

Matematyka
Przykładowe kolokwium
Prawidłowe wyniki na drugiej stronie

1. Wyznaczyć granicę ciągu:

(a) $a_n = \sqrt[n]{2^n + 4^n + 5^n}$,

(b) $a_n = (\frac{1}{2})^{-n}$,

(c) $a_n = \frac{n^2+3n^3}{2n+n^3-4n^2}$.

(d) $a_n = (1 + \frac{1}{2n})^{3n+2}$

2. Wyznaczyć granice funkcji:

(a) $f(x) = 4x - x^4 + 4$ przy $x \rightarrow \infty$,

(b) $f(x) = x + e^x$ przy $x \rightarrow -\infty$,

(c) $f(x) = \frac{\sin 5x}{3x}$ przy $x \rightarrow 0$,

(d) $f(x) = \frac{x^2-9}{x-3}$ przy $x \rightarrow 3$.

3. Obliczyć pochodną funkcji:

(a) $f(x) = \sqrt{x^2 + 5x}$,

(b) $f(x) = 2^x \sin 2x$,

(c) $f(x) = \frac{2-\ln x}{\cos x}$,

(d) $f(x) = (x^2 + 4)^{10}$.

4. Wyznaczyć:

(a) równanie stycznej do wykresu funkcji $f(x) = x^4 + 4x - 3$ w punkcie $x_0 = 1$.

(b) przedziały monotoniczności i ekstrema funkcji $f(x) = x^3 - 6x^2 + 9x + 2$,

(c) asymptoty funkcji $f(x) = \frac{x^2+3}{x}$,

(d) wartość największą i najmniejszą funkcji $f(x) = x^3 - 3x$ w przedziale $[0, 2]$.

5. Wykorzystując pochodną, wyznaczyć przybliżoną wartość wyrażenia $\sqrt[3]{8,06}$.

6. Wyznaczyć granicę, korzystając z reguły de l'Hospitala:

(a) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^3}{e^{2x}}$

(b) $\lim_{x \rightarrow 0} (\ln x + \frac{1}{x})$

Wyniki przykładów

1. (a) 5, (c) 3,
(b) ∞ , (d) $e^{\frac{3}{2}}$.
2. (a) $-\infty$, (c) $\frac{5}{3}$,
(b) $-\infty$, (d) 6.
3. (a) $f'(x) = \frac{2x+5}{2\sqrt{x^2+5x}}$, (c) $f'(x) = \frac{-\frac{\cos x}{x} + (2-\ln x) \sin x}{\cos^2 x}$,
(b) $f'(x) = 2^x \sin 2x \cdot \ln 2 + 2^x \cos 2x \cdot 2$, (d) $f'(x) = 10(x^2 + 4)^9 \cdot 2x$.
4. (a) $y = 8x - 6$
(b) rosnąca dla $x \in (-\infty, 1)$, malejąca dla $x \in (1, 3)$, rosnąca dla $x \in (3, \infty)$.
 $f(1) = 6$ maksimum lokalne, $f(3) = 2$ minimum lokalne.
(c) pionowa $x = 0$ i ukośna $y = x$,
(d) $f_{\min} = f(1) = -2$, $f_{\max} = f(2) = 2$.
5. 2,005.
6. (a) 0, (b) ∞ .