Matematyka
Kolokwium 07.12.2020

Instrukcja!

Do każdego zadania **na samym początku rozwiązywania** wstawiamy za J cyfrę jedności numeru indeksu, za D - cyfrę dziesiątek. Na przykład, osoba o numerze indeksu 12345 wstawia wszędzie $D = 4$ i $J = 5$, czyli np. w miejsce $5D - 4$ wstawiłaby liczbę $20 - 4 = 16$.

Wszystkie kartki z rozwiązaniami podpisujemy **imieniem i nazwiskiem** ORAZ **numerem indeksu**.

Jeżeli rozwiązania przesyłamy w formie kilku zdjęć, w miarę możliwości nadajemy im **czytelne** nazwy (np. "zad 1.jpg", "1 i 3.jpg" itd.)

Rozwiązania należy **nadesłać** do godziny 17:00 (spóźnienie będzie się wiązało z obniżeniem punktacji). Zaliczenie od 50% (tj. 10 punktów). Powodzenia!

1. Wyznaczyć granicę ciągu: (2 pkt)

   (a) $a_n = \sqrt[n]{(3J+2)^n + 9^n + (3D+1)^n}$,
   (b) $a_n = \frac{2\cdot(2D+6)^n - (4J+1)^n}{5\cdot(2D+6)^n - 4\cdot(4J+1)^n}$

2. Wyznaczyć granice funkcji: (4 pkt)

   (a) $f(x) = \frac{x^3+10^J}{10^D+3x^3}$ przy $x \to \infty$,
   (b) $f(x) = x - (D+J+1)\cdot\sqrt{x}$ przy $x \to \infty$,
   (c) $f(x) = \frac{\sin((10+D)x)}{\sin((11-J)x)}$ przy $x \to 0$,
   (d) $f(x) = \frac{x^4-16}{x-2} + (1-x)^{2J}$ przy $x \to 2$.

3. Obliczyć pochodną funkcji: (4 pkt)

   (a) $f(x) = \frac{2+D+x^4}{\cos x}$,
   (b) $f(x) = \ln((10-J+D)x^2+3)$,
   (c) $f(x) = \sqrt[4]{x^4+(D+1)}$,
   (d) $f(x) = (2+J)^x \cdot x^{2+J}$

4. Wyznaczyć: (6 pkt)

   (a) równanie stycznej do wykresu funkcji $f(x) = x^3 - \frac{D+1}{2}x^2 - J$ w punkcie $x_0 = -1$,
   (b) ekstrema funkcji $f(x) = x^3 - 3x + J$,
   (c) wypukłość funkcji $f(x) = \frac{x^4}{4} + 3x^3 + 12x^2 + (D+2J)x - 2J$.
   (d) wartość najw. i najmn. funkcji $f(x) = x^3 - 3(J+1)^2 \cdot x$ w przedziale $[-D-1, D+5]$.
   W powyższym przykładzie warto wspomóc się kalkulatorem prostym, zwłaszcza na koniec, przy podstawianiu punktów do f.

5. Wykorzystując pochodną, wyznaczyć przybliżoną wartość wyrażenia $(11 - D + 0,03)^2$. (2 pkt)

6. Wyznaczyć granicę, korzystając z reguły de l'Hospitala: (2 pkt)

   (a) $\lim_{x\to 1} \frac{x^2-2x+1}{e^x - e\cdot x}$
   (b) $\lim_{x\to 0}\ x^3 \cdot \ln x$