Architektura systemów komputerowych Laboratorium 2

Reprezentacja binarna liczb ze znakiem

Marcin Stępniak

1 Informacje

Liczbę całkowitą n-cyfrową można przedstawić w następujący sposób:

$$c_{n-1} \dots c_2 c_1 c_0$$

Normalnie przed liczbami ujemnymi stawiamy znak "-" (czasami "+" przed dodatnimi). Dla przedstawienia znaku liczby w systemie dwójkowym używa się dodatkowego bitu. Zwykle jest to najstarszy bit i ma wartość 1 dla licz ujemnych i wartość 0 dla liczb nieujemnych. Liczbę ujemną można przedstawić wieloma sposobami. Najczęściej stosowanymi zapisami są:

- znak-moduł ZM,
- znak-uzupełnienie jedynkowe U1,
- znak-uzupełnienie dwójkowe U2.

1.1 Zapis znak-moduł (ZM)

Wszystkie bity poza najstarszym mają takie samo znaczenie jak w naturalnym kodzie binarnym. Najstarszy bit jest bitem znaku. Jeżeli ma on wartość 0 to dana liczba jest nieujemna, jeżeli 1, to liczba jest niedodatnia. Z tego powodu w tej reprezentacji mamy dwa zera $+0(0000_{(ZM)})$ i $-0(1000_{(ZM)})$.

Przykłady:

$$2_{(10)} = 0010_{(ZM)}$$

$$-2_{(10)} = 1010_{(ZM)}$$

$$5_{(10)} = 0101_{(ZM)}$$

$$-5_{(10)} = 1101_{(ZM)}$$

1.2 Znak-uzupełnienie jedynkowe (U1)

W tej reprezentacji liczby dodatnie zapisywane są jak w naturalnym kodzie binarnym, przy czym najbardziej znaczący bit traktowany jako bit znaku, czyli musi mieć wartość 0. Do reprezentowania liczb ujemnych wykorzystywana jest bitowa negacja danej liczby, co sprawia, że bit znaku ma wartość 1. Z tego powodu w tej reprezentacji również mamy dwa zera $+0(0000_{(U1)})$ i $-0(1111_{(U1)})$.

Przykłady:

$$\begin{aligned} 2_{(10)} &= 0010_{(U1)} \\ -2_{(10)} &= 1101_{(U1)} \\ 5_{(10)} &= 0101_{(U1)} \\ -5_{(10)} &= 1010_{(U1)} \end{aligned}$$

1.3 Znak-uzupełnienie dwójkowe (U2)

System U2 jest w chwili obecnej najbardziej rozpowszechniony. Powodem tego jest fakt, że operacje dodawania i odejmowania wykonuje się w nim w taki sam sposób jak dla liczb bez znaku. Dzięki temu oszczędza się rozkazy procesora.

Liczba dodatnia jest zapisywana w tym systemie analogicznie jak w opisywanych powyżej. Aby zamienić liczbę w U2 na przeciwną, należy wykonać dwa kroki:

- 1. dokonać inwersji bitów, czyli zamienić 0 na 1 i odwrotnie,
- 2. zwiększyć wynik o 1.

Przykłady:

$$2_{(10)} = 0010_{(U2)}$$

$$-2_{(10)} = 1110_{(U2)}$$

$$5_{(10)} = 0101_{(U2)}$$

$$-5_{(10)} = 1011_{(U2)}$$

Wartość dziesiętną liczby U2 wyraża wzór:

$$-c_{n-1} \cdot 2^{n-1} + \sum_{i=0}^{n-2} c_i \cdot 2^i$$

Więcej informacji można znaleźć w książce Barczak A., Florek J., Sydoruk T.: Elektroniczne techniki cyfrowe, Wyd.: VIZJA PRESS&IT Sp. z o.o, Warszawa 2006 (Rozdział 1 dostępny pod adresem: http://mirek.ii.uph.edu.pl/ask/files/rozdz1.pdf)

2 Zadania

2.1 Zapis "ZNAK-MODUŁ"

Przedstaw w zapisie ZM następujące liczby dziesiętne:

- 1. 7 i -7
- 2. 12 i -12
- 3. 127 i -127
- 4. 56 i -56
- 5. 32 i -32

Jakim liczbom dziesiętnym odpowiadają poniższe liczby binarne (zapis ZM):

- 1. 011011
- 2. 111111
- 3. 1010101
- 4. 0111
- 5. 10111

2.2 Zapis "U1"

Przedstaw w zapisie U1 następujące liczby dziesiętne:

- 1. 7 i -7
- 2. 12 i -12
- 3. 127 i -127
- 4. 56 i -56
- 5. 32 i -32

Jakim liczbom dziesiętnym odpowiadają poniższe liczby binarne (zapis U1):

- 1. 011011
- 2. 111111
- 3. 1010101
- 4. 0111
- 5. 10111

2.3 Zapis "U2"

Przedstaw w zapisie U2 następujące liczby dziesiętne:

- 1. 7 i -7
- 2. 12 i -12
- 3. 127 i -127
- 4. 56 i -56
- 5. 32 i -32

Jakim liczbom dziesiętnym odpowiadają poniższe liczby binarne (zapis U2):

- 1. 011011
- 2. 111111
- 3. 1010101
- 4. 0111
- 5. 10111