МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
НАЦІОНАЛЬНОМУ УНІВЕРСИТЕТІ “ЛЬВІВСЬКА ПОЛІТЕХНІКА”

Кафедра систем штучного інтелекту

Лабораторна робота №6

з дисципліни

«Дискретна математика»

Виконав:
студент групи КН-113
Зварич Адріана
Викладач: Мельникова Н.І.

Львів – 2019 р.

Тема роботи:

Генерація комбінаторних конфігурацій

Мета роботи:

Набути практичних вмінь та навичок при комп'ютерній реалізації комбінаторних задач.

Теоретичні відомості:

Головна задача комбінаторики – підрахунок та перелік елементів у скінчених множинах.

Правило додавання: якщо елемент – x може бути вибрано n способами, а y- іншими m способами, тоді вибір „ x або y‖ може бути здійснено (m+n) способами.

Правило добутку: якщо елемент – x може бути вибрано n способами, після чого y - m способами, тоді вибір упорядкованої пари (x, y) може бути здійснено (m*n) способами.

Набір елементів xi1, xi2, ..., xim з множини X = {x1, x2, ..., xn} називається вибіркою об'єму m з n елементів – (n, m) – *вибіркою*.

Упорядкована (n, m) – вибірка, в якій елементи не можуть повторюватися, називається (n, m) – *розміщенням*, кількість всіх можливих розміщень обчислюється за формулою:

$$A_n^m = \frac{n!}{(n-m)!} .$$

Упорядкована (n, m) – вибірка, в якій елементи можуть повторюватися, називається (n, m) – розміщенням з повторюваннями, кількість всіх можливих таких розміщень обчислюється за формулою:

$$\overline{A_n^m} = n^m .$$

Неупорядкована (n, m*)* – вибірка, в якій елементи не можуть повторюватися, називається (n, m) – *сполученням*, кількість всіх можливих сполучень обчислюється за формулою:

$$C_n^m = \frac{n!}{m!(n-m)!} .$$

Неупорядкована (n, m) – вибірка, в якій елементи можуть повторюватися, називається (n,m)- *сполученням з повторюваннями*, кількість всіх можливих таких сполучень обчислюється за формулою:

$$\overline{C_n^m} = C_{n+m-1}^m .$$

Ann – називається *перестановкою*, а кількість різних перестановок позначається та обчислюється за формулою:

$$P_n = n!.$$

Якщо в перестановках є однакові елементи, а саме перший елемент присутній n 1 разів, другий елемент – n 2 разів, ... , k-ий елемент – n k разів, причому n 1 +n 2 +....+n k=n , то їх називають *перестановками з повторенням* та кількість їх можна знайти за формулою

$$P(n_1, n_2, ..., n_k) = \frac{n!}{n_1!n_2!...n_k!}.$$

Нехай X ={ X 1 , X 2 ,...,X k } - розбиття множини X (X = n) на k підмножин таких, що: ,

Їх кількість при фіксованих n i та упорядкованих X 1 , X 2 ,..., X k обчислюється за формулою:

$$C_n^{n_1, n_2, ..., n_k}(n_1, n_2, ..., n_k) = \frac{n!}{n_1!n_2!...n_k!}.$$

<u>Формула включень та виключень</u>. Нехай X i – скінчені множини, де i=1,…,n, тоді:

$$|X_1 \cup ... \cup X_n| = (|X_1| + ... + |X_n|) - (|X_1 \cap X_2| + ... + |X_{n-1} \cap X_n|) +$$

$$+ (|X_1 \cap X_2 \cap X_3| + ... + |X_{n-2} \cap X_{n-1} \cap X_n|) - ... + (-1)^{n+1}|X_1 \cap ... \cap X_n|.$$ <u>Наслідок.</u>

$$|X \setminus (X_1 \cup ... \cup X_n)| = |X| - (|X_1| + ... + |X_n|) +$$

$$(|X_1 \cap X_2| + ... + |X_{n-1} \cap X_n|) - ... + (-1)^n |X_1 \cap ... \cap X_n|.$$

Варіант 9

Завдання №1. Використовуючи теоретичні відомості, розв'язати наступні комбінаторні задачі:

1. Скількома способами можна розставити 4 однакових книжки з алгебри і 5 різних з геометрії так, щоб усі книги з геометрії стояли разом?

Розв'язання:

Щоб виконувалася умова про книжки з геометрії, об'єднаємо книжки з геометрії умовно в одну, тоді маємо 5 книжок і P_5-розміщення розташувань. Книжки з геометрії в свою чергу, між собою можемо розмістити P_5 способами.

За правилом добутку маємо:

P_5*P_5= 120*120=14400 способів

2. У класі тридцять учнів. Скількома способами можна серед них вибрати старосту та його заступника?

   Розв'язання:

   A^2_{30}=30*29=870 способів

3. Скільки наборів з 10 цукерок можна скласти, якщо у продажу їх 6 сортів?

   Розв'язання:

   Використаємо формулу сполучення з повторенням

   $\overline{C_n^m} = C_{n+m-1}^m$.

   C^{10}_6=15!/5!10!=3003 набори.

4. На площині дано три точки: A, B, C. Проведемо через точку A 5 прямих, через B- 3 прямих, через C- 7 прямих. Причому у сукупності ці прямі є прямими загального положення, тобто жодні дві з них не паралельні і жодні три з них не перетинаються в одній точці (крім точок A, B, C), а також немає прямих, що проходять через дві з цих трьох точок. Знайти кількість трикутників, вершини яких є точками перетину цих прямих і не збігаються з точками A, B, C.

   Розв'язання:

   Нехай A, B, C — дві скінченні множини, які не перетинаються.

   Тоді, за правилом добутку

   |A×B×C|=5*3*7=105 трикутників.

5. З цифр 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 утворюють різні шестицифрові числа, що не мають однакових цифр. Визначити кількість чисел, у яких зустрічаються цифри 6 та 8 одночасно, але вони не стоять поруч.

Розв’язання:

Так як 6 і 8 мають бути обов’язкові, то з шести доступних змінних чисел залишається 4. Також в умові сказано, що цифри не можуть повторюватись. Тобто скористаємось формулою розміщення

$$A_n^m = \frac{n!}{(n-m)!}.$$

Де m-кількість доступних чисел, а m- кількість місць для цих цифр

A^4_7=7!/3!=840

Також виключимо те, що 6 і 8 не мають стояти поруч.

Таких варіантів є 20. Тоді:

20* A^4_7=840*20=16800

6. У групі 20 чоловік. Їх необхідно поділити на п’ять коаліцій, в яких повинно бути 3, 3, 3, 4 та 7 чоловік. Скількома способами це можна зробити?

   Розв’язання:

   Скористаємось формулою перестановки з повторенням

   P_{20}(3,3,3,4.7)=20!/3!3!3!4!7!=93117024000=9,3117024*10^{10} способами.

7. У класі навчається 40 учнів. Із них мають трійки з англійської мови 16 учнів, з математики – 12, з фізики – 18. Мають трійки з фізики та англійської мови – 11 учнів, з математики та англійської мови – 8, з математики та фізики – 6. А 7 учнів мають трійки по всім цим предметам. Скільки учнів навчаються без трійок з цих предметів? Скільки мають лише по дві трійки з цих предметів?

   Розв’язання:

   За формулою включень і виключень маємо:

   N=40

   S_1=116+12+18=46

   S_2=11+8+6=25

   S_3=7

   Тоді: N-S_1+S_2-S_3=40-46+25-7=12 учнів навчаються без трійок

   S_2-3S_3=4 учні мають лише по дві трійки

Завдання №2. Запрограмувати за варіантом обчислення кількості розміщення(перестановок, комбінацій, алгоритму визначення наступної лексикографічної сполуки, перестановки) та формулу Ньютона і побудувати за допомогою неї розклад за варіантом

Розташувати наведені перестановки елементів множини {1, 2, 3, 4, 5, 6} у лексикографічному порядку 234561, 231456, 165432, 156423, 543216, 541236, 231465, 314562, 432561, 654321, 654312, 435612.

Побудувати розклад $(x+y)^8$

Код програми:

```
 #include <stdio.h>

short factorial(short in){
short out = 1;
short i;
for(i = in; i>1; i--){
	out*=i;
}
return out;
}
void binomial(short n){
int i;
printf("Binomial formulae:");
printf("x^%i",n);
for(i=1;i<n;i++){
   printf(" + %i(x)^%i(y)^%i", factorial(n)/(factorial(i)*factorial(n-i)),n-i,i);
}
 printf(" + y^%i\n\n",n);
}

int main(void) {
   int amount,i,pointer;
   printf("How much elements to sort: \n");
   scanf("%i",&amount);
   int elements[amount];
   for(i=0;i<amount;i++){
      printf("Type %i's element: \n",i+1);
      scanf("%i",&elements[i]);
   }
   int a;
   for(;;){
      pointer=0;
```

```
        for(i=0;i<amount-1;i++){
            if(elements[i]>elements[i+1]){
                 a=elements[i];
                elements[i]=elements[i+1];
                elements[i+1]=a;
                pointer++;
            }
        }
        if(pointer==0) {break;}
    }
    for(i=0;i<amount;i++){
        printf("%i) %i\n",i+1,elements[i]);
    }
    binomial(8);
}
```

Результати програми:

```
How much elements to sort:
12
Type 1's element:
234561
Type 2's element:
231456
Type 3's element:
165432
Type 4's element:
156423
Type 5's element:
543216
Type 6's element:
541236
Type 7's element:
231465
Type 8's element:
314562
Type 9's element:
432561
Type 10's element:
654321
Type 11's element:
654312
Type 12's element:
435612
1) 156423
2) 165432
3) 231456
4) 231465
5) 234561
6) 314562
7) 432561
8) 435612
9) 541236
10) 543216
11) 654312
12) 654321
Binomial formulae:x^8 + -5(x)^7(y)^1 + -17(x)^6(y)^2 + -35(x)^5(y)^3 + -43(x)^4(
y)^4 + -35(x)^3(y)^5 + -17(x)^2(y)^6 + -5(x)^1(y)^7 + y^8
```

Висновки: на цій лабораторній роботі ми набули практичних вмінь та навичок при комп’ютерній реалізації комбінаторних задач.