Wykład 1 – arytmetyka komputerowa

1. Omów reprezentację zmiennoprzecinkową
2. Wyprowadź wzór na liczbę elementów zbioru liczb zmiennoprzecinkowych
3. Wyprowadź wzór na błąd względny reprezentacji zmiennoprzecinkowej dla systemu dwójkowego
4. Wyjaśnij pojęcia: nadmiar, niedomiar, błędy obcięcia
5. Podaj definicję i napisz, co określa maszynowe epsilon?
6. Omów własności numerycznej reprezentacji liczb rzeczywistych i arytmetyki zmiennoprzecinkowej
7. Podaj definicje i objaśnij na przykładach pojęcia: zadanie, algorytm, realizacja zmiennoprzecinkowa algorytmu.
8. Podaj definicje i objaśnij na przykładach pojęcia: uwarunkowanie zadania, poprawność numeryczna algorytmu, stabilność numeryczna algorytmu.
9. Wyznacz wskaźnik uwarunkowania podanego zadania,
10. Wyznacz wskaźnik kumulacji podanego algorytmu

Wykład 2 – interpolacja

1. Podaj i uzasadnij wzór na interpolację metodą *Lagrange'a*,
2. Podaj dowód na jednoznaczność interpolacji wielomianowej
3. Wyprowadź wzór na błąd interpolacji metodą *Lagrange'a*
4. Ilorazy różnicowe: podaj definicję i objaśnij ich związek z pochodnymi
5. Uzasadnij użyteczność użycia ilorazów różnicowych w interpolacji,
6. Przeprowadź porównanie: interpolacja *Lagrange'a*, a interpolacja *Newtona.*
7. Przeprowadź porównanie: interpolacja *Newtona* a interpolacja *Hermite'a*.
8. Objaśnij efekt *Rungego*: jak się objawia, co jest jego przyczyną, jak można zapobiegać.

Wykład 3 – Spline

1. Podaj definicję funkcji sklejanej, objaśnij ją na odpowiednim rysunku, omów przydatność tych funkcji.
2. Porównaj interpolację wielomianami i funkcjami sklejanymi.
3. Podaj i omów warunki brzegowe stosowane przy wyznaczaniu sześciennych funkcji sklejanych.
4. Podaj podstawowe kroki potrzebne do wyprowadzenia wzoru na kubiczne funkcje sklejane (3-stopnia)
5. Podaj definicje B-splines. Omów ich przydatność.

Wykład 4 – Aproksymacja

1. Podaj definicję zadania aproksymacji, objaśnij ją na odpowiednim rysunku, omów jej przydatność
2. Wyprowadź wzór na aproksymację średniokwadratową jednomianami,
3. Wyprowadź wzór na aproksymację średniokwadratowa wielomianami ortogonalnymi,
4. Opisz podstawowe metody aproksymacji jednostajnej.
5. Objaśnij na czym polega aproksymacja Pade. Podaj i omów kroki prowadzące do wyznaczania tej aproksymacji.
6. Przedstaw podstawowe własności wielomianów *Czebyszewa*

7. Udowodnij własność minimaksu wielomianów *Czebyszewa*,
8. Omów zastosowanie wielomianów Czebyszewa do interpolacji
9. Omów zastosowania wielomianów Czebyszewa do aproksymacji
10. Przedstaw algorytm Clenshawa i wyjaśnij, kiedy warto go stosować.
11. Objaśnij efekt *Rungego*: jak się objawia, co jest jego przyczyną, jak można zapobiegać.

Wykład 5 - Kwadratury

1. Wyprowadź wzór na kwadratury elementarne trapezów i prostokątów (z błędami) korzystając ze wzoru Taylora,
2. Wyprowadź wzór na kwadraturę **złożoną** *Simpsona* (wraz ze wzorem na jej błąd),
3. Przedstaw i objaśnij algorytm całkowania adaptacyjnego (rozpocznij od dobrego rysunku).
4. Porównaj kwadratury *Newtona-Cotesa* i *Gaussa*; wyjaśnij różnice między nimi.
5. Omów zasadę tworzenia kwadratur *Gaussa*, podaj potrzebne twierdzenia
6. Omów zasadę wyznaczania wag w kwadraturach *Gaussa*,
7. Podaj i scharakteryzuj poznane dotąd przykłady użyteczności wielomianów ortogonalnych w obliczeniach numerycznych
8. Opisz w jaki sposób można wykorzystać metodę *divide and conquer* (dziel i rządź) w algorytmach całkowania numerycznego
9. Przedstaw przykłady wykorzystania twierdzeń z analizy matematycznej do tworzenia/analizy algorytmów numerycznych.

Wykład 6 - Równania nieliniowe

1. Scharakteryzuj metodę bisekcji znajdowania rozwiązań równań nieliniowych.
2. Podaj i udowodnij twierdzenie o zbieżności procesu iteracyjnego
3. Wyjaśnij pojęcie rzędu zbieżności procedury iteracyjnej
4. Scharakteryzuj metody iteracyjne w obliczeniach numerycznych, podaj: ogólny algorytm, potrzebne twierdzenie, kiedy są przydatne
5. Wyprowadź wzór na metodę *Newtona-Raphsona* i jej rząd zbieżności,
6. Przedstaw metodę Aitkena - do czego służy i kiedy się ją stosuje
7. Scharakteryzuj metodę Regula Falsi oraz jej warianty znajdowania rozwiązań równań nieliniowych.
8. Scharakteryzuj metody siecznych oraz Steffensena znajdowania rozwiązań równań nieliniowych.

Wykład 7 - Bezpośrednie metody rozwiązywania układów równań liniowych

1. Przedstaw algorytm rozwiązywania układów równań liniowych metodą eliminacji *Gaussa*.
2. Wyznacz złożoność obliczeniową metody *Gaussa* rozwiązywania układów równań liniowych,
3. Wyjaśnij dlaczego istotnym krokiem każdej metody rozwiązywania układów równań liniowych jest szukanie elementu wiodącego (głównego), a następnie opisz gdzie i jak go się poszukuje.
4. Opisz i porównaj algorytmy faktoryzacji LU *Doolittle'a, Crout'a i Choleskiego*.
5. Objaśnij na czym polega przewaga algorytmów faktoryzacji LU nad metodą eliminacji *Gaussa*.
6. Wyjaśnij na czym polega przydatność metod blokowych do rozwiązywania układów równań liniowych.

Wykład 8 – Iteracyjne metody rozwiązywania układów równań liniowych

1. Wyjaśnij kiedy warto używać iteracyjnych metod rozwiązywania układów równań liniowych.

2. Podaj i udowodnij twierdzenie o zbieżności procesu iteracyjnego rozwiązywania Ax = b,

3. Podaj wzory macierzowe dla dla metod iteracyjnych Jacobiego oraz Gaussa-Seidla(S-R),

4. Podaj wzory robocze dla metod iteracyjnych Jacobiego, Gaussa-Seidla (S-R), SOR,Czebyszewa

5. Porównaj metody iteracyjne Jacobiego, GS, SOR, Czebyszewa.

6. Objaśnij różnice między przeglądaniem punktów siatki typu type writer oraz odd-even

7. Podaj i scharakteryzuj 4 przykłady użyteczności wielomianów Czebyszewa w obliczeniach numerycznych.

8. Porównaj zasadę działania metod iteracyjnych do rozwiązywania równań nieliniowych i do rozwiązywania układów równań liniowych: ogólny algorytm, potrzebne twierdzenia, kiedy są przydatne.

9. Porównaj rozwiązywanie układów równań liniowych metodami bezpośrednimi i iteracyjnymi

Wykład 9 - równania różniczkowe zwyczajne

1. Omów metodę Eulera rozwiązywania równań różniczkowych zwyczajnych.
2. Omów sposób badania stabilności metod rozwiązywania równań różniczkowych zwyczajnych (ODE) na podstawie metody Eulera. Podaj przykłady
3. Omów metodę skokową rozwiązywania równań różniczkowych zwyczajnych.
4. Omów metodę ulepszoną Eulera rozwiązywania równań różniczkowych zwyczajnych.
5. Omów niejawną metodę drugiego rzędu rozwiązywania ODE. Porównaj z metodami jawnymi: Eulera i ulepszonego Eulera.
6. Przedstaw ogólną zasadę konstruowania metod Rungego Kutty. Podaj związki z metodą Eulera oraz ulepszonego Eulera.

wykład 10 – FFT

1. Objaśnij przydatność transformat Fouriera, podaj ich główne rodzaje
2. Objaśnij, na czym polega interpolacja trygonometryczna, kiedy ją warto stosować, jaki jest jej związek z dyskretną transformatą Fouriera
3. Opisz własności funkcji stosowanych w interpolacji trygonometrycznej - w szczególności ortogonalność i jak z niej korzystamy.
4. Na czym polega FFT - szybka transformata Fouriera: przedstaw algorytm, podaj złożoność obliczeniową, porównaj z algorytmem klasycznym.
5. Pokaż jak działa algorytm FFT na przykładzie wyznaczania transformaty dla 8 punktów
6. Opis zasadę "dziel i zwyciężaj" stosowaną w projektowaniu algorytmów na przykładzie algorytmu FFT
7. Opisz zastosowanie FFT do algorytmu szybkiego mnożenia wielomianów

Wykład 11 – liczby losowe i całkowanie Monte Carlo

1. Podaj przykłady i opisz działanie generatorów liczb z rozkładu równomiernego
2. Omów wady i zalety generatorów liniowych kongruentnych
3. Omów wybrany sposób ulepszania jakości generatorów liczb pseudolosowych
4. Omów metodę odwróconej dystrybuanty: do czego służy, jak ją stosować, wady, zalety
5. Omów metodę Boxa-Mullera: do czego służy, jak ją stosować i dlaczego.
6. Opisz dlaczego możemy wyznaczać całki metodami Monte Carlo.
7. Opisz całkowanie Monte Carlo metodami: orzeł-reszka, podstawowa, średniej ważonej.
8. Porównaj całkowanie numeryczne (Newtona-Cotesa, Gaussa) i całkowanie metodami Monte Carlo.

Dodatkowe pytania obowiązujące na I, II, III terminie (bez zerowego)

Wykład 12 – Metoda simulated annealing

1. Opisz i objaśnij metodę *simulated annealing*.

Wykład 13 – Minimalizacja

1. Omów metody minimalizacji funkcji jednej zmiennej:

- przeglądanie siatki
- metoda złotego podziału
- metoda kwadratowej interpolacji
- metoda prób i błędów

2. Naszkicuj algorytm dla metod bezgradientowych minimalizacji funkcji:

- metoda Powella
- metoda Simpleksów (inaczej Neldera-Meada)

3. Omów zasadę działania metod gradientowych minimalizacji funkcji:

- metoda prostego gradientu
- metoda Newtona - ogólna zasada: wyjasnienie przez analogię do metody Newtona poszukiwania miejsc zerowych f. jednowymiarowej, czym jest gradient, czym Hesjan i jak można je wyliczać numerycznie+ warunek dodatniej określoności dla Hesjanu (znajomośc analogii z przypadkiem 1D), wady i zalety metody Newtona
- Omów ogólną ideę metody gradientów sprzężonych, porównaj działanie z metodą gradientu prostego i metodą Newtona