Nr zadania:	Opis	Ćwiczenie nr:
9/50	Dla trójosiowego przyspieszeniomierza znajdującego się w stanie spoczynku oszacować wartości mierzonych przyspieszeń. Należy zdefiniować parametry filtra Kalama': macierze stanu, obserwacji, kowariancji błędu wektora stanu, kowariancji błędu pomiaru, kowariancji błędu estymaty, oraz początkowe wartości wektora stanu i macierzy kowariancji błędu estynaty).	**5: 2/2**

Filtr Kalmana sygnałów przyspieszeniomierzy (system INS)

To jest proste zagadnienie stacjonarne czyli stawiamy przyspieszeniomierz i trzeba wy estymować wartości pomiarowe – działa to jak filtr dolnoprzepustowy. Zatem równanie stanu jest takie samo jak poprzednio (te same równania/ algorytm co w poprzednim zadaniu, w Kalmanie zawsze są te same wzory, funkcje mogą być tylko inne – ale tym razem to trzeba liczyć numerycznie – nie da się jak poprzednio na kartce)

$\hat{x}_k = \hat{x}_k^- + K_k(z_k - H_k\hat{x}_k^-)$ gdzie:

$\hat{x}_k^-$—poprzenia wartość

K_k—wzmocnienie od 0 do 1, przy czym 0 to wartość zmierzona jest nic nie warta, jeżeli 1 to bardzo dobra

z_k—wartość zmierzona

H_k—błąd czujników odchylenia (odchylenia standardowe dla czujników)

Zakładamy zatem, że to przyspieszenie ax, ay, az jest dokładnie takie samo jak mierzone poprzednio. Dla wszystkich przypadków – np. coś się porusza ze stałym przyspieszeniem, albo stoi na stole i mierzymy tylko przyspieszenie grawitacyjne (rys. lepsza funkcja uśredniająca).

wektor stanu postaci:

$\mathbf{x}_{PRZYSP} = [a_X \; a_Y \; a_Z]^T$. – to są przyspieszenia przewidywane. Rys. 1

$$\begin{aligned} X_{k+1} &= 1x_k + 0y_k + 0z_k \\ Y_{k+1} &= 0 \quad 1 \quad 0 \\ Z_{k+1} &= 0 \quad 0 \quad 1 \end{aligned} \quad = \begin{array}{cc} A & x \\ \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} x_k \\ y_k \\ z_k \end{bmatrix} \end{array}$$

$$\dot{X} = Ax + Bu$$

Jakby to było bardziej skomplikowane to można wyliczać drogę:

$$S = \frac{1}{2}gt^2 + V_0 t + s_0$$

To wtedy mamy funkcję jak w następnym zadaniu (gdy mamy daną np. pozycję, prędkość, przyspieszenia):

Linear Kalman Filter for position tracking only

- State Vector: The state vector x is a 9x1 vector containing the positional data (x,y,z) with its first and secon

$$\mathbf{x} = (x, y, z, \dot{x}, \dot{y}, \dot{z}, \ddot{x}, \ddot{y}, \ddot{z})^T$$

- Process Model: The process model relates the state at a previous time k-1 with the current state at time k.

$$\mathbf{x}_k = A\mathbf{x}_{k-1} + B\mathbf{u}_k + \mathbf{w}_{k-1}$$

$$\begin{pmatrix} x_k \\ y_k \\ z_k \\ \dot{x}_k \\ \dot{y}_k \\ \dot{z}_k \\ \ddot{x}_k \\ \ddot{y}_k \\ \ddot{z}_k \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & \Delta t & 0 & 0 & \frac{1}{2}(\Delta t)^2 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & \Delta t & 0 & 0 & \frac{1}{2}(\Delta t)^2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & \Delta t & 0 & 0 & \frac{1}{2}(\Delta t)^2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & \Delta t & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & \Delta t & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & \Delta t \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_{k-1} \\ y_{k-1} \\ z_{k-1} \\ \dot{x}_{k-1} \\ \dot{y}_{k-1} \\ \dot{z}_{k-1} \\ \ddot{x}_{k-1} \\ \ddot{y}_{k-1} \\ \ddot{z}_{k-1} \end{pmatrix} + \mathbf{w}_{k-1}$$

- Measurement Model: The measurement model relates the current state to the measurement z with the matr

$$\mathbf{z}_k = H\mathbf{x}_k + \mathbf{v}_k$$

$$\begin{pmatrix} x_k \\ y_k \\ z_k \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_k \\ y_k \\ z_k \\ \dot{x}_k \\ \dot{y}_k \\ \dot{z}_k \\ \ddot{x}_k \\ \ddot{y}_k \\ \ddot{z}_k \end{pmatrix} + \mathbf{v}_k$$

Czyli to $\mathbf{x}_{PRZYSP} = [a_X \; a_Y \; a_Z]^T$ to u nas np. stoi na stole pudełko, usuwamy składniki wszystkie, mamy tylko przyspieszenia. Czyli jak się nie rusza to przyspieszenie w kroku następnym musi być takie samo jak w poprzednim. Jakby się pudło zaczęło przemieszczać to trzeba wybrać tą dużą macierz.

macierz stanu, przejścia wektora $\mathbf{x}_k$ w wektor $\mathbf{x}_{k+1}$ $\boldsymbol{\Phi}_{\mathbf{kPRZYSP}} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$;

wektor obserwacji (pomiarów)

$\mathbf{z}_{kPRZYSP} = [a_X \; a_Y \; a_Z]^T$ - to jest zaś zmierzone, czyli to co daje nam rzeczywisty czujnik.

H to są przewidywania z pomiaru – to jest model pomiaru. Ale tu zakładamy, że mamy w miarę idealny czujnik i tu jeszcze zakładamy, że się nakładają błędy.

$$\mathbf{H}_{PRZYSP} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix};$$

macierz obserwacji (pomiarów)
macierz kowariancji błędu modelu przyspieszeniomierza
(wartości odchyleń standardowych estymowane na podstawie wstępnych badań)

To już sami szacujemy na ile dokładny jest model. Można powiedzieć, że model jest dokładny w 100% więc można teoretycznie przyjąć, że Q=0 natomiast nie jest to dobre rozwiązanie bo w Filtrze Kalmana może to doprowadzić do destabilizacji. Zatem można np. przyjąć, że Q=10^-5 do 10^-7. I tak się przyjmuje wg literatury zamiast zera. I to też jest mnożone razy macierz jednostkowa.

$$\boldsymbol{Q} = 10\text{^} - 5 \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix};$$

$\boldsymbol{Q_{kPRZYSP}}$ – to jest związane z samym modelem czyli z $\boldsymbol{\Phi}_{\mathbf{kPRZYSP}}$. W Wk mamy niepewność naszego modelu, a to jest macierz niepewności samego modelu.

$$\boldsymbol{Q_{kPRZYSP}} = \begin{bmatrix} (0.001\boldsymbol{g})^2 & 0 & 0 \\ 0 & (0.001\boldsymbol{g})^2 & 0 \\ 0 & 0 & (0.01\boldsymbol{g})^2 \end{bmatrix};$$

macierz kowariancji błędu pomiaru przyspieszeń
(odchylenia standardowe podane przez producenta)

Tą macierz bierzemy z danych czujników. Z katalogu na poszczególne osie pomiarowe.

$$\mathbf{R}_{kPRZYSP} = \begin{bmatrix} (0.049035g)^2 & 0 & 0 \\ 0 & (0.049035g)^2 & 0 \\ 0 & 0 & (0.049035g)^2 \end{bmatrix};$$

początkowa, przewidywana wartości wektora stanu

$\hat{\mathbf{x}}^{-}_{kPRZYSP} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}^T$; - to są początkowe wartości i to trzeba sobie wymyśleć. Jeżeli klocek stoi na biurku to mamy same zera tak jak tu.

początkowa kowariancja błędu $\mathbf{P}^{-}_{kPRZYSP} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$; - to zaś można dobierać metodą prób i błędów.

Więc tu trzeba ułożyć równania, z tego wymyśleć ile wynosi Fi i x, a reszta to iteracja.
Koniec przykładu