

Fizyka Ćwiczenia

Droga, prędkość i przyspieszenie:

Droga (x) >>> pochodna >>> prędkość (v) >>> pochodna >>> przyspieszenie (a)
 przyspieszenie (a) >>> całka >>> prędkość (v) >>> całka >>> Droga (x)

$$x = x(t)$$

$$v = dx/dt \quad (\text{zmiana drogi przez zmianę czasu})$$

$$a = dv/dt \quad (\text{zmiana prędkości})$$

^^^

$\hat{i} \hat{j} \hat{k} = \mathbf{i} \mathbf{j} \mathbf{k}$ (wersory) (na spr będzie pogrubione na kartce piszemy tą śmieszną strzałkę)

składowe:

$$\text{wektor położenia} \quad \mathbf{r} = x\mathbf{i} + y\mathbf{j} + z\mathbf{k}$$

$$\text{prędkości} \quad \mathbf{v} = v_x\mathbf{i} + v_y\mathbf{j} + v_z\mathbf{k}$$

$$\text{przyspieszenie} \quad \mathbf{a} = a_x\mathbf{i} + a_y\mathbf{j} + a_z\mathbf{k}$$

W zadaniach 5, 6 i 7 występują położenie, prędkość i przyspieszenie opisujące ruch w przestrzeni trójwymiarowej. Wektor położenia \mathbf{r} przedstawia umiejscowienie w przestrzeni przez podanie trzech niezależnych składowych określonego układu współrzędnych: x , y i z , co zapisujemy

$$\mathbf{r} = x\mathbf{i} + y\mathbf{j} + z\mathbf{k},$$

gdzie \mathbf{i} , \mathbf{j} , \mathbf{k} są wektorami jednostkowymi określającymi kierunki poszczególnych osi układu.

Prędkość, zdefiniowana jako pochodna zmiany położenia w czasie, oraz przyspieszenie, będące pochodną prędkości po czasie, są tym samym wektorami mającymi trzy niezależne składowe, co możemy przedstawić następująco:

| | | „X” | „Y” | „Z” |
|-----------------|--|-------------------------|-------------------------|-------------------------|
| położenie: | $\mathbf{r} = x\mathbf{i} + y\mathbf{j} + z\mathbf{k}$ | x | y | z |
| prędkość: | $\mathbf{u} = u_x\mathbf{i} + u_y\mathbf{j} + u_z\mathbf{k}$ | $u_x = \frac{dx}{dt}$ | $u_y = \frac{dy}{dt}$ | $u_z = \frac{dz}{dt}$ |
| przyspieszenie: | $\mathbf{a} = a_x\mathbf{i} + a_y\mathbf{j} + a_z\mathbf{k}$ | $a_x = \frac{du_x}{dt}$ | $a_y = \frac{du_y}{dt}$ | $a_z = \frac{du_z}{dt}$ |

Wynika z tego istotny praktyczny wniosek, że poszczególne składowe wektorów liczymy niezależnie.

| | | | | | |
|---------|-----------------------------------|--|---|---|---|
| DANE | F, x_1, x_2 | $\vec{F} = x\hat{i} + y\hat{j} + z\hat{k}$ \vec{r}_1, \vec{r}_2 | $\vec{F}, m, v_0, t_1, t_2$ | m, \vec{v} t_1, t_2 | I, R, T |
| SZUKANE | $W \quad [J]$ | $W \quad [J]$ | $W \quad [J]$ | $F \quad [N] \quad W \quad [J]$ | I_{sr}, W |
| | $W = \int_{x_1}^{x_2} \vec{F} dx$ | $W_x = \int_{x_1}^{x_2} \vec{F}_x dx$ $W_y = \int_{y_1}^{y_2} \vec{F}_y dy$ $W_z = \int_{z_1}^{z_2} \vec{F}_z dz$ $W = W_x + W_y + W_z$ | $\vec{F} = m\vec{a}$ $a = \frac{F}{m}$ $v = \int a dt$ $W = \int_{t_1}^{t_2} \vec{F} \cdot \vec{v} dt$ | $v_x = \dots \quad v_y = \dots \quad v_z = \dots$ $a_x = (v_x)' \quad a_y = (v_y)' \quad a_z = (v_z)'$ $\vec{F}_x = m\vec{a}_x \quad \vec{F}_y = m\vec{a}_y \quad \vec{F}_z = m\vec{a}_z$ $W_x = \int_{t_1}^{t_2} \vec{F}_x \cdot \vec{v}_x dt \quad W_y = \int_{t_1}^{t_2} \vec{F}_y \cdot \vec{v}_y dt \quad W_z = \int_{t_1}^{t_2} \vec{F}_z \cdot \vec{v}_z dt$ $W = W_x + W_y + W_z$ | $I_{\text{sr}} = \frac{1}{4\pi} \int_0^T \int_0^{\frac{4\pi}{T}} \int_0^{\frac{4\pi}{T}} \vec{F} d\vec{r}$ $P = U \cdot I$ $\int d\vec{r} \cdot \vec{R} \int_0^T dt$ $W = 4R \int_0^T \int_0^{\frac{4\pi}{T}} \int_0^{\frac{4\pi}{T}} \vec{F}^2 d\vec{r} dt$ |

PRACA

| | | | | | | |
|---|--|---|---|---|---|---|
| DANE: F, x_1, x_2 | $\vec{F} = x\hat{i} + y\hat{j} + z\hat{k}, \vec{r}_1, \vec{r}_2$ | F, m, v_0, t_1, t_2 | m, \vec{v}, t_1, t_2 | | | |
| SZUKANE: $W? \quad [J]$ | $W = W_x + W_y + W_z \quad [J]$ | $W? \quad [J]$ | $\vec{F}? \quad [N] \quad W? \quad [J]$ | | | |
| $W = \int_{x_1}^{x_2} \vec{F} dx$ $W_x = \int_{x_1}^{x_2} \vec{F}_x dx$ $W_y = \int_{y_1}^{y_2} \vec{F}_y dy$ $W_z = \int_{z_1}^{z_2} \vec{F}_z dz$ $W = W_x + W_y + W_z$ | $W_x = \int_{x_1}^{x_2} \vec{F}_x dx$ $W_y = \int_{y_1}^{y_2} \vec{F}_y dy$ $W_z = \int_{z_1}^{z_2} \vec{F}_z dz$ $W = W_x + W_y + W_z$ | $F = ma \Rightarrow a = \frac{F}{m}$ $v = \int a dt \quad (v_0 = \vec{v} _{t=0} + C)$ $W = \int_{t_1}^{t_2} \vec{F} \cdot \vec{v} dt$ | $F = ma$ $\vec{a} = (\vec{v})'$ $\vec{F} = ma_x \hat{i} + ma_y \hat{j} + ma_z \hat{k}$ lub... <table> <tr> <td> $v_x = \dots$ $a_x = (v_x)'$ $F_x = ma_x$ </td> <td> $v_y = \dots$ $a_y = (v_y)'$ $F_y = ma_y$ </td> <td> $v_z = \dots$ $a_z = (v_z)'$ $F_z = ma_z$ </td> </tr> </table> $W_x = \int_{t_1}^{t_2} \vec{F}_x \cdot \vec{v}_x dt$ $W_y = \int_{t_1}^{t_2} \vec{F}_y \cdot \vec{v}_y dt$ $W_z = \int_{t_1}^{t_2} \vec{F}_z \cdot \vec{v}_z dt$ $W = W_x + W_y + W_z$ | $v_x = \dots$ $a_x = (v_x)'$ $F_x = ma_x$ | $v_y = \dots$ $a_y = (v_y)'$ $F_y = ma_y$ | $v_z = \dots$ $a_z = (v_z)'$ $F_z = ma_z$ |
| $v_x = \dots$ $a_x = (v_x)'$ $F_x = ma_x$ | $v_y = \dots$ $a_y = (v_y)'$ $F_y = ma_y$ | $v_z = \dots$ $a_z = (v_z)'$ $F_z = ma_z$ | | | | |

Całki podstawowe

$$\int e^{At} dt = \frac{1}{A} e^{At}$$

$$\int \frac{1}{t} dt = \ln t + C$$

$$\int f_1 f_2' dt = f_1 f_2 - \int f_1' f_2 dt$$

$$\int \sin(At) dt = -\frac{1}{A} \cos(At) + C$$

$$\int \cos(At) dt = \frac{1}{A} \sin(At) + C$$

$$\int t^n dt = \frac{1}{n+1} t^{n+1} + C$$

Podstawowe pochodne

$$\frac{d}{dt} t^n = n t^{n-1}$$

$$\frac{d}{dt} \sin At = A \cos At$$

$$\frac{d}{dt} (f_1 f_2) = f_1' f_2 + f_1 f_2'$$

$$\frac{d}{dt} \cos At = -A \sin At$$

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{f_1}{f_2} \right) = \frac{f_1' f_2 - f_1 f_2'}{f_2^2}$$

$$\frac{d}{dt} \ln t = \frac{1}{t}$$

$$\frac{d}{dt} e^{At} = A e^{At}$$