidad de que transcurran a lo más cinco segundos antes de la segunda emisión?

```
n <- 2
t_5_s <- 5 / 60
lambda <- 15
prob_d <- pgamma(t_5_s,n, lambda)
cat("Probabilidad de que transcurran a lo más cinco segundos antes de la
segunda emisión:", prob_d, "\n")

## Probabilidad de que transcurran a lo más cinco segundos antes de la
segunda emisión: 0.3553642
```

¿En que rango se encuentra el 50% del tiempo central que transcurre antes de la segunda emisión?

```
# Calculamos el intervalo intercuartil (25% y 75%) de la distribución Gamma
con 2 emisiones
n <- 2
t_5_s <- 5 / 60
lambda <- 15

rango_50_1 <- qgamma(0.25, n, lambda)
rango_50_2 <- qgamma(0.75, n,lambda)
cat("Rango 50% E:", rango_50_1, "a", rango_50_2, "\n")

## Rango 50% E: 0.06408525 a 0.179509
```

Conclusion para usar distribuciones

*Distribución de Poisson: Se utiliza para modelar el número de eventos que ocurren en un intervalo de tiempo fijo o en una región dada, siempre que los eventos ocurran de manera independiente y a una tasa constante. Por ejemplo, en el problema de las partículas, se usa para calcular la probabilidad de que ocurran un cierto número de emisiones en un período de tiempo determinado (como en las preguntas A y C).

*Distribución Exponencial: Modela el tiempo de espera entre dos eventos consecutivos en un proceso de Poisson. Es adecuada cuando queremos calcular cuánto tiempo transcurrirá antes del próximo evento, o la probabilidad de que el tiempo de espera sea menor o mayor que un valor dado (como en las preguntas B y C). La distribución exponencial es la más utilizada para tiempos de espera entre eventos individuales.

*Distribución Gamma: Es una generalización de la distribución exponencial y se utiliza para modelar el tiempo de espera hasta que ocurran varios eventos. Es útil cuando se necesita conocer el tiempo hasta que se acumulen varios eventos (como en las preguntas D y E, donde se modela el tiempo para la segunda emisión). La distribución Gamma se usa cuando se suman varios tiempos de espera exponenciales.