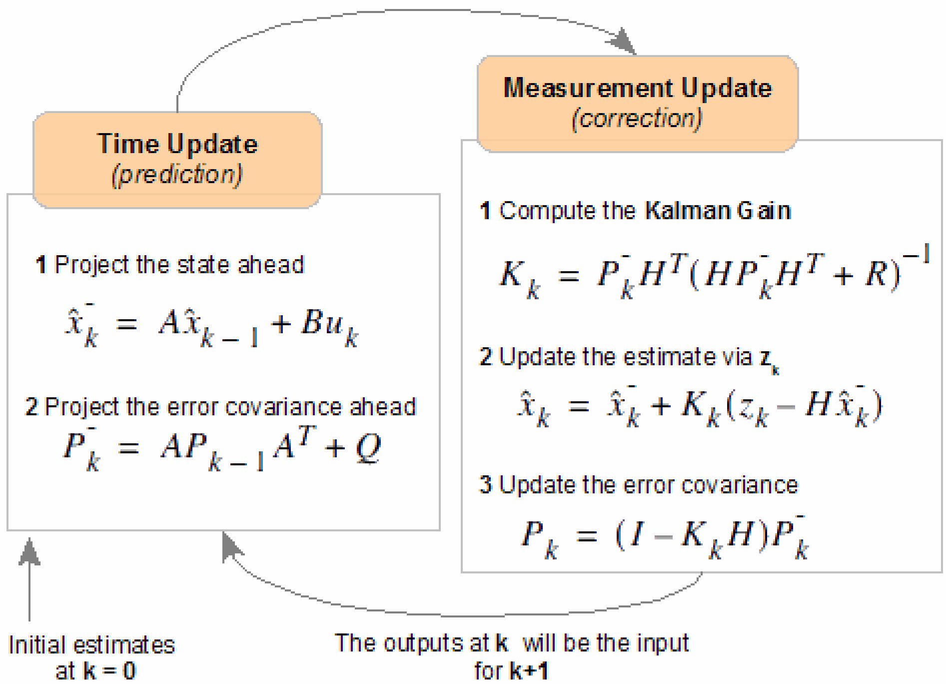
Nr zadania:	Opis	Ćwiczenie nr:
8/50	Dla opornika o rezystancji $100\,\Omega$ $(2\,\Omega)^2$ wykonano serię pomiarów omomierzem z wariancją pomiarów dla tego zakresu równą $(1\,\Omega)^2$ Uzyskane wyniki pomiarów są następujące: 101.7Ω, 101.9 Ω. Przy pomocy filtracji Kalman oszacować rezystancję opornika. Należy zdefiniować parametry filtra Kalama' (macierze stanu, obserwacji, kowariancji błędu wektora stanu, kowariancji błędu pomiaru, kowariancji błędu estymaty, oraz początkowe wartości wektora stanu i macierzy kowariancji błędu estynaty) oraz wykonać obliczenia filtra dla dwóch pierwszych kroków czasowych.	**5: 1/2**

Przykład 1. Opornik. Filtr Kalmana – przypadek jednowymiarowy [1]



$x(k+1) = Ax(k) + Bu(k) + w(k)$ → ***nasze równanie stanu (A)***

$z_k = Hx(k) + y(k)$ → ***nasz model pomiaru (B)***

$k = \ldots, -1, 0, 1, 2, 3, \ldots$ → *dyskretna chwila czasu*

$x(t)$ → *chwilowa wartość wektora stanu*

A → *macierz systemowa układu*

B → *macierz wejścia*

C → *macierz wyjścia*

$w(k)$ → *wektor szumu przetwarzania*

$y(k)$ →*wektor szumu pomiarowego*

z_k → *wektor pomiarowy*

Pomiar rezystancji:

Rezystor 100Ω , $2\Omega^2$

Omomierz z wariancją pomiarów dla tego zakresu $1\Omega^2$

Model statystyczny procesu:
zmienna stanu x- rezystancja opornika
zmienna wyjściowa z - zmierzona rezystancja
równanie stanu:

$$x_{k+1} = \Phi_k x_k + w_k$$

w_k- zaburzenie losowe wartości rezystancji (producent)

równanie wyjścia (pomiaru) $z_k = x_k + H_k v_k$

$\rightarrow$ **tutaj też** $H_k = 1$

v_k- zaburzenie losowe pomiaru (błąd omomierza), warunki pomiaru zmieniają się za każdym podłączeniem omomierza.

Na podstawie danych powyżej wartości początkowe to:

$$\hat{x}_0 = 100\Omega\ R = 1 P_0 = 4\ Q = 0.00001$$

$Q -$ błąd modelu macierzy 10^-5 do 10^-7.

Tutaj mamy dane kolejne kroki obliczeniowe (Obliczenie wzmocnienia, aktualizacja, aktualizacja macierzy P, dalej etap predykcji czyli przewidywanie w przód wartości macierzy P i wektora i powrót:

Te wzory są standardowe dla Filtru Kalmana, podstawiamy wartości i wyliczamy (tu jest 1 krok, a powinny być minimum 2). To ogólnie działa iteracyjnie.

I iteracja:

1. Obliczenie wzmocnienia (k=0)
$K_k = P_k^- H_k^T (H_k P_k^- H_k^T + R_k)^{-1}$ => $K_0 = 4 * 1 * (1 * 4 * 1 + 1)^{-1} = 0.8$

2. Aktualizacja zmiennych stanu (k=0)
$\hat{x}_k = \hat{x}_k^- + K_k(z_k - H_k \hat{x}_k^-)$ => $\hat{x}_0 = 100 + 0.8 * (0 - 1 * 100) = 20$
duży błąd, bo nie było wartości pomiarowej
zmierzono $\hat{z}_0 = 101.7\Omega$ => $\hat{x}_0 = 100 + 0.8 * (101.7 - 1 * 100) = 101.36$

3. Aktualizacja macierzy kowariancji błędu zmiennych stanu (k=0)
$P_k = (I - K_k H_k) P_k^-$ => $P_0 = (1 - 0.8 * 1) * 4 = 0.8$

4. Predykcja macierzy kowariancji (k=1)
$P_{k+1}^- = \Phi_k P_k \Phi_k^T + Q_k$ => $P_1^- = 1 * 0.8 * 1 + 10^{\wedge -5} = 0.8$

5. Predykcja zmiennych stanu (K=1)
$\hat{x}_{k+1}^- = \Phi_k \hat{x}_k$ => $\hat{x}_1^- = 1 * 101.36 = 101.36$

Powtórzyć dla k=0 i Z1=101.9

II iteracja:

1. Obliczenie wzmocnienia (k=0)

$K_k = P_k^- H_k^T (H_k P_k^- H_k^T + R_k)^{-1}$ => $K_0 = 0.8 * 1 * (1 * 0.8 * 1 + 1)^{-1} = 0.444$

2. Aktualizacja zmiennych stanu (k=0)

$\hat{x}_k = \hat{x}_k^- + K_k (z_k - H_k \hat{x}_k^-)$ => $\hat{x}_0 = 101.36 + 0.8 * (0 - 1 * 101.36) = 19$

duży błąd, bo nie było wartości pomiarowej

zmierzono $\hat{z}_0 = 101.7\Omega$ => $\hat{x}_0 = 101.36 + 0.8 * (101.9 - 1 * 101.36) = 122.1$

3. Aktualizacja macierzy kowariancji błędu zmiennych stanu (k=0)

$P_k = (I - K_k H_k) P_k^-$ => $P_0 = (1 - 0.8 * 1) * 0.8 = 0.64$

4. Predykcja macierzy kowariancji (k=1)

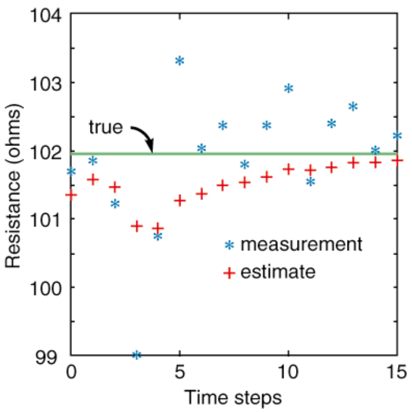
$P_{k+1}^- = \Phi_k P_k \Phi_k^T + Q_k$ => $P_1^- = 1 * 0.64 * 1 + 10^{\wedge -5} = 0.8$

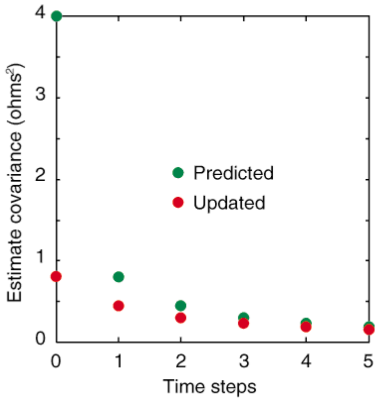
5. Predykcja zmiennych stanu (K=1)

$\hat{x}_{k+1}^- = \Phi_k \hat{x}_k$ => $\hat{x}_1^- = 1 * 101.36 = 101.36$

Pierwsza wartość pomiarowa była 101.7.

Wyniki symulacji





Koniec przykładu "opornik"