Fundusze Europejskie Wiedza Edukacja Rozwój
Rzeczpospolita Polska
Unia Europejska Europejski Fundusz Społeczny

Kierunek: Informatyka, sem. 4
Przedmiot: Metody i narzędzia sztucznej inteligencji
Laboratorium nr 2

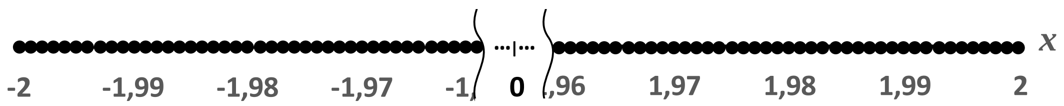
Temat: Kodowanie i dekodowanie rozwiązań w algorytmie genetycznym

Opracował: I. Czarnowski, A. Skakovski

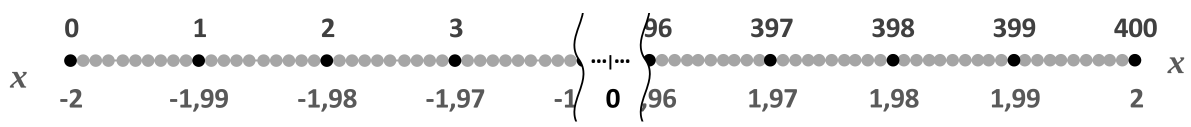
Nieco teorii:

W algorytmie genetycznym poszukiwanie potencjalnych i dopuszczalnych rozwiązań prowadzone jest poprzez zakodowanie parametrów zadania w postać tak zwanych chromosomów. W klasycznym algorytmie genetycznym do zakodowania parametrów zadania stosuje się kodowanie binarne, podczas gdy inne algorytmy ewolucyjne przetwarzają chromosomy składające się z liczb rzeczywistych (kodowanie zmiennopozycyjne) lub mogą być pewną permutacją (kodowanie permutacyjne). Możliwe są więc różne reprezentacje rozwiązań. Niemniej jednak wybór sposobu kodowania parametrów zadania może być wymuszony przez szereg różnych czynników.

Kodowanie binarne wykorzystuje system dwójkowy do zapisu potencjalnych rozwiązań w postać chromosomu. Przypuśćmy że chcemy maksymalizować funkcję *n* zmiennych rzeczywistych $f(x_1, \dots, x_n)\colon R^n \to R$. Przypuśćmy, że każda ze zmiennych x_i może przybierać wartości z przedziału $D_i = [a_i, b_i] \subseteq R$ i $f(x_1, \dots, x_n) > 0$ dla wszystkich $x_i \in D_i$. Chociaż wielkości wartości zmiennej x_i są ograniczone przez a_i i b_i, to ilość tych wartości jest nieskończona ze względu na naturę liczb rzeczywistych. Rozpatrzmy przykład gdy $x_i \in [-2, 2]$. Na rysunku niżej czarne kółeczka reprezentują „wszystkie" możliwe wartości rzeczywiste zmiennej x_i z przedziału [-2, 2].



Aby uzyskać reprezentację wartości zmiennej x_i w postaci binarnej będziemy kodować tylko niektóre ze wszystkich możliwych wartości rzeczywistych z danego przedziału. O tym, *które* i *ile* wartości będziemy kodować decyduje *dokładność* liczb rzeczywistych, którą przyjmiemy. W przypadku ogólnym aby uzyskać żądaną dokładność, każdy z przedziałów D_i należy podzielić na $(b_i - a_i) \cdot 10^d$ podprzedziałów. Granice tych podprzedziałów będą wyznaczać wartości różniące się o 10^{-d}. Przyjmijmy, że będziemy rozpatrywać liczby rzeczywiste z dokładnością *d* miejsc po przecinku. Gdy przyjmiemy *d* = 1, to z przedziału [0, 1] trzeba będzie zakodować tylko (10+1) liczb różniących się o 0,1 („+1" uwzględnia „0"), gdy *d* = 2, to - (100+1) różniących się o 0,01, gdy *d* = 3, to - (1000+1) liczb różniących się o 0,001 i td. Na rysunku niżej został pokazany przypadek dla *d* = 2. Na tym rysunku czarne kółeczka reprezentują liczby, które będziemy kodować (kolejne liczby różnią się o 0,01), a szare kółeczka pokazują wszystkie liczby rzeczywiste, których kodować nie będziemy. Więc teraz mamy skończoną ilość liczb do zakodowania w postać binarną. W naszym przykładowym przedziale [-2, 2] jest ich (400+1).



Wszystkie wyodrębnione z tego przedziału liczby możemy ponumerować. W taki sposób liczba „-2,00" otrzyma numer „0", liczba „-1,99" – numer „1", „-1,98" - numer „2" i td. Natomiast liczba „1,99" otrzyma numer „399", a „2,00" – numer „400". Ponieważ uzyskane numery są liczbami całkowitymi – łatwo je zakodować w postać binarną. W taki sposób pierwotna liczba rzeczywista będzie reprezentowana przez wartość binarną jej numeru. Czyli w przyjętej metodzie kodowania kodujemy binarnie nie samą liczbę rzeczywistą, lecz jej numer. Mając numer liczby

Projekt „SezAM wiedzy, kompetencji i umiejętności" jest współfinansowany przez Unię Europejską ze środków Europejskiego Funduszu Społecznego w ramach Programu Operacyjnego Wiedza Edukacja Rozwój

rzeczywistej łatwo możemy odtworzyć jej pierwotną wartość za pomocą formuły podanej w podpunkcie „DEKODOWANIE CIAGU BINARNEGO”.

O ilości bitów potrzebnych do zakodowania numerów rozpatrywanych liczb rzeczywistych decyduje wartość największego numeru. Niech dalej przez m_i będziemy oznaczać najmniejszą liczbę całkowitą taką, że:

$$(b_i - a_i) \cdot 10^d \leq 2^{m_i} - 1,$$

gdzie m_i - najmniejsza liczba bitów potrzebnych do zakodowania liczby podprzedziałów $(b_i - a_i) \cdot 10^d$. Liczbę m_i można obliczyć ze wzoru:

$$m_i = \lceil log_2((b_i - a_i) \cdot 10^d) \rceil$$

Wówczas reprezentacja, w oczywisty sposób będzie spełniać wymagania dokładności.

KODOWANIE BINARNE ZMIENNEJ x_i

Aby zakodować wartość zmiennej rzeczywistej x_i za pomocą ciągu binarnego należy najpierw obliczyć dziesiętną wartość tego ciągu binarnego $decimal(1101 \ldots 011_2)$ ze wzoru:

$$decimal(1101 \ldots 011_2) = (x_i - a_i) / \frac{b_i - a_i}{2^{m_i - 1}},$$

i następnie przekonwertować otrzymaną wartość dziesiętną $decimal(1101 \ldots 011_2)$ na docelowy ciąg binarny $1101 \ldots 011_2$. Tak otrzymany ciąg binarny będzie reprezentował wartość zmiennej rzeczywistej x_i.

DEKODOWANIE CIAGU BINARNEGO

Aby odkodować wartość zmiennej rzeczywistej x_i z ciągu binarnego reprezentującego x_i korzystamy ze wzoru:

$$x_i = a_i + decimal(1101 \ldots 011_2) \cdot \frac{b_i - a_i}{2^{m_i - 1}},$$

gdzie $decimal(1101\ldots011_2)$ jest równy dziesiętnej wartości łańcucha binarnego kodującego wartość zmiennej rzeczywistej x_i.

REPREZENTACJA CHROMOSOMU

Poszukując rozwiązania związanego z maksymalizacją funkcji f o n zmiennych, chromosom reprezentujący potencjalne rozwiązanie będzie reprezentowany przez strukturę składającą się z n genów. W takim chromosomie poszczególne geny będą odpowiadały poszczególnym zmiennym x_i reprezentowanym przez odpowiednie ciągi binarne. Mianowicie, pierwsze m_1 bitów chromosomu (GEN 1) będą odpowiadać wartości zmiennej x_1 z przedziału $[a_1, b_1]$, druga grupa bitów m_2 (GEN 2) będzie odpowiadać wartości zmiennej x_2 z przedziału $[a_2, b_2]$, itd. Łącząc wszystkie geny w jeden ciąg binarny otrzymujemy chromosom o długości $m = \sum_{i=1}^{n} m_i$.

	x_1 = GEN 1								x_2 = GEN 2								…	x_n = GEN n							
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	…	…	…	…	…	…	**m-2**	**m-1**	**m**
CHROMOSOM →	**1**	**1**	**0**	**1**	**0**	**1**	**1**	**1**	**0**	**0**	**0**	**0**	**1**	**0**	**1**	**1**	…	**0**	**1**	**0**	**0**	**1**	**0**	**0**	**1**

W kodowaniu zmiennopozycyjnym chromosom jest zakodowanym wektorem liczb zmiennopozycyjnych, o tej samej długości, jak wektor rozwiązania, tj. składa się z liczb rzeczywistych, których liczba jest równa liczbie zmiennych w

Projekt „SezAM wiedzy, kompetencji i umiejętności” jest współfinansowany przez Unię Europejską ze środków Europejskiego Funduszu Społecznego w ramach Programu Operacyjnego Wiedza Edukacja Rozwój

zadaniu.

Polecenia:

1. Dana jest funkcja dwóch zmiennych

$$f(x_1, x_2) = -x_1^2 - x_2^2 + 2, \text{ gdzie } -2 \leq x_1 \leq 2 \quad \text{oraz} \quad -2 \leq x_2 \leq 2, \tag{1}$$

a celem zadania optymalizacyjnego byłoby wyznaczenie takiego x_1 i x_2 dla których *f* osiąga wartość maksymalną, tj. $f(x_1, x_2) \to max$ przy zachowaniu ograniczeń dla x_1 i x_2.

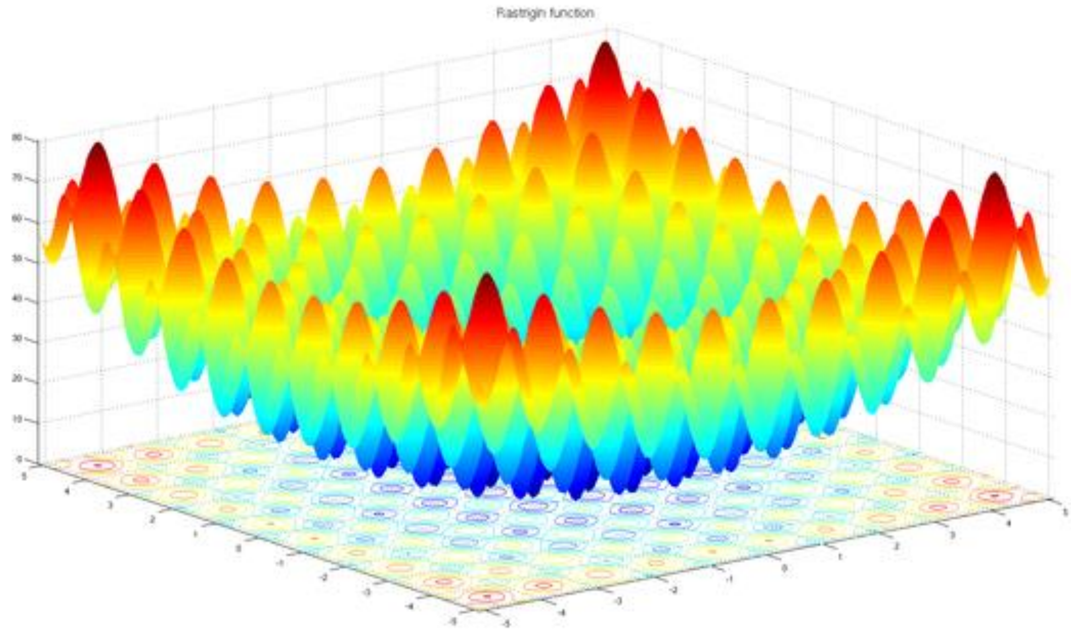
Zakładając, że interesuje nas dokładność do 5 miejsca po przecinku wykonaj poniższe polecenia.

a) Ile bitów jest potrzebne do zapisania każdej ze zmiennych?
b) Jaką długość (ile bitów łącznie) będzie posiadać potencjalne rozwiązanie (czyli chromosom)?
c) Korzystając z mechanizmu losowego utwórz ciąg 0-1 będący reprezentacją potencjalnego rozwiązania, zapisanego w postaci wektora jednowymiarowego (tablica jednowymiarowa).
d) Odkoduj utworzony ciąg 0-1, wyznacz wartości zmiennych x_1 i x_2.
Sprawdź czy otrzymane wartości zmiennych x_1 i x_2 są ***dopuszczalne***, tzn. czy spełniają ograniczenia: $-2 \leq x_1 \leq 2$ oraz $-2 \leq x_2 \leq 2$. Jeżeli nie spełniają, to wylosuj dopuszczalne ciągi binarne.
e) Wyznacz wartość funkcji *f* przez podstawienie wartości x_1 i x_2 wynikających z odkodowania chromosomu (ciągu 0-1).

2. Dana jest funkcja zwana funkcją Rastrigina o postaci:

$$f(x) = An + \sum_{i=1}^{n} [x_i^2 - A\cos(2\pi x_i)].$$

Funkcja ta posiada minimum globalne dla X = 0, gdzie f(X) = 0. Poniżej na rysunku przedstawiono wykres tej funkcji dla dwóch zmiennych. Celem zadania optymalizacyjnego byłoby wyznaczenie takiego wektora $X^* = (x^*_1, x^*_2, \dots, x^*_i, \dots, x^*_n)$ wartości zmiennych x_i, dla których *f* osiąga wartość minimalną, tj. $f(X^*) \to min$ przy zachowaniu ograniczeń dla x_i.



Wykonaj ppkt a)-d) z polecenia 1.
Założenia:
Przyjmij, że *A*=10 oraz *n*=10, $-5,21 \leq x_i \leq 5,21$, *i* =1,…,10.
Niech dokładność będzie uwzględniona do 3 miejsca po przecinku.

Projekt „SezAM wiedzy, kompetencji i umiejętności" jest współfinansowany przez Unię Europejską ze środków Europejskiego Funduszu Społecznego w ramach Programu Operacyjnego Wiedza Edukacja Rozwój