Rzeczy i Genidentyczność w Ewentyźmie Punktowym

Praca roczna 2 roku licencjackich studiów zaocznych z filozofii na Uniwersytecie Warszawskim

Adrian Siwiec

27 kwietnia 2023

W niniejszej pracy rozważymy definicję rzeczy w Ewentyźmie Punktowym Zdzisława Augustynka.

Sekcja 1 przywołuje podstawy systemu Ewentyzmu Punktowego. W sekcji 2 przypomnimy kilka definicji teorii mnogości, aby dojść do definicji ciągłości zbioru. W sekcji 3 przywołamy definicję rzeczy podaną przez Augustynka oraz wskażemy na pewien problem, który się w niej kryje. W sekcji 4 opiszemy relację genidentyczności oraz intuicje za nią stojące po to, by w sekcji 5 zaproponować alternatywne definicje rzeczy i genidentyczności. Doprowadzi nas to do pytania o naturę rzeczy, na które wskażemy w sekcji 6.

1 Podstawowe definicje

Ewentyzm punktowy głosi, że wszystko co istnieje (w rozumieniu Quine'a) jest zdarzeniem punktowym (dalej: zdarzeniem) lub zbiorem ufundowanym w zdarzeniach.

Zdarzenia są czasowo i przestrzennie nierozciągłe (w sensie potocznym), oraz dokładnie czasoprzestrzennie lokalizowalne. Jedną z możliwych interpretacji intuicji zdarzenia punktowego jest, że jest to cząstka elementarna (tj. niepodzielna) w jednym momencie w czasie.

Definicja ($\mathbb{S}$)**.** Niech $\mathbb{S}$ będzie *zbiorem wszystkich zdarzeń punktowych*, zwanym także uniwersum.

Na zbiorze $\mathbb{S}$ opisujemy różnego rodzaju relacje. Pochodzą one (w sensie inspiracji i własności) ze Szczególnej Teorii Względności (STR).

O notacji: o ile nie wskazane inaczej przez x, y, z będziemy oznaczać pojedyncze zdarzenia punktowe, tzn.: $x, y, z \in \mathbb{S}$. Do zapisu wszystkich relacji stosować będziemy styl infiksowy (to jest np. $3 < 4$ lub xAy). Dla danej relacji A, przez $\overline{A}$ będziemy oznaczać relację przeciwną relacji A (tzn. aAb w.t.w. $\neg a\overline{A}b$). Dwukropek w definicjach rozdziela definiendum i definiens, oznacza „niech". Tzn. „$a := b$" w definicji a oznacza: „niech a będzie równe b", a „$a :\iff b$" oznacza: „niech a w.t.w., gdy b".

1.1 Absolutne relacje czasowe i przestrzenne

Na zbiorze $\mathbb{S}$ postulowane jest istnienie relacji czasowych i przestrzennych. Relacje te nazywamy absolutnymi lub bezwzględnymi, aby podkreślić ich zgodność z STR i niezależność od układu odniesienia. W Ewentyźmie Punktowym wprowadza się również relacje względne (ze zdefiniowanym układem odniesienia), lecz my nie będziemy się nimi tutaj zajmować.

Wszystkie definicje w tej sekcji, sekcji 3, oraz definicja G z sekcji 4 są zaczerpnięte z [1] i [2].

Definicja (W)**.** Niech W będzie *relacją bezwzględnego „wcześniej od"*. A więc xWy oznacza, że x jest bezwzględnie wcześniej niż y.

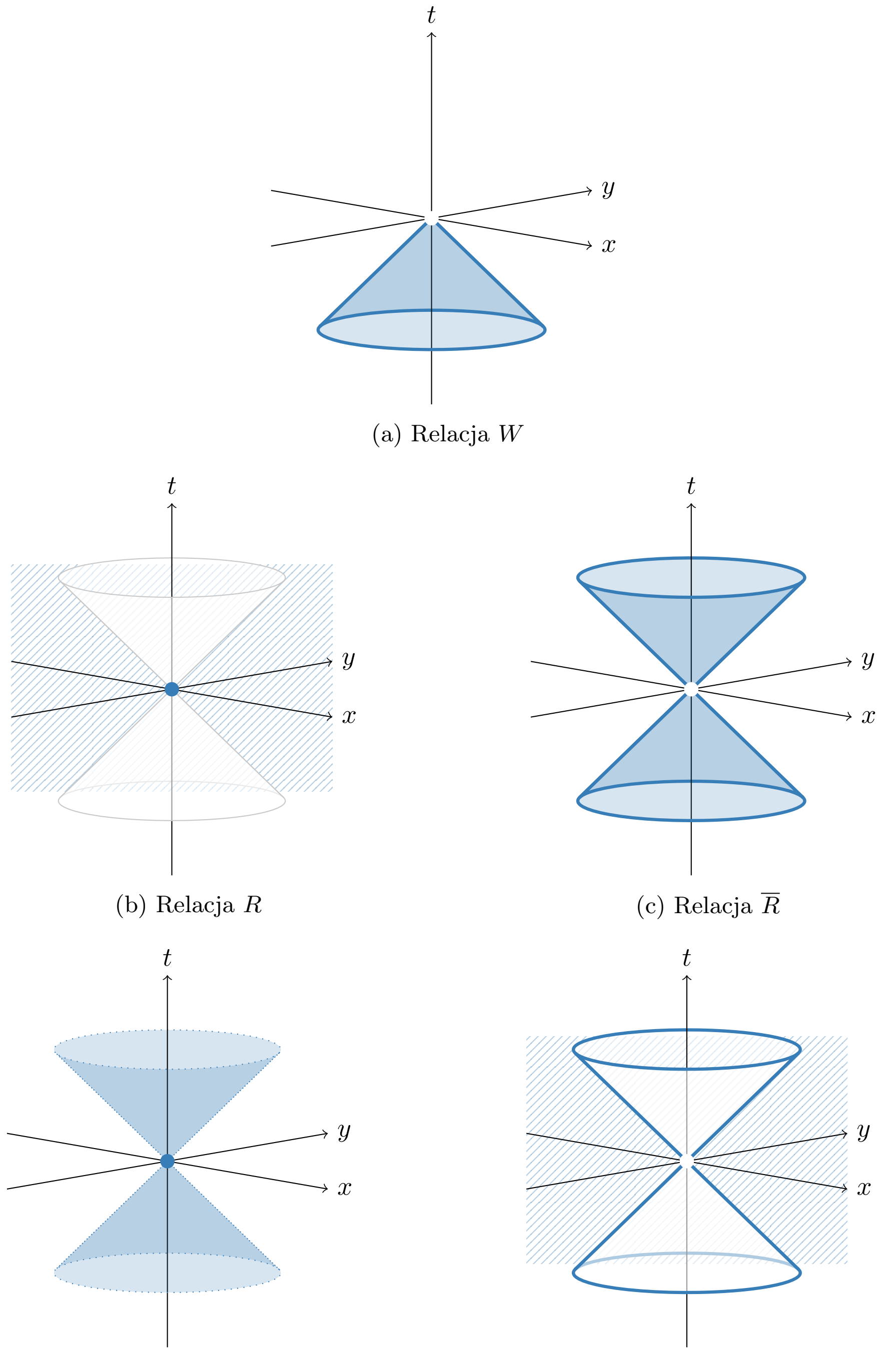
Definicja (R)**.** Niech R będzie *relacją bezwzględnej quasi-równoczesności.*
$xRy :\iff x\overline{W}y \wedge y\overline{W}x$.

Nazwa „bezwzględna quasi-równoczesność" zdarzeń x i y wskazuje na intuicję, że zgodnie z STR może istnieć układ odniesienia, w którym zdarzenia x i y będą równoczesne.

Definicja ($\overline{R}$)**.** $\overline{R}$ jest *relacją bezwzględnej separacji czasowej.*

Dla powyższych relacji dane są następujące interpretacje w języku STR:

- xWy w.t.w. gdy x leży wewnątrz lub na powierzchni dolnej części stożka świetlnego y.
- xRy w.t.w. gdy $x = y$ lub x leży poza stożkiem świetlnym y.



(a) Relacja W

(b) Relacja R

(c) Relacja $\overline{R}$

(d) Relacja L

(e) Relacja $\overline{L}$

Rysunek 1: Absolutne relacje czasoprzestrzenne. Punkt (x, y, t) jest zakolorowany na niebiesko w.t.w gdy znajduje się w danej relacji z punktem $(0, 0, 0)$ (tj. $(x, y, t)A(0, 0, 0)$).

- a więc: $x\overline{R}y$ w.t.w. gdy $x \neq y$ i x leży wewnątrz lub na powierzchni stożka świetlnego y.

Definicja (L)**.** Niech L będzie *relacją bezwzględnej przestrzennej quasi-kolokacji.*

Definicja ($\overline{L}$)**.** $\overline{L}$ jest *relacją bezwzględnej przestrzennej różnicy.*

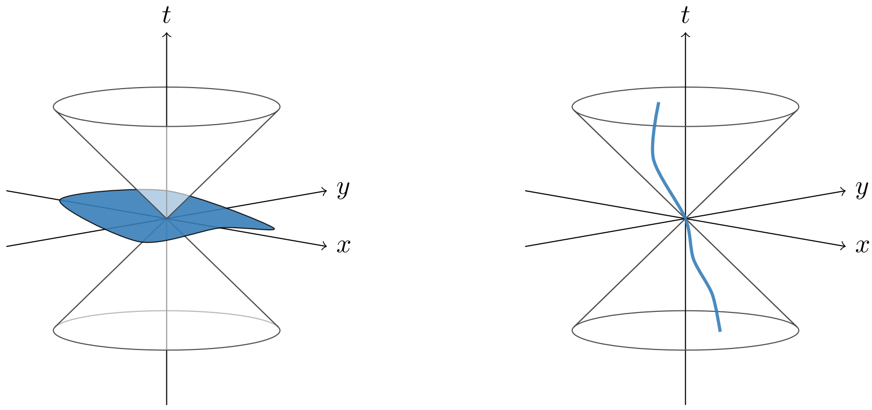
Dla powyższych relacji przestrzennych dane są następujące interpretacje w języku STR:

- xLy w.t.w. gdy $x = y$ lub x leży wewnątrz stożka świetlnego y.
- $x\overline{L}y$ w.t.w. gdy $x \neq y$ i x leży poza lub na powierzchni stożka świetlnego y.

Rysunek 1 przedstawia interpretacje stożkowe powyższych relacji.

1.2 Klasy rozciągłości

Definicja (E_c)**.** $E_c := \{X \subseteq \mathbb{S} : \exists_{x,y \in X} : x\overline{R}y\}$. Zbiór $X \in E_c$ nazwiemy *czasowo rozciągłym.*



(a) przykładowy zbiór $X \in \overline{E}_c \cap E_p$ (b) przykładowy zbiór $X \in E_c \cap \overline{E}_p$

Rysunek 2: Przykładowe zbiory rozciągłe.

Definicja ($\overline{E}_c$)**.** $\overline{E}_c := \{X \subseteq \mathbb{S} : \forall_{x,y \in X} : xRy\}$. Zbiór $X \in \overline{E}_c$ nazwiemy *czasowo nierozciągłym.*

Definicja (E_p)**.** $E_p := \{X \subseteq \mathbb{S} : \exists_{x,y \in X} : xRy \wedge x\overline{L}y\}$. Zbiór $X \in E_p$ nazwiemy *przestrzennie rozciągłym.*

Definicja ($\overline{E}_p$)**.** $\overline{E}_p := \{X \subseteq \mathbb{S} : \forall_{x,y \in X} : xRy \Rightarrow xLy\}$. Zbiór $X \in \overline{E}_p$ nazwiemy wtedy *przestrzennie nierozciągłym.*

Rysunek 2 przedstawia przykładowe zbiory rozciągłe w tylko jeden sposób.

2 Ciągłość w teorii mnogości

Przypomnijmy definicje klas relacji z teorii mnogości[a]. Dla dowolnego zbioru X, relacja $A \subseteq X \times X$ jest:

- *zwrotna*, gdy $\forall_{x \in X} : xAx$,
- *przechodnia*, gdy $\forall_{x,y,z \in X} : (xAy \wedge yAz) \Rightarrow xAz$,
- *symetryczna*, gdy $\forall_{x,y \in X} : xAy \iff yAx$,
- *antysymetryczna*, gdy $\forall_{x,y \in X} : (xAy \wedge yAx) \Rightarrow x = y$,
- *relacją równoważności*, gdy jest ona zwrotna, przechodnia i symetryczna.
- *porządkiem częściowym*, gdy jest ona zwrotna, przechodnia i antysymetryczna. Porządek częściowy ustanowiony przez relację A na zbiorze X będziemy oznaczać (X, A).
- *porządkiem liniowym*, gdy jest ona porządkiem częściowym, oraz $\forall_{x,y \in X} : xAy \vee yAx$.

Wprowadźmy teraz kilka definicji, które nas zaprowadzą do definicji ciągłości.

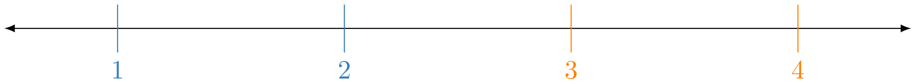
Definicja (Element najmniejszy)**.** x jest *elementem najmniejszym* porządku liniowego (X, A), gdy $\forall_{y \in X} : xAy$.

Definicja (Element największy)**.** x jest *elementem największym* porządku liniowego (X, A), gdy $\forall_{y \in X} : yAx$.

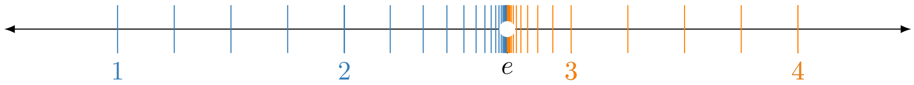
Definicja (Przekrój (Dedekinda))**.** *Przekrojem* porządku liniowego (X, A) nazwiemy każdą parę (X_1, X_2) taką, że:

- $X_1, X_2 \neq \emptyset$
- $X_1 \cup X_2 = X$
- $X_1 \cap X_2 = \emptyset$
- $\forall_{x_1 \in X_1, x_2 \in X_2} : x_1 A x_2$.

[a]Definicje te zaczerpnięte są ze strony [3], która jest dobrym streszczeniem najważniejszych elementów logiki formalnej i teorii mnogości.



(a) Przekrój liczb naturalnych $(\mathbb{N}, \leq)$. Na niebiesko wszystkie $x \in \mathbb{N} : x < e$.



(b) Przekrój liczb wymiernych $(\mathbb{Q} \leq)$. Na niebiesko wszystkie $x \in \mathbb{Q} : x < e$. Niebieskie liczby nie mają elementu największego, bo $\forall_{x \in \mathbb{Q}, x<e} \exists_{y \in \mathbb{Q}} : x < y < e$. Analogicznie pomarańczowe liczby nie mają elementu najmniejszego.

(c) Przekrój 1° zbioru liczb rzeczywistych $(\mathbb{R}, \leq)$. Na niebiesko wszystkie $x \in \mathbb{R} : x \leq e$. e jest największym elementem zbioru liczb niebieskich. Liczby pomarańczowe nie mają elementu najmniejszego.

(d) Przekrój 2° zbioru liczb rzeczywistych $(\mathbb{R}, \leq)$. Na niebiesko wszystkie $x \in \mathbb{R} : x < e$. Liczby niebieskie nie mają elementu największego. e jest najmniejszym elementem zbioru liczb pomarańczowych.

Rysunek 3: Przykładowe przekroje Dedekinda $(\mathbb{N}, \leq), (\mathbb{Q}, \leq)$ i $(\mathbb{R}, \leq)$. W tych przykładach zbiory X_1 i X_2 były wybrane według reguły: $\forall_{x \in X} : x < e \Rightarrow x \in X_1, x > e \Rightarrow x \in X_2$ po to, aby zilustrować istotę definicji ciągłości.

Definicja (Skok)**.** Przekrój (X_1, X_2) *daje skok* w.t.w. gdy X_1 ma element największy, oraz X_2 ma element najmniejszy.

Definicja (Porządek gęsty)**.** Porządek liniowy (X, A) jest *gęsty* w.t.w. gdy żaden jego przekrój nie daje skoku.

Porządkiem gęstym jest na przykład porządek $(\mathbb{Q}, \leq)$, czyli zbiór liczb wymiernych z relacją słabej mniejszości.

Twierdzenie (Twierdzenie o porządkach gęstych)**.** Jeśli porządek (X, A) jest gęsty, to:
$\forall_{x,y \in X, x \neq y, xAy} \exists_{z \in X, z \neq x, z \neq y} : xAz \wedge zAy$, to znaczy, między każdymi dwoma elementami z X można znaleźć trzeci.

Definicja (Luka)**.** Przekrój (X_1, X_2) *daje lukę* w.t.w. gdy X_1 nie ma elementu największego, oraz X_2 nie ma elementu najmniejszego.

Definicja (Porządek ciągły)**.** Porządek liniowy (X, A) jest *ciągły* w.t.w. gdy żaden jego przekrój nie daje skoku, ani luki.

Porządkiem ciągłym (oraz gęstym) jest na przykład porządek $(\mathbb{R}, \leq)$.
Porządek $(\mathbb{Q}, \leq)$ jest gęsty, ale nie jest ciągły.
Rysunek 3 przedstawia przykładowe przekroje Dedekinda dla liczb naturalnych, wymiernych oraz rzeczywistych. Zauważmy, że dla $(\mathbb{Q}, \leq)$ podany jest przekrój, który daje lukę, więc zgodnie z definicją porządku ciągłego, $\mathbb{Q}$ nie jest ciągły. Aby żaden z przekrojów nie dawał skoku ani luki, konieczne jest, aby dla każdego przekroju (X_1, X_2):

1. X_1 posiadał element największy, a X_2 nie posiadał elementu najmniejszego, albo
2. X_1 nie posiadał elementu największego, a X_2 posiadał element najmniejszy,

co, jak można pokazać, jest prawdą dla $\mathbb{R}$.

3 Definicja klasy rzeczy i jej pustość

Do relacji $W, R, \overline{R}, L$ oraz $\overline{L}$ Ewentyzm Punktowy dodaje kolejne relacje:

Definicja (H)**.** Niech H będzie *relacją przyczynowości*, tj. xHy w.t.w. gdy x *jest przyczyną* y.

Definicja (H')**.** Niech H' będzie *relacją kauzalnego powiązania.*
$xH'y := xHy \vee yHx$.

Podobnie jak relacje czasowo-przestrzenne, relacje H oraz H' są *postulowane*. W odróżnieniu od nich, nie jest podana żadna interpretacja (tamte miały interpretację stożkową). Nie jest więc do końca jasne jaka intuicja ma się kryć za relacjami H, oraz H'. Jest to ciekawy temat do dalszych badań, my jednak nie będziemy się tym teraz zajmować.

Na podstawie relacji H' możemy zdefiniować:

Definicja (C_c)**.** $C_c = \{X \subseteq \mathbb{S} : \forall_{x,y \in X} : x\overline{R}y \Rightarrow xH'y\}$. Zbiór $X \in C_c$ nazwiemy *kauzalnie zwartym.*

Na podstawie sekcji 2 możemy zdefiniować:

Definicja (C_n)**.** $C_n = \{X \subseteq \mathbb{S} : (X, W)$ jest porządkiem liniowym, oraz żaden przekrój (X, W) nie daje skoku ani luki.$\}$

Widzimy więc, że klasa C_n to klasa zbiorów ciągłych w relacji W (relacji bezwzględnego wcześniej). Każdy zbiór $X \in C_n$ nazywać będziemy *czasowo ciągłym.*

Teraz możemy przejść do jednych z głównych definicji Ewentyzmu punktowego:

Definicja (Pr)**.** Zbiór Pr jest zdefiniowany następująco:

$$Pr := \{f \subseteq \mathbb{S} : f \in (E_c \cap \overline{E}_p \cap C_n \cap C_c)\}$$

Każdy zbiór $f \in Pr$ nazwiemy *procesem.* Proces to więc zbiór który jest zarazem: rozciągły czasowo, nierozciągły przestrzennie, kauzalnie zwary i czasowo ciągły.

Jeśli wrócimy do intuicji, że cząstka elementarna w danym momencie w czasie jest przybliżeniem zdarzenia punktowego, to proces może być na przykład zbiorem reprezentującym daną cząstkę przez jakiś okres czasu. Rysunek 2.b przedstawia przykładowy proces.

Definicja (T)**.** Zbiór T jest zdefiniowany następująco:

$$T := \{a \subseteq \mathbb{S} : a \in (E_c \cap E_p \cap C_n \cap C_c)\}$$

Każdy zbiór $a \in T$ nazwiemy *rzeczą.*

Powyższa definicja rzeczy jest kluczowa w systemie Ewentyzmu Punktowego.

Zauważmy jednak następujący problem: wprost z definicji klasy E_p otrzymujemy: $\forall_{a \in T} \exists_{x_1, x_2 \in a} : x_1 R x_2$, czyli $x_1 \overline{W} x_2 \wedge x_2 \overline{W} x_1$. Z tego natychmiast otrzymujemy, że porządek (a, W) nie jest liniowy.

Wprost z definicji C_n widzimy, że aby zbiór a należał do C_n, porządek (a, W) musi być liniowy.

Z dwóch powyższych faktów wynika, że nie może istnieć $a \subseteq \mathbb{S}$, taki że $a \in E_p$, oraz $a \in C_n$, lub inaczej: $E_p \cap C_n = \emptyset$. Otrzymujemy więc, że $T = \emptyset$, co w oczywisty sposób jest niezgodne z zamiarem autora.

Zastanówmy się, czy nie można zrezygnować z któregoś z wymagań, których wspólną konsekwencją jest wniosek, że $T = \emptyset$. Jasno widać, że jeśli nie zmienimy definicji klasy C_n, otrzymamy, że: $a \in C_n \Rightarrow a \in \overline{E}_p$. Dalej, klasa E_p w swej istocie ma jedynie wymaganie o istnieniu dwóch równoczesnych zdarzeń x_1 i x_2 z którego skorzystaliśmy, nie można więc go opuścić. Natomiast z ciągu definicji w sekcji 2 widzimy, że liniowość porządku jest konieczna już na etapie definiowania przekroju Dedekinda; pojęcia skoku i luki nie mają sensu w kontekście porządku nieliniowego (niemożliwe jest zdefiniowanie elementu najmniejszego i największego), nie można więc wtedy mówić o gęstości czy ciągłości, a ciągłość w czasie jest kluczowym elementem tej definicji.

Ten problem nie został niezauważony przez autora. W eseju „Ewentyzm Punktowy", zaraz po podaniu definicji rzeczy, autor pisze:

> *Ciągłość czasowa, wykluczająca skoki i luki, jest – jak sądzę – warunkiem koniecznym tzw. identyczności rzeczy w czasie (identyczności genetycznej). Przeto jest to bardzo ważna cecha założona dla rzeczy. Taka sama uwaga ma zastosowanie do zaznaczonej ciągłości czasowej procesów.*
>
> *Uwaga: aplikacja tej cechy do rzeczy zakłada liniowe (a nie tylko częściowe) uporządkowanie rzeczy (poszczególnych) przez relację W; ale to wymaga, aby traktować rzeczy jako procesy (jak zobaczymy później). Schematyzacja taka jednak jest – pod tym względem – dopuszczalna.*[a]

Słowa „jak zobaczymy później" o traktowaniu rzeczy jak procesów odnosi się do wprowadzenia samej definicji procesu, którą autor wprowadza zaraz potem.

[a]Strona 177 w [1].

W pełni zgadzam się z autorem, że ciągłość czasowa jest kluczowa dla definicji rzeczy, której formalne wprowadzenie jest w mojej opinii jednym z najciekawszych osiągnięć Ewentyzmu Punktowego.

Nie zgadzam się jednak ze stwierdzeniem, że traktowanie rzeczy jak procesów na potrzeby samej ich *definicji* jest dopuszczalne. Tego rodzaju nieprecyzyjna (lub po prostu pusta) definicja sprawia, że dalsze rozważania na temat własności klasy rzeczy są jałowe. Dotyczy to w szczególności własności identyczności w czasie rzeczy, wprowadzenia relacji genidentyczności, oraz badania jej własności. Aby lepiej unaocznić problem, przyjrzyjmy się temu tematowi.

4 Genidentyczność

Definicja (G)**.** Zdefiniujmy relację *genidentyczności* zdarzeń:

$$\forall_{x,y\in\mathbb{S}} xGy :\iff \exists_{a\in T} : x \in a \wedge y \in a$$

Czyli dwa zdarzenia nazwiemy *genidentycznymi*, gdy należą do tej samej rzeczy.

Po wprowadzeniu tej definicji, w rozdziale „The World of Events” z [2] autor pisze:

> *Note: if we regard things here – idealizing them – as spatially non-extended, then the events x and y can be regarded as temporal sections (or states) of things.*[a]
>
> [Moje tłumaczenie] *Uwaga: jeśli potraktować rzeczy – idealizując je – jako nierozciągłe w przestrzeni, wtedy zdarzenia x i y można traktować jako przekrój czasowy (lub chwilowy stan) rzeczy.*

Uwaga ta w zasadzie zachęca to myślenia o rzeczach jak o procesach, co w mojej opinii wyjaławia jeszcze mocniej definicję rzeczy.

Dalej, autor pisze:

> *It can easily be proved – on the grounds of the definition – that the genidentity relation G is an equivalence, i.e., is reflexive, symmetric and transitive. We shall only show that it is transitive: if $x, y \in a$, whence xGy and $y, z \in a$, whence yGz, then $x, z \in a$, i.e., xGz, q.e.d.*[b]
>
> [Moje tłumaczenie] *Z definicji można pokazać, że relacja genidentyczności jest relacją równoważności, czyli że jest zwrotna, symetryczna i przechodnia. Pokażemy tylko, że jest ona przechodnia*[c]*: skoro $x, y \in a$ (bo xGy), oraz $y, z \in a$ (bo yGz) to $x, z \in a$, czyli xGz, co należało pokazać.*

Rozumowanie o przechodniości relacji genidentyczności jest oczywiście błędne. Z faktu, że xGy wynika co prawda, że $\exists_{a\in T} : x, y \in a$, a z faktu, że yGz wynika, że $\exists_{a'\in T} : y, z \in a'$, natomiast aby pokazać, że xGz, należałoby jeszcze pokazać, że $a = a'$. Autor popełnia w zasadzie błąd *petitio principii* zakładając, że rzeczy a – których istnienie wynika z zachodzenia relacji genidentyczności – są te same dla xGy i yGz.

Uwaga o traktowaniu rzeczy jako nierozciągłych przestrzennie skłania do rozważania relacji genidentyczności, ale w kontekście procesów, a nie rzeczy. Zaproponujmy więc:

Definicja (G')**.** $\forall_{x,y\in\mathbb{S}} xG'y :\iff \exists_{f\in Pr} : x \in f \wedge y \in f$. Zdarzenia x i y, dla których $xG'y$ nazwę *procesowo-genidentycznymi.*

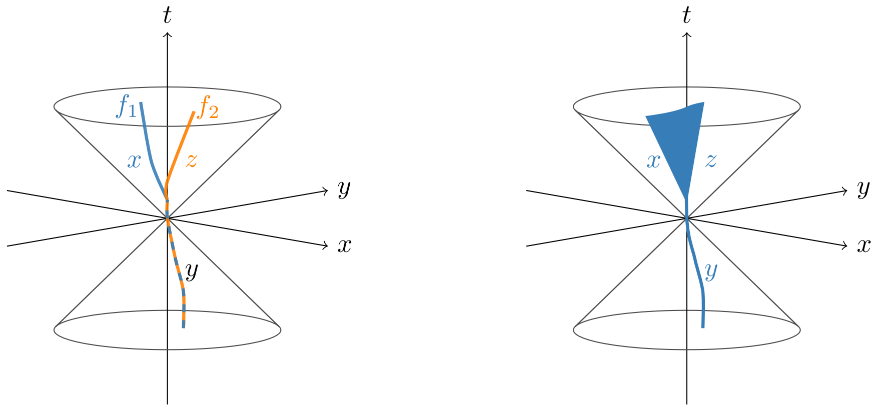
Warto zadać pytanie: czy tak zdefiniowana procesowa-genidentyczność jest relacją równoważności? Spójrzmy na rysunek 4a. Oznaczmy przez f_1 zbiór punktów niebieskich, a przez f_2 zbiór punktów pomarańczowych (na pomarańczowo-niebiesko oznaczone są punktu należące zarówno do f_1 jak i do f_2). Jeśli f_1 i f_2 są procesami, to dla $x \in f_1$, $y \in f_1 \cap f_2$ i $z \in f_2$ mamy: $xG'y \wedge yG'z \nRightarrow xG'z$, relacja G' nie jest więc przechodnia.

Można zastanawiać się czy tak zaproponowane procesy f_1 i f_2 mogą istnieć. Na pewno nie ma problemu z ich nierozciągłością przestrzenną i rozciągłością czasową. Nie widzę powodów dla których procesy te miałyby być nieciągłe w czasie, ponieważ o każdym z nich możemy myśleć jak o osobnym procesie. Być może klasa kauzalnej zwartości nie dopuszcza procesów które w ten sposób niepusto się przecinają. Jednak nigdzie w teorii Ewentyzmu Punktowego intuicja stojąca za relacją kauzalnego powiązania nie jest na tyle jasno wytłumaczona, bym mógł spekulować na ten temat. Wydaje się więc, że tak pomyślane procesy f_1 i f_2 są możliwe.

[a] Strona 38 w [2].

[b] Tamże.

[c] Zwrotność i symetryczność wprost wynikają z definicji G.



(a) Przykładowe procesy f_1 i f_2.

(b) Przykładowa rzecz a_1.

Rysunek 4: Przykładowe procesy i rzecz

Można oczywiście *postulować*, że procesy które w ten sposób niepusto się przecinają nie mogą istnieć. Wydaje mi się jednak, że o ile nie jest to teza fizyki (w co wątpię), to taki postulat trudno jest obronić, wymaga on bowiem stwierdzenia, że sam zbiór $\mathbb{S}$ musi wyglądać w pewien wyspekulowany sposób.

Ten sam argument nie dowodzi nieprzechodniości relacji G dla rzeczy, jak widać na rysunku 4b.

Przyjmijmy intuicję, że relacja genidentyczności (teraz już w kontekście rzeczy) powinna być relacją równoważności. Aby zbadać, czy to formalnie możliwe oraz jakie konsekwencje mogą z tego wyniknąć, musimy zaproponować formalnie poprawną definicję rzeczy, której nie będzie dotyczył problem opisany w sekcji 3.

5 Alternatywne definicje rzeczy

Wszystkie poniższe definicje są proponowane przeze mnie.

Definicja (T_1)**.** Zdefiniujmy zbiór T_1 następująco:

$$T_1 := \{a \subseteq \mathbb{S} : a \in (E_c \cap E_p \cap C_c) \wedge (\forall_{x,y \in a, x\overline{R}y} \exists_{f \subseteq a} : f \in Pr \wedge x, y \in f)\}$$

Aby więc nazwać zbiór a rzeczą wedle definicji T_1, oprócz byciu w przecięciu klas E_c, E_p i C_c wymagamy od niego, aby każde dwa czasowo odseparowane zdarzenia x i y, które do niego należą, były „połączone” pewnym procesem, który jest podzbiorem a. Wymaganie to motywowane jest chęcią wyrażenia intuicji ciągłości rzeczy w czasie poprzez ciągłość czasową procesów. Zważmy na to, że klasa C_c wymaga już, aby $\forall_{x,y \in a} x\overline{R}y \Rightarrow xH'y$. Dołożenie wymagania istnienia procesu $f : x, y \in f$ wydaje się być naturalne.

Dla uproszczenia zapisów wprowadźmy klasę relacji „procesowego połączenia” zdarzeń. Dla dowolnego $s \subseteq S$, powiemy, że:

$$xF_s y :\iff \exists_{f \subseteq s} : f \in Pr \wedge x, y \in f$$

Wtedy definicję T_1 można zapisać prościej:

$$T_1 := \{a \subseteq \mathbb{S} : a \in (E_c \cap E_p \cap C_c) \wedge (\forall_{x,y \in a} : x\overline{R}y \Rightarrow xF_a y)\}$$

Ponieważ nie wymagamy, aby $T_1 \subseteq C_n$, nie występują tu problemy podobne do opisanych w sekcji 3.

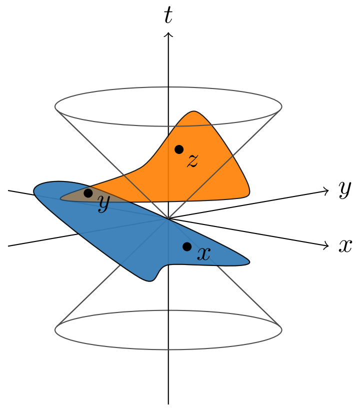
Na podstawie definicji T_1 wprowadźmy relację genidentyczności:

Definicja (G_1)**.** $xG_1y :\iff \exists_{a \in T_1} : x \in a \wedge y \in a$.

Teraz możemy zastanowić się, czy tak zdefiniowana relacja G_1 jest relacją równoważności.

Niestety tak nie jest. Rozważmy przykład trzech zdarzeń x, y, z takich, że $xRy, yRz, x\overline{R}z$ (jak na rysunku 5). Aby G_1 była przechodnia, musi zachodzić $xG_1y \wedge yG_1z \Rightarrow xG_1z$. Załóżmy więc, że $x, y \in a$, oraz $y, z \in a'$ dla $a, a' \in T_1$. Ponieważ xRy, nie wymagamy, aby $xF_a y$. Podobnie nie wymagamy, aby $yF_{a'}z$. Natomiast $x\overline{R}z$, więc aby pokazać, że $\exists a'' : x, z \in a''$, musimy pokazać, że $\exists_{f \in Pr} : x, z \in f$, co w ogólności nie musi być prawdą.

Spróbujmy zmienić definicję rzeczy tak, aby uniknąć tego przypadku. Weźmy:



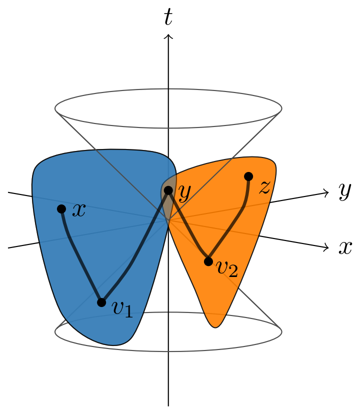
Rysunek 5: Brak przechodniości relacji G_1.

Definicja (T_2)**.** $T_2 := \{a \subseteq \mathbb{S} : a \in (E_c \cap E_p \cap C_c) \wedge (\forall_{x,y \in a} \exists_{v \in a} : xF_a v \wedge vF_a y\}$

oraz

Definicja (G_2)**.** $xG_2y :\iff \exists_{a \in T_2} : x \in a \wedge y \in a$.

Intuicja stojąca za tą definicją jest taka, aby w przykładzie jak na rysunku 5 istniało v_a takie, że $xF_a v_a, v_a F_a y$, oraz $v_{a'}$ takie, że $yF_{a'}v_{a'}, v_{a'}F_{a'}z$. Jednak można pokazać, że kontrprzykładem dla przechodniości relacji G_2 jest układ jak na rysunku 6.



Rysunek 6: Brak przechodniości relacji G_2. Czarne linie wskazują procesy, których istnienie gwarantowane jest przez definicję T_2.

Jaka może być definicja rzeczy, która da przechodnią relację genidentyczności? Zaproponujmy:

Definicja (T_3)**.** $T_3 := \{a \subseteq \mathbb{S} : a \in T_2 \wedge (\forall_{f \in Pr} : (f \cap a \neq \emptyset) \Rightarrow f \subseteq a)\}$

oraz oczywiście

Definicja (G_3)**.** $xG_3y :\iff \exists_{a \in T_3} : x \in a \wedge y \in a$.

Jeśli jakiś proces jest częścią rzeczy (w sensie T_3), to zawiera się on w niej cały.

Twierdzenie. Relacja G_3 jest przechodnia.

Dowód. Weźmy[a] x, y, z takie, że xG_3y, yG_3z. Istnieją więc $a, a' \in T_3$ takie, że $x, y \in a$, oraz $y, z \in a'$.

Skoro $x, y \in a$ to istnieje v_1 takie, że $xF_a v_1$, $v_1 F_a y$. A skoro $y, z \in a'$ to istnieje v_2 takie, że $yF_{a'}v_2$, $v_2F_{a'}z$. Ale jeśli $yF_{a'}v_2$ to istnieje $f_1 \in Pr$ taki, że $y, v_2 \in f_1$. A skoro $f_1 \cap a \subseteq \{y\} \neq \emptyset$ (bo $y \in a$) to z definicji T_3 otrzymujemy, że $f_1 \subseteq a$, w szczególności $v_2 \in a$.

Dalej podobnie: z faktu, że $v_2F_{a'}z$ otrzymujemy istnienie f_2 takiego, że $v_2, z \in f_2$. Ale pokazaliśmy, że $v_2 \in a$, więc $f_2 \cap a \subseteq \{v_2\} \neq \emptyset$, więc z definicji T_3 otrzymujemy, że $f_2 \in a$, w szczególności $z \in a$, więc xG_3z, co było do pokazania. □

[a] W prześledzeniu tego dowodu można się posłużyć rysunkiem 6, choć sam dowód działa oczywiście dla dowolnego przypadku.

Łatwo pokazać, że relacja G_3 jest zwrotna i symetryczna. Jest więc ona relacją równoważności.

Osiągnęliśmy więc nasz cel stworzenia definicji rzeczy tak, aby wynikająca z niej relacja genidentyczności była relacją równoważności. W definicji T_3 kryje się jednak pewna subtelność. Aby ją pokazać, rozważmy najpierw funkcję „rozszerzania o proces”. Zdefiniujmy funkcję $E : T_2 \times Pr \to 2^{\mathbb{S}}$:

$$E(a, f) := \begin{cases} a \cup f & \text{dla } a \cap f \neq \emptyset \\ a & \text{dla } a \cap f = \emptyset \end{cases}$$

Można pokazać, że T_3 to podzbiór T_2 domknięty na tak zdefiniowane rozszerzanie o proces, czyli że $\forall_{a \in T_3, f \in Pr} E(a, f) = a$.

Aby więc z rzeczy $a \in T_2$ otrzymać $a' \in T_3$ takie, że $a \subseteq a'$, należy rozszerzać a o proces tak długo, jak to możliwe. Tu pojawia się rzeczona subtelność: wydaje mi się, że do postulowania końca tego procesu, czyli do operowania rzeczami ze zbioru T_3 konieczne jest zastosowanie Lematu Kuratowskiego-Zorna, a więc założenie aksjomatu wyboru.

Jak pisze William Timothy Gowers w artykule [4]:

> *Jeśli konstruując obiekt matematyczny etapami okazuje się, że (i) nie skończyłeś nawet po nieskończenie wielu etapach oraz (ii) zdaje się, że nie ma nic, co mogło by powstrzymać cię przed dalszym konstruowaniem, wówczas pomocny może okazać się Lemat Kuratowskiego-Zorna.*

Jest to oczywiście jedynie intuicja. Ciekawym tematem dalszych badań byłoby pytanie czy zastosowanie Lematu Kuratowskiego-Zorna jest tu w istocie konieczne.

6 Przemyślenia filozoficzne

Pokazaliśmy pustość naiwnej definicji rzeczy, a następnie zaproponowaliśmy kilka alternatywnych definicji kierując się intuicją, że relacje genidentyczności z nich wynikające powinny być równoważnościowe.

Doprowadziło nas to do definicji T_3, dla której zapewne potrzebujemy przyjąć aksjomat wyboru, który jest bardzo problematyczny i wysoce nieintuicyjny. Warto więc zadać sobie pytanie: czy równoważnościowość relacji genidentyczności to coś, co chcielibyśmy uzyskać lub postulować w systemie Ewentyzmu Punktowego?

Czy rzeczywiście dane zdarzenie punktowe powinno należeć do tylko jednej rzeczy? Czy na przykład część koła samochodu nie jest w tym samym momencie częścią samochodu? Myślę, że nasze dociekania dobrze pokazują złożoność pojęcia rzeczy, która była ukryta za nieprecyzyjną definicją.

Ewentyzm punktowy jest opisem rzeczywistośći z „obiektywnego” punktu widzenia lub punktu widzenia wszechwiedzącego absolutu. Być może trudności, które napotkaliśmy świadczą o aktywnej i niezastępowalnej roli, jaką w kreowaniu rzeczywistości odgrywa podmiot poznający, o którym Ewentyzm Punktowy milczy.

Przy definicji T_3 przywołaliśmy aksjomat wyboru. Być może jest on zaszyty jeszcze głębiej w tych rozważaniach. Ciekawym tematem dalszych badań byłoby pytanie, czy możliwe jest stworzenie jakiejkolwiek definicji rzeczy odpowiadającej naszym intuicjom nie wymagając tego aksjomatu. W zasadzie nie jest dla mnie jasne, czy nie kryje się on już w postulacie istnienia procesów. Mam tu na myśli na przykład poszukiwanie procesu maksymalnego zawierającego dany pod-proces. Tego typu operacja zdaje się potrzebować Lematu Kuratowskiego-Zorna.

Literatura

[1] Zdzisław Augustynek (1997) *Czasoprzestrzeń, eseje filozoficzne*, wyd. Wydziału Filozofii i Socjologii Uniwersytetu Warszawskiego.

[2] Zdzisław Augustynek i Jacek Juliusz Jadacki (1993) *Possible Ontologies*, *Poznań Studies in the Philosophy of the Sciences and the Humanities*, tom 29, wyd. Rodopi.

[3] *Logika i teoria mnogości*, https://wazniak.mimuw.edu.pl/index.php?title=Logika_i_teoria_mnogo%C5%9Bci.

[4] William Timothy Gowers *How to use Zorn's lemma*, https://gowers.wordpress.com/2008/08/12/how-to-use-zorns-lemma/