Author, MSc: Adrian Szklarski: 11.2023



Subject: A few words about space rocket design

Temat: Kilka słów o projektowaniu rakiet kosmicznych

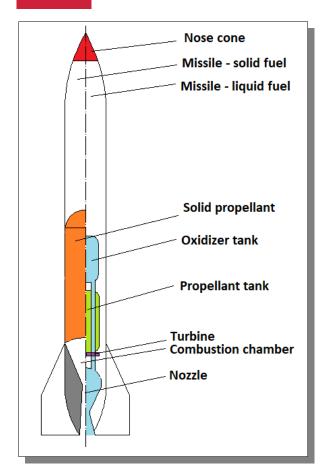


Fig. 1.: Components of the rocket





**Missile** – An unmanned aircraft that moves by the thrust generated by the recoil of part of its own mass. The rocket engine is a specific type of propulsion because it does not need the surrounding environment/atmosphere to operate.

Flight trajectory – curve along which the rocket moves. It consists of two sections: an active section where the rocket moves with the engine running, and a passive section where the rocket moves by inertia due to the accumulated energy from the active section. In the active trajectory there is a ballistic trajectory, so the rocket is called ballistic. Such an object differs from a guided object in that it does not have rudder surfaces that produce a guiding lifting force in the atmosphere.

The specifics of missile designs are determined by combat capabilities. The characteristics of missile designs depend on their military significance, launch and flight control, accuracy, and range.

#### Rocket division:

<u>Single-stage</u>, by definition, have a single motor:

- → solid fuel engine
- → liquid fuel engine

<u>Multistage</u>, have several stages where each stage is a single stage rocket. The last stage, depending on the purpose of the rocket, carries the payload and control system.

The motors of each stage (beginning with the first), working in a definite order, give the projectile its own, speed:

the motor of the *first stage* gives the projectile its initial speed, then the whole stage is turned off and discarded

Rakieta – bezzałogowy statek powietrzny, który porusza się dzięki ciągowi generowanemu przez odrzut części jego własnej masy. Silnik rakietowy jest specyficznym rodzajem napędu, ponieważ do działania nie potrzebuje otaczającego środowiska/atmosfery.

Trajektoria lotu – krzywa, po której porusza się rakieta. Składa się z dwóch części: części aktywnej, w której rakieta porusza się z włączonym silnikiem, oraz części pasywnej, w której rakieta porusza się siłą bezwładności dzięki zgromadzonej energii z części aktywnej. W trajektorii aktywnej znajduje się trajektoria balistyczna, dlatego rakietę nazywa się balistyczną. Taki obiekt różni się od obiektu kierowanego tym, że nie posiada powierzchni sterowych, które wytwarzają siłę nośną w atmosferze.

Specyfika konstrukcji pocisków rakietowych zależv od ich zdolności bojowych. Charakterystyka konstrukcji pocisków rakietowych zależy ich znaczenia od militarnego, kontroli startu i lotu, dokładności i zasięgu.

#### Podział rakiet:

<u>Jednostopniowe</u>, z definicji, mają pojedynczy silnik:

- → silnik na paliwo stałe
- → silnik na paliwo ciekłe

<u>Wielostopniowe</u> mają kilka stopni, z których każdy jest rakietą jednostopniową. Ostatni stopień, w zależności od przeznaczenia rakiety, przenosi ładunek użyteczny i system sterowania.

Silniki każdego stopnia (zaczynając od pierwszego), pracując w określonej kolejności, nadają pociskowi jego własną prędkość:

silnik pierwszego stopnia nadaje pociskowi prędkość początkową, po czym cały stopień jest wyłączany i odrzucany





and the motor of the *second stage* gives the projectile its additional speed, after which the second stage is also turned off and discarded,

and so on, and finally the motor of *the last stage* gives the projectile its final speed, the last stage separating from the warhead, so that the multistage projectile has its full speed.

There are the following types of multi-stage projectiles when it comes to splitting in terms of combining stages: sequential, parallel and combined.

In sequential rockets: the engines of each stage are arranged one behind the other and work in sequence, they are compact, the launch mass is less than that of other rockets, they have less air resistance, the launch equipment is simpler, they can be easily disassembled into stages and reassembled, which simplifies their preparation for launch and transportation. The disadvantages of this type of arrangement are: need for independent desian development of each stage, which increases the development time of the rocket; the difficulty of preparing them for launch due to the considerable length of the rocket; the sensitivity of the rocket structure to lateral overloads due to low bending stiffness.

In rockets with parallel motors: engines can operate simultaneously not depending on the particular stage of the rocket. Such an arrangement of the rocket allows to obtain a small length, sufficiently high reliability of the engines in the case of activation of all engines at the start, and also simplifies the problem of transport. The disadvantages of this solution are rather large cross-sectional dimensions of the rocket which complicate and increase the cost of construction of the launch unit, high launch mass resulting from rather complicated and troublesome design of the engine and stage attachment points, and increased aerodynamic drag.

silnik *drugiego stopnia* nadaje pociskowi dodatkową prędkość, po czym drugi stopień jest również wyłączany i odrzucany,

i tak dalej, aż w końcu silnik ostatniego stopnia nadaje pociskowi prędkość końcową, przy czym ostatni stopień oddziela się od głowicy, dzięki czemu wielostopniowy pocisk uzyskuje pełną prędkość.

Istnieją następujące rodzaje pocisków wielostopniowych, jeśli chodzi o podział pod względem łączenia stopni: sekwencyjne, równoległe i łączone.

W rakietach wielostopniowych: silniki każdego stopnia sa ułożone jeden za drugim i pracuja sekwencyjnie, sa kompaktowe, masa startowa jest mniejsza niż w innych rakietach, mają mniejszy opór powietrza, sprzęt startowy jest prostszy, można je łatwo rozłożyć na części ich przygotować do startu i transportu. Wadami tego typu układów są: potrzeba niezależnego projektowania i rozwoju każdego stopnia, co rozwoju rakiety; wydłuża czas trudność przygotowania ich do startu ze względu na znaczną długość rakiety; wrażliwość konstrukcji rakiety na przeciążenia boczne ze względu na niską sztywność zginania.

W rakietach z silnikami równoległymi: silniki mogą pracować jednocześnie nie zależnie od danego stopnia rakiety. Taki układ rakiety pozwala niewielką uzyskać długość, odpowiednio wysoką niezawodność silników w przypadku aktywacji wszystkich silników przy starcie, a także upraszcza problem transportu. Wadami tego rozwiązania są dość duże wymiary przekroju rakiety, które komplikują i zwiększają koszt budowy rakiety nośnej, duża masa startowa wynikajaca Z skomplikowanej kłopotliwej konstrukcji punktów mocowania silnika i stopnia oraz zwiększony zostaje opór aerodynamiczny.





**Combination rockets:** combine both of the above solutions, their advantages and disadvantages.

In the technical literature it is sometimes considered that multi-stage rockets consist of several subrockets. In this case, a subrocket is a combination of a warhead, e.g., a warhead that is in a combat operational state, and the other stages of the rocket that fly with the warhead. The described elements constitute the "payload" which is numbered in the order of starting work during flight. The whole rocket with the warhead is numbered "one", after the first stage is detached, the rest of the rocket is numbered "two" and so on.

How to design rockets?

During the design work, many complex technical problems are solved such as:

- → selecting the right type of rocket engine and its propellant. The choice of propellant essentially determines the type of rocket (liquid or solid fuel)
- ightarrow in order to achieve the appropriate flight characteristics of the rocket for a specific comical mission, a choice has to be given as to the aerodynamic configuration. This choice affects parameters such as flight speed or longitudinal stability.
- → selection of guidance and control systems;
- ightarrow selection of the design of the missile body so that it can withstand the overloads during flight, assuming minimum mass and maximum thermal resistance to heating of the body during flight
- → selection of the rocket design and layout.

**Rakiety kombinowane:** łączą oba powyższe rozwiązania, ich zalety i wady.

W literaturze technicznej czasami uważa się, że rakiety wielostopniowe składają się z kilku W przypadku podrakiet. tvm pomocnicza jest połączeniem głowicy, np. głowicy bojowej w stanie gotowości bojowej, oraz pozostałych stopni rakiety, które lecą razem z głowicą bojową. Opisane elementy "ładunek użyteczny", który jest stanowia numerowany w kolejności rozpoczęcia pracy podczas lotu. Cała rakieta z głowicą oznaczona numerem "jeden", po odłaczeniu pierwszego stopnia reszta rakiety oznaczona jest numerem "dwa" itd.

### Jak projektować rakiety?

Podczas prac projektowych rozwiązywanych jest wiele złożonych problemów technicznych, takich jak:

- → wybór odpowiedniego typu silnika rakietowego i jego materiału pędnego. Wybór materiału pędnego zasadniczo determinuje typ rakiety (na paliwo ciekłe lub stałe)
- → w celu osiągnięcia odpowiedniej charakterystyki lotu rakiety dla konkretnej misji komicznej, należy dokonać wyboru konfiguracji aerodynamicznej. Wybór ten wpływa na parametry takie jak prędkość lotu lub stabilność wzdłużna
- → wybór systemów naprowadzania i sterowania;
- → dobór konstrukcji korpusu rakiety w taki sposób, aby był on w stanie wytrzymać przeciążenia podczas lotu, przy założeniu minimalnej masy i maksymalnej odporności termicznej na nagrzewanie się korpusu podczas lotu
- → wybór konstrukcji i układu rakiety





After the above issues are understood, the rocket are parameters of the design determined, i.e. the initial quantities that allow the mass, thrust and geometrical characteristics of the rocket to be determined.

For liquid fuel rockets, the basic design parameters are:

 $\rightarrow$  number of rocket stages *n* 

→ the ratio of the initial masses of the subrockets determined by the coefficient

powyższych Po zrozumieniu zagadnień. określane są parametry projektowe rakiety, tj. wielkości początkowe, które pozwalają na określenie masy, ciągu i charakterystyk geometrycznych rakiety.

przypadku rakiet na paliwo podstawowymi parametrami projektowymi sa:

→ liczba stopni rakiety *n* 

→ stosunek mas początkowych rakiet nośnych określony przez współczynnik

$$e_i = \frac{m_{0i+1}}{m_{0i}}$$

where: initial mass  $m_{0i+1}$  , i+1 subrockets, and  $m_{0i}$  , i sub-rocket, i = 1,2 ... n.

In practical ballistic missile calculations, values characterizing the distribution of fuel on the missile stages, i.e., the fuel fill factor for subrockets, are taken instead of e:

gdzie: masa początkowa  $m_{0i+1}$  , i+1podrakiety i  $m_{0i}$ , i podrakieta,  $i = 1,2 \dots$ 

W praktycznych obliczeniach rakiet balistycznych zamiast e przyjmuje się wartości charakteryzujące rozkład paliwa na stopniach rakiety, tj. współczynnik wypełnienia paliwem dla podrakiet:

$$c_{ai} = \frac{p_i}{m_{0i}}$$

 $p_i$  – operational fuel supply, *i* – working rocket stage

 $p_i$  – zasilanie paliwem, i – pracujący stopień rakiety

 $c_{ai}$  between In liquid fuel rockets, the ratio stages is taken in the range:

W rakietach na paliwo ciekłe stosunek między stopniami przyjmuje się w zakresie:

$$c_{a2} = (1.1 \div 1.3) c_{a1}$$
  
 $c_{a3} = (1.1 \div 1.15) c_{a2} = (1.2 \div 1.25) c_{a1}$ 

For related missiles, the relative fuel weight factor is adopted as a missile design parameter:

W przypadku powiązanych rakiet, względny współczynnik masy paliwa jest przyjmowany jako parametr projektowy pocisku:

$$K = \frac{c_{ai+1}}{c_{a+1}}, i = 1, 2, 3...(n-1)$$

nitial thrust-to-weight ratio of subrockets:

stosunek siły ciągu do masy rakiet nośnych:





$$L_{0i} = \frac{g_0 m_{0i}}{R_{0i}}$$
 ,  $L_{ki} = \frac{g_0 m_{0i}}{R_{ki}}$ 

 $L_{0i}$  - the ratio of thrust to mass of the i-th subrocket on the ground

 $L_{ki}$  - the ratio of thrust to mass of the i-th subrocket during flight

 $g_0 = 9.81 \frac{m}{\text{s}^2}$  - acceleration of gravity at the earth's surface

 $R_{0i}$  - thrust of the i-th working subrocket on the ground

 $R_{\rm ki}$  - thrust force of the i-th operating subrocket in vacuum

The initial mass of a liquid fuel subrocket is determined by the sum of its individual components:

$$m_{0i} -$$
masa początkowa i-tej podrakiety

 $m_{0i}$  – initial mass of the i-th subrocket  $m_{0i+1}$  – initial mass of the (i+1)-th subrocket, for the last stage/ payload

 $m_{ai}$  – mass of the "empty" structure of the ith section

 $w_{ti}$  – the mass of the i-th stage fuel fill

The pressure in the combustion chambers and at the nozzle flanges, the initial lateral load at the projectile midpoint:

 $L_{0i}$  – stosunek ciągu do masy i-tej podrakiety na ziemi  $L_{\it ki}$  – stosunek ciągu do masy i-tej

podrakiety podczas lotu

 $g_0 = 9.81 \frac{m}{s^2}$  – przyspieszenie grawitacyjne na powierzchni ziemi

 $R_{0i}$  – siła ciągu i-tej działającej rakiety pomocniczej na ziemi

 $R_{ki}$  – siła ciągu i-tej działającej podrakiety w próżni

Napęd na paliwo ciekłe:

Masa początkowa rakiety nośnej na paliwo

sumę

ciekłe jest określana przez

poszczególnych składników:

poczatkowa  $m_{0i+1}$  masa dla ostatniego etapu/ładunku podrakiety. użytecznego

 $m_{\it ai}~$  – masa "pustej" struktury i-tej sekcji

 $w_n$  – masa wypełnienia paliwem i-tego stopnia;

Ciśnienie w komorach spalania i na kołnierzach początkowe obciążenie w punkcie środkowym pocisku:

$$P_{A1} = \frac{m_{01}}{F_{R1}}$$

 $m_{0i} = m_{0i+1} + m_{ai} + w_{ti}$ 

 $F_{R1} = \frac{\pi d_{R1}^2}{4}$  – the plane of the middle part of the body:

 $d_{R1}$  – first stage body diameter  $m_{01}$  – initial mass of the rocket korpusu:

 $d_{R1}$  – średnica korpusu pierwszego stopnia  $m_{01}$  – masa początkowa rakiety

 $F_{R1} = \frac{\pi d_{R1}^2}{4}$  – płaszczyzna środkowej części

Sometimes instead of the initial lateral load on the centerline of the projectile  $P_{A1}$ parameters include the relative elongation of the projectile, related to the parameter by the formula  $P_{A1}$ :

Czasami zamiast początkowego obciążenia bocznego na linii środkowej pocisku  $P_{A1}$ parametry projektowe obejmują względne wydłużenie pocisku, powiązane z parametrem według wzoru  $P_{A1}$ :

Contact me:

Programming language: **Python** 





$$\frac{t_a}{d_{R1}} = \sqrt{\frac{\pi}{4} \frac{P_{A1}^3}{m_{01} r_p^2}}$$

t<sub>a</sub> – full length of the space rocket

 $r_{\scriptscriptstyle p}~$  – average density for a propellant rocket

 $t_a$  – pełna długość rakiety kosmicznej

 $r_{\scriptscriptstyle p}$  – średnia gęstość dla rakiety na paliwo ciekłe

The relative elongation of most rockets compared to liquid fuel rockets is as follows:

Względne wydłużenie większości rakiet w porównaniu do rakiet na paliwo ciekłe jest następujące:

### for single-stage rockets

### dla rakiet jednostopniowych

$$\frac{t_a}{d_{R1}} = 10 \div 14$$

# for two-stage (one diameter on both stages)

# dla dwustopniowych (jedna średnica na obu stopniach)

$$\frac{t_a}{d_{P1}} = 8 \div 11$$

For the case where the mass of the payload is given  $m_u$ , the range of the missile is given użytecznego L, fuel and the number of stages (e.g., three), is the distribution of masses on the stages of the sub-system with known values  $c_{ai}$  and  $c_{ki}$  can be defined as follows: W przypadku użytecznego wżytecznego paliwo i liczb mas na stages of the sub-system with known values wartościach zdefiniować w

W przypadku, gdy podana jest masa ładunku użytecznego  $m_u$ , zasięg pocisku L, paliwo i liczba stopni (np. trzy), jest to rozkład mas na stopniach podsystemu o znanych wartościach  $c_{\mathit{ai}}$  i  $L_{\mathit{ki}}$  można go zdefiniować w następujący sposób:

$$\begin{split} m_{I} = & \frac{m_{u}}{(1 - M_{I} - \frac{b_{I}}{L_{kI}}) - (1 + k_{I})c_{aI}} \quad , \quad m_{II} = & \frac{m_{u}}{(1 - M_{II} - \frac{b_{II}}{L_{kII}}) - (1 + k_{II})c_{aII}} \quad , \\ m_{III} = & \frac{m_{u}}{(1 - M_{III} - \frac{b_{III}}{L_{kIII}}) - (1 + k_{III})c_{aIII}} \end{split} \quad , \quad \end{split}$$

where:

 $M_{\rm I}, M_{\rm II}, M_{\rm III}$  – the ratio of the mass of the rocket structure to its initial mass;

 $b_{I}$ ,  $b_{II}$ ,  $b_{III}$  — the ratio of the propulsion mass to the initial mass of the rocket;

 $k_{\rm I}, k_{\rm II}, k_{\rm III}$  – coefficients that take into account the masses of the fuel compartment and unused fuel stock in the degree.

gdzie:

 $M_{I}, M_{II}, M_{III}$  – stosunek masy konstrukcji rakiety do jej masy początkowej;

 $b_I, b_{II}, b_{III}$  – stosunek masy napędu do masy początkowej rakiety;

 $k_{\scriptscriptstyle I}, k_{\scriptscriptstyle III}, k_{\scriptscriptstyle III}$  — współczynniki uwzględniające masy przedziału paliwowego i niewykorzystanego zapasu paliwa w stopniu.





# So the general algorithm for designing space rockets is as follows:

- 1: We determine the design layout of the rocket based on its purpose/mission
- 2: Determine the characteristics of the fuel and determine the ratio between oxidizer and propellant
- 3: Determination of the design parameters of the rocket and development of the rocket flight program on the active section of the flight path
- 4: Determination of the thrust of the various stages of the engine (using calculations or tables, computer programs)
- 5: Carrying out design and ballistic calculations in consideration of the factor  $\ c_{\it ai}$  ensuring that  $\rm L_{max}$
- 6: Performing rocket mass calculations (to determine the launch mass of the rocket and the subrocket)
- 7. Determine the main dimensions and characteristics of the rocket in relation to the thrusts of its various stages

It is assumed that the design parameters are essentially the same, except for the thrust-to-weight ratio  $\ L_i$  and relative elongation of the

projectile  $\frac{t_a}{d_{R1}}$  . Instead, it is replaced by the

relative lengths of the charges in each stage of the rocket  $\bar{l_i}$  and combustion rates of fuels used in each rocket stage  $u_i$  .

### **Solid fuel propulsion:**

The total mass of the i-th subrocket in this case can generally be represented as the sum of the following components:

# Tak więc ogólny algorytm projektowania rakiet kosmicznych jest następujący:

- 1: Określamy układ konstrukcyjny rakiety w oparciu o jej cel/misję
- 2: Określenie charakterystyki paliwa i proporcji między utleniaczem a materiałem pędnym
- 3: Określenie parametrów projektowych rakiety i opracowanie programu lotu rakiety na aktywnym odcinku toru lotu
- 4: Określenie ciągu poszczególnych stopni silnika (przy użyciu obliczeń lub tabel, programów komputerowych)
- 5: Przeprowadzenie obliczeń projektowych i balistycznych  $c_{\it ai}$  z uwzględnieniem współczynnika zapewniającego  $L_{\rm max}$
- 6: Wykonanie obliczeń masy rakiety (w celu określenia masy startowej rakiety i rakiety pomocniczej)
- 7. Określenie głównych wymiarów i charakterystyk rakiety w odniesieniu do ciągów jej poszczególnych stopni

Zakłada się, że parametry projektowe są zasadniczo takie same, z wyjątkiem stosunku ciągu do masy  $L_i$  i względnego wydłużenia

pocisku  $\frac{t_a}{d_{R1}}$  . Zamiast tego zastępuje się je

względnymi długościami ładunków w każdym stopniu rakiety  $\bar{l}_i$  i szybkościami spalania paliw stosowanych w każdym stopniu rakiety  $u_i$  .

### Napęd na paliwo stałe:

Całkowita masa i-tej podrakiety w tym przypadku może być ogólnie przedstawiona jako suma następujących składników:

$$m_{0i} = m_{0i+1} + m_{ei} + m_{oi} + w_{ti}$$

 $m_{0i}$  – initial mass of the i-th subrocket

 $m_{0i+1}$  – initial mass of the (i+1)-th subrocket, for the last stage/ payload

 $m_{ei}$  — mass of the i-th section engine structure

 $m_{0i}$  – masa początkowa i-tej podrakiety

 $m_{0\,i+1}$  – masa początkowa (i+1)-tej podrakiety, dla ostatniego etapu/ładunku użytecznego

*m<sub>oi</sub>* – masa struktury silnika i-tego członu





 $m_{oi}$  — mass of the tail section of the i-th section of the rocket

 $w_{ii}$  - mass of the engine load of the i-th section of the rocket

therefore, as before:

$$m_{oi}\,\,$$
 – masa części ogonowej i-tego członu rakiety

 $w_{ii}$  – masa ładunku silnika i-tego członu rakiety

zatem, jak poprzednio:

$$m_{I} = \frac{m_{u}}{(1 - M_{I}) - (1 + k_{I})c_{aI}} , \quad m_{II} = \frac{m_{u}}{(1 - M_{II}) - (1 + k_{II})c_{aII}} , \quad m_{III} = \frac{m_{u}}{(1 - M_{III}) - (1 + k_{III})c_{aIII}}$$

In solid-fuel rockets, the ratio  $c_{ai}$  between stages is taken in the range:

$$c_{a2} = (1.0 \div 1.1) c_{a1}$$

In this case, it is taken into account that all stages of the rocket have the same fuel.

# So the algorithm for designing rockets in general is as follows:

- 1: We choose the structural layout of the rocket and the fuel for it;
- 2: We arrange the flight program on the active section of the flight path and select the design parameters:
- 3: We find the thrust of the right engines;
- 4. We calculate the weight coefficients of the rocket:
- 5. We perform ballistic calculations/simulations:
- 6. Calculation of mass, thrust and geometric characteristics of the rocket.

### Task<sup>1</sup>

The above analysis cannot be used in a simple way, especially since there is a great lack of data. Therefore, in order to use this theory, we will consider the first stage of the Saturn V space rocket. The data available on the Internet is as follows:

W rakietach na paliwo stałe stosunek  $c_{ai}$  między stopniami jest przyjmowany w zakresie:

$$c_{a3} = (1.0 \div 1.05) c_{a2}$$

W tym przypadku bierze się pod uwagę, że wszystkie stopnie rakiety mają takie samo paliwo.

# Ogólny algorytm projektowania rakiet jest więc następujący:

- 1: Wybieramy układ konstrukcyjny rakiety i paliwo do niej;
- 2: Układamy program lotu na aktywnym odcinku toru lotu i wybieramy parametry projektowe;
- 3: Znajdujemy ciąg odpowiednich silników;
- 4. Obliczamy współczynniki masy rakiety;
- 5. Wykonujemy obliczenia/symulacje balistyczne;
- 6. Obliczanie masy, ciągu i charakterystyki geometrycznej rakiety.

### Zadanie:

Powyższa analiza nie może być wykorzystana w prosty sposób, zwłaszcza że bardzo brakuje danych. Dlatego, aby wykorzystać tę teorię, rozważymy pierwszy stopień rakiety kosmicznej Saturn V. Dane dostępne w Internecie są następujące:

Onia naramatrów rakiaty Saturn V:

### Describe parameters of Saturn V:

Describe parameters of Saturn V.	Opis parametrow rakiety Saturn V.
Mass fuel of I stage = 2279 T Mass fuel of II stage = 481 T Mass fuel of III stage = 107 T	Mass empty of I stage = 130.4 T Mass empty of II stage = 36.5 T Mass empty of III stage = 11.3 T
Rocket engine thrust of I stage = 34.02 MN Rocket engine thrust of II stage = 5 MN Rocket engine thrust of III stage = 1 MN	Range flight of I stage = 67 km





To be able to fully use the above analysis lacks information on the coefficients k,  $c_a$ . Let's try reverse engineering. To get an idea of what the above coefficients might look like let's consider the following formula:

Aby móc w pełni wykorzystać powyższą analizę brakuje informacji o współczynnikach k,  $c_a$ . **Spróbujmy zastosować inżynierię odwrotną.** Aby zorientować się, jak mogą wyglądać powyższe współczynniki, rozważmy następujący wzór:

$$m_{I} = \frac{m_{u}}{(1 - M_{I} - \frac{b_{I}}{L_{kI}}) - (1 + k_{I})c_{aI}}$$

In the formula we have the following values  $m_I = 2.214.000\,kg$  and the maximum mass of the cargo that this rocket can carry  $m_u = 118.000\,kg$  , so:

We wzorze mamy następujące wartości  $m_I = 2.214.000 \, kg$  i maksymalną masę ładunku, który ta rakieta może unieść  $m_u = 118.000 \, kg$  , a więc:

$$2.214.000 = \frac{118.000}{(1 - M_I - \frac{b_I}{L_{kI}}) - (1 + k_I)c_{aI}}$$

for the above relationship to be satisfied the following assumption must be met:

Aby powyższa zależność była spełniona, musi być spełnione następujące założenie:

$$(1-M_I - \frac{b_I}{L_{kI}}) - (1+k_I)c_{aI} \approx 0.053$$

values we have given  $M_{\rm I}, b_{\rm I}, L_{\rm kI}$  in theory and from Internet data. Thus, we can only control k ,  $c_{\rm g}$  .

które podaliśmy  $M_{\rm I}, b_{\rm I}, L_{\rm kI}$  w teorii i na podstawie danych internetowych. W ten sposób możemy kontrolować tylko k ,  $c_a$  .

The simulation shows that in order to satisfy the assumption we have to operate the coefficient k, which should be  $k\!=\!1.447$ , it remains to select the coefficient  $c_a$ , which for this case is  $c_a\!=\!0.37$ .

Symulacja pokazuje, że aby spełnić założenie musimy operować współczynnikiem k, który powinien wynosić  $k\!=\!1.447$ , pozostaje dobrać współczynnik  $c_a$ , który dla tego przypadku wynosi  $c_a\!=\!0.37$ .

The above result shows the mass of rocket member I from calculations and from data obtained from Wikipedia:

Powyższy wynik pokazuje masę członu rakiety i na podstawie obliczeń i danych uzyskanych z Wikipedii:





```
Describe parameters of Saturn V:

Mass fuel of I stage = 2279 T

Mass fuel of II stage = 481 T

Mass fuel of III stage = 107 T

Mass empty of I stage = 130.4 T

Mass empty of II stage = 36.5 T

Mass empty of III stage = 11.3 T

Rocket engine thrust of I stage = 34.02 MN

Rocket engine thrust of II stage = 5 MN

Rocket engine thrust of III stage = 1 MN

Range flight of I stage = 67 km

Mass of stage I: 2020000 kg
```

```
First stage - S-IC
Height
             138.0 ft (42.1 m)
Diameter
             33.0 ft (10.1 m)
Empty mass 303,000 lb (137,000 kg) [9]
Gross mass 4,881,000 lb (2,214,000 kg) [9]
Powered by 5 Rocketdyne F-1
             7,891,000 lbf (35,100 kN) sea
Maximum
thrust
Specific
             263 seconds (2.58 km/s) sea
impulse
Burn time
             168 seconds
Propellant RP-1 / LOX
```

Fig.2 Data and results

I will add that in my work I used the mechanism of reverse engineering and logical thinking to obtain the most important information that no one wants to write about too often.

Dodam, że w swojej pracy wykorzystałem mechanizm inżynierii wstecznej i logicznego myślenia, aby uzyskać najważniejsze informacje, o których nikt nie chce zbyt często pisać.

```
Python and Satural Part | Python and Satural
```

Fig.3 Programme code in Python 3.11, calculate of gross mass stage one

### **Conclusion:**

The gross mass according to the Wikipedia data is 2,214,000kg while by calculation it is 2,020,000kg. It follows that the absolute error of the method is:

### Wniosek:

Masa brutto wegług danych z Wikipedii wynosi 2.214.000kg zaś o obliczeń 2.020.000kg. Z tego wynika, że błąd bezwzględny metody wynosi:

$$\varepsilon = |V_C - V_R| = 194.000, \quad \delta = \frac{|V_C - V_R|}{V_C} \cdot 100\% \approx 8.76\%$$





### Determining the speed of multi-stage rocket.

An expression for the highest (ideal) speed of a single-stage rocket in the active part of the trajectory:

#### Wyznaczenie predkości rakiety wielostopniowej.

Wyrażenie dla największej (idealnej) prędkości rakiety jednostopniowej w aktywnej części trajektorii:

$$V_{missileI} = R \ln \frac{1}{1-c}$$

where:

R - specific thrust of the rocket engine

c - rocket fill factor

The above expression allows you to determine the maximum (ideal) speed of a single-stage rocket under the influence of only one thrust force, which is assumed to be constant throughout the engine operation.

In fact, thrust varies with altitude as gravity and air resistance act on the rocket. In liquid-fueled rockets, some of the fuel is consumed during engine operation at the rocket's launch stage. and some remains in the tanks as a safety margin. Therefore, the actual highest flight speed of a single-stage rocket at the end of the active stage will be less by than the speed  $\Delta V_{ extit{missileI}}$  implied by the expression in the above expression, i.e.

adzie:

R – ciąg właściwy silnika rakietowego c – współczynnik wypełnienia rakiety

Powyższe wyrażenie pozwala określić maksymalna (idealna) prędkość rakiety jednostopniowej pod wpływem tylko jednej siły ciągu, która jest zakładana jako stała przez cały czas pracy silnika.

W rzeczywistości siła ciągu zmienia się wraz z wysokością, ponieważ na rakietę działa grawitacja i opór powietrza. W rakietach napędzanych paliwem ciekłym część paliwa jest zużywana podczas pracy silnika na etapie startu rakiety, a część pozostaje w zbiornikach jako margines bezpieczeństwa. Dlatego rzeczywista największa prędkość lotu rakiety jednostopniowej na końcu aktywnego stopnia będzie mniejsza niż prędkość  $\Delta V_{missileI}$ wynikajaca z powyższego wyrażenia, tj.

$$V_{missileI} = R g ln \frac{1}{1-c} - \Delta V_{missileI}$$

where:  $\Delta V_{missileI}$  – is the total loss of speed due to the Earth's gravity, air resistance.

 $\Delta V_{ extit{missileI}}$  – to całkowita utrata gdzie: prędkości spowodowana grawitacją Ziemi, oporem powietrza.

Although expression gives approximate value of the velocity, at the same time it gives an indication of how it can be increased and, consequently, the range of the missile, i.e. it makes it possible to determine the factors that can increase the range of the missile.

Chociaż wyrażenie to daje przybliżoną wartość prędkości, jednocześnie daje wskazówkę, iaki sposób można ia zwiekszyć, a w konsekwencji zasięg pocisku, tj. umożliwia określenie czynników, które mogą zwiększyć zasięg pocisku.





Equation shows that the maximum velocity of a missile depends on its thrust and fuel fill factor. A change in specific gravity has a greater effect on the projectile's velocity than a change in the rocket's fuel fill factor.

Therefore, in order to increase the range of the rocket, the specific gravity of the rocket motor must be increased. Therefore, when developing rockets, the first aim is to increase the specific gravity of the rocket motor by selecting a suitable propellant.

Increasing the maximum speed and range of the missile can also be achieved by increasing the missile's fuel fill factor. However, if the amount of fuel in the missile is increased, the size and weight of the missile will increase somewhat, so it is believed that increasing the size of the missile is not the best way to increase its range, since large missiles have worse operating and transportation conditions. The larger the projectile, the worse its operating, transportation and combat work conditions.

### The flight speed of a multistage rocket

The velocity of a multistage projectile, as mentioned above, is the sum of the velocities of the individual stages.

The approximate value of the airspeed at the end of the active section of the trajectory is determined by the formula:

Równanie pokazuje, że maksymalna prędkość pocisku zależy od jego ciągu i współczynnika wypełnienia paliwem. Zmiana ciężaru właściwego ma większy wpływ na prędkość pocisku niż zmiana współczynnika wypełnienia rakiety paliwem.

Dlatego też, aby zwiększyć zasięg rakiety, należy zwiększyć ciężar właściwy silnika rakietowego. Dlatego też, podczas opracowywania rakiet, pierwszym celem jest zwiększenie ciężaru właściwego silnika rakietowego poprzez wybór odpowiedniego materiału pędnego.

Zwiększenie maksymalnej prędkości i zasięgu rakiety można również osiągnąć poprzez zwiększenie współczynnika wypełnienia rakiety paliwem. Jednakże, jeśli ilość paliwa w pocisku zostanie zwiększona, rozmiar i waga pocisku nieco wzrosną, więc uważa się, że zwiększenie rozmiaru pocisku nie jest najlepszym sposobem na zwiększenie jego zasiegu, ponieważ duże pociski mają gorsze warunki operacyjne i transportowe. Im większy pocisk, tym gorsze są jego warunki operacyjne, transportowe i bojowe.

### Prędkość lotu rakiety wielostopniowej

Prędkość pocisku wielostopniowego, jak wspomniano powyżej, jest sumą prędkości poszczególnych stopni.

Przybliżoną wartość prędkości lotu na końcu aktywnego odcinka trajektorii określa wzór:

$$V_{missile_i} = \sum_{i=1}^{i=n} R \ln \frac{1}{1-c} - \Delta V_{missile_i}$$

where:

*R* – thrust of the i-th stage of rocket

c – the coefficient of filling the engine of the i-th stage of the rocket with fuel

 $\Delta V_{\it missileI}$  – total velocity loss on the active part of the trajectory

n – number of rocket stages

gdzie:

R - ciąg i-tego stopnia rakiety

c – współczynnik napełnienia silnika i-tego stopnia rakiety paliwem

 $\Delta V_{\it missileI}$  — całkowita strata prędkości na aktywnej części trajektorii

n – liczba stopni rakiety

Total velocity loss values:

Całkowite wartości utraty prędkości:





– for two-stage rockets with a liquid-fuel rocket engine and three-stage rockets with a jet-fuel rocket engine with a range of 6.000 to 14.000 kilometers  $\Delta V_{\it missilel} = (0.22 \div 0.18) V_{\it missilel}$ 

– for single-stage liquid-propelled rockets and two-stage rocket-propelled rockets with a range of 2.000 to 6.000 kilometers  $\Delta V_{\it missile.l} = (0.25 \div 0.15) V_{\it missile.l}$ 

- dla dwustopniowych rakiet z silnikiem rakietowym na paliwo ciekłe i trzystopniowych rakiet z silnikiem rakietowym na paliwo odrzutowe o zasięgu od 6.000 do 14.000 kilometrów  $\Delta V_{\it missileI} \!=\! (0.22 \! \div \! 0.18) V_{\it missile_i}$ 

 dla jednostopniowych rakiet z napędem na paliwo ciekłe i dwustopniowych rakiet z napędem rakietowym o zasięgu od 2.000 do 6.000 kilometrów

$$\Delta V_{missileI} = (0.25 \div 0.15) V_{missileI}$$

In the case of equality of the specific thrust of the engines of all stages, the speed of the rocket at the end of the active part of the trajectory is expressed by the relation: W przypadku równości ciągu właściwego silników wszystkich stopni, prędkość rakiety na końcu aktywnej części trajektorii wyraża się zależnościa:

$$V_{missile_i} = R g \ln \frac{1}{(1-c_1)(1-c_2)...(1-c_n)} - \Delta V_{missileI}$$

where: R (...) - is the average value of the specific thrust of the engines of all stages of the rocket.

Multistage rockets are used to increase the speed and thus the range of the rocket.

The velocity of the rocket after the first stage engine can be determined by the following formula:

gdzie: R (...) - jest średnią wartością ciągu właściwego silników wszystkich stopni rakiety.

Rakiety wielostopniowe są używane w celu zwiększenia prędkości, a tym samym zasięgu rakiety.

Prędkość rakiety za silnikiem pierwszego stopnia można określić za pomocą następującego wzoru:

$$V_I = R_1 \ln \frac{1}{1 - c_1} - \Delta V_{missileI}$$

where:

 $R_1$  — is the thrust of the first stage engine;  $c_1$  — is the fuel fill factor for the first stage engine.

The second stage engine will then be started, which will give the remaining stages of the rocket an additional speed equal to the:

gdzie:

 $R_1$  – to ciąg silnika pierwszego stopnia;

 $c_1$  – to współczynnik napełnienia paliwem silnika pierwszego stopnia.

Następnie uruchomiony zostanie silnik drugiego stopnia, który nada pozostałym stopniom rakiety dodatkową prędkość równą:

$$V_{II} = V_I + R_2 \ln \frac{1}{1 - c_2} - \Delta V_{missileI}$$

where:

 $R_2$  is the thrust of the second stage engine;

 $c_{\scriptscriptstyle 2}$  — is the fuel fill factor for the second stage engine.

gdzie:

 $R_2$  to ciąg silnika drugiego stopnia;

 $c_2$  – to współczynnik napełnienia paliwem silnika drugiego stopnia.

Contact me:

Programming language: **Python** 





No.4, 4/2023

After the second stage engine finishes its work and separates, the third stage engine begins its work (missiles for attacking targets overseas usually have no more than three stages). The last, third, stage is equipped with a warhead.

The third stage engine is turned off when the missile reaches its design speed, ensuring the flight of the payload to the target. This speed of the missile will be equal to:

Po tym, jak silnik drugiego stopnia zakończy swoją pracę i oddzieli się, silnik trzeciego stopnia rozpoczyna swoją pracę (pociski do atakowania celów za granicą zwykle mają nie więcej niż trzy stopnie). Ostatni, trzeci stopień jest wyposażony w głowicę bojową.

Silnik trzeciego stopnia jest wyłączany, gdy pocisk osiągnie prędkość projektową, zapewniając lot ładunku użytecznego do celu. Prędkość ta będzie równa:

$$V_{III} = V_{II} + R_3 \ln \frac{1}{1 - c_3} - \Delta V_{missileI}$$

Thus, the total velocity of the three-stage projectile will be:

Zatem całkowita prędkość trzystopniowego pocisku będzie wynosić:

$$V_{\Sigma} = V_{I} + V_{II} + V_{III} - \Delta V_{missileI}$$

The approximate total range of the projectile, calculated from the velocity at the end of the acceleration phase, can be obtained from the formula:

Przybliżony całkowity zasięg pocisku, obliczony na podstawie prędkości na końcu fazy przyspieszenia, można uzyskać ze wzoru:

**Range** = 
$$(1.04 \div 1.07)222.4 arctg \frac{V_{\Sigma}^{2}}{15.8 \sqrt{(62.5 - V_{\Sigma}^{2})}}$$

In multi-stage missiles, the velocities of the warheads carrying them when separated from the last engine stage are several miles per second, and the range to the target can be > 16,000 km.

W pociskach wielostopniowych prędkość głowic bojowych po ich oddzieleniu od ostatniego stopnia silnika wynosi kilka mil na sekundę, a zasięg do celu może wynosić > 16 000 km.

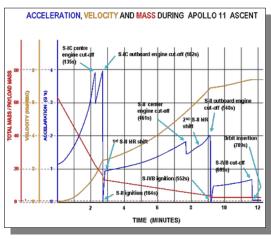


Fig. 4: Charts of Acc, Vel & Mass of missile

https://www.quora.com/What-was-the-speed-in-mph-of-the-Apollo-Saturn-V-rockets-at-5-10-and-30-seconds-after-lift-off-from-the-launch-pad





Fig. 5: Programme code in Python 3.11, calculate of velocity

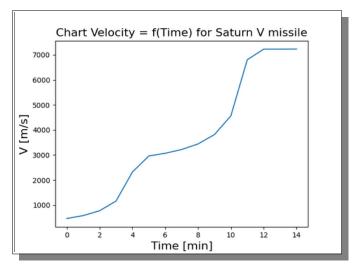


Fig. 5: Chart of velocity from Python 3.11

**Conclusion**: comparing the speed as a function of time obtained in Python (Figure 5), with the data (Figure 4), it can be seen that the nature of the changes is similar, the numerical ranges are also similar. Therefore, the presented method can be used in the first estimated iteration for preliminary design calculations for multi-stage space rockets as well as missiles.

Wniosek: porównując prędkość w funkcji czasu uzyskaną w Pythonie (Rysunek 5) z danymi (rysunek 4), można zauważyć, że charakter zmian jest podobny, podobne są również zakresy liczbowe. Dlatego przedstawiona metoda może być stosowana w pierwszej szacunkowej iteracji do wstępnych obliczeń projektowych dla wielostopniowych rakiet kosmicznych, a także pocisków rakietowych.



