

2022

27 / 10 / 2022

# Resumen sesión teoría 27/10 Tema 5 parte 2

SISTEMAS INTELIGENTES  
ADRIAN UBEDA TOUATI 50771466R

## Contenido

Redes Bayesinas .....	2
Cobertura de Márkov.....	2
La regla de inferencia general.....	3
Muestreo.....	5
Muestreo directo .....	5
Muestreo por rechazo.....	5

## Redes Bayesianas

Una red bayesiana es:

- Un grafo acíclico dirigido para representar dependencias entre variables y mostrar una descripción escueta de cualquier distribución de probabilidad conjunta completa

Esta formada por

- Un conjunto de variables aleatorias que forman los nodos de la red. Cada nodo  $X$  tendrá adjunta una distribución  $P(X|\text{Padres}(X))$
- Un conjunto de enlaces que determinan la influencia (dependencia) entre nodos. Si  $X$  se conecta con  $Y$  se dice que  $X$  influencia a  $Y$

Red Bayesiana, la podemos montar con los eventos y las dependencias que se producen en ese sistema de dentro.

Para calcular la probabilidad de alarma en la red bayesiana

$$P(T, R, A, J, M) =$$



$$P(T) \cdot P(R) \cdot P(A|T, R) \cdot P(J|A) \cdot P(M|A)$$

Sin contener la cuenta la red bayesiana (sin independencias condicional) tendríamos 32 casos

$$2^5 = 32$$

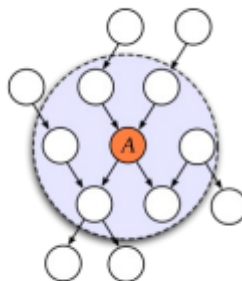
Pero teniendo en cuenta la red bayesiana (con independencia condicional)=

$$2 + 2 + 2^3 + 2^2 + 2^2 = 20$$

Sin tener la dependencia, el número de casos puede subir exponencialmente mientras que con la dependencia bayesiana se mantiene bajo

## Cobertura de Márkov

- Cobertura de Markov
  - Un nodo  $A$  es condicionalmente independiente de todos los nodos de la red dados:
    - Sus padres
    - Sus hijos
    - Los padres de sus hijos



La red de distribución conjunta sirve para contestar a las preguntas relativas a la red

## La regla de inferencia general

## Regla de inferencia general

(Donde B son las variables buscadas, C las conocidas y D las desconocidas)

$$P(B|C) = \alpha \cdot \sum_D P(B,D,C)$$

## Ejemplo de inferencia exacta

- ¿Cuál es la probabilidad de que suene la alarma si llama María?

$$P(B|C) = \alpha \cdot \sum_D P(B,D,C)$$



$$P(R,T,A,J,M) = P(R) \cdot P(T) \cdot P(A|R,T) \cdot P(J|A) \cdot P(M|A)$$

De esta manera tenemos que:

$$\begin{aligned}
 P(A|M) &= \alpha \cdot \sum_R \sum_T \sum_J P(R,T,A,J,M) = \\
 &= \alpha \cdot \sum_R \sum_T \sum_J P(R) \cdot P(T) \cdot P(A|R,T) \cdot P(J|A) \cdot P(M|A) = \\
 &= \alpha \cdot P(M|A) \cdot \sum_R \left( P(R) \sum_T \left( P(T) \cdot P(A|R,T) \cdot \underbrace{\sum_J P(J|A)}_1 \right) \right)
 \end{aligned}$$

En este caso tenemos 8 términos ya que cada sumatorio anidado tiene 2 casos, las multiplicados entre si  $2 \cdot 2 \cdot 2 = 8$

## Ejemplo 2

¿ $P(R|J+,M+)$ ? Si sabemos que:

$$P(T) = 0,001$$

$$P(R) = 0,002$$

$$P(J|A) =$$

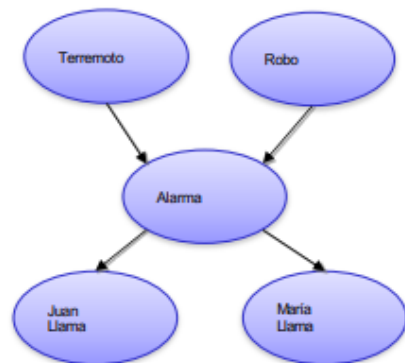
A	J
0	0,05
1	0,9

$$P(A|T,R) =$$

T	R	A
0	0	0,001
0	1	0,94
1	0	0,29
1	1	0,95

$$P(M|A) =$$

A	M
0	0,01
1	0,7



Distribución conjunta de alarma y robo, siempre habrá un índice de error, en este caso es de 0,001, podría ser que el movimiento de alguna mascota sea confundido por un acto de robo

$$P(R|J,M) = \alpha \sum_T \sum_A P(R,T,A,J,M) =$$

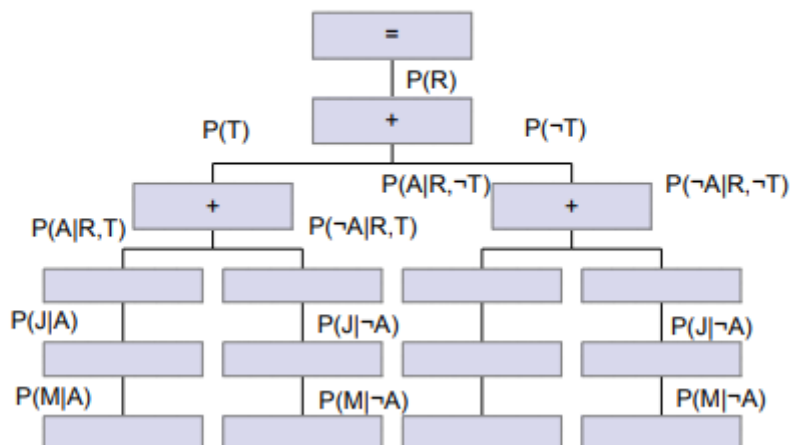
$$\alpha \sum_T \sum_A P(R) \cdot P(T) \cdot P(A|R,T) \cdot P(J|A) \cdot P(M|A) =$$

$$\alpha \cdot P(R) \cdot \sum_T \left( P(T) \cdot \sum_A (P(A|R,T) \cdot P(J|A) \cdot P(M|A)) \right)$$

Este sumatorio tendrá 4 términos

Para calcularlo lo descomponemos en un árbol

$$\alpha \cdot P(R) \cdot \sum_T P(T) \cdot \sum_A P(A|R,T) \cdot P(J|A) \cdot P(M|A)$$



**P(R|J,M)**

1 P(A R,T)*P(J A)*P(M A)	0,5985
P(¬A R,T)*P(J,¬A)*P(M ¬A)	0,000025
P(T)* SUM 1	0,00059853
2 P(A R,¬T)*P(J A)*P(M A)	0,5922
P(¬A R,¬T)*P(J,¬A)*P(M ¬A)	0,00003
P(¬T) * SUM 2	0,59163777

TOTAL R+

**0,00118447**

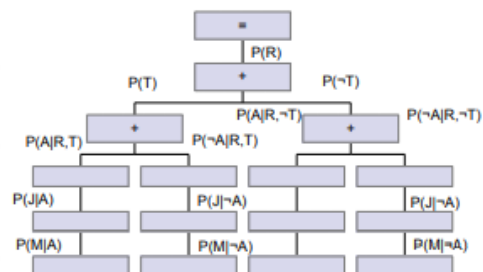
Cómo alpha\*(R,¬R) = 1

**P(¬R|J,M)**

1 P(A ¬R,T)*P(J A)*P(M A)	0,1827
P(¬A ¬R,T)*P(J,¬A)*P(M ¬A)	0,000355
P(T)* SUM 1	0,00018306
2 P(A ¬R,¬T)*P(J A)*P(M A)	0,00063
P(¬A ¬R,¬T)*P(J,¬A)*P(M ¬A)	0,0004995
P(¬T) * SUM 2	0,00112856

TOTAL ¬R

**0,00130899**



<b>P(R J,M)=</b>	<b>R</b>	<b>0,47503178</b>
	<b>¬R</b>	<b>0,52496822</b>

Es importante normalizar después los valores, para normalizar valores se divide uno por la suma de los 2, si se normaliza un valor normalizado, dará el mismo valor

### Muestreo

#### Muestreo directo

Si el número de nodos es demasiado grande, el cálculo computacional es demasiado grande, por lo que debemos utilizar muestreos

Se generan 10 000 muestras según las probabilidades y que sean compatibles con la red de Bayes. Una vez las muestras realizadas es tan fácil como hacer la división de favorables/ totales

#### Muestreo por rechazo

Solo se realiza con los compatibles