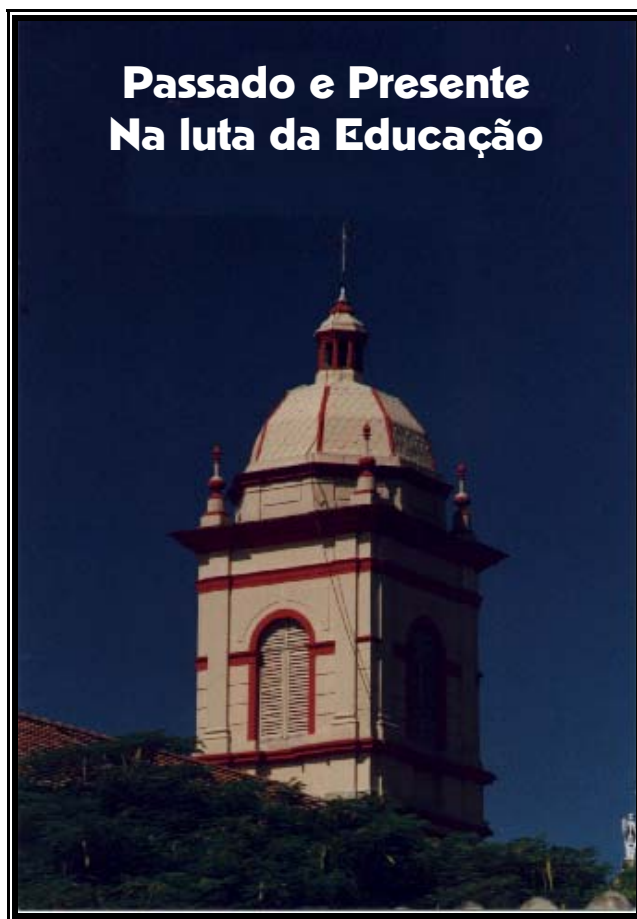


Física

MECÂNICA



AUTORES:

Maurício Ruy Lemes

(Doutor em Ciência pelo Instituto Tecnológico de Aeronáutica)

Luiz Fernando Sbruzzi

(Mestre em Ensino de Física pela Universidade Federal de São Paulo)



Caros Alunos

Comecei a dar aulas de Física no IDESA no ano de 1988, naquela época já sentíamos a necessidade de um material alternativo para o curso de Processamento de Dados e Magistério, pois os livros de Física em sua maioria, não abordavam e não abordam temas direcionados ao técnico de processamento e em sua totalidade são exaustivos na quantidade de exercícios, fazendo que o curso de física perca em qualidade teórica.

Por estes problemas senti a necessidade de utilizar em minhas aulas, apostilas para assuntos como: Dinâmica, Movimento Circular, Eletrônica, Computação e outros. Foi exatamente com essas apostilas escritas em tópicos que nasceu o trabalho atual, resultado de notas de aula e questões levantadas pelos seus colegas. Esta apostila é resultado de muito trabalho e dedicação no ensino de Física dentro do Colégio IDESA.

É importante ressaltar que a apostila não possui o objetivo de esgotar o assunto de Cinemática e Dinâmica, mas procura mostrar seus principais pontos de uma maneira simples e objetiva. Evidentemente que dentro deste trabalho existem algumas deficiências que serão sanadas pelas críticas e sugestões de vocês, afinal ela já foi construída dessa forma.

Um ponto que deverá chamar a atenção é o pequeno número de exercícios em relação aos livros normais de Física. Na realidade a minha preocupação nunca foi colocar uma grande carga de exercícios, mas sim dar ao aluno condições de estudar, com duas aulas semanais, um maior número de fenômenos e conceitos que serão úteis em seu dia-a-dia. Evidentemente que o professor deverá utilizar listas complementares de exercícios que irão ajudar o aluno na fixação de conceitos.

Para terminar, gostaria de contar um pouco a minha carreira acadêmica para vocês. Sou professor formado em Física pela Universidade de Taubaté, após a conclusão da graduação fui para o Instituto Tecnológico de Aeronáutica (ITA), em São José dos Campos, onde fiz meu mestrado em Física Atômica e Molecular. Trabalhei num projeto voltado a área de ensino no ITA chamada REENGE e atualmente termino meu doutoramento na área de Física Atômica e Molecular. Paralelamente a isto tudo sempre estive atuando no IDESA, dando aulas para o 2º grau, tanto no período diurno como no período noturno.

É importante ressaltar que atualmente faço parte de uma equipe de professores que trabalham no projeto IDESA Século XXI que tem como objetivo principal a busca de novas estratégias de ensino, preparando o aluno do IDESA para a realidade de novos tempos.

Espero que este trabalho possa ajudar a fazer do estudo da Física, algo interessante, simples, mas acima de tudo desafiador, para que possamos vencer juntos os desafios e terminar o ano conhecendo um pouco mais dos fenômenos que nos cercam.

Maurício Ruy Lemes

ÍNDICE

CINEMÁTICA	
1 – INTRODUÇÃO.....	06
<ul style="list-style-type: none"> ☞ Por que Estuda Física no Ensino Médio e Técnico em Informática ? ☞ Alguns Personagens que Fizeram a História da Física ☞ O Estudo da Física ☞ O Método Científico ☞ Medidas e Grandezas Fundamentais ☞ Algarismos Significativos e Notação Científica ☞ Grandezas Físicas ☞ Estudo da Cinemática ☞ Partícula e Corpo Extenso ☞ Referencial ☞ Posição na Trajetória ☞ Deslocamento ☞ Velocidade Escalar Média ☞ Aceleração Escalar Média ☞ Classificação dos Movimentos 	
2 – MOVIMENTO RETILÍNEO UNIFORME (MRU).....	20
<ul style="list-style-type: none"> ☞ Introdução ☞ Função Horária ☞ Gráficos do MRU ☞ Propriedades dos Gráficos do MRU 	
3 - MOVIMENTO RETILÍNEO UNIFORMEMENTE VARIADO (MRUV).....	25
<ul style="list-style-type: none"> ☞ Introdução ☞ Função da Velocidade ☞ Gráfico da Velocidade e Aceleração no MRUV ☞ Função Horária do MRUV ☞ Propriedades nos Gráficos do MRUV ☞ Equação de Torricelli 	
4 - MOVIMENTOS VERTICAIS NO VÁCUO.....	34
<ul style="list-style-type: none"> ☞ Introdução ☞ Queda Livre ☞ Lançamento Vertical ☞ Descrição Matemática dos Movimentos Verticais no Vácuo 	
5 – MOVIMENTO CIRCULAR.....	38
<ul style="list-style-type: none"> ☞ Introdução ☞ Período ☞ Frequência ☞ Grandezas Angulares ☞ Movimento Circular Uniforme (MCU) ☞ Polias e Engrenagens 	

DINÂMICA	
6 – LEIS DE NEWTON.....	47
☞ Introdução	
☞ Força	
☞ Princípio da Inércia	
☞ Princípio Fundamental	
☞ Princípio da Ação e Reação	
7 – APLICAÇÕES DO PRINCÍPIO FUNDAMENTAL.....	52
☞ Força Peso	
☞ Reação Normal	
☞ Força de Atrito	
☞ Força de Tração	
8 – TRABALHO.....	62
☞ Introdução	
☞ Trabalho de uma Força Constante	
☞ Tipos de Trabalho	
☞ Trabalho de uma Força Variável	
☞ Casos Especiais	
☞ Potência	
☞ Rendimento	
9 - ENERGIA.....	71
☞ Introdução	
☞ Energia Cinética	
☞ Teorema da Energia Cinética	
☞ Energia Potencial	
☞ Energia Potencial Gravitacional	
☞ Energia Potencial Elástica	
☞ Princípio de Conservação da Energia Mecânica	
10 – IMPULSO E QUANTIDADE DE MOVIMENTO.....	78
☞ Introdução	
☞ Impulso	
☞ Quantidade de Movimento	
☞ Teorema do Impulso	
☞ Princípio de Conservação da Quantidade de Movimento	
11 – COLISÕES MECÂNICAS.....	84
☞ Introdução	
☞ Definição	
☞ Tipos de Colisão	
☞ Colisão Elástica	
☞ Colisão Parcialmente Elástica	
☞ Colisão Inelástica	
☞ Coeficiente de Restituição	
APÊNDICE A – RECORDANDO FUNÇÕES DO 1º E 2º GRAUS.....	89

APÊNDICE B – RECORDAÇÃO MATEMÁTICA.....	90
APÊNDICE C – SISTEMA INTERNACIONAL DE UNIDADES.....	91
RESPOSTAS DOS EXERCÍCIOS.....	93



CINEMÁTICA



1 - INTRODUÇÃO

1.1 – POR QUE ESTUDAR FÍSICA NO ENSINO MÉDIO E TÉCNICO EM INFORMÁTICA ?

É muito comum hoje em dia os alunos perguntarem a razão de estar estudando aquela ou essa disciplina. Nem sempre a resposta dada é suficiente para que ele tome consciência da importância desse estudo.

Em nosso caso, poderíamos enumerar vários motivos da importância do estudo da física no curso de Informática e Ensino Médio, mas neste breve comentário falaremos de apenas dois deles.

A primeira razão para este estudo seria o conhecimento de como o computador funciona por dentro, ou seja, o seu Hardware. Para atingirmos este conhecimento é necessário, antes de tudo, nos dedicarmos à física básica, pois dela se originará os pré-requisitos necessários para o bom entendimento do funcionamento de um computador.

Uma segunda razão é o fato de que o conhecimento científico das pessoas de um modo geral é muito pobre, exatamente pelo fato de estarmos preocupados em estudar apenas o que nos convém. Não se pode admitir que um estudante do Ensino Médio não seja capaz de responder algumas questões simples do nosso cotidiano como:

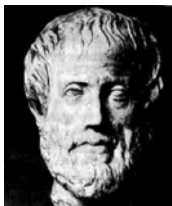



- ☞ Por que a Terra gira em torno do Sol e não o inverso ?
- ☞ O que é um Eclipse ?
- ☞ Por que vemos primeiro a luz do relâmpago para só depois ouvir o trovão ?


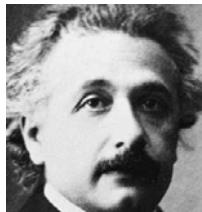

Precisamos urgentemente passar a estudar por apenas uma razão - adquirir cultura. O fato do crescimento da utilização de gírias dentro do vocabulário de nosso dia-a-dia, vem mostrar exatamente a pobreza cultural de um povo.

É com o objetivo de descobrir novidades e vencer desafios que iremos iniciar o estudo da Física. É muito importante termos em mente que o nosso curso que começa agora e termina no 3º ano não possui a intenção de esgotar o assunto, mas sim procurar motivá-lo para a continuação desse estudo.

Bem vindo ao Mundo da FÍSICA!!

1.2 – ALGUNS PERSONAGENS QUE FIZERAM A HISTÓRIA DA FÍSICA

PERSONAGEM	FATO
 <p>Aristóteles (384 - 322 a.C.)</p>	<p>Filósofo e Sábio grego. Propôs as posições naturais para os corpos e descrevia que eles derivavam de 4 elementos - terra, água, ar e fogo. Dizia, ainda, que a Terra ocupava o centro do Universo e era imóvel (Geocentrismo).</p>
 <p>Nicolau Copérnico (1473 - 1543)</p>	<p>Nascido na Polônia, era matemático, doutor em direito canônico, médico e astrônomo. Propôs o modelo Heliocêntrico, no qual a Terra era um planeta, como Vênus ou Marte, e que todos os planetas giravam em órbitas circulares em torno do Sol.</p> <p>Publicou essas idéias no livro <i>De Revolutionibus Orbium Coelestium</i>, publicado perto de sua morte. Foi considerado leitura proibida na época.</p>
 <p>Galileu Galilei (1564 - 1642)</p>	<p>Nascido na Itália, tornou-se matemático, físico e astrônomo. Foi um dos maiores gênios da humanidade. Podemos dizer que foi com ele que a física começou a dar seus primeiros passos. Idealizou o Método Científico, estudou a queda dos corpos, esboçou a Lei da Inércia. Opôs-se à Mecânica de Aristóteles e defendeu o sistema de Copérnico. Foi por isso perseguido pela Inquisição e pressionado a negar suas teses.</p>
 <p>Johannes Kepler (1571 - 1630)</p>	<p>Astrônomo alemão, que se baseando nas anotações do astrônomo dinamarquês Tycho Brahe, fez um estudo cuidadoso do movimento planetário. Com esses estudos concluiu que a órbita dos planetas em torno do Sol não era circular e sim elíptica, com o Sol num dos focos. Em 1606 publicou <i>Comentaries on Mars</i>, onde se encontravam suas duas primeiras leis do movimento planetário. A terceira lei foi enunciada mais tarde.</p>

 Isaac Newton (1642 - 1727)	Matemático, físico e astrônomo inglês, é considerado o fundador da Mecânica Clássica - O Pai da Física. A estrutura da mecânica clássica foi publicada em sua obra <i>Philosophie Naturalis Principia Mathematica</i> (1686), onde se encontra as famosas três leis de Newton. Introduziu a Lei de Gravitação Universal, explicando as leis de Kepler, fez importantes trabalhos na área da matemática, tais como o Binômio de Newton e o Cálculo Infinitesimal.
 Albert Einstein (1879 - 1955)	Nascido na Alemanha de pais judeus, é considerado um dos maiores gênios de todos os tempos. Destacam-se os seus trabalhos: Teoria do movimento browniano, a teoria da relatividade, o efeito fotoelétrico (que lhe valeu um prêmio Nobel em 1921) e a derivação teórica da equação massa-energia $E = mc^2$. Era acima de tudo um pacifista.
 S. Hawking	Físico inglês, nascido no dia 8 de janeiro de 1942. Portador da doença de Lou Gehrig (esclerose amiotrófica lateral) se movimenta através de uma cadeira de rodas e se comunica com um sintetizador de voz acoplado a um computador que ele manipula com três dedos, única parte do corpo que a doença não paralisou. Ocupa a cadeira deixada por Isaac Newton em Cambridge. Possui trabalhos na teoria da Grande Unificação (Teoria da Relatividade e Mecânica Quântica). É considerado um dos maiores físicos da atualidade.

Para obter mais informações sobre personagens da Física visite a internet na página: www.idesa.com.br

1.3 - O ESTUDO DA FÍSICA

A física é uma ciência que procura entender e explicar os fenômenos naturais que nos cercam em nosso dia-a-dia. Achar que o estudo da física não é importante é o mesmo que nos trancar num quarto fechado e não querer saber de nada que nos cerca.

O estudo do movimento é objeto de estudo da Mecânica, estudo este que iniciaremos aqui. A Termologia estuda fenômenos relacionados com o calor, desde um simples processo de descongelamento até a dilatação em estruturas de concreto. A óptica estuda fenômenos ligados com a Luz, discute a luz do ponto de vista de uma onda eletromagnética. Além das ondas eletromagnéticas existem as ondas mecânicas que possuem como grande exemplo o som, estudamos este assunto em Ondulatória. O movimento planetário e dos corpos celestes são estudados num campo da Física chamado Gravitação, este campo está incluído na Mecânica. Por último, mas não menos importante temos a eletricidade que explica fenômenos simples como a eletrização de um pente ao ser esfregado no cabelo até fenômenos mais complexos como a geração de corrente induzida por uma usina hidrelétrica.



1.4 - O MÉTODO CIENTÍFICO

O Método Científico ou Método Experimental pode ser dividido em três partes:

- (a) observação dos fenômenos;
- (b) medida de suas grandezas;
- (c) indução ou conclusão de leis ou princípios que regem os fenômenos.



Este método é muito utilizado pela Física, a Física Clássica foi quase toda construída utilizando-se deste método. O precursor deste método foi Galileu Galilei.

1.5 - MEDIDAS E GRANDEZAS FUNDAMENTAIS

Ao estudar um fenômeno físico, é necessário obtermos uma informação quantitativa, afim de tornar o estudo completo. Obtemos essa informação fazendo-se uma medida física que pode ser direta, como por exemplo utilizar uma régua para medir um lápis ou indireta, como por exemplo a velocidade média de um automóvel viajando de Taubaté a São José, esta propriedade física pode ser obtida através do conhecimento da distância percorrida e do tempo que se leva para percorrê-la.

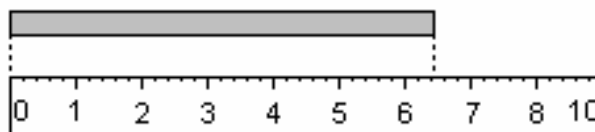
Existem grandezas físicas consideradas fundamentais e derivadas. Na Mecânica as grandezas fundamentais são: comprimento, tempo e massa. As grandezas que resultam de combinações dessas são consideradas derivadas.

O Brasil adota desde 1960 como padrão para unidades de medidas o Sistema Internacional de Unidades (SI), veja mais detalhes no Apêndice X.

1.5.1 - Algarismos Significativos e Notação Científica

Já vimos que saber medir é muito importante para o entendimento físico de um fenômeno. É importante saber representar uma medida de maneira apropriada. Vejamos o seguinte exemplo:

Temos que medir o comprimento L de uma peça de metal e para isso possuímos uma régua. Observemos a medição:



$$L = 6,41 \text{ cm}$$

Os números 6 e 4 são corretos, mas o número 1 é duvidoso.

Os algarismos corretos mais o duvidoso são denominados algarismos significativos.

É sempre muito útil é muito usado escrever as grandezas medidas em notação científica. Para isso devemos escrever o número na seguinte forma:

$x \cdot 10^n$, onde:

x um número tal que $1 \leq x < 10$

n é um expoente inteiro.

É importante ressaltar que n deve conter os algarismos significativos do problema.

Exemplo: Escreva a distância entre o Sol e a Terra que é de 150 000 000 km em notação científica.

$$d_{\text{Sol} - \text{Terra}} = 1,5 \cdot 10^8 \text{ km}$$

EXERCÍCIOS

1> Uma corrida de formula 1 teve uma duração 1h 46 min 36 s. Sabendo que a corrida teve 65 voltas, determine o intervalo de tempo médio gasto para cumprir cada uma das voltas.

2> Efetue as seguintes conversões de unidades a seguir:

(a) 10 km em m; (b) 2 m em cm; (c) 2 h em s; (d) 2m em mm.

(FUVEST-SP) 3> No estádio do Morumbi 120000 torcedores assistem a um jogo. Através de cada uma das 6 saídas disponíveis podem passar 1000 pessoas por minuto. Qual o tempo mínimo necessário para se esvaziar o estádio ?

(a) uma hora; (b) meia hora; (c) 1/4 de hora; (d) 1/3 de hora; (e) 3/4 de hora.

(PUC-SP) 4> O número de algarismos significativos de 0,00000000008065 cm é:

(a) 3; (b) 4; (c) 11; (d) 14; (e) 15.

5> Escreva as medidas abaixo em notação científica:

(a) 2000 m; (b) 348,24 cm; (c) 0,00023 s; (d) 0,03 m.

1.6 – GRANDEZAS FÍSICAS

No estudo da física nos baseamos em discutir medidas de grandezas, as quais são chamadas grandezas físicas. Como exemplo podemos mencionar a velocidade de um carro que passa pela rua de nossa casa, a potência da luz que ilumina o quadro negro de nossa sala de aula, a temperatura do local onde estamos e muitas outras que estudaremos durante o nosso curso. Essas grandezas são divididas em escalares e vetoriais.

1.6.1 – Grandeza Escalar

Grandeza física que para o seu completo entendimento basta o seu módulo (valor numérico) acompanhado de uma unidade de medida. Podemos dar como exemplo: a massa, a temperatura, o tempo, etc.

1.6.2 – Grandeza Vetorial

Grandeza física que para sua completa descrição é necessário além do módulo acompanhado de uma unidade, da sua orientação, ou seja, direção (por exemplo: horizontal, vertical) e sentido (por exemplo: da direita para esquerda, de cima para baixo). São exemplos de grandezas vetoriais: a força, a velocidade, a quantidade de movimento e outras que estaremos estudando no nosso curso.

Utilizamos para representar este tipo de grandeza um vetor que é o símbolo matemático de uma grandeza vetorial.

**1.7 – O ESTUDO DA CINEMÁTICA**

A Mecânica divide-se em Cinemática, Dinâmica e Estática, em nosso curso nos estaremos estudando as duas primeiras partes. Iniciaremos os nossos estudos pela Cinemática que é o estudo do movimento sem se preocupar com suas causas.

1.8 – PARTÍCULA E CORPO EXTENSO

Um corpo é considerado partícula (ou ponto material) em física quando suas dimensões são desprezíveis na situação considerada. Por exemplo, um carro se movimentando na Via Dutra, neste caso podemos considerar este carro como sendo uma partícula, já que sua dimensão, quando comparada com a extensão da rodovia, é totalmente desprezível. Já um corpo extenso é aquele que não possui dimensões desprezíveis na situação considerada. O mesmo carro que na Via Dutra pode ser descrito como partícula, dentro de uma garagem não será mais desprezível, pois ocupará praticamente toda a garagem, neste caso ele passa a ser considerado um corpo extenso.

É importante ressaltar que essas definições nos trouxeram um importante conceito em física - Referencial. Um corpo pode ser considerado partícula ou corpo extenso, depende do referencial ao qual estamos comparando, no primeiro caso a Via Dutra e no segundo a garagem. A seguir descreveremos melhor a importância desse conceito em física.

1.9 – REFERENCIAL

Poderíamos iniciar este tópico perguntando: Neste instante você está em movimento ou parado (em repouso)

A princípio esta pergunta pode parecer sem importância e com resposta óbvia, mas se pararmos para pensar veremos que essa resposta não é tão óbvia.

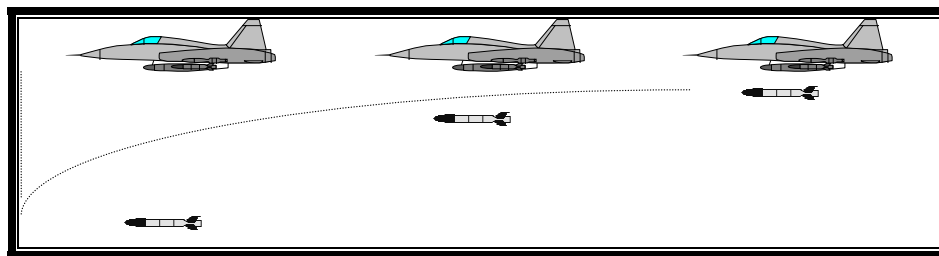
Podemos estar parados em relação ao chão de nossa sala de aula, mas como todos estão na Terra, temos os movimentos que ela possui, ou seja, rotação e translação. Portanto, em relação a um outro planeta qualquer, Marte, por exemplo, estamos em movimento.

Afinal de contas, estamos parados ou em movimento ?

O problema é que a pergunta não está bem formulado, e portanto devemos modifica-la da seguinte forma:

Em relação à sala de aula estamos parados ou em movimento ?

O conceito de referencial é muito importante inclusive no que diz respeito a trajetórias de um movimento. Ilustraremos a seguir duas pessoas observando um mesmo fenômeno, mas cada uma delas assiste uma trajetória diferente. Este é o caso de um avião soltando uma bomba em campo aberto. Repare que para um observador fora do avião verá a bomba caindo de forma curva (parábola). Já o piloto assiste a bomba caindo sempre abaixo de seu avião e portanto assiste uma trajetória reta. Evidentemente que consideramos nula a resistência do ar.

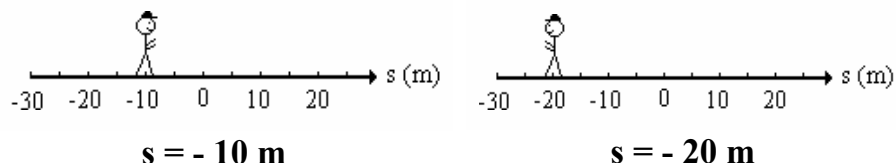


A partir de agora devemos estar mais atentos com os fenômenos que nos cercam e passar a observar fatos que antes passavam despercebidos.

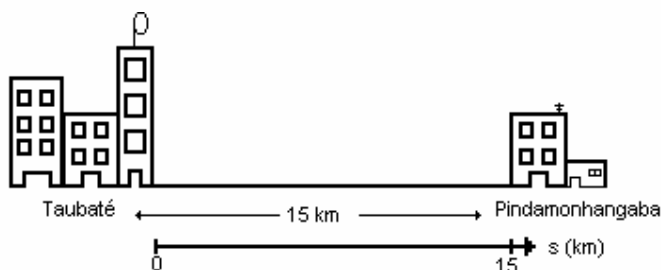
É importante dizer ainda que utilizaremos durante o curso o referencial Inercial, que é comparar os fenômenos que nos rodeiam com o chão.

1.10 – POSIÇÃO NA TRAJETÓRIA OU ESPAÇO NA TRAJETÓRIA (s)

Representaremos a grandeza física posição pela letra s minúscula. Essa grandeza indica a posição ocupada por um móvel ao longo de uma trajetória.

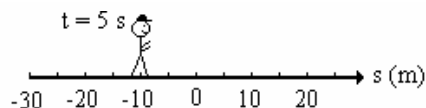
**IMPORTANTE:**

- (a) Embora não tenhamos na realidade posições negativas, quando estivermos resolvendo problemas físicos de trajetórias isso poderá ocorrer, já que não podemos repetir a numeração positiva antes do zero.
- (b) Quando estivermos resolvendo um problema que envolva trajetória, devemos orientar esta trajetória, ou seja, indicar o sentido crescente, indicando início e fim. Observe o exemplo:



A distância entre Taubaté e Pindamonhangaba é de 15 km, orientamos nossa trajetória, colocando como posição inicial Taubaté, $s = 0$, e posição final Pinda, $s = 15 \text{ km}$.

Depois de definida a posição de um móvel numa trajetória, passaremos a associar a esta posição um respectivo tempo, ou seja, construiremos uma função da posição ocupada pelo móvel com o tempo. Isso será de extrema importância para os próximos capítulos.



Neste caso temos que para $s = -10 \text{ m}$, temos $t = 5 \text{ s}$.

Nos próximos capítulos estudaremos uma regra geral para formar esta função (entre a posição e o tempo) para determinados tipos de movimento.

IMPORTANTE:

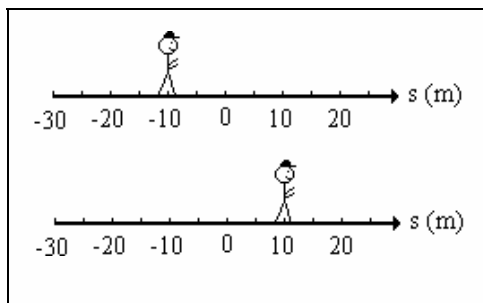
Chamamos de posição inicial aquela em que o instante é $t = 0$, ou seja, o início do movimento e indicamos por s_0 .

1.11 – DESLOCAMENTO OU VARIAÇÃO DO ESPAÇO (Δs)

Imaginemos a seguinte situação: Em um certo instante t_1 , um garoto se encontra na posição $s = -10$ m e no instante t_2 ele se encontra em $s = 10$ m, o deslocamento ou variação do espaço desse garoto no intervalo de tempo $\Delta t = t_2 - t_1$ é igual a:

$$\Delta s = s_2 - s_1$$

No nosso exemplo, temos:



$$\Delta s = 10 - (-10) = 20\text{m}$$

IMPORTANTE:

Neste caso o deslocamento é igual a distância percorrida pelo garoto, mas nem sempre isto será verdade. O deslocamento apenas será igual a distância percorrida quando o movimento, considerado, é num único sentido. Caso exista inversão de sentido durante o movimento o deslocamento não será mais igual a distância percorrida.

Exemplo: Uma pessoa que dê a volta ao mundo, retornando ao ponto de partida terá deslocamento igual a zero.

1.12 – VELOCIDADE ESCALAR MÉDIA (v_m)

Velocidade é a grandeza em física que indica a rapidez com que a posição de um certo móvel varia com o passar do tempo.

Por definição temos:



$$v_m = \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{s_2 - s_1}{t_2 - t_1}$$

UNIDADES NO SI:


$\Delta s \Rightarrow$ metros (m)

$\Delta t \Rightarrow$ segundos (s)

$v_m \Rightarrow$ metros por segundo (m/s)

Nem sempre as unidades nos exercícios são adequadas, muitas vezes teremos que fazer transformações. Logo devemos ter prática em transformações como:

$m \rightarrow km$; $km \rightarrow m$; $min \rightarrow s$; $s \rightarrow min$; $cm \rightarrow m$, etc.

DESAFIO:	1> Como primeiro desafio prove que:
	$1 \text{ m/s} = 3,6 \text{ km/h}$

IMPORTANTE:

A velocidade instantânea é a velocidade no instante, ou seja, quando estamos dentro de um carro e observamos o velocímetro, vemos que a cada instante o automóvel possui uma velocidade, isto é velocidade instantânea.

Por exemplo, se você observa o velocímetro após 5 s de movimento e verifica que a velocidade é de 40 km/h, temos que a velocidade no instante 5 s, corresponde a 40 km/h.

Velocistas da Natureza

Um dos animais terrestres mais veloz que temos é o guepardo, que acelera de 0 a 72 km/h em 2 segundos. Ele alcança uma velocidade de 115 km/h em distâncias de até 500m.

A velocidade é muito importante quando se trata de apanhar outros animais em busca de alimento. Por isso, os predadores estão entre os bichos mais rápidos da natureza. O leão, por exemplo, bem mais pesado e menos ágil que o guepardo, atinge 65 km/h em sua caçada. Velocidade essa, pouco maior que a de um cachorro de corrida e pouco abaixo de um cavalo puro-sangue.

É claro que os animais caçados também se defendem fugindo velozmente dos predadores. Por exemplo, a gazela africana chega a correr 80 km/h e, o que é mais importante, agüenta esse ritmo por mais tempo que qualquer outro felino de grande porte.

De todos os animais que servem de presa a outros, o mais rápido é o antilocaprídeo norte americano, que atinge 88 km/h em corridas de pequena distância, e 56 km/h em extensões de até 6 km.

O mais veloz de todos os animais que voa é o falcão peregrino, que em seu vôo de cruzeiro chega a atingir 115 km/h, mas quando mergulha para capturar sua presa, essa ave de rapina chega a atingir inacreditáveis 360 km/h (o mesmo que um cachorro de corrida,

como na Fórmula Indy em circuitos ovais). Já, o andorinhão, em suas evoluções nupcias, alcança 170 km/h.

EXERCÍCIOS

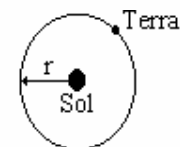
6> Determine, em km/h, a velocidade escalar média de uma pessoa que percorre a pé 1200 m em 30 min.

(UFPel-RS) 7> Um dos fatos mais significativos nas corridas de automóveis é a tomada de tempos, isto é, a medida do intervalo de tempo gasto para dar uma volta completa no circuito. O melhor tempo obtido no circuito de Suzuka, no Japão, pertenceu ao austríaco Gerard Berger, piloto da equipe McLaren, que percorreu os 5874 m da pista em cerca de 1 min 42 s.

Com base nesses dados, responda:

- (a) Quanto vale o deslocamento do automóvel de Gerard Berger no intervalo de tempo correspondente a uma volta completa no circuito ? (Justifique)
- (b) Qual a velocidade escalar média desenvolvida pelo carro do piloto austríaco em sua melhor volta no circuito ? (Justifique)

(PUC-SP) 8> A figura ao lado esquematiza a trajetória aproximada da Terra no seu movimento de translação em torno do Sol. Estime o tempo necessário para que a luz do Sol alcance a Terra.

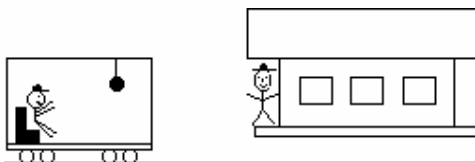


$$r = 1,5 \times 10^8 \text{ km}$$

Dado: velocidade da luz no vácuo = $3,0 \times 10^8$ m/s

9> Um carro percorreu 20 km com velocidade média de 60 km/h e 60 km a 90 km/h. Determine a velocidade escalar média do carro nos 80 km percorridos.

10> Um trem anda sobre trilhos horizontais retilíneos com velocidade constante igual a 80 km/h. No instante em que o trem passa por uma estação, cai um objeto, inicialmente preso ao teto do trem.



Pergunta-se:

- (a) Qual a trajetória do objeto, vista por um passageiro parado dentro do trem ?
 - (b) Qual a trajetória do objeto, vista por um observador parado na estação ?
- (suponha que o trem vai em sentido da estação)

(FUVEST-SP) 11> Após chover na cidade de São Paulo, as águas da chuva descerão o rio Tietê até o rio Paraná, percorrendo cerca de 1000 km. Sendo 4 km/h a velocidade média das águas, o percurso mencionado será cumprido pelas águas da chuva em aproximadamente:

- (a) 30 dias;
- (b) 10 dias;
- (c) 25 dias;
- (d) 2 dias;
- (e) 4 dias.

Aceleração Média

Quando você faz uma viagem de carro numa rodovia com sua família, muito provavelmente, vocês ficaram “presos” atrás de um caminhão de carga. Quando o caminhão vai devagar, é uma tristeza!

E, certamente, no momento adequado, seu pai fez uma ultrapassagem e deixou o caminhão para trás, certo !

Mas, fisicamente falando, o que ele fez ?

Seu pai teve que acelerar o carro para que pudesse superar a velocidade do caminhão e, logicamente fez algumas manobras necessárias.

Nesse caso a velocidade foi aumentada, ou seja, houve aceleração.

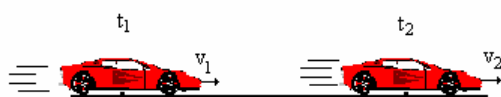
Imagine, agora, um carro aproximando-se de um sinal de trânsito, no vermelho! É o caso, então, de reduzir a velocidade freando o carro. Aqui, também, existe aceleração (ou, popularmente, desaceleração !)

É claro que a aceleração está presente no dia-a-dia não somente nos movimentos de carros: quando andamos, também aceleramos e freamos constantemente.

1.13 – ACELERAÇÃO ESCALAR MÉDIA (a_m)

Aceleração é a grandeza física que indica a taxa da variação da velocidade com o tempo. Evidentemente se a velocidade não varia a aceleração é igual a zero. Utilizaremos a letra **a** para indicar aceleração.

Por definição, temos que aceleração escalar média é:



$$a_m = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1}$$

UNIDADES NO SI:

$\Delta v \Rightarrow$ metros por segundo (m/s)

$\Delta t \Rightarrow$ segundos (s)

$a_m \Rightarrow$ metros por segundo ao quadrado (m/s^2)

IMPORTANTE:

A aceleração escalar instantânea é a aceleração correspondente a apenas um instante t qualquer.

Para determinarmos, matematicamente, a aceleração instantânea e a velocidade instantânea é necessário o conceito de limite. Como não possuímos, ainda, esse conceito, faremos apenas um tratamento qualitativo nestes estudos.

Alguns Valores Aproximados de Acelerações Médias

Descrição	Aceleração (m/s^2)
Prótons num acelerador de partículas	9×10^{13}
Ultracentrífuga	3×10^6
Choque (freagem) de carro a 100 km/h contra obstáculo rígido	1000
Pára-quedas abrindo (freagem na condição limite)	320
Aceleração da gravidade na superfície solar	270
Ejeção do acento em aeronave (na condição limite)	150
Aceleração máxima suportável pelo ser humano sem perda de consciência	70
Aceleração da gravidade terrestre	9,8
Freios de um Automóvel comum	8
Aceleração da gravidade da Lua	1,7

EXERCÍCIOS

12> Um automóvel parte do repouso e atinge a velocidade de 108 km/h após um tempo de 5 s. Calcule a aceleração escalar média do automóvel, nesse intervalo de tempo, em m/s^2 .

1.14 – CLASSIFICAÇÃO DOS MOVIMENTOS

De uma forma geral podemos classificar os movimentos retilíneos da seguinte forma:

- ☞ Movimento Retilíneo Uniforme (MRU);
- ☞ Movimento Retilíneo Uniformemente Variado (MRUV);
- ☞ Movimento Retilíneo Variado (MRV).

Em nosso curso estaremos estudando o MRU e o MRUV.

De uma forma mais específica, podemos classificar os movimentos:

(A) QUANTO A VARIAÇÃO DO ESPAÇO	
Movimento Progressivo: Os espaços aumentam a medida que o tempo passa. (movimento no sentido positivo da trajetória)	
Movimento Retrógado: Os espaços diminuem a medida que o tempo passa. (movimento no sentido negativo da trajetória)	

(B) QUANTO A VARIAÇÃO DE VELOCIDADE	
Movimento Acelerado: O módulo da velocidade aumenta com o tempo. Ou seja, a velocidade e a aceleração possuem o mesmo sentido.	
Movimento Retardado: O módulo da velocidade diminui com o tempo. Ou seja, a velocidade e a aceleração possuem sentidos opostos.	

EXERCÍCIOS

13> Em cada caso, classifique o movimento em progressivo ou retrógrado, e acelerado ou retardado.

(a) 	(b)
(c) 	(d)

14> As tabelas abaixo fornecem as velocidades de duas bicicletas em função do tempo:

t (s)	v (m/s)
0	20
1	16
2	12
3	8

t (s)	v (m/s)
0	-13
1	-11
2	-9
3	-7

Em cada caso, classifique o movimento em progressivo ou retrógrado, acelerado ou retardado.

EXERCÍCIOS
COMPLEMENTARES

15> Efetue as seguintes conversões:

- (a) 1 m em cm; (b) 1 cm em m; (c) 1 km em m; (d) 1 m em km;
(e) 1 h em min; (f) 1 min em s; (g) 1 s em h; (h) 1 dia em s.

16> A velocidade escalar média de um móvel durante a metade de um percurso é 30 km/h e esse mesmo móvel tem a velocidade escalar média de 10 km/h na metade restante desse mesmo percurso. Determine a velocidade escalar do móvel no percurso total.

(FUVEST-SP) 17> Um ônibus sai de São Paulo às 8 h e chega a Jaboticabal, que dista 350 km da capital, às 11 h 30 min. No trecho de Jundiaí a Campinas, de aproximadamente 45 km, a sua velocidade foi constante e igual a 90 km/h.

- (a) Qual a velocidade média, em km/h, no trajeto São Paulo – Jaboticabal ?
(b) Em quanto tempo o ônibus cumpre o trecho Jundiaí – Campinas ?

(Unisinos-RS) 18> Na prova dos 100 m pelo Mundial de Atletismo, disputada em Tóquio (Japão), no dia 25.08.91, o americano Carl Lewis estabeleceu o novo recorde mundial com 9,86 s. Nessa prova, o brasileiro Róbson Caetano completou os 100 m em 10,12 s, conforme Zero Hora de 26.08.91. A distância entre os dois atletas citados, quando o vencedor cruzou a linha de chegada, foi, em centímetros, aproximadamente de :

- (a) 2,57; (b) 2,64; (c) 25,7; (d) 257; (e) 264.

(VUNESP-SP) 19> Um automóvel de competição é acelerado de forma tal que sua velocidade (v) em função do tempo (t) é dado pela tabela abaixo. A aceleração média em m/s^2 no intervalo de 5 a 15 s é:

t (s)	5	10	15
v (m/s)	20	50	60

- (a) 4,5; (b) 4,33; (c) 5,0; (d) 4,73; (e) 4,0.

20> Um livro possui 200 folhas, que totalizam uma espessura de 2 cm. A massa de cada folha é de 1,2 gramas e a massa de cada capa do livro é de 10 gramas.

- (a) Qual a massa do livro ?
(b) Qual a espessura de uma folha ?

(FUVEST-SP) 21> Diante de uma agência do INPS há uma fila de aproximadamente 100 m de comprimento, ao longo da qual se distribuem de maneira uniforme 200 pessoas. Aberta a porta, as pessoas entram, durante 30 s, com uma velocidade média de 1 m/s.

Avalie:

- (a) o número de pessoas que entram na agência;
(b) o comprimento da fila que restou do lado de fora.

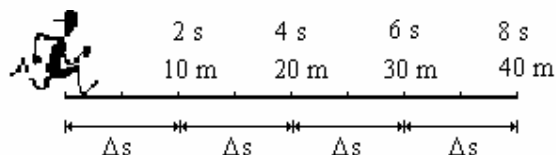
(F. Anhembi Morumbi-SP) 22> Um condomínio possui uma caixa d'água com capacidade para 30000 litros, que supre 40 apartamentos. O síndico observou que foram consumidos $\frac{2}{3}$ da água contida na caixa, inicialmente cheia, num período de 20 h. Considerando que não houve reposição de água na caixa nesse período, qual o consumo médio por apartamento ?

- (a) 12,5 litros/h; (c) 25,0 litros/h; (e) 62,5 litros/h.
(b) 37,5 litros/h; (d) 50,0 litros/h;

2 - MOVIMENTO RETILÍNEO UNIFORME (MRU)

2.1 - INTRODUÇÃO

A partir de agora passaremos a discutir tipos de movimentos e começaremos pelo Movimento Retilíneo Uniforme. Este tipo de movimento se define por variações de espaços iguais em intervalos de tempo iguais, em outras palavras a velocidade é constante.



Observe no nosso exemplo que o rapaz percorre espaços iguais em tempos iguais. Ele leva 2 s para percorrer cada 10 m, ou seja, quando está a 10 m se passaram 2 s, quando está em 20 m se passaram 4 s e assim sucessivamente, de tal forma que se calcularmos sua velocidade em cada uma das posições descritas (comparadas com a posição inicial), teremos:

$$v_m = \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{10}{2} = \frac{20}{4} = \frac{30}{6} = \frac{40}{8} = 5 \text{ m/s}$$

Portanto quando falamos de MRU não tem mais sentido em utilizarmos o conceito de velocidade média, já que a velocidade não se altera no decorrer do movimento, logo passaremos a utilizar:

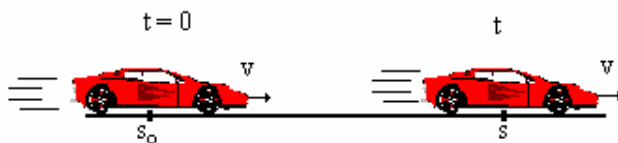
$$v = v_m$$

2.2 - FUNÇÃO HORÁRIA DO MRU

A função horária de um movimento, representa o endereço de um móvel no tempo, ou seja, ela fornece a posição desse móvel num instante qualquer. Com ela seremos capazes de prever tanto posições futuras do movimento, como conhecer posições em que o móvel já passou.

A seguir deduziremos a função $s = f(t)$ para o MRU e como ponto de partida utilizaremos a definição de velocidade.

Observe o esquema abaixo:



- O móvel parte de uma posição inicial s_0 no instante $t = 0$;
- Num instante t qualquer ele estará na posição s .

Demonstração

Partindo da definição da velocidade:	$v = \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{s_2 - s_1}{t_2 - t_1}$
Aplicando as observações descritas acima, temos:	$v = \frac{s - s_0}{t - 0}$

Simplificando a expressão, temos que:	$v \cdot t = s - s_0$
Isolando o espaço s, fica:	$s_0 + v \cdot t = s$
Portanto a Função Horária do MRU é dada por:	$s = s_0 + v \cdot t$

EXERCÍCIOS

23> Um móvel descreve um movimento retilíneo uniforme, de acordo com a função horária:

$$s = -20 + 5t \quad (\text{SI})$$

Para esse móvel determine:

- (a) o espaço inicial e sua velocidade escalar;
- (b) a posição no instante $t = 10\text{s}$;
- (c) o instante em que ele passará pela origem dos espaços.

24> Um trem de 100m de comprimento, a uma velocidade constante de 10 m/s demora 1 min para atravessar uma ponte. Determine o comprimento da ponte.

25> Dois carros, A e B, se deslocam numa pista retilínea, ambos no mesmo sentido e com velocidades constantes. O carro que está na frente desenvolve 72 km/h e o que está atrás desenvolve 126 km/h. Num certo instante, a distância entre eles é de 225 m.

- (a) Quanto tempo o carro A gasta para alcançar o carro B ?
- (b) Que distância o carro que está atrás precisa percorrer para alcançar o que está na frente ?

26> Duas estações A e B estão separadas por 200 km, medidos ao longo da trajetória. Pela estação A passa um trem P, no sentido de A para B, e simultaneamente passa por B um trem Q, no sentido de B para A. Os trens P e Q têm movimentos retilíneos e uniformes com velocidades de valores absolutos 70 km/h e 30 km/h, respectivamente. Determine o instante e a posição do encontro.

DESAFIO:

2> De duas cidadezinhas, ligadas por uma estrada reta de 10 km de comprimento, partem simultaneamente, uma em direção à outra, duas carroças, puxadas cada uma por um cavalo e andando à velocidade de 5 km/h. No instante da partida, uma mosca, que estava pousada na testa do primeiro cavalo, parte voando em linha reta, com velocidade de 15 km/h e vai pousar na testa do segundo cavalo. Após intervalo de tempo desprezível, parte novamente e volta, com a mesma velocidade de antes, em direção ao primeiro cavalo até pousar em sua testa. E assim prossegue nesse vaivém, até que os dois cavalos se encontram e a mosca morre esmagada entre as duas testas. Quantos quilômetros percorreu a mosca ?

2.3 - GRÁFICOS DO MRU

A utilização de gráficos é uma poderosa arma para interpretação de dados. Os gráficos são utilizados, por exemplo, em geografia para mostrar a evolução da densidade populacional de uma região, na política afim de mostrar a corrida eleitoral, ou seja, o posicionamento dos candidatos na disputa de um cargo político e também na matemática mostrando desde funções simples a funções complexas.

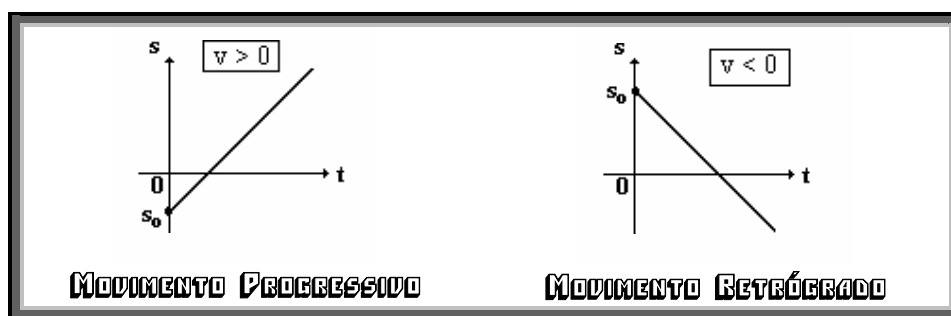
Em física, utilizaremos os gráficos para mostrar a evolução no tempo de grandezas como espaço, velocidade e aceleração.

GRÁFICOS DO ESPAÇO EM FUNÇÃO DO TEMPO ($s \times t$)

No MRU, temos a seguinte função horária ($s = f(t)$):

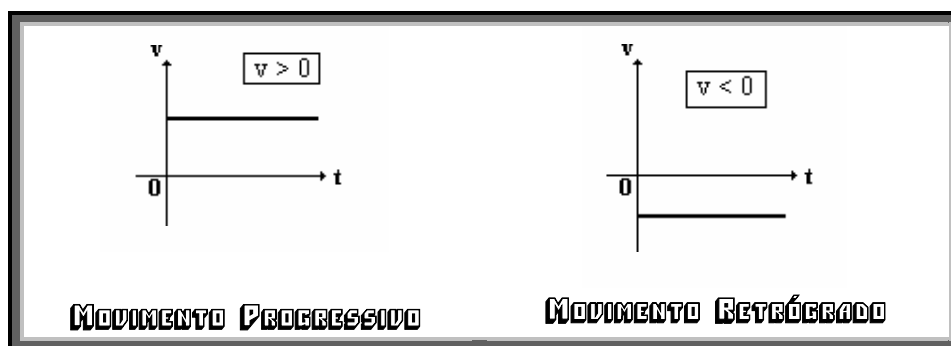
$$s = s_0 + v \cdot t$$

Como esta função é do 1º grau, podemos ter os seguintes gráficos $s \times t$ para o MRU:



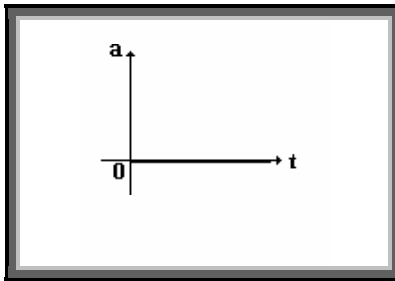
GRÁFICOS DA VELOCIDADE EM FUNÇÃO DO TEMPO ($v \times t$)

Para o MRU, a velocidade é constante e diferente de zero. Nesse caso a função será uma reta paralela ao eixo dos tempos.

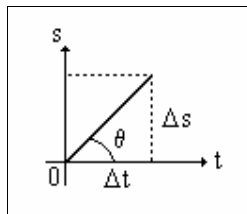


GRÁFICOS DA ACELERAÇÃO EM FUNÇÃO DO TEMPO ($a \times t$)

No MRU a aceleração é igual a zero e portanto teremos:

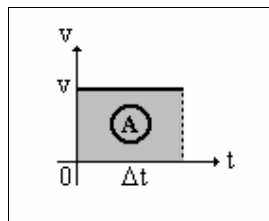
**2.4 – PROPRIEDADES NOS GRÁFICOS DO MRU**

No gráfico $s \times t$, no MRU temos:

**Demonstração**

A definição de tangente:	$\text{tg } \theta = \frac{\text{cateto oposto}}{\text{cateto adjacente}}$
Aplicando a definição de tangente no nosso caso, temos:	$\text{tg } \theta = \frac{\Delta s}{\Delta t}$
Sabendo que $v = \frac{\Delta s}{\Delta t}$, temos então:	$v \equiv \text{tg } \theta$

No gráfico $v \times t$, no MRU temos:



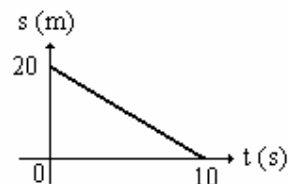
Demonstração

A área de um retângulo:	$A = B \cdot h$
Aplicando em nosso caso, temos:	$A = \Delta t \cdot v$
Sabendo que $v \cdot \Delta t = \Delta s$, teremos então:	$\Delta s \equiv A$

EXERCÍCIOS

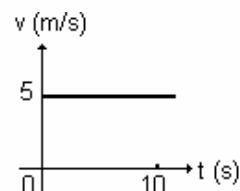
27> Um móvel se desloca segundo o diagrama da figura. Determine:

- (a) a função horária do movimento;
- (b) a posição do móvel no instante $t = 30$ s;



28> O diagrama horário representa o comportamento da velocidade escalar de um móvel em função do tempo. No instante $t = 0$, o móvel encontra-se na posição $s_0 = 3$ m.

- (a) Determine o deslocamento do corpo nos primeiros 10 s.
- (b) Escreva a função horária para o espaço escalar.
- (c) Determine o espaço do corpo após 10 s do início do movimento.
- (d) Construa um esboço do gráfico $s \times t$ deste movimento.



EXERCÍCIOS COMPLEMENTARES

29> Durante uma tempestade, um indivíduo vê um relâmpago, mas ouve o trovão 5 s depois. Considerando-se o som no ar, com velocidade praticamente constante e igual a 340 m/s determine:

- (a) a distância que separa o indivíduo e o local do relâmpago;
- (b) o tempo que a luz levou para ir do local onde foi produzido o relâmpago até onde está o indivíduo. A velocidade da luz é aproximadamente 300 000 km/s.

30> Um atirador aponta para um alvo e dispara um projétil. Este sai da arma com velocidade de 300 m/s. O impacto do projétil no alvo é ouvido pelo atirador 3,2 s após o disparo. Sendo 340 m/s a velocidade de propagação do som no ar, calcule a distância do atirador ao alvo.

(FUVEST-SP) 31> Uma composição ferroviária (19 vagões e uma locomotiva) desloca-se a 20 m/s. Sendo o comprimento de cada elemento da composição 10 m, qual é o tempo que o trem gasta para ultrapassar:

(a) um sinaleiro ?

(b) uma ponte de 100 m de comprimento ?

(Mackenzie-SP) 32> Uma partícula está em movimento retilíneo e suas posições variam com o tempo de acordo com o gráfico ao lado. No instante $t = 1,0$ minuto, sua posição será:

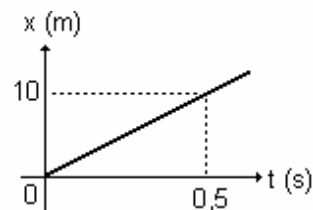
(a) 5,0 m;

(d) 300 m;

(b) 12 m;

(e) 1.200 m.

(c) 20 m;



(PUC-RJ) 33> O gráfico relaciona a posição (s) de um móvel em função do tempo (t). A partir do gráfico pode-se concluir corretamente que:

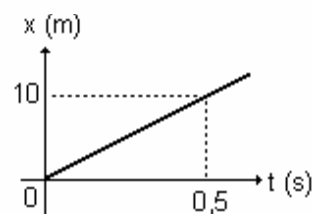
(a) o móvel inverte o sentido do movimento no instante $t = 5$ s;

(b) a velocidade é nula no instante $t = 5$ s;

(c) o deslocamento é nulo no intervalo de 0 a 5 s;

(d) a velocidade é constante e vale 2 m/s;

(e) a velocidade vale -2 m/s no intervalo de 0 a 5 s e 2 m/s no intervalo de 5 a 10 s.



3 - MOVIMENTO RETILÍNEO UNIFORMEMENTE VARIADO (MRUV)

3.1 - INTRODUÇÃO

A partir de agora, passaremos a estudar um tipo de movimento em que a velocidade não é mais constante. No MRUV passa a existir a aceleração constante, isso significa que a velocidade varia de uma forma uniforme. Poderíamos citar como exemplo desse tipo de movimento uma pedra caindo de uma certa altura ou um carro freando ao ver os sinal vermelho.

Então, o MRUV é aquele em que o móvel sofre variações de velocidades iguais em intervalos de tempo iguais.





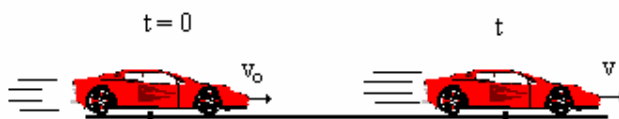
No MRUV, como a aceleração é constante, a aceleração média será igual a instantânea, logo:

$$a = a_m$$

3.2 – FUNÇÃO DA VELOCIDADE

Determinaremos, agora, a expressão que relaciona velocidade e tempo no MRUV. Para isso faremos algumas considerações iniciais.

Observe o esquema abaixo:



- ☞ móvel parte com velocidade inicial v_0 no instante $t = 0$;
- ☞ Num instante t qualquer ele estará com velocidade v .

Demonstração

Partindo da definição da aceleração:	$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1}$
Aplicando as observações descritas acima, temos:	$a = \frac{v - v_0}{t - 0}$
Simplificando a expressão, temos que:	$a \cdot t = v - v_0$
Isolando a velocidade v, fica:	$v_0 + a \cdot t = v$
Portanto a Função da velocidade no MRUV é dada por:	<div style="border: 1px solid black; padding: 5px; display: inline-block;">$v = v_0 + a \cdot t$</div>

EXERCÍCIOS

34> Um móvel realiza um MRUV e sua velocidade varia com o tempo de acordo com a função:

$$v = -20 + 4t \quad (\text{SI})$$

Determine:

- (a) a velocidade inicial e a aceleração escalar;
- (b) sua velocidade no instante $t = 4 \text{ s}$;
- (c) o instante em que atingirá a velocidade de 20 m/s ;
- (d) o instante em que ocorrerá a inversão no sentido do movimento.

35> Um ponto material parte do repouso com aceleração constante e 4 s depois tem velocidade de 108 km/h . Determine sua velocidade 10 s após a partida.

3.3 - GRÁFICO DA VELOCIDADE E ACELERAÇÃO NO MRUV

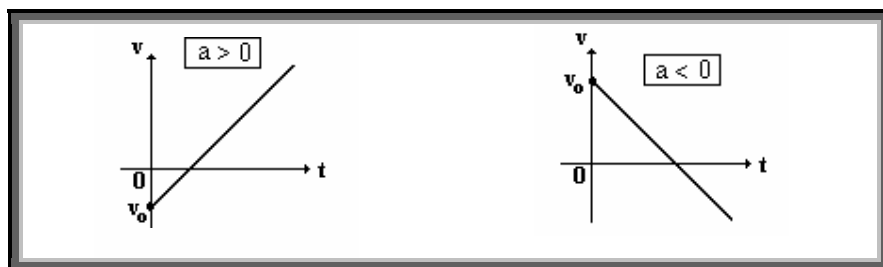
Passemos a analisar os gráficos do Movimento Retilíneo Uniformemente Variado.

GRÁFICOS DA VELOCIDADE EM FUNÇÃO DO TEMPO ($v \times t$)

No caso do MRUV a função da velocidade é:

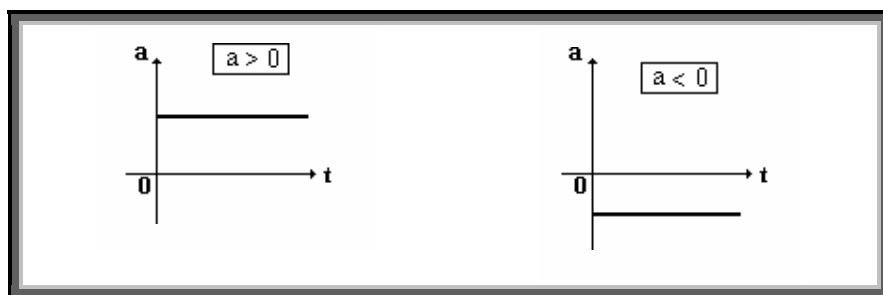
$$v = v_0 + a \cdot t$$

Observamos que a função é do 1º grau, portanto o gráfico será uma reta crescente ou decrescente.



GRÁFICOS DA ACELERAÇÃO EM FUNÇÃO DO TEMPO ($a \times t$)

No MRUV a aceleração é constante, e portanto o gráfico será uma reta paralela ao eixo t.

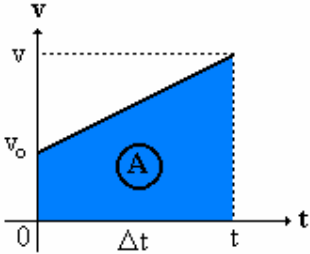


3.4 – FUNÇÃO HORÁRIA DO MRUV

Precisamos encontrar uma função que nos forneça a posição do móvel em qualquer instante num Movimento Retilíneo Uniformemente Variado.

Considerando que o móvel realiza um MRUV e está partindo, no instante $t = 0$, do espaço inicial s_0 com velocidade inicial v_0 e aceleração a , passemos a demonstrar a função horária $s = f(t)$.

Demonstração

Observando o gráfico $v \times t$ do MRUV, temos:	
Calculando a área do Trapézio fica:	$A = \frac{B + b}{2} h = \frac{v + v_0}{2} t$
mas, sabemos que:	$v = v_0 + a.t$
Logo, podemos rescrever a área da seguinte maneira:	$A = \frac{v_0 + a.t + v_0}{2} . t = \frac{2v_0 t}{2} + \frac{a.t^2}{2}$
Finalmente a área fica:	$A = v_0 . t + \frac{a.t^2}{2}$
Como vimos na 2ª propriedade de gráficos do MRU, o deslocamento Δs é numericamente igual a área, logo:	$\Delta s \equiv A \text{ ou ainda, } s - s_0 = A$
Finalmente temos, então que:	$s - s_0 = v_0 . t + \frac{a.t^2}{2}$
ou seja:	<div style="border: 1px solid black; padding: 10px; display: inline-block;"> $s = s_0 + v_0 . t + \frac{a.t^2}{2}$ </div>

Sabemos que essa função é do 2º grau e nos fornecerá a posição do móvel num instante qualquer.

EXERCÍCIOS

36> Um móvel realiza um MRUV regido pela função horária:

$$s = 3 + 2t - t^2 \text{ (SI)}$$

Determine:

- (a) o espaço inicial, a velocidade inicial e a aceleração;
- (b) a função velocidade;
- (c) o espaço e a velocidade do móvel no instante 2 s;
- (d) o instante em que o móvel inverte o sentido do movimento;
- (e) o instante em que o móvel passa pela origem dos espaços.

(FUVEST-SP) 37> Um veículo parte do repouso em movimento retilíneo e acelera a 2 m/s^2 . Pode-se dizer que sua velocidade e a distância percorrida, após 3 segundos, valem, respectivamente:

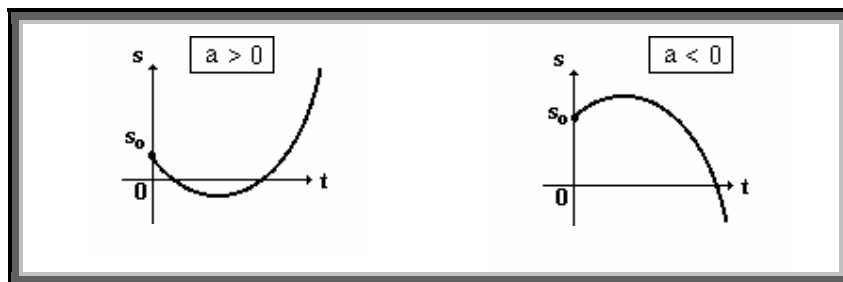
- (a) 6 m/s e 9 m;
- (b) 6 m/s e 18 m;
- (c) 3 m/s e 12 m;
- (d) 12 m/s e 36 m;
- (e) 2 m/s e 12 m.

GRÁFICOS DO ESPAÇO EM FUNÇÃO DO TEMPO ($s \times t$)

No caso do MRUV a função horária é:

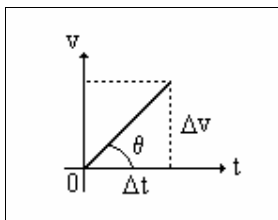
$$s = s_0 + v_0 t + \frac{1}{2} a t^2$$

Como a função horária é do 2º grau podemos ter os seguintes gráficos para o MRUV:



3.5 – PROPRIEDADES NOS GRÁFICOS DO MRUV

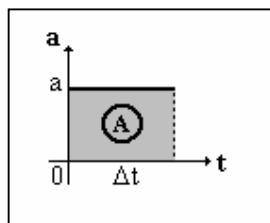
No gráfico $v \times t$, no MRUV temos:



Demonstração

A definição de tangente:	$\operatorname{tg} \theta = \frac{\text{cateto oposto}}{\text{cateto adjacente}}$
Aplicando a definição de tangente no nosso caso, temos:	$\operatorname{tg} \theta = \frac{\Delta v}{\Delta t}$
Sabendo que $a = \frac{\Delta v}{\Delta t}$, temos então:	$a \equiv \operatorname{tg} \theta$

No gráfico $a \times t$, no MRUV temos:



Demonstração

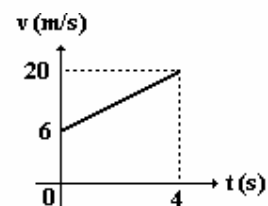
A área de um retângulo:	$A = B.h$
Aplicando em nosso caso, temos:	$A = \Delta t.a$
Sabendo que $a.\Delta t = \Delta v$, teremos então:	$\Delta v \equiv A$

Portanto, se tivermos um gráfico $a \times t$ no MRUV, a área abaixo da curva, nos fornecerá o valor do deslocamento.

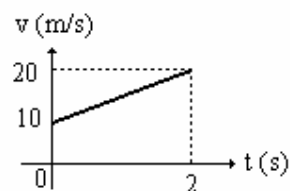
EXERCÍCIOS

38> O gráfico ao lado fornece a velocidade de um corpo no decorrer do tempo.

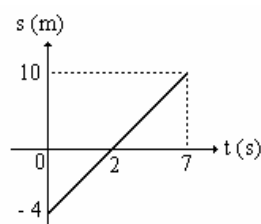
- (a) Qual a aceleração do corpo ?
- (b) Qual a função horária da velocidade ?
- (c) Qual a velocidade do corpo no instante 20 s ?



39> A posição inicial para o móvel que descreve o movimento retilíneo, cujo gráfico $v \times t$ é o representado ao lado, vale 5 m. Quais são as equações horárias para o movimento considerado ?

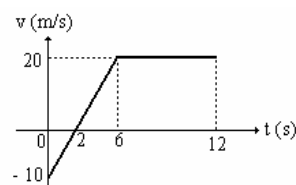


40> O gráfico $s \times t$ do movimento de um móvel é mostrado ao lado. Calcule a velocidade desse móvel no instante $t = 6$ s.



41> Um móvel descreve um movimento em que sua velocidade escalar varia com o tempo de acordo com o gráfico ao lado. Calcule:

- a aceleração escalar desse móvel no instante $t = 3$ s;
- seu deslocamento entre os instantes $t = 2$ s e $t = 12$ s.



DESAFIO:



(FUVEST-SP) 3> Um trem de metrô parte de uma estação com aceleração uniforme até atingir, após 10 s, a velocidade 90 km/h, que é mantida durante 30 s, para então desacelerar uniformemente durante 10 s até parar na estação seguinte.

- Represente graficamente a velocidade em função do tempo.
- Calcule a distância entre as duas estações.
- Calcule a velocidade média do trem nesse percurso.

DESAFIO:



(FUVEST-SP) 4> Um ciclista A inicia uma corrida a partir do repouso, acelerando $0,50 \text{ m/s}^2$. Nesse instante passa por ele um outro ciclista B, com velocidade constante de $5,0 \text{ m/s}$ e no mesmo sentido de A.

- Depois de quanto tempo, após a largada, o ciclista A alcança o ciclista B ?
- Qual a velocidade do ciclista A ao alcançar o ciclista B ?

3.6 – EQUAÇÃO DE TORRICELLI

Até agora estudamos sempre equações que relacionavam grandezas físicas com o tempo. A equação de Torricelli é uma relação de extrema importância pois ela independe do tempo e será fundamental em problemas que não trabalhem com o mesmo.

Para obtermos a Equação de Torricelli teremos que eliminar a grandeza tempo e faremos isso combinando a função da velocidade com a função horária.

Demonstração

Partindo da função da velocidade:	$v = v_0 + a.t$
Elevando a equação ao quadrado e desenvolvendo, temos:	$v^2 = (v_0 + a.t)^2$ $v^2 = v_0^2 + 2.v_0.a.t + a^2.t^2$ $v^2 = v_0^2 + 2.a.\left(v_0.t + \frac{1}{2}a.t^2\right) \quad (1)$
A função horária:	$s = s_0 + v_0.t + \frac{1}{2}a.t^2$
Rescrevendo a função horária, temos:	$s - s_0 = v_0.t + \frac{1}{2}a.t^2$
Ou ainda:	$\Delta s = v_0.t + \frac{1}{2}a.t^2 \quad (2)$
Substituindo a Eq. (2) na Eq. (1), temos a Equação de Torricelli:	$v^2 = v_0^2 + 2.a.\Delta s$

EXERCÍCIOS

42> Um móvel em MRUV parte do repouso e atinge a velocidade de 20 m/s. Se a aceleração do móvel é 2 m/s^2 , determine a distância percorrida por esse móvel.

43> Um carro em alta velocidade (120 km/h) observa o semáforo indicar vermelho. Ao mesmo tempo uma pessoa atravessa sobre a faixa de segurança. Sabendo que a distância entre o carro e faixa de segurança é de 50 m, pergunta-se qual deve ser a aceleração mínima para que o carro pare a tempo de evitar uma catástrofe.

EXERCÍCIOS COMPLEMENTARES

(UNITAU-SP) 44> A equação horária do movimento de um ponto material P é:

$$s = 400 - 20t - 4t^2,$$

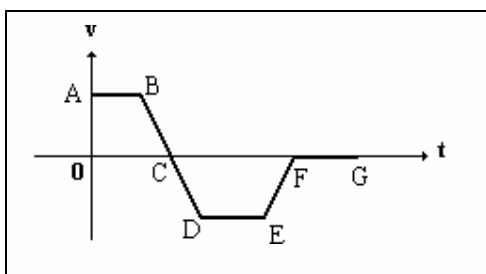
onde o espaço s é dado em metros e o tempo t em segundos. A velocidade média de P no intervalo de 0 a 5 s é, em m/s:

- (a) - 40; (b) - 25; (c) 120; (d) 60; (e) - 30.

(ITA-SP) 45> De uma estação parte um trem A com velocidade constante $v_A = 80$ km/h. Depois de certo tempo, parte dessa mesma estação um outro trem B, com velocidade constante $v_B = 100$ km/h. Depois de um tempo de percurso, o maquinista de B verifica que o seu trem se encontra a 3 km de A; a partir desse instante ele aciona os freios indefinidamente, comunicando ao trem uma aceleração $a = -50$ km/h². O trem A continua no seu movimento anterior. Nessas condições:

- (a) não houve encontro dos trens.
 (b) depois de duas horas o trem B pára e a distância que o separa de A é de 64 km.
 (c) houve encontro dos trens depois de 12 min.
 (d) Houve encontro dos trens depois de 36 min.
 (e) Não houve encontro dos trens; continuam caminhando e a distância que os separa agora é de 2 km.

46> É dado o gráfico da velocidade em função do tempo para um móvel que realiza um movimento em trajetória retilínea. Classifique o movimento (MRU ou MRUV, progressivo ou retrógrado, acelerado ou retardado) para cada um dos trechos da curva dada.



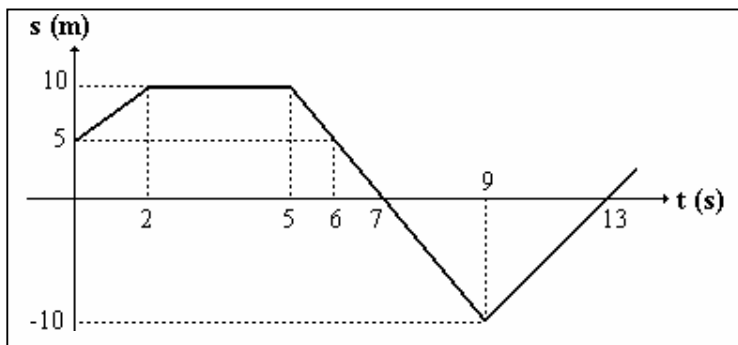
47> Um ponto material movimenta-se segundo:

$$s = 12 - 4t \text{ (SI)}$$

Faça os gráficos das funções: $s = f(t)$, $v = f(t)$ e $a = f(t)$ desse movimento.

48> O espaço de um ponto material varia no decurso de tempo de acordo com o gráfico. Determine:

- (a) o espaço inicial do movimento;
 (b) o que acontece com o ponto material no intervalo de tempo de 2 s a 5 s;
 (c) em que instantes o móvel passa pela origem;
 (d) a velocidade escalar no instante 1,5 s.



(FUVEST-SP) 49> A tabela indica as posições s e os correspondentes instantes t de um móvel deslocando-se numa trajetória retilínea.

(a) Esboce o gráfico $s \times t$ desse movimento.

(b) Calcule a velocidade média do móvel entre os instantes $t = 1$ s e $t = 3$ s.

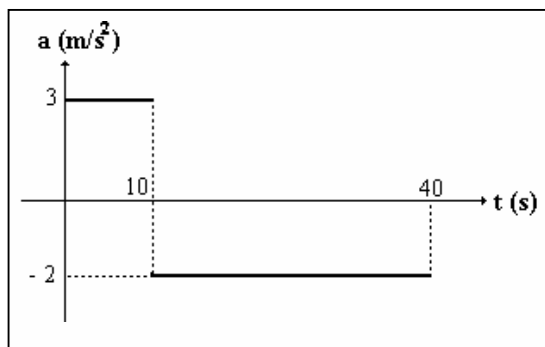
t (s)	0	1	2	3	4	...
s (m)	0	0,4	1,6	3,6	6,4	...

(FEI-SP) 50> O gráfico da aceleração escalar de um móvel, em movimento retilíneo, em função do tempo é dado na figura. Determine:

(a) a aceleração escalar média no intervalo de 0 a 40 s;

(b) o gráfico da velocidade escalar em função do tempo.

Sabe-se que a velocidade inicial é nula.



4 – MOVIMENTOS VERTICAIS NO VÁCUO

4.1 – INTRODUÇÃO

Desde a antiguidade o estudo dos movimentos verticais era de grande importância para alguns cientistas conceituados, este era o caso de Galileu Galilei que fez um estudo minucioso da queda livre.

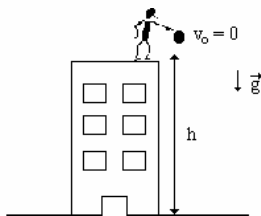
É importante o aluno notar que embora o movimento seja vertical ele ficará sujeito a leis de um movimento que já estudamos anteriormente.

Outro fato muito importante é que estaremos desprezando a resistência do ar, já que todas as observações serão feitas para movimentos no vácuo.

4.2 – QUEDA LIVRE

O Movimento de Queda Livre é caracterizado pelo abandono de um corpo a uma certa altura em relação ao solo.

Analisemos a seguinte situação:



Um garoto do alto do prédio abandona uma pedra. O que eu sei a respeito ?	Sua velocidade inicial é $v_0 = 0$
Observa-se que a medida que a pedra vai caindo sua velocidade aumenta.	Para velocidade aumentar é necessário que exista aceleração com sentido para baixo.
Se a pedra não possui motor de onde vem esta aceleração ?	É a aceleração da gravidade, g . A aceleração é constante.

IMPORTANTE:

Aceleração da gravidade é uma grandeza vetorial, com as seguintes características:

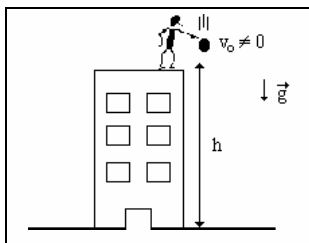
MÓDULO: $g \cong 9,8 \text{ m/s}^2$;

DIREÇÃO: Vertical;

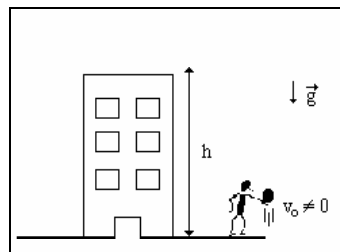
SENTIDO: Orientado para o centro da Terra.

4.3 - LANÇAMENTO VERTICAL



O que difere o lançamento vertical da queda livre é o fato da velocidade inicial no primeiro ser diferente de zero. No caso da queda livre só poderemos ter movimentos no sentido de cima para baixo, no caso do lançamento vertical poderemos ter movimentos em ambos os sentidos, ou seja, de cima para baixo ou de baixo para cima.



**LANÇAMENTO VERTICAL PARA
BAIXO**



LANÇAMENTO VERTICAL PARA CIMA

	
Qual a velocidade, no ponto mais alto da trajetória de um Lançamento Vertical p/ cima ?	A velocidade é igual a zero.
Qual o tipo de movimento na subida ?	Movimento Retardado.
Qual o tipo de movimento na descida ?	Movimento Acelerado.

4.4 – DESCRIÇÃO MATEMÁTICA DOS MOVIMENTOS VERTICAIS NO VÁCUO

As equações que descrevem os movimentos verticais no vácuo são as mesmas que apresentamos no MRUV, já que os movimentos verticais possuem aceleração constante e também são movimentos retilíneos.



Portanto as equações que regem esses movimentos são:

	QUEDA LIVRE	LANÇAMENTO VERTICAL
FUNÇÃO DA VELOCIDADE	$v = g \cdot t$	$v = v_0 + g \cdot t$
FUNÇÃO HORÁRIA	$s = \frac{1}{2} g \cdot t^2$	$s = s_0 + v_0 t + \frac{1}{2} g t^2$
EQUAÇÃO DE TORRICELLI	$v^2 = 2 \cdot g \cdot \Delta s$	$v^2 = v_0^2 + 2 \cdot g \cdot \Delta s$

É importante notar que para facilidade dos problemas, utilizamos $s_0 = 0$ no caso da queda livre, ou seja colocamos nosso referencial de origem no início do movimento.

4.4.1 – ESTUDO DOS SINAIS DA ACELERAÇÃO DA GRAVIDADE

O sinal da aceleração da gravidade é adotado a partir do início do movimento. Caso o início seja de cima para baixo teremos g positivo (pois o corpo estará descendo auxiliado pela gravidade). Caso o início seja de baixo para cima, teremos g negativo (pois o corpo estará sendo lançado contra a gravidade).

movimento  $+g$	movimento  $-g$
--	---

IMPORTANTE:

O módulo da aceleração da gravidade varia com a altitude do local onde ela está sendo medida, mas em nosso estudo iremos considerá-la constante.

EXERCÍCIOS

51> Uma pedra é lançada do solo, verticalmente para cima, com velocidade de 18 m/s.

Desprezando a resistência do ar e adotando $g = 10 \text{ m/s}^2$, determine:

- (a) as funções horárias do movimento;
- (b) o tempo de subida;
- (c) a altura máxima;
- (d) em $t = 3\text{s}$, contados a partir do lançamento, o espaço da pedra e o sentido do movimento;
- (e) o instante e a velocidade escalar quando o móvel atinge o solo.

52> Um corpo é lançado verticalmente para cima, com velocidade de 20 m/s, de um ponto situado a 160 m do solo. Despreze a resistência do ar e adote $g = 10 \text{ m/s}^2$.

- (a) Qual o tempo gasto pelo corpo para atingir o solo ?
- (b) Qual a velocidade do corpo no instante 5 s ?

53> Uma pedra é abandonada do topo de um prédio e gasta exatamente 4 segundos para atingir o solo. Despreze a resistência do ar e adote $g = 10 \text{ m/s}^2$. Determine:

- (a) a altura do prédio;
- (b) o módulo da velocidade da pedra ao atingir o solo.

DESAFIO:

(UNICAMP-SP) 5> Uma torneira, situada a uma altura de 1 m acima do solo, pinga lentamente à razão de 3 gotas por minuto.

- (a) Com que velocidade uma gota atinge o solo ?
- (b) Que intervalo de tempo separa as batidas de duas gotas consecutivas no solo ? Considere, para simplificar, $g = 10 \text{ m/s}^2$.

**EXERCÍCIOS
COMPLEMENTARES**

54> Uma bola de tênis é arremessada verticalmente para cima, partindo do chão, com uma velocidade de 20 m/s. Em que instantes a bola estará a 15 m acima do chão ?

55> Dois móveis A e B são lançados verticalmente para cima, com a mesma velocidade inicial de 15 m/s, do mesmo ponto. O móvel A é lançado no instante $t = 0$ e o móvel B é lançado 2 s depois. Determine, a contar do ponto de lançamento, a posição e o instante do encontro dos móveis. Adote $g = 10 \text{ m/s}^2$ e despreze a resistência do ar.

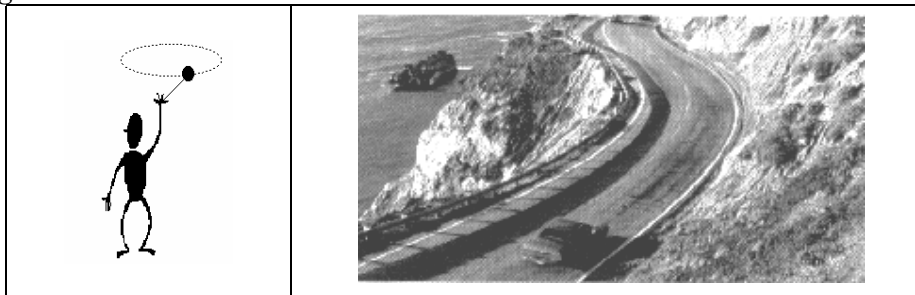
(UNICAMP-SP) 56> Um malabarista de circo deseja Ter 3 bolas no ar em todos os instantes. Ele arremessa uma bola a cada 0,40 s. (Considere $g = 10 \text{ m/s}^2$.)

- (a) Quanto tempo cada bola fica no ar ?
- (b) Com que velocidade inicial deve o malabarista atirar cada bola para cima ?
- (c) A que altura se elevará cada bola acima de suas mãos ?

5 – MOVIMENTO CIRCULAR

5.1 – INTRODUÇÃO

Uma partícula está em movimento circular quando sua trajetória é uma circunferência, como por exemplo, a trajetória descrita por uma pedra que gira presa na ponta de um barbante ou um carrinho num *looping* de uma montanha-russa..



5.2 – PERÍODO (T)

Período de um movimento é o intervalo de tempo mínimo para que um fenômeno cíclico se repita. Estudaremos no capítulo 5.5 o Movimento Circular Uniforme, para este tipo de movimento o período seria o tempo gasto para o móvel completar uma volta.

UNIDADE NO SI:

$T \Rightarrow$ segundos (s)

5.3 – FREQUÊNCIA (f)

Frequência de um movimento periódico é o número de vezes de que um fenômeno se repete na unidade de tempo. No capítulo 6.5 teremos que o conceito de frequência significará número de voltas realizadas na unidade de tempo.

Matematicamente temos para um número n de voltas em um certo intervalo de tempo Δt :

$$f = \frac{n}{\Delta t}$$

UNIDADE NO SI:

$f \Rightarrow$ rotações por segundos \Rightarrow
Hertz (Hz)

Considerando uma única volta, ou seja, $n = 1$, o intervalo de tempo corresponde ao período T , se substituirmos essas considerações na relação matemática da frequência, encontraremos uma relação entre frequência e Período:

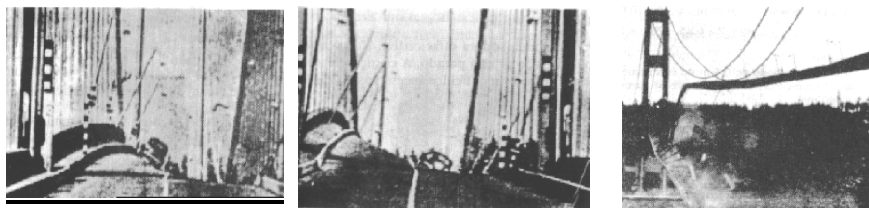
$$f = \frac{1}{T}$$

IMPORTANTE:

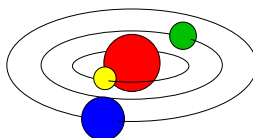
O conceito de frequência é de extrema importância para o aluno. Todos os materiais são constituídos de uma frequência natural, inclusive o ser humano com seus batimentos cardíacos. O fenômeno da ressonância acontece quando uma frequência se iguala a frequência natural de um material, ela pode produzir um resultado de oscilação, apenas ou de destruição.

Em 1º de julho de 1940, a ponte Tacoma Narrow, construída em Puget Sound, no estado de Washington, EUA, foi inaugurada e caiu quatro meses depois. Um vento brando, mas com frequência próxima da frequência natural da estrutura, fez a ponte oscilar com amplitudes cada vez maiores até o rompimento de seu vão principal.

Após a sua destruição todas as pontes, antes da construção, passaram a realizar testes em túneis de vento, somente após a aprovação nestes testes é que elas eram construídas.

**IMPORTANTE:**

É importante dizer que os movimentos dos planetas, muitas vezes estudados como circunferências, na realidade são movimentos elípticos que se aproximam de circunferências, exatamente por esse fato é que eles, ao nível do 2º grau, são estudados como tal.

**EXERCÍCIOS**

57> Um motor efetua 3000 rpm. Determine a frequência e o período em unidades do SI.

58> Determine, em unidades do SI, o período e a frequência nos casos abaixo:

- (a) ponteiro dos segundos de um relógio;
- (b) ponteiro dos minutos de um relógio;
- (c) ponteiro das horas de um relógio;
- (d) movimento de rotação da Terra;
- (e) movimento de Translação da Terra;

5.4 – GRANDEZAS ANGULARES

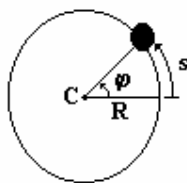
Para que tornemos mais simples o estudo do movimento circular, precisamos definir algumas grandezas angulares que serão extremamente úteis nos cálculos e interpretações desse tipo de movimento.

De modo geral, para converter uma grandeza escalar em uma grandeza angular, basta uma divisão pelo raio:

$$\text{Grandeza Angular} = \frac{\text{Grandeza Escalar}}{\text{Raio}}$$

5.4.1 – Espaço Angular (φ)

Considere um móvel em trajetória circular de raio R e centro C.



Podemos medir o espaço desse móvel pelo ângulo φ , medido a partir da origem O, ou através do espaço s, medido sobre a trajetória, evidentemente que se tratando de movimento circular é muito mais simples utilizarmos a grandeza angular para localizar o móvel.

Utilizando a regra geral de conversão entre grandeza angular e escalar, temos que:

$$\varphi = \frac{s}{R}$$

UNIDADE NO SI:

$$\varphi \Rightarrow \text{radiano (rad)}$$

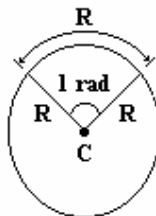
CONVERTENDO GRAUS EM RADIANOS:

$$\pi \text{ rad} = 180^\circ$$

$$2\pi \text{ rad} = 360^\circ$$

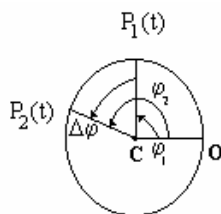
IMPORTANTE:

Radiano é o ângulo central que subtende um arco cujo a medida é igual ao raio da circunferência.

**5.4.2 – Deslocamento Angular ($\Delta\phi$)**

Da mesma forma que o deslocamento escalar mostra a variação do espaço de um móvel entre dois pontos, o deslocamento angular determina a variação angular de dois pontos no Movimento Circular.

Observe o esquema:



- ☞ ϕ_1 é a posição angular do móvel no instante t_1 .
- ☞ ϕ_2 é a posição angular do móvel no instante t_2 .

Para determinarmos o deslocamento angular, basta fazer:

$$\Delta\phi = \phi_2 - \phi_1$$

UNIDADE NO SI:

$$\Delta\phi \Rightarrow \text{radiano (rad)}$$

5.4.3 – Velocidade Angular Média (ω_m)

Velocidade angular média é a rapidez com que um móvel varia sua posição angular num intervalo de tempo Δt .

$$\omega_m = \frac{\Delta\phi}{\Delta t} = \frac{\phi_2 - \phi_1}{t_2 - t_1}$$

UNIDADE NO SI:

$$\omega_m \Rightarrow \text{radianos por segundo (rad/s)}$$

EXERCÍCIOS

59> Em 72 s um móvel cuja velocidade escalar é 20 km/h descreve uma trajetória circular de raio 100 m. Determine o ângulo descrito pelo móvel nesse intervalo.

DESAFIO:

6> Uma partícula executa um movimento circular de raio R com velocidade escalar v e velocidade angular ω . Uma outra partícula consegue fazer o mesmo movimento circular com velocidade escalar $2v$. Nestas condições, qual será a velocidade angular da 2ª partícula em função da 1ª.

5.5 - MOVIMENTO CIRCULAR UNIFORME (MCU)

O Movimento Circular Uniforme é um movimento periódico, isto é, repete-se com as mesmas características em intervalos de tempos iguais. Como já vimos no MRU não ocorrem variações de velocidade escalar. A aceleração escalar é nula. Da mesma forma a velocidade angular será constante. Assim, quando $\Delta\phi = 2\pi$ rad, temos $\Delta t = T$.

Logo:

$$\omega = \frac{2\pi}{T}$$

ou ainda,

$$\omega = 2\pi \cdot f$$

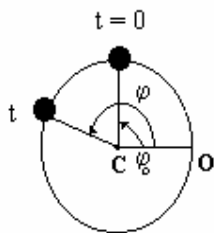
Utilizando a relação entre grandeza escalar e grandeza angular, podemos escrever uma relação entre velocidade escalar e velocidade angular:

$$\omega = \frac{v}{R}$$

5.5.1 - Equação Horária do MCU

Como fizemos no MRU, podemos estabelecer uma função horária para o MCU, função que relacionará a posição angular ϕ ocupada por um móvel e o respectivo tempo t .

Observe o esquema abaixo:



- ☞ móvel parte de uma posição inicial ϕ_0 no instante $t = 0$;
- ☞ Num instante t qualquer ele estará na posição angular ϕ .

Demonstração

Partindo da definição da velocidade angular:	$\omega = \frac{\Delta\varphi}{\Delta t} = \frac{\varphi_2 - \varphi_1}{t_2 - t_1}$
Aplicando as observações descritas acima, temos:	$\omega = \frac{\varphi - \varphi_0}{t - 0}$
Simplificando a expressão, temos que:	$\omega \cdot t = \varphi - \varphi_0$
Isolando o espaço φ, fica:	$\varphi_0 + \omega \cdot t = \varphi$
Portanto a Função Horária do MCU é dada por:	$\boxed{\varphi = \varphi_0 + \omega \cdot t}$

5.5.2 – Aceleração do Movimento Circular

Se o movimento é uniforme, existirá aceleração ?

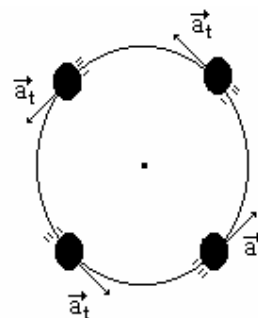
Já estudamos que a aceleração é a grandeza física que indica a taxa da variação da velocidade na unidade de tempo. Esta variação pode ocorrer tanto na direção como em intensidade. Assim a aceleração instantânea deve ser estudada a partir de duas componentes:

ACELERAÇÃO TANGENCIAL (a_t)

Possui a função de alterar o módulo do vetor velocidade.

Módulo: igual a aceleração escalar.

$$\boxed{a_t = a}$$

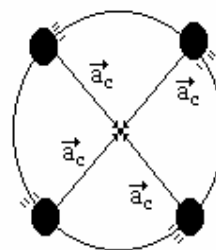


ACELERAÇÃO CENTRÍPETA (a_c)

Possui a função de alterar apenas a direção do vetor velocidade. É exatamente essa função que faz a existência do movimento circular, caso a aceleração centrípeta seja igual a zero o movimento será retilíneo.

Módulo:

$$\boxed{a_c = \frac{v^2}{R}}$$



Portanto, a resposta da pergunta inicial é que existe aceleração no Movimento Circular Uniforme; é a aceleração centrípeta, pois sem ela o movimento não seria circular.

EXERCÍCIOS

60> Um ponto material em MCU efetua 120 rpm. O raio da trajetória é de 20 cm. Determine:

- (a) a frequência, em Hz;
- (b) o período, em s;
- (c) a velocidade angular;
- (d) a velocidade escalar, em m/s;
- (e) a aceleração centrípeta, em m/s^2 .

61> Um ponto material é animado de movimento regido pela equação:

$$\varphi = \frac{\pi}{2} + 8\pi \cdot t \quad (\text{SI})$$

Determine:

- (a) a posição angular inicial e a velocidade angular;
- (b) o período;
- (c) a frequência

62> Uma partícula movimenta-se ao longo de uma circunferência de raio igual a 0,5 m obedecendo à equação horária:

$$s = 5 + 20t \quad (\text{SI})$$

Pede-se:

- (a) a equação angular do movimento;
- (b) a velocidade angular;
- (c) a aceleração centrípeta.

DESAFIO:

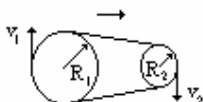


7> Acabamos de mostrar uma relação entre aceleração centrípeta e velocidade escalar. Determine a partir desta relação, uma equação que relacione aceleração centrípeta e velocidade angular.

5.6 – POLIAS E ENGRENAGENS

Desde acoplamento das duas catracas de uma bicicleta até acoplamentos mais complexos de máquinas industriais, existem muitas associações de polias. Passemos a estudar seu princípio básico.

Vejamos a ilustração:



Admitindo que a correia (ou corrente, no caso da bicicleta) seja indeformável, podemos afirmar que a velocidade escalar tanto na posição 1 como na posição 2 é a mesma (repare que a velocidade escalar seria a velocidade na correia):

$$v_1 = v_2$$

Demonstração

Partindo da afirmação anterior, temos:	$v_1 = v_2$
Como já sabemos que $v = \omega \cdot R$, teremos:	$\omega_1 \cdot R_1 = \omega_2 \cdot R_2$
Também sabemos que $\omega = 2\pi \cdot f$, logo:	$2\pi \cdot f_1 \cdot R_1 = 2\pi \cdot f_2 \cdot R_2$
Após as simplificações, temos a relação entre as frequências da engrenagem:	$f_1 \cdot R_1 = f_2 \cdot R_2$

A Bicicleta e a Física

O sistema constituído por pedal, coroa, catraca e corrente de uma bicicleta é um exemplo de transmissão de movimento circular. Ao pedal vamos imprimir um movimento circular uniforme.

- ☞ O movimento circular do pedal é transmitida à coroa com a mesma velocidade angular, pois estão acoplados um ao outro e são coaxiais.
- ☞ A corrente transmite o movimento da coroa para a catraca da roda traseira de tal maneira que os dentes periféricos da coroa e da catraca tenham a mesma velocidade linear. Isso faz com que a catraca adquira uma velocidade angular maior que a do pedal. Essa relação dependerá dos diâmetros da catraca e da coroa.
- ☞ O movimento circular da catraca é transmitido para a roda traseira da bicicleta com a mesma velocidade angular, pois elas estão acopladas ao mesmo eixo.

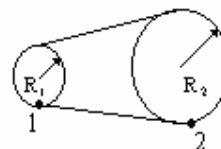
A cada volta do pedal corresponderão algumas voltas na roda traseira. Por exemplo, se a coroa tiver um diâmetro duas vezes maior que o da catraca, a cada volta do pedal corresponderão duas voltas da roda traseira. Isso faz com que o ciclista ou queira mais

força (para vencer uma subida qualquer), ou, então, queira mais velocidade (quando acaba a subida).

EXERCÍCIOS

63> Dois cilindros, 1 e 2, giram ligados por uma correia que não desliza sobre eles, conforme a figura. Os valores dos raios são: $R_1 = 20 \text{ cm}$ e $R_2 = 60 \text{ cm}$. Sendo a frequência de rotação do cilindro 1 igual a 15 rpm, qual é:

- (a) a frequência do cilindro 2 ?
- (b) a velocidade linear da correia em m/s ?
- (c) a velocidade angular da polia 1 ?
- (d) a velocidade angular da polia 2 ?

**EXERCÍCIOS
COMPLEMENTARES**

64> O planeta Mercúrio efetua uma volta em torno do Sol em 88 dias (isto é, um ano em Mercúrio é igual a 88 dias terrestres). Determine seu período em segundos e sua frequência.

65> O raio da Terra é de 6400 km. Calcule a velocidade linear de um ponto do equador que se desloca devido à rotação da Terra. Dê a resposta em km/h e considere $\pi = 3$.

66> A órbita da Terra em torno do Sol pode ser considerada aproximadamente circular e de raio $1,5 \cdot 10^8 \text{ km}$. Determine, nessas condições, a velocidade linear da Terra em torno do Sol. Dê a resposta em km/s. Considere 1 ano aproximadamente $3,1 \cdot 10^7 \text{ s}$ e faça $\pi = 3,1$.

(FUVEST-SP) 67> Um automóvel percorre uma pista circular de 1 km de raio, com velocidade de 36 km/h.

- (a) Em quanto tempo o automóvel percorre um arco de circunferência de 30° ?
- (b) Qual a aceleração centrípeta do automóvel ?



DINÂMICA

6 – LEIS DE NEWTON

6.1 – INTRODUÇÃO

A Mecânica é a parte da física que estuda o movimento. Pelo que sabemos, há pelo menos cerca de 2000 anos o homem já se preocupava em explicar os movimentos, tanto dos corpos terrestres como dos corpos celestes. No entanto, foi Isaac Newton o primeiro a apresentar uma teoria que realmente explicava os movimentos, em trabalho intitulado “*Princípios Matemáticos da Filosofia Natural*”, publicado em 1686. O sucesso da Mecânica Newtoniana foi imediato e duradouro; ela reinou soberanamente por mais de 200 anos.

Houve, é verdade, a necessidade de alguns aperfeiçoamentos, os quais foram feitos mais tarde por outros físicos. No entanto a base da Mecânica de Newton permaneceu inalterada até o começo do século XX, quando surgiram duas novas mecânicas, a Mecânica Relativística (Albert Einstein) e a Mecânica Quântica (Planck), para explicar certos fatos que a Mecânica Newtoniana não conseguia explicar. A partir do surgimento destas duas novas mecânicas, a Mecânica Newtoniana passou a ser chamada de Mecânica Clássica, e é esta mecânica que estaremos estudando nos próximos capítulos, pois ela continua válida para a maioria dos movimentos que lidamos. A mecânica relativística só é realmente necessária quando os corpos se movem com velocidades muito altas ($v > 3000 \text{ km/s}$), enquanto a mecânica quântica só é realmente necessária para o estudo dos fenômenos atômicos e nucleares.

É costume dividir a Mecânica Clássica em três partes como já vimos anteriormente. A partir de agora passaremos a estudar a Dinâmica parte da física que relaciona grandezas como velocidade aceleração com outras grandezas, massa, força, energia e quantidade de movimento, entre outras. Começemos, então este estudo pelo conceito de Força.

6.2 – FORÇA

O Conceito de força está ligado a idéia de empurrar ou puxar algo. Para Newton, a grandeza força está associada à mudança de velocidade e veremos isso quando estudarmos a 2ª Lei de Newton. Uma característica importante da Força é que ela é uma grandeza vetorial, isto é, para sua perfeita caracterização é necessário fornecer seu módulo, sua direção e seu sentido.

UNIDADE NO SI:

$F \Rightarrow \text{Newton (N)}$

ATENÇÃO!

☞ que representa 1 Newton ?

$$1 \text{ N} = 1 \text{ kg} \cdot \text{m/s}^2$$

☞ A soma vetorial de duas ou mais forças, chama-se Força Resultante.

☞ Costuma-se dizer que o efeito de uma força pode ser a produção de aceleração ou a deformação de um corpo, porém, ao deformarmos um corpo estamos produzindo a aceleração de seus átomos que estavam em “repouso” e ganharam uma certa velocidade.

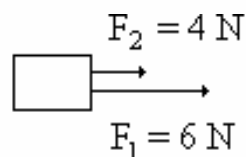
EXERCÍCIOS

68> Em cada caso abaixo determine o módulo da força resultante que atua no corpo.

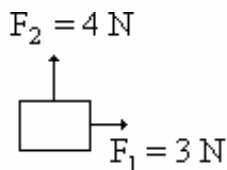
(a)



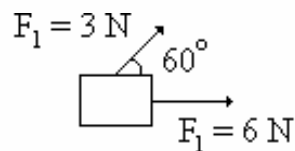
(b)



(c)



(d)

**6.3 - PRINCÍPIO DA INÉRCIA - 1ª LEI DE NEWTON**

“Todo corpo continua em seu estado de repouso ou de movimento uniforme em uma linha reta, a menos que ele seja forçado a mudar aquele estado por forças imprimidas sobre ele”. (Isaac Newton – Principias)

O princípio da Inércia nos mostra que um corpo não sairá de seu estado de equilíbrio a menos que uma força atue sobre ele, fazendo assim que este corpo saia desse estado. Em outras palavras poderíamos dizer que a 1ª Lei de Newton, nos ensina como manter um corpo em equilíbrio.

É importante conhecer o significado do termo equilíbrio. Um corpo pode estar em equilíbrio de duas formas (em ambos os casos a resultante das forças que atua sobre esse corpo é nula):

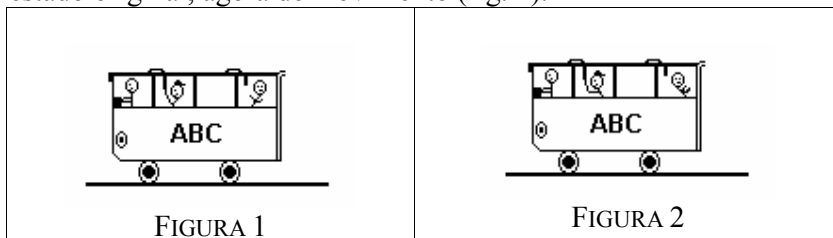
- ☞ **EQUILÍBRIO ESTÁTICO** $\rightarrow v = 0$ (Repouso).
- ☞ **EQUILÍBRIO DINÂMICO** $\rightarrow v = \text{constante}$ (Movimento Retilíneo Uniforme - MRU).

Ainda podemos interpretar o Princípio da Inércia da seguinte forma: Todo corpo possui uma tendência natural de se manter constante sua velocidade vetorial (módulo, direção e sentido); a medida dessa tendência é a sua **MASSA (m)**.

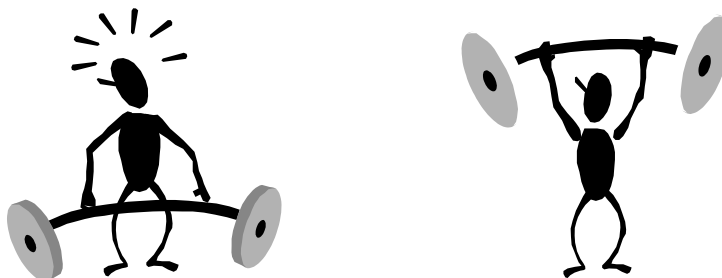
UNIDADE NO SI:

$m \Rightarrow$ quilograma (kg)

Vamos, agora, procurar entender o Princípio da Inércia através de um exemplo. Quando estamos dentro de um ônibus parado e ele inicia o seu movimento, sentimos atirados repentinamente para trás, isto é, tendemos a manter nosso estado original de repouso (fig. 1). Por outro lado, se o ônibus frear, diminuindo assim sua velocidade, seremos atirados para frente, mais uma vez tendendo a manter o nosso estado original, agora de movimento (fig. 2).



6.4 - PRINCÍPIO FUNDAMENTAL - 2ª LEI DE NEWTON



"A mudança de movimento é proporcional à força motora imprimida, e é produzida na direção da linha reta na qual aquela força é imprimida". (Isaac Newton - Principias)

O Princípio Fundamental (PF) nos mostra como fazer para tirar um corpo do estado de equilíbrio. Em outras palavras a 2ª Lei de Newton estabelece que se houver uma força resultante atuando sobre o corpo, a velocidade vetorial desse corpo sofrerá alterações, ou seja, a força resultante atuando sobre o corpo fará surgir nele uma aceleração.

Expressando esse Princípio, matematicamente, temos:

$$F_R = m.a$$

UNIDADES NO SI:

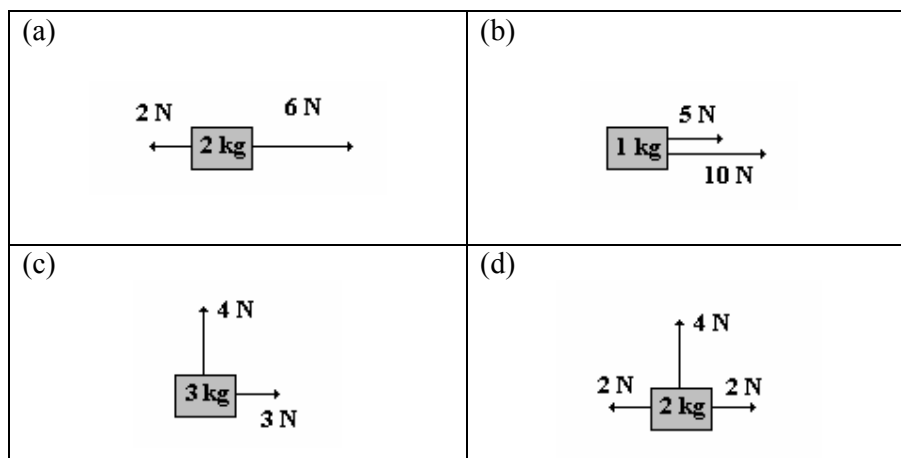
$F_R \rightarrow$ Força \Rightarrow Newton (N)
 $m \rightarrow$ massa \Rightarrow quilograma (kg)
 $a \rightarrow$ aceleração \Rightarrow metros por segundo ao quadrado (m/s^2)

ATENÇÃO!

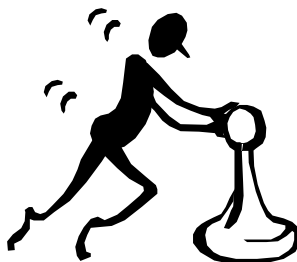
A direção e o sentido da Força Resultante serão sempre iguais à aceleração.

EXERCÍCIOS

69> As figuras abaixo mostram as forças que agem em um corpo, bem como a massa de cada corpo. Para cada um dos casos apresentados, determine a força resultante (módulo, direção e sentido) que age sobre o corpo e a aceleração a que este fica sujeito.



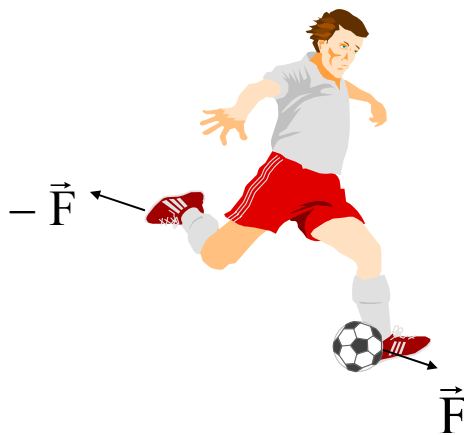
70> A equação horária da velocidade de uma partícula em movimento retilíneo é $v = 4 + 2.t$ (SI), sabendo que sua massa é de 3 kg, determine a força resultante que atua sobre esta partícula.

6.5 - PRINCÍPIO DA AÇÃO E REAÇÃO - 3ª LEI DE NEWTON

"A toda ação há sempre oposta uma reação igual, ou, as ações mútuas de dois corpos um sobre o outro são sempre iguais e dirigidas a partes opostas". (Isaac Newton - Principias)

O Princípio de Ação e Reação nos mostra que cada vez que se aplica uma força você terá uma reação de mesmo valor, mesma direção, mas de sentido contrário. Essas forças (ação e reação) ocorrem sempre em corpos diferentes.

Observe o exemplo abaixo. Um jogador ao chutar a bola, aplica (o seu pé) nesta uma força \vec{F} . Pelo princípio da Ação e Reação temos que a bola reage e aplica uma força $-\vec{F}$, isto é, uma força de mesma direção, mesmo valor (módulo), mas de sentido diferente.

**EXERCÍCIOS**

71> Abaixo, apresentamos três situações do seu dia-a-dia que devem ser associadas as 3 leis de Newton.

- (a) Ao pisar no acelerador do seu carro, o velocímetro pode indicar variações de velocidade.
- (b) João machucou o pé ao chutar uma pedra.
- (c) Ao fazer uma curva ou frear, os passageiros de um ônibus que viajam em pé devem se segurar.

72> Uma pessoa empurra lentamente um carro, com uma força de 800 N. Qual o valor da força que o carro aplica sobre ela ?

DESAFIO:

8> Com base na 3ª Lei de Newton, responda:

(a) A afirmação abaixo está certa ou errada ? Justifique.

“Quando exercemos uma força F numa mesa, esta exerce uma força igual e oposta - F que anula a força F , de modo que a força resultante sobre a mesa é nula e ela, portanto, não se move”.

(b) Descreva uma situação em que evidenciem as forças de ação e reação (mostre como as duas forças estão agindo).

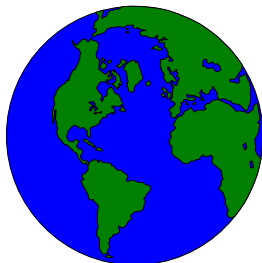
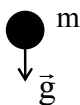
7 – APLICAÇÕES DO PRINCÍPIO FUNDAMENTAL

Na natureza podemos identificar dois grupos de forças: as forças de contato (atuam apenas durante o contato físico entre os corpos) e as forças de campo (atuam a distância, sem necessidade de contato físico entre os corpos envolvidos).

A partir de agora passaremos a estudar algumas forças de contato e de campo e após esse estudo, aplicaremos o PF a essas forças, tais como: Peso, Normal, Tração e Força Elástica.

7.1 – FORÇA PESO (P)

Peso de um corpo (em nosso caso) é a força com que a Terra atrai esse corpo.



MÓDULO: $P = m \cdot g$

$m \rightarrow$ massa do corpo. (No SI \Rightarrow kg)

$g \rightarrow$ aceleração da gravidade local.
(No SI \Rightarrow m/s^2)

SENTIDO: De cima para baixo.
(no sentido do centro da Terra)

DIREÇÃO: Vertical

IMPORTANTE:

- ☞ valor da aceleração da gravidade na Terra é $g \cong 9,8 \text{ m/s}^2$, mas geralmente utilizaremos 10 m/s^2 , para simplificação.
- ☞ peso de um corpo varia de planeta para planeta, de satélite para satélite (natural). Para o cálculo do Peso em qualquer local, basta utilizarmos a aceleração da gravidade do local de interesse.

EXERCÍCIOS

73> Compare o Peso de um corpo de massa 10 kg na Terra e na Lua.

Adote $g_{\text{Terra}} = 9,8 \text{ m/s}^2$ e $g_{\text{Lua}} = 1,6 \text{ m/s}^2$.

DESAFIO:

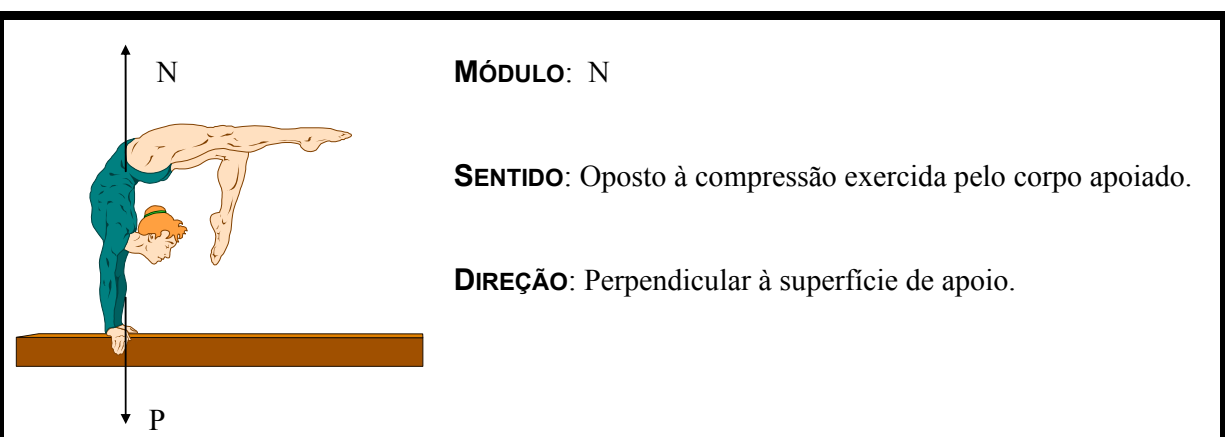
9> Um pára-quedista desce verticalmente com velocidade constante de 0,4 m/s. A massa do pára-quedista é 90 kg. Adote $g = 10 \text{ m/s}^2$.

(a) Qual a aceleração do movimento? Justifique.

(b) Calcule a resultante das forças que se opõem ao movimento.

7.2 - REAÇÃO NORMAL (N)

É a força que uma superfície aplica a um corpo colocado sobre ela.



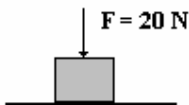
EXERCÍCIOS

74> Nas figuras a seguir, o bloco de massa 10 kg está em repouso. Determine o módulo da força de reação normal do apoio N em cada caso. Adote $g = 10 \text{ m/s}^2$.

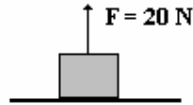
(a)



(b)

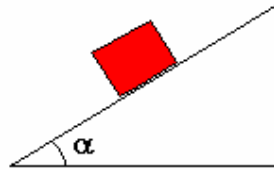


(c)

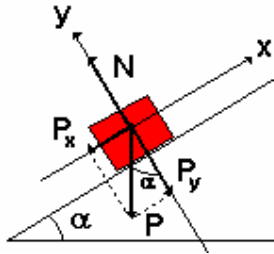
**7.3 - PLANO INCLINADO**

É um dispositivo utilizado no dia-a-dia para facilitar certas tarefas com um mínimo de esforço possível. Uma escada encostada levemente inclinada, uma rampa, uma escada rolante são exemplos de plano inclinado.

Considere um corpo de massa m abandonado em um plano inclinado, cujo ângulo de elevação é α :



Vamos associar ao plano, um sistema de eixo cartesiano, ao qual iremos analisar o movimento do corpo em questão.



Marcamos nesse sistema de eixos as forças agentes no corpo.

O peso P será decomposto em duas componentes:

- (a) Na direção do plano de apoio: P_x ;
- (b) Na direção perpendicular ao plano de apoio: P_y ;

Da trigonometria elementar, conseguimos determinar P_x e P_y :

$$\sin \alpha = \frac{P_x}{P} \rightarrow P_x = P \cdot \sin \alpha$$

$$\cos \alpha = \frac{P_y}{P} \rightarrow P_y = P \cdot \cos \alpha$$

Vamos determinar agora a aceleração do corpo:

Pela equação fundamental da Dinâmica: $F_R = m \cdot a$ (1)

Mas: $F_R = P_x = P \cdot \sin \alpha \rightarrow F_R = m \cdot g \cdot \sin \alpha$ (2)

Substituindo (2) em (1), vem:

$$m \cdot a = m \cdot g \cdot \sin \alpha$$

$$\boxed{a = g \cdot \sin \alpha}$$

A aceleração que o corpo adquire ao descer ou subir o plano inclinado independe da massa do corpo.

Vamos agora calcular qual a intensidade da força normal que o plano exerce no corpo:

Sei que: $P_y = P \cdot \cos \alpha$

Como \vec{P}_y anula \vec{N} , resulta:

$$N = P_y$$

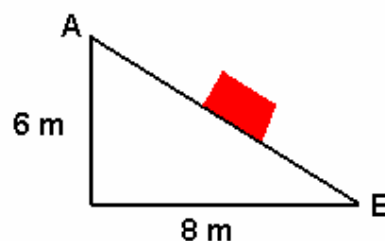
$$N = P \cdot \cos \alpha$$

$$N = m \cdot g \cdot \cos \alpha$$

EXERCÍCIOS

75> Um corpo de massa 1 kg é abandonado no ponto A do plano inclinado da figura.

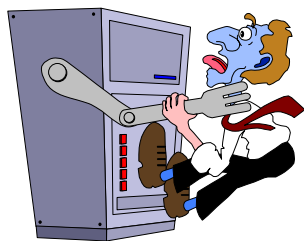
Despreze os atritos, a resistência do ar e adote $g = 10 \text{ m/s}^2$. Calcule a velocidade do corpo ao atingir o ponto B.



7.4 – FORÇA DE ATRITO (F_{at})

Na maioria das vezes consideramos as superfícies de contato lisas e bem polidas, de tal forma que não exista nenhuma dificuldade para o movimento. Mas na realidade isso não ocorre, pois na prática deparamos com forças dificultando o movimento ou tentativa de movimento. Essas forças são chamadas de **FORÇAS DE ATRITO**. Quando existe movimento relativo entre os corpos de contato o atrito é denominado **dinâmico**. Quando não há movimento o atrito é denominado **estático**.

Portanto Atrito é uma força que se opõe ao movimento ou a tentativa do mesmo. Ela está ligada ao material que compõem a superfície de contato e força de reação que a superfície faz sobre o corpo.



MÓDULO: $F_{at} = \mu \cdot N$

$\mu \rightarrow$ coeficiente de atrito (adimensional)

$N \rightarrow$ reação normal (no SI \Rightarrow N)

SENTIDO: Oposto ao movimento ou tendência de movimento.

DIREÇÃO: Tangente às superfícies de contato.

IMPORTANTE:

O atrito é considerado estático quando tentamos, por exemplo, empurrar um corpo com uma certa força e não conseguimos tirá-lo do local. Existe um momento que estaremos prestes a colocar este corpo em movimento, este instante chama-se iminência de movimento. Logo após a iminência de movimento o corpo começará a se movimentar e teremos vencido o atrito, mas ele ainda existe só que agora na forma de atrito dinâmico.

IMPORTANTE:

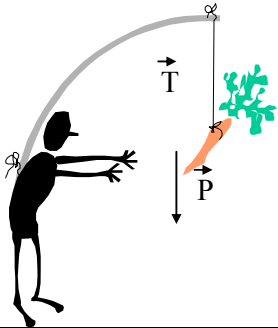
É importante notarmos que existe uma maior facilidade para empurrarmos ou puxarmos um corpo a partir do momento que conseguimos colocá-lo em movimento (veja o gráfico).

**EXERCÍCIOS**

76> O corpo da figura abaixo tem massa de 5 kg e é puxado horizontalmente sobre uma mesa pela força F de intensidade 30 N. Se o coeficiente de atrito entre o corpo e a mesa é $\mu = 0,1$, determine a aceleração adquirida pelo corpo. Adote $g = 10 \text{ m/s}^2$.

**7.5 - FORÇA DE TRAÇÃO (T)**

A força de tração é aquela que é aplicada pelos fios para se puxar algum corpo.



MÓDULO: T

SENTIDO: Sempre no sentido de puxar o corpo solicitado.

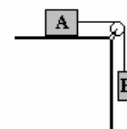
DIREÇÃO: Igual a direção do fio onde é exercida.

IMPORTANTE:

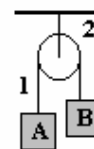
Quando considerarmos o fio **IDEAL**, estaremos dizendo que o fio possui massa desprezível e é inextensível. Na prática o fio ideal não existe.

EXERCÍCIOS

77> Os corpos A e B mostrados ao lado têm massas, respectivamente, iguais a 7 kg e 3 kg. O fio e a polia são ideais e o atrito é desprezível. Adote $g = 10 \text{ m/s}^2$ e determine a aceleração do sistema e a tração no fio.

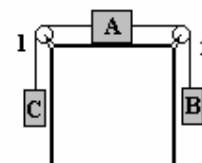


78> No sistema ao lado, calcule a aceleração dos corpos e as trações nos fios 1 e 2. Despreze os atritos. Dado: $g = 10 \text{ m/s}^2$; $m_A = 3 \text{ kg}$; $m_B = 2 \text{ kg}$.



79> Os corpos A, B e C mostrados ao lado têm massas, respectivamente, iguais a 5 kg, 7 kg e 7 kg. O fio e a polia são ideais e o atrito é desprezível. Adote $g = 10 \text{ m/s}^2$ e determine:

- (a) a aceleração desse sistema;
- (b) a tração no fio 1 e a tração no fio 2.

**7.6 – FORÇA CENTRÍPETA**

Você deve ter reparado que, grande parte dos brinquedos dos parques de diversões executam movimento de rotação ou em trajetórias circulares. E, nesses movimentos ocorrem efeitos surpreendentes: carrinhos conseguem mover-se de cabeça para baixo, pessoas mantêm-se presas à lateral de plataformas cilíndricas girantes sem apoiar-se no piso, cadeirinhas vazias ou com pessoas sentadas inclinam-se igualmente em relação à vertical.

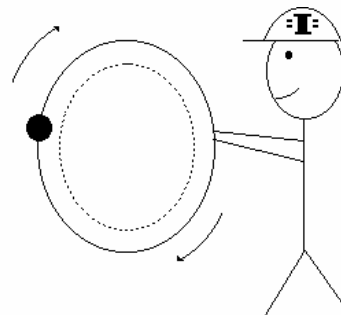
A pista do velódromo (local onde ocorrem corridas de bicicletas) possui uma inclinação. Isso permite que os ciclistas em alta velocidade façam a curva com segurança.

Agora, como essas coisas acontecem? O que seria o responsável para que tudo isso aconteça? A resposta está na idéia do que é força centrípeta. Pois em todo movimento curvo existe força centrípeta.

Amarre uma pedra em uma das extremidades de uma corda, e faça esta pedra girar.

A trajetória da pedra é circular e seu movimento é dito movimento circular.

Note que a corda age na pedra com uma força perpendicular ao seu movimento e, portanto, perpendicular à velocidade; essa força é dirigida para o centro da trajetória e devido a isso recebe o nome de **Força Centrípeta**.



Assim, aplicando o princípio fundamental da dinâmica, observamos que o corpo possui aceleração dirigida para o centro, chamada **aceleração centrípeta**.

Daí, temos:

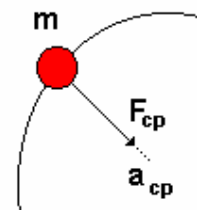
$$F_{cp} = m \cdot a_{cp}$$

Vimos no capítulo 5, que a aceleração centrípeta é dada por:

$$a_{cp} = \frac{v^2}{R}$$

Assim, temos:

$$F_{cp} = m \cdot \frac{v^2}{R}$$



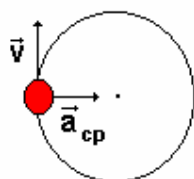
Ou em termos da velocidade angular (ω), temos:

$$F_{cp} = m \cdot \omega^2 \cdot R$$

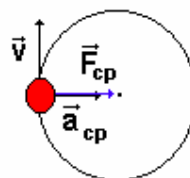
ATENÇÃO!

A força centrípeta é apenas a denominação particular da força resultante que atua sobre o corpo em movimento circular uniforme, não é um novo tipo de força.

É importante observar que a força centrípeta não causa variação no módulo da velocidade, mas provoca mudança na direção do movimento e, portanto, no vetor velocidade.



$$\vec{a}_{cp} \perp \vec{v}$$



$$\vec{F}_{cp} \perp \vec{v}$$

EXERCÍCIOS

80> Considere um corpo de massa 3 kg descrevendo uma trajetória circular de raio 2 m, com velocidade escalar constante de 10 m/s. Calcule a força centrípeta que atua no corpo.

81> Determine a intensidade da força centrípeta necessária para manter um automóvel de massa 1000 kg numa trajetória circular de raio 100 m, à velocidade de 10 m/s.

82> Se num movimento circular reduzirmos o raio e a velocidade à metade, a força centrípeta será:

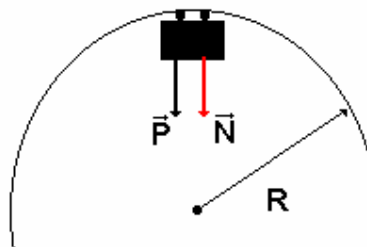
- (a) igual à anterior;
- (b) o quádruplo da anterior;
- (c) a metade da anterior;
- (d) a quarta parte da anterior;
- (e) n.d.a.

83> A força centrípeta que age numa partícula de massa 4 kg num movimento circular uniforme tem intensidade de 32 N. Se o raio da trajetória for 200 cm, determine a velocidade adquirida pela partícula.

Como é possível ficar de cabeça para baixo em um Looping e não cair ?

O trenzinho deve estar em velocidade para conseguir passar pelo ponto mais alto da trajetória. Qual seria a velocidade mínima necessária ?

No ponto mais alto da trajetória há, basicamente, duas forças atuando sobre o trenzinho: a força normal (reação da pista à ação do trenzinho sobre ela) e a força peso do trenzinho. Ambas são verticais e apontam para o centro do looping, ou seja, são forças centrípetas.



Logo o módulo da força resultante, e portanto da força centrípeta é:

$$F_{cp} = P + N$$

$$\boxed{\frac{m \cdot v^2}{R} = m \cdot g + N} \quad (1)$$

Se o módulo da velocidade cresce, a força normal também cresce, uma vez que todas as outras grandezas (massa, raio e aceleração da gravidade) são constantes. Logo, a mínima velocidade para que o trenzinho faça o looping, será a situação em que $N = 0$, ou seja, o trenzinho fica na iminência de cair e não troca forças com a superfície interna.

Logo na equação I, temos:

$$\frac{m.v^2}{R} = mg \Rightarrow v^2 = Rg \Rightarrow \boxed{v = \sqrt{R.g}}$$

Note que a velocidade mínima independe da massa do trenzinho. Vamos ver um exemplo:

Considere um looping de raio 10 m. Como $g = 10 \text{ m/s}^2$, temos:

$$v = \sqrt{R.g}$$

$$v = \sqrt{10.10} \Rightarrow v = \sqrt{100}$$

Portanto: $v = 10 \text{ m/s}$ ou 36 km/h .

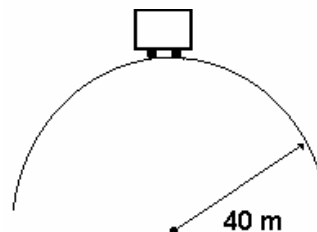
Para maior segurança, os projetistas do brinquedo fazem-no passar pelo ponto mais alto com velocidades maiores que estas (acima de 70 km/h). Um dos truques utilizados para se obter o aumento da velocidade no ponto mais alto consiste em diminuir o raio da curva. É por esse motivo que os loopings não são círculos perfeitos, mas apresentam um aspecto bastante característico.

Essa análise vale também para o motociclista no globo da morte, bem como quando um carro passa sobre uma lombada.

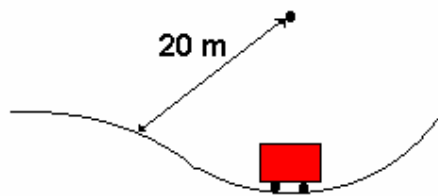
EXERCÍCIOS

84> Um motociclista percorre uma trajetória circular vertical de raio 3,6 m, no interior de um globo da morte. Calcule qual deve ser o menor valor da velocidade no ponto mais alto que permita ao motociclista percorrer toda a trajetória circular. ($g = 10 \text{ m/s}^2$)

85> Considere um carro de massa 2 000 kg percorrendo um trecho de pista circular num plano vertical, com movimento uniforme e velocidade de 10 m/s . Considerando-se $g = 10 \text{ m/s}^2$, ao atingir o topo da pista, cujo raio é 40 m, determine a força que a pista aplicará no carro.



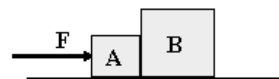
86> A figura representa o perfil de uma estrada que, no plano vertical, tem a forma de um arco de circunferência de 20 m de raio. Qual a reação da pista sobre um carro de massa 800 kg que passa pelo ponto mais baixo com velocidade de 72 km/h ?



**EXERCÍCIOS
COMPLEMENTARES**

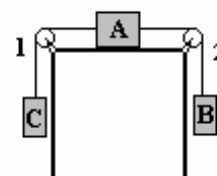
87> Dois corpos A e B, de massas respectivamente iguais a 2 kg e 3 kg, estão apoiados numa superfície horizontal perfeitamente lisa. A força horizontal de intensidade $F = 10 \text{ N}$ constante é aplicada no bloco A. Determine:

- (a) a aceleração adquirida pelo conjunto;
(b) a intensidade da força que A aplica em B.

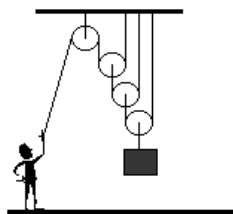


88> No arranjo experimental da figura, os corpos A, B e C têm, respectivamente, massas iguais a 2 kg, 5 kg e 3 kg. A aceleração da gravidade é 10 m/s^2 . Os fios são ideais; não há qualquer tipo de atrito. Determine:

- (a) a aceleração do sistema de corpos;
(b) as trações nos fios.



89> Determine a força que o homem deve exercer no fio para manter em equilíbrio estático o corpo suspenso de 120 N. Os fios são ideais e não existe nenhum tipo de atrito.

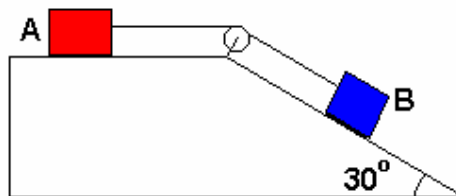


90> Um corpo de massa m escorrega em um plano inclinado que forma com a horizontal um ângulo θ . Desprezando os atritos, determine a aceleração adquirida pelo corpo. É dado g .

91> Refaça o exercício anterior incluindo atrito de coeficiente μ .

92> No sistema da figura, o atrito entre os blocos e o plano e na roldana é desprezível. Sendo $m_A = 20 \text{ kg}$, $m_B = 30 \text{ kg}$ e $g = 10 \text{ m/s}^2$, determine:

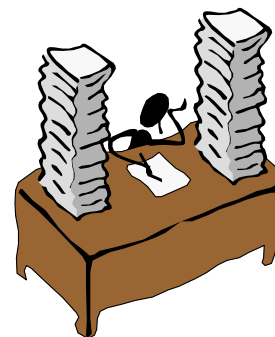
- (a) a aceleração do sistema;
(b) a tração no fio.



8 – TRABALHO

8.1 – INTRODUÇÃO

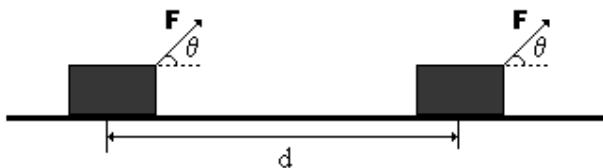
O estudo da grandeza física Energia é fundamental para a compreensão de fenômenos do nosso cotidiano. Para o completo entendimento é necessário conhecer, antes, um outro conceito físico chamado Trabalho. Passemos ao seu estudo.



8.2 – TRABALHO DE UMA FORÇA CONSTANTE

Supondo a seguinte situação:

Uma força \mathbf{F} constante atua sobre um corpo que se desloca em uma trajetória retilínea.



Por definição, temos que o trabalho realizado pela força \mathbf{F} sobre o corpo, no deslocamento d é dado por:

$$W = F \cdot d \cdot \cos \theta$$

UNIDADES NO SI:

$W \rightarrow$ Trabalho \Rightarrow Joule (J)
 $F \rightarrow$ módulo da Força \Rightarrow Newton (N)
 $d \rightarrow$ deslocamento \Rightarrow metros (m)

ATENÇÃO!

- ☞ θ representa o ângulo formado entre a direção da força e a direção do deslocamento.
- ☞ Para o resultado do trabalho ser expresso em Joules é necessário que a força esteja em Newtons e o deslocamento esteja em metros, pois Joule é o nome dado para a unidade N . m.
- ☞ Utilizamos a letra “W” para indicar o Trabalho; trabalho em inglês é *work*.

8.3 – TIPOS DE TRABALHO

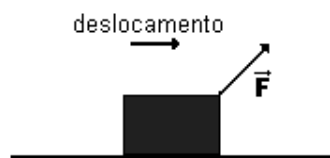
Podemos classificar o trabalho em física de três formas, trabalho motor, trabalho resistente e trabalho nulo.

8.3.1 – Trabalho Motor

Quando a força aplicada sobre o corpo favorece o deslocamento o trabalho é positivo e é chamado de trabalho motor.

O Trabalho será motor quando:

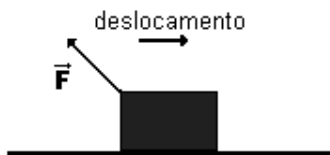
$$0^\circ \leq \theta < 90^\circ$$

**8.3.2 – Trabalho Resistente**

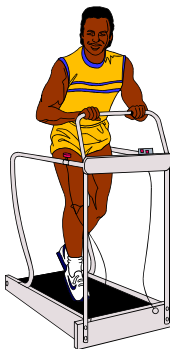
Quando a força aplicada sobre o corpo se opõe ao deslocamento o trabalho é negativo e é chamado de trabalho resistente.

O Trabalho será resistente quando:

$$90^\circ < \theta \leq 180^\circ$$



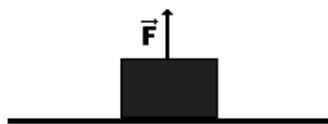
8.3.3 - Trabalho Nulo



Quando a força aplicada sobre o corpo é perpendicular ao mesmo, o trabalho é igual a zero e é chamado de trabalho nulo. Note que esta força não será responsável pelo deslocamento.

O Trabalho será nulo quando:

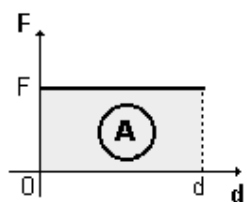
$$\theta = 90^\circ$$



8.4 - TRABALHO DE UMA FORÇA VARIÁVEL

Quando a força aplicada sobre o corpo não é constante, não podemos aplicar a expressão matemática dada anteriormente, portanto é necessário buscar um outro caminho para resolver este problema.

Observemos o gráfico $F \times d$ no caso de uma força constante.



Calculando a área do retângulo pintado temos:

$$A = \text{Base} \cdot \text{Altura}$$

$$A = d \cdot F$$

Portanto:

$$A = W$$

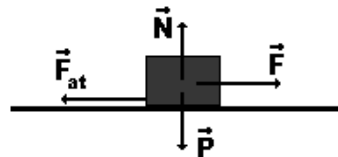
A pergunta é: Posso utilizar este método para forças variáveis ?

A resposta é sim. É exatamente esta a saída para o cálculo do trabalho de força variável. Portanto para se determinar o Trabalho realizado por uma força variável basta calcular a área no deslocamento considerado.

EXERCÍCIOS

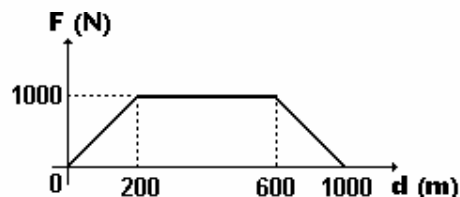
93> O bloco da figura, de peso $P = 50 \text{ N}$, é arrastado ao longo do plano horizontal pela força F de intensidade $F = 100 \text{ N}$. A força de atrito tem intensidade $F_{\text{at}} = 40 \text{ N}$.

- (a) Determine o trabalho realizado, no deslocamento de módulo 10 m , pelas forças: F , F_{at} , P e pela reação normal N .
- (b) Calcule a intensidade da força resultante e o trabalho dessa mesma força no deslocamento mencionado anteriormente.



94> Um carro de massa 1000 kg move-se sem resistências dissipadoras em trajetória retilínea, a partir do repouso. O gráfico da força motora na própria direção do movimento é representado na figura. Determine:

- (a) a aceleração do carro quando se encontra a 400 m da origem;
- (b) o trabalho da força F no deslocamento de 200 m a 1000 m ;
- (c) o trabalho da força F no deslocamento de 0 a 1000 m .



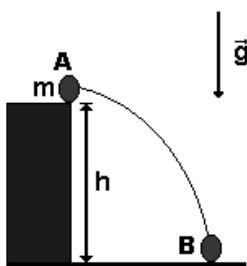
95> Do ponto de vista físico o homem da figura, ao lado, está realizando algum tipo de trabalho ? Por que ?



8.5 - CASOS ESPECIAIS

8.5.1 - Trabalho da Força Peso

Considerando um corpo de massa m , que é deslocado pelo campo gravitacional terrestre de um ponto A para um ponto B, observe a figura seguinte.



O Trabalho realizado pela força Peso no deslocamento de A para B é calculado da seguinte forma:

$$W = \pm P.h$$

$$\text{como: } P = m.g$$

temos:

$$W = \pm m.g.h$$

Se o corpo estiver subindo o trabalho será resistente; caso contrário ele será motor.

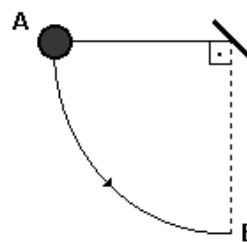
IMPORTANTE:

☞ O trabalho realizado pela força Peso independe da trajetória.

☞ Forças cujos trabalhos independem da trajetória são chamadas **Forças Conservativas**.

EXERCÍCIOS

96> Uma pequena esfera de massa $m = 0,2 \text{ kg}$ está presa à extremidade de um fio de comprimento $0,8 \text{ m}$ que tem a outra extremidade fixa num ponto O. Determine o trabalho que o peso da esfera realiza no deslocamento de A para B, conforme a figura. Considere $g = 10 \text{ m/s}^2$.

**8.5.2 - Trabalho da Força Elástica**

Antes de discutirmos o cálculo do Trabalho da Força Elástica, vejamos o que é e como atua este tipo de força.

LEI DE HOOKE

Quando aplicamos uma força **F** a uma mola, provocamos na mesma uma deformação **x**, verificamos que a intensidade da força é diretamente proporcional à deformação provocada. A formalização deste conceito que acabamos de descrever é conhecida como Lei de Hooke, que é expressa matematicamente da seguinte forma:

$$F_{el} = k \cdot x$$

UNIDADE NO SI:

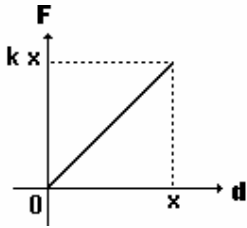
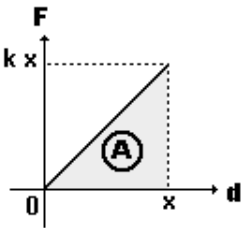
$F_{el} \rightarrow$ Força Elástica \Rightarrow Newton (N)

$k \rightarrow$ constante elástica da mola \Rightarrow Newton por metro (N/m)

$x \rightarrow$ deformação da mola \Rightarrow metro (m)

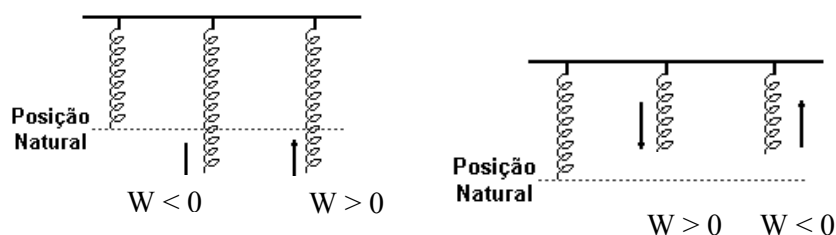
CALCULANDO O TRABALHO

Pela definição a força elástica varia de acordo com a deformação, portanto ela não é uma força constante, logo temos que utilizar o cálculo do trabalho para forças variáveis, ou seja, construir o gráfico $F_{el} \times d$ e determinar a área no deslocamento desejado.

<p>Graficamente temos a Lei de Hooke:</p> 	<p>Se Calcularmos a área no deslocamento x então teremos o trabalho da força elástica neste deslocamento.</p> 
<p>Portanto:</p> $A = \frac{\text{Base} \cdot \text{altura}}{2}, \text{ como } A = W$ <p>Substituindo os dados temos:</p> $W = \frac{x \cdot k \cdot x}{2}$ <p>Finalmente temos:</p> <div style="border: 2px solid black; padding: 5px; display: inline-block;"> $W = \pm \frac{k \cdot x^2}{2}$ </div>	

REGRA DE SINAIS

A utilização dos sinais no cálculo do trabalho da força elástica é teoricamente simples, basta prestarmos a atenção para que lado é o deslocamento. Se o deslocamento é em direção a posição natural da mola o trabalho é motor; se o deslocamento é contrário a posição natural da mola o trabalho é resistente. Observe as figuras:



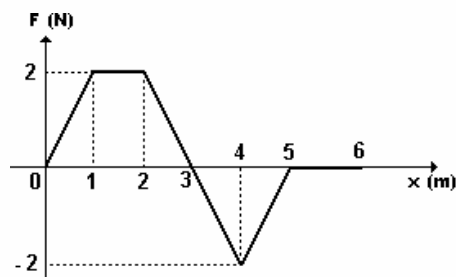
EXERCÍCIOS

97> Uma mola de constante elástica 100 N/m sofre uma deformação de 60 cm. Trace o gráfico da Força elástica em função do deslocamento e calcule o trabalho da força elástica, em módulo, na deformação de 20 cm a 40 cm.

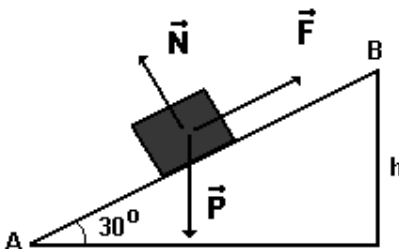
<p style="text-align: center;">EXERCÍCIOS COMPLEMENTARES</p>

(U. F. São Carlos-SP) 98> Um bloco de 10 kg movimenta-se em linha reta sobre uma mesa lisa em posição horizontal, sob a ação de uma força variável que atua na mesma direção do movimento, conforme o gráfico. O trabalho realizado pela força quando o bloco se desloca da origem até o ponto $x = 6 \text{ m}$ é:

- (a) 1 J; (b) 6 J; (c) 4 J; (d) zero; (e) 2 J.



99> Um pequeno bloco de massa igual a 2 kg sobe uma rampa inclinada de 30° em relação à horizontal, sob a ação de uma força \vec{F} de intensidade 20 N, conforme indica a figura. Sendo $g = 10 \text{ m/s}^2$ e $h = 2 \text{ m}$, determine o trabalho realizado pela força \vec{F} , pelo peso \vec{P} e pela normal \vec{N} no deslocamento de A para B.



8.6 - POTÊNCIA

O conceito de potência de um sistema físico está relacionado com a rapidez que um trabalho é realizado por este sistema.



A usina hidrelétrica de Itaipu utiliza uma grandiosa queda d'água para gerar energia elétrica com uma potência de:
12 600 MW

Portanto, temos que a potência num intervalo de tempo Δt em que é realizado um trabalho τ é dado por:

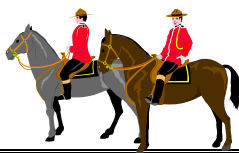
$$P_{ot} = \frac{W}{\Delta t}$$

UNIDADE NO SI:

$P_{ot} \rightarrow$ Potência \Rightarrow Watt (W) [J/s]
 $W \rightarrow$ Trabalho \Rightarrow Joule (J)
 $\Delta t \rightarrow$ intervalo de tempo \Rightarrow segundo (s)

IMPORTANTE:

☞ Além das unidades mencionadas, existem algumas unidades muito usuais no que se refere a potência são elas: Cavalo-Vapor (cv) e Horse-Power (HP).

**Conversões**

$$1 \text{ cv} = 735,5 \text{ W}$$

$$1 \text{ HP} \cong 746 \text{ W}$$

EXERCÍCIOS**DESAFIO:**

10> Utilizando o conceito de velocidade média, determine uma expressão que relacione: potência, força e velocidade.

100> Um pequeno veículo de 100 kg parte do repouso numa superfície horizontal e polida. Despreze qualquer resistência ao movimento e suponha que o motor exerça uma força constante e paralela à direção da velocidade. Após percorrer 200 m atinge 72 km/h. Determine:

- (a) a potência média da força motora no percurso referido de 200 m;
- (b) a potência instantânea quando se atinge a velocidade de 72 km/h

101> Uma criança de 30 kg desliza num escorregador de 2 m de altura e atinge o solo em 3 s. Calcule o trabalho do peso da criança e sua potência média nesse intervalo de tempo (Dado $g = 10 \text{ m/s}^2$).

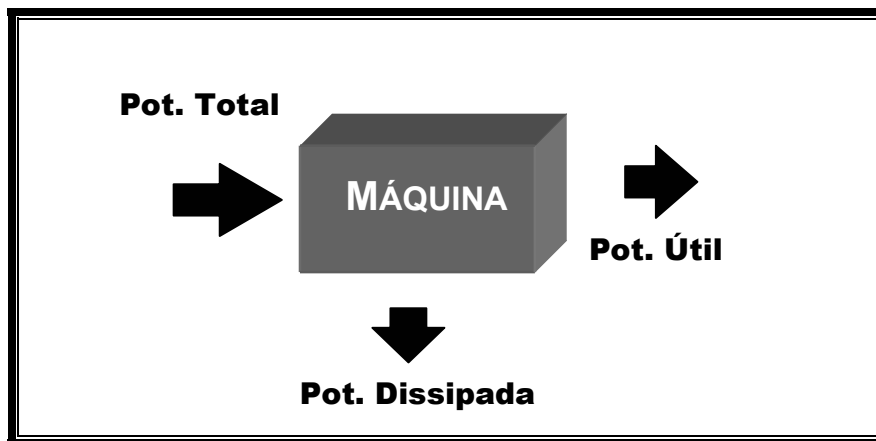
8.7 - RENDIMENTO

A palavra rendimento é muito conhecida do cotidiano dos alunos. Dizemos que um aluno que vinha tendo notas ruins e melhorou sensivelmente suas notas melhorou o seu rendimento.

O fabricante de um automóvel procura sempre o melhor rendimento possível na construção de um motor.

Enfim o conceito físico rendimento tem um significado muito especial ele mede a taxa de eficiência na utilização da energia fornecida a uma máquina física. Para entendermos melhor o que seja isso, comecemos dividindo o conceito de Potência em três partes:

- ☞ **Potência Total (P_T)** => Associada a energia total recebida por uma máquina.
- ☞ **Potência Útil (P_U)** => Associada a energia efetivamente utilizada pela máquina.
- ☞ **Potência Dissipada (P_D)** => Associada a energia dissipada pela máquina.



Matematicamente, temos:

$$\eta = \frac{P_U}{P_T}$$

UNIDADE NO SI:

$P_U \rightarrow$ Potência Útil => Watt (W)
 $P_T \rightarrow$ Potência Total => Watt (W)
 $\eta \rightarrow$ Rendimento => Porcentagem (%)

IMPORTANTE:



Não se esqueça que o resultado encontrado na equação anterior deve ser multiplicado por 100.

EXERCÍCIOS

102> Um motor tem rendimento de 60 %. Esse motor eleva um corpo com massa de 6 kg a 20 m de altura, com velocidade constante em 4 s. Determine a potência total consumida pelo motor. Adote $g = 10 \text{ m/s}^2$.

103> A água é retirada de um poço de 18 m de profundidade com o auxílio de um motor de 5 HP. Determine o rendimento do motor se 420 000 litros de água são retirados em 7 h de operação.
Dados: 1 HP = 3/4 kW; $g = 10 \text{ m/s}^2$; densidade da água $d = 1 \text{ g/cm}^3 = 1 \text{ kg/ℓ}$

EXERCÍCIOS COMPLEMENTARES

104> Uma força de 20 N é aplicada a um corpo, deslocando-o 5 m na direção e no sentido da força em 4 s. Determine:

- (a) o trabalho realizado pela força;
- (b) a potência média dessa força.

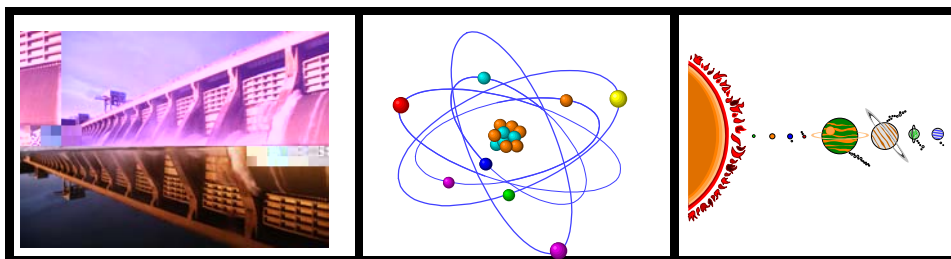
105> Um motor de 16 HP utiliza efetivamente em sua operação 12 HP. Qual seu rendimento ?

106> Determine a potência em kW e HP de uma máquina que ergue um peso de 2000 N a uma altura de 0,75 m em 5 s. O rendimento da máquina é 0,3.

Adotar 1 HP = 3/4 kW.

9 – ENERGIA

9.1 – INTRODUÇÃO



Definir energia é muito difícil, costumamos, em física, defini-la como a capacidade de realizar um trabalho.

A energia se manifesta de diversas formas, como por exemplo a energia elétrica, energia nuclear, energia solar e outras formas. A partir de agora iremos discutir este tema de suma importância para a compreensão melhor de nosso dia-a-dia.

Passaremos a estudar e classificar a energia em três tipos: cinética, potencial e mecânica.

9.2 – ENERGIA CINÉTICA (E_c)

O conceito de energia cinética está ligado com o movimento de um ou mais corpos.

Portanto só temos energia cinética se existir velocidade. Se um corpo estiver em repouso sua energia cinética será nula.



Matematicamente:

$$E_C = \frac{m \cdot v^2}{2}$$

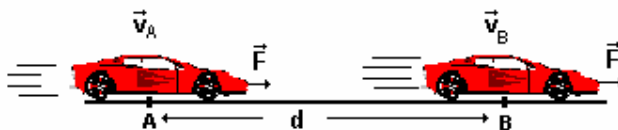
UNIDADE NO SI:

$E_C \rightarrow$ Energia Cinética \Rightarrow joule (J)
 $m \rightarrow$ Massa \Rightarrow quilograma (kg)
 $v \rightarrow$ Velocidade \Rightarrow metro por segundo (m/s)

9.3 - TEOREMA DA ENERGIA CINÉTICA

A idéia física do Teorema da Energia Cinética é extremamente importante para a compreensão do conceito de Trabalho em física.

Supondo uma força **F** constante, aplicada sobre um corpo de massa m com velocidade \mathbf{v}_A , no início do deslocamento **d** e velocidade \mathbf{v}_B no final desse mesmo deslocamento.



Demonstração

Partindo da equação de Torricelli:	$v^2 = v_o^2 + 2 \cdot a \cdot \Delta s$
Substituindo os valores conhecidos:	$v_B^2 = v_A^2 + 2 \cdot a \cdot d$
Isolando a aceleração temos:	$a = \frac{v_B^2 - v_A^2}{2 \cdot d}$
Substituindo a expressão obtida acima na equação do Princípio Fundamental $F_R = m \cdot a$:	$F_R = m \cdot \frac{(v_B^2 - v_A^2)}{2 \cdot d}$
Rearranjando os termos:	$F_R \cdot d = \frac{m \cdot v_B^2}{2} - \frac{m \cdot v_A^2}{2}$

Repare que o 1º termo é o trabalho da força resultante; o 2º e 3º termos são a energia cinética inicial e final do móvel.

$$W_R = E_{C_B} - E_{C_A}$$



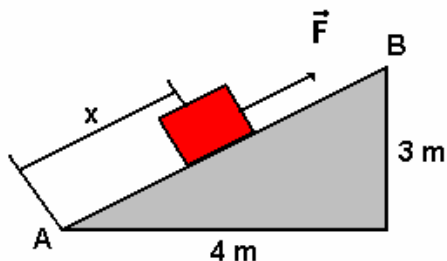
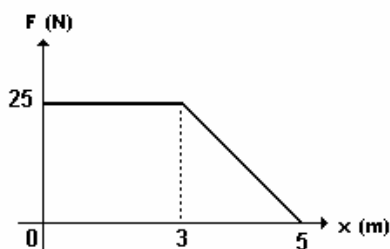
TEOREMA DA ENERGIA CINÉTICA

O Trabalho realizado pela força resultante que atua sobre o corpo é igual a variação da energia cinética sofrida por este corpo.

EXERCÍCIOS

107> Uma bala de 10 g atinge normalmente um obstáculo com velocidade igual a 600 m/s e penetra a 20 cm no mesmo, na direção do movimento. Determine a intensidade da força média de resistência oposta, pela parede, à penetração, suposta constante.

108> O bloco de peso $P = 10 \text{ N}$ parte do repouso e sobe a rampa, mediante a aplicação da força \mathbf{F} , cujo gráfico em função de x está indicado. O trabalho da força de atrito de A até B, em módulo é 10 J. Calcule a velocidade do bloco ao atingir o ponto B.
($g = 10 \text{ m/s}^2$)



9.4 - ENERGIA POTENCIAL

Existe uma forma de energia que está associada a posição, ou melhor, uma energia que fica armazenada, pronta para se manifestar quando exigida, esta forma de energia recebe o nome de Potencial.



Quando discutimos o conceito de trabalho, falamos sobre dois casos especiais: o trabalho do peso e da força elástica. Esses trabalhos independem da trajetória e conduzem ao conceito de uma nova forma de energia – **Energia Potencial**.

9.4.1 - Energia Potencial Gravitacional (E_{PG})

Devido ao campo gravitacional um corpo nas proximidades da superfície terrestre tende a cair em direção ao centro da Terra, este movimento é possível devido a energia guardada que ele possuía. Esta energia é chamada Potencial Gravitacional.

Como calcular ?

$$E_{PG} = m \cdot g \cdot h$$

UNIDADE NO SI:

$E_{PG} \rightarrow$ Energia Potencial Gravitacional \Rightarrow Joule (J)

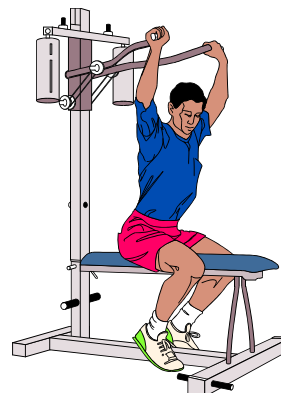
$m \rightarrow$ massa \Rightarrow quilograma (kg)

$g \rightarrow$ aceleração da gravidade local \Rightarrow metro por segundo ao quadrado (m/s^2)

$h \rightarrow$ altura \Rightarrow metro (m)

9.4.2 - Energia Potencial Elástica (E_{PE})

Ao esticarmos ou comprimirmos uma mola ou um elástico, sabemos que quando soltarmos esta mola ela tenderá a retornar a sua posição natural (original). Essa tendência de retornar a posição natural é devido a algo que fica armazenado na mola a medida que ela é esticada ou comprimida. Este algo é a energia potencial elástica.



Como calcular ?

$$E_{PE} = \frac{k \cdot x^2}{2}$$

UNIDADE NO SI:

$E_{PE} \rightarrow$ Energia Potencial Elástica \Rightarrow Joule (J)

$k \rightarrow$ constante elástica \Rightarrow Newton por metro (N/m)

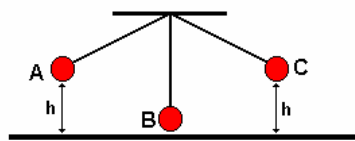
$x \rightarrow$ deformação da mola \Rightarrow metro (m)

9.5 - PRINCÍPIO DE CONSERVAÇÃO DA ENERGIA MECÂNICA

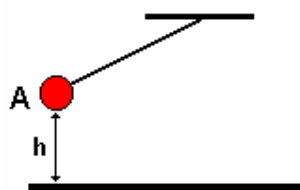
Existem determinadas situações em que podemos perceber a energia potencial sendo transformada em energia cinética e vice-versa.

Vejamos por exemplo a movimentação de um pêndulo simples:

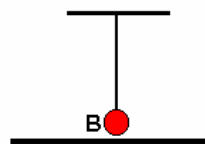
O pêndulo é colocado a oscilar a partir do ponto A, ou seja no ponto A ele está em repouso. Desprezando qualquer forma de atrito, o pêndulo passa pelo ponto B e atinge o ponto C que está na mesma altura do ponto A.



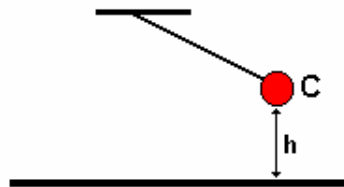
Como a velocidade no ponto A é zero, podemos afirmar que sua energia cinética também é igual a zero. Já sua altura (no movimento considerado) é máxima, portanto sua energia potencial é máxima. A partir do momento que ele passa a se movimentar sua energia cinética começa a aumentar e sua energia potencial começa a diminuir (altura diminui).



Quando o corpo atinge o ponto B sua altura é praticamente nula, portanto sua energia potencial é nula, por um outro ao atingir o ponto B o pêndulo possui velocidade máxima (já que terminou a descida), logo a sua energia cinética é máxima.



O Ponto C possui características iguais ao ponto A. O importante aqui é ressaltar que em todo o movimento do pêndulo houve variações nos dois tipos de energia, mas a medida que uma aumentava a outra diminuía na mesma proporção, de tal forma que a soma da energia cinética com a energia potencial em todo o percurso é constante.



A soma da energia cinética com a energia potencial é chamada de **Energia Mecânica**.



PRINCÍPIO DA CONSERVAÇÃO DA ENERGIA MECÂNICA

Num sistema conservativo (sistemas em que não existam forças dissipativas, como atrito, resistência do ar, etc.) a energia mecânica será sempre a mesma em qualquer instante.

Matematicamente:

$$E_{M_A} = E_{M_B}$$

$$E_{C_A} + E_{P_A} = E_{C_B} + E_{P_B}$$

EXERCÍCIOS

109> Uma pedra é atirada verticalmente para cima com velocidade inicial de 30 m/s. Desprezando a resistência do ar e adotando $g = 10 \text{ m/s}^2$, determine a altura máxima atingida pela pedra.

(FUVEST-SP) 110> Numa montanha russa, um carrinho com 300 kg de massa é abandonado do repouso de um ponto A que está a 5 m de altura. Supondo que o atrito seja desprezível, pergunta-se:
 (a) o valor da velocidade do carrinho no ponto B (ele passa pelo chão logo após passar por A).
 (b) a energia cinética do carrinho no ponto C que está a 4 m de altura.
 (c) Mostre que a energia mecânica se conserva nos 3 pontos.



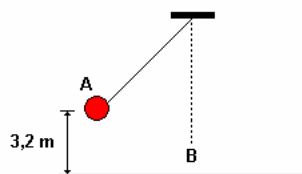
111> Uma bola de massa 0,5 kg é lançada verticalmente de baixo para cima, com velocidade inicial $v_0 = 20 \text{ m/s}$. A altura atingida pela bola foi de 15 m. Supondo-se a aceleração da gravidade local $g = 10 \text{ m/s}^2$, calcule a energia dissipada devido a resistência do ar.

DESAFIO:



11> Um pêndulo simples, cuja esfera pendular tem massa de 1 kg, é abandonado em repouso na posição A, indicada na figura. No local, a aceleração da gravidade é $g = 10 \text{ m/s}^2$ e a resistência do ar é nula. Determine, quando a esfera passa pela posição B:

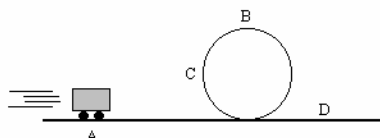
- qual sua energia cinética;
- qual sua velocidade escalar.



**EXERCÍCIOS
COMPLEMENTARES**

112> Determine a velocidade que um corpo adquire ao cair de uma altura h , conhecida, a partir do repouso. Dado g = aceleração da gravidade local.

113> Numa superfície plana e polida um carrinho tem velocidade v_0 e descreve a pista indicada. Conhecendo-se R , raio da curva da pista, e g , a aceleração da gravidade local, determine o menor valor da velocidade inicial para que o fenômeno seja possível.



114> Um menino desce um escorregador de altura 3 m a partir do repouso e atinge o solo. Supondo que 40 % da energia mecânica é dissipada nesse trajeto, determine a velocidade do menino ao chegar ao solo. Considere $g = 10 \text{ m/s}^2$.

(FUVEST-SP) 115> Um bloco de 1,0 kg de massa é posto a deslizar sobre uma mesa horizontal com energia cinética inicial de 2 J. Devido ao atrito entre o bloco e a mesa ele pára após percorrer a distância de 1,0 m. Pergunta-se:

- (a) Qual o coeficiente de atrito, suposto constante, entre a mesa e o bloco ?
- (b) Qual o trabalho efetuado pela força de atrito ? Dado $g = 10 \text{ m/s}^2$.

**A ENERGIA NUCLEAR**

Muitos países do mundo que utilizam energia nuclear para obter sua energia elétrica. Inclusive o Brasil numa proporção muito pequena, através da Usina Nuclear de Angra dos Reis (Foto). Existem duas formas de se obter energia nuclear: fissão nuclear (divisão, por ruptura, de um núcleo muito pesado em dois núcleos mais leves) e fusão nuclear (união, por aglomeração de núcleos leves, para formar um núcleo mais pesado). As Usinas utilizam fissão nuclear. O grande problema dessa forma de se obter energia nuclear é o lixo radioativo que sobra na reação.

10 – IMPULSO E QUANTIDADE DE MOVIMENTO

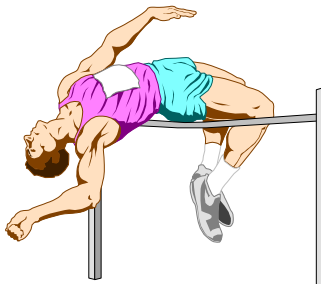
10.1 – INTRODUÇÃO

Estudamos, até agora, a existência de várias grandezas físicas que se inter-relacionam. Passaremos a estudar agora a relação entre a força aplicada a um corpo com o intervalo de tempo de sua atuação e seus efeitos.

Veremos que as grandezas Impulso e Quantidade de Movimento são dimensionalmente iguais e são extremamente importantes para entendermos melhor o nosso dia-a-dia.

10.2 – IMPULSO

O Conceito Físico Impulso está relacionado com a força aplicada durante um intervalo de tempo. Ou seja, quanto maior a força maior o impulso e quanto maior o tempo que você aplica maior será o impulso.



☞ Força Constante



Um rebatedor de beisebol ao rebater a bola, aplica uma força com o taco durante um pequeno intervalo de tempo na bola. A mesma coisa ocorre com o jogador de golfe. Já o jogador de futebol americano também aplica durante um intervalo de tempo uma certa força ao chutar a bola.

Portanto o Impulso é calculado da seguinte forma:

$$I = F \cdot \Delta t$$

UNIDADE NO SI:

$I \rightarrow$ Impulso \Rightarrow Newton x segundo (N.s)

$F \rightarrow$ Força constante \Rightarrow Newton (N)

$\Delta t \rightarrow$ Intervalo de tempo \Rightarrow segundo (s)

É fácil notar que o Impulso é uma grandeza que necessita de direção e sentido para sua total caracterização, portanto ela é uma grandeza vetorial.

CARACTERÍSTICAS:

Módulo $\rightarrow I = F \cdot \Delta t$

Direção \rightarrow igual à direção da força.

Sentido \rightarrow igual ao sentido da força.

EXERCÍCIOS

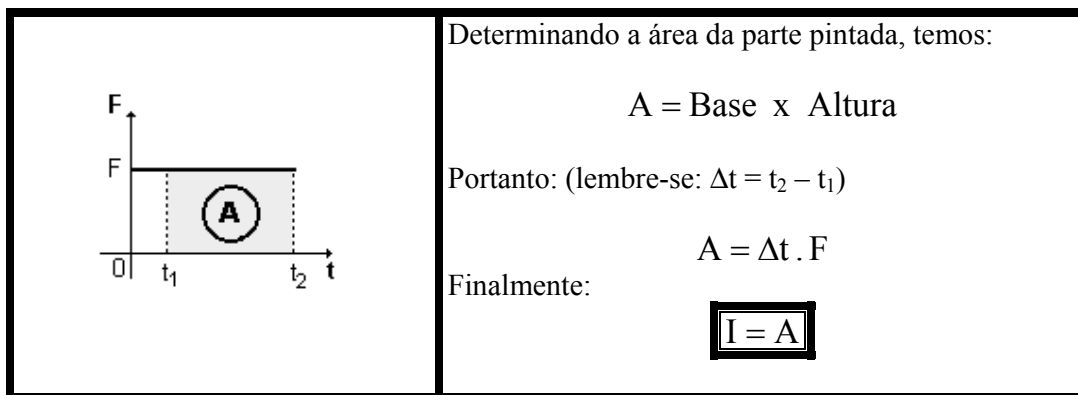
116> Um ponto material fica sujeito à ação de uma força **F**, constante, que produz uma aceleração de 2 m/s^2 neste corpo de massa 50 000 gramas. Esta força permanece sobre o corpo durante 20 s. Qual o módulo do impulso comunicado ao corpo ?

☞ **Força Variável**

No caso em que a força aplicada sobre o corpo seja variável não podemos utilizar a fórmula anterior para resolver, então como faremos ?

A resposta é aquela utilizada para o cálculo do trabalho de forças variáveis, ou seja, determinar o gráfico e calcular a área.

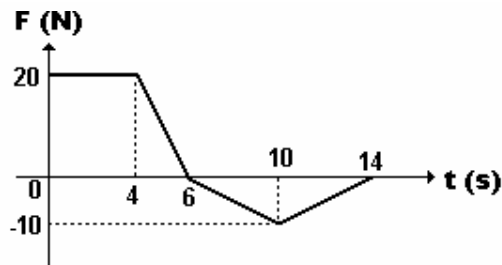
Imaginemos uma força constante aplicada sobre um corpo durante um intervalo de tempo Δt . O gráfico $F \times t$ seria:



É importante dizer que esta propriedade vale também para o caso da força variar.

EXERCÍCIOS

117> O gráfico a seguir nos dá a intensidade da força que atua sobre um corpo, no decorrer do tempo. A partir desse gráfico, calcule o impulso comunicado ao corpo entre os instantes $t_1 = 0$ e $t_2 = 14$ s.



10.3 – QUANTIDADE DE MOVIMENTO

Em certas situações a Força não é tudo.

Quando um jogador de voleibol “corta” uma bola ele transfere algo para ela. Esse algo que ele transfere para a bola é a grandeza física denominada quantidade de movimento.

A grandeza quantidade de movimento envolve a massa e a velocidade. Portanto uma “cortada” no jogo de voleibol será mais potente quanto maior for a velocidade no braço do jogador, pois é exatamente o movimento do braço que está sendo transferido para o movimento da bola.



Como Calculamos a Quantidade de Movimento de um corpo ?

$$Q = m \cdot v$$

UNIDADE NO SI:

$Q \rightarrow$ Quantidade de Movimento \Rightarrow quilograma x metro por segundo (kg.m/s)

$m \rightarrow$ massa \Rightarrow quilograma (kg)

$v \rightarrow$ velocidade \Rightarrow metro por segundo (m/s)

Quantidade de Movimento é uma grandeza vetorial, portanto precisamos além do módulo sua direção e sentido.

CARACTERÍSTICAS:

Módulo $\rightarrow Q = m \cdot v$

Direção \rightarrow igual à direção da velocidade.

Sentido \rightarrow igual ao sentido da velocidade.

EXERCÍCIOS

DESAFIO:



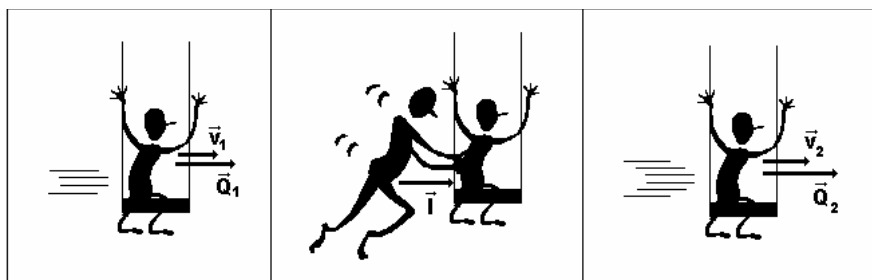
12> Mostre que as grandezas Quantidade de Movimento e Impulso são dimensionalmente iguais.

118> Uma partícula de massa 0,5 kg realiza um movimento obedecendo à função horária: $s = 5 + 2t + 3t^2$ (SI). Determine o módulo da quantidade de movimento da partícula no instante $t = 2$ s.

10.4 - TEOREMA DO IMPULSO

Embora no fim desta parte de nosso estudo nós cheguemos a uma expressão matemática, o conceito do Teorema do Impulso é muito mais importante do que a matemática dele.

Observemos a sequência abaixo:

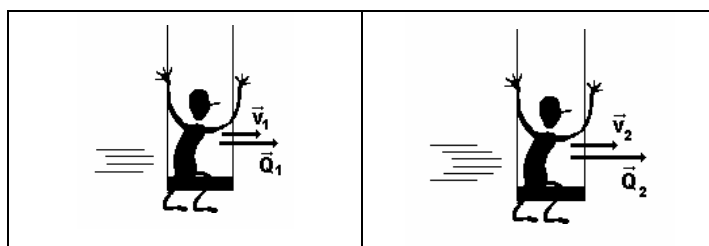


Imagine uma criança num balanço com uma certa velocidade. Imagine também que num certo instante o pai desta criança aplica-lhe uma força durante um intervalo de tempo, ou seja, lhe dá um impulso. O resultado do impulso dado pelo pai é um aumento na quantidade de movimento que o menino possuía. O teorema do impulso diz que se pegarmos o “movimento” que o menino passou a ter no final e compararmos com o “movimento” que ele tinha veremos que ele ganhou um certo “movimento” que é exatamente o impulso dado pelo pai.

Colocamos a palavra movimento entre aspas, pois na realidade é a quantidade de movimento.

O Teorema do Impulso é válido para qualquer tipo de movimento. Entretanto iremos demonstrá-lo para o caso de uma partícula que realiza um movimento retilíneo uniformemente variado (MRUV).

Retomando o desenho do balanço:



Demonstração

Pelo Princípio Fundamental da Dinâmica:	$F_R = m \cdot a$
Utilizando a definição de aceleração:	$F_R = m \cdot \frac{\Delta v}{\Delta t}$

Passando o tempo de um lado e a velocidade do outro, temos:	$F_R \cdot \Delta t = m \cdot (v_2 - v_1)$
Aplicando a propriedade distributiva:	$F_R \cdot \Delta t = m \cdot v_2 - m \cdot v_1$
Portanto, como $I = F \cdot \Delta t$ e $Q = m \cdot v$, o Teorema do Impulso é:	$I_R = Q_2 - Q_1$



TEOREMA DO IMPULSO

O impulso resultante comunicado a um corpo, num dado intervalo de tempo, é igual à variação na quantidade de movimento desse corpo, no mesmo intervalo de tempo.

EXERCÍCIOS

119> Uma força constante atua durante 5 s sobre uma partícula de massa 2 kg, na direção e no sentido de seu movimento, fazendo com que sua velocidade escalar varie de 5 m/s para 9 m/s. Determine:

- (a) o módulo da variação da quantidade de movimento;
- (b) a intensidade do impulso da força atuante;
- (c) a intensidade da força.

120> Um corpo é lançado verticalmente para cima com velocidade inicial 20 m/s. Sendo 5 kg a massa do corpo, determine a intensidade do impulso da força peso entre o instante inicial e o instante em que o corpo atinge o ponto mais alto da trajetória.

10.5 - PRINCÍPIO DA CONSERVAÇÃO DA QUANTIDADE DE MOVIMENTO

Os Princípios de Conservação, em física, são extremamente importantes para melhor compreensão dos fenômenos do dia-a-dia e ajudam muito na resolução de problemas complexos.

Neste caso é necessário que saibamos o conceito de Sistema Isolado; sistema no qual a resultante das forças externas que atuam sobre ele é nula.

Antes de enunciarmos este princípio, vejamos sua demonstração.

Demonstração

Partindo do Teorema do Impulso, temos:	$\vec{I} = \Delta \vec{Q}$
Podemos escrever ainda que:	$\vec{F} \cdot \Delta t = \Delta \vec{Q}$

Sendo o sistema Isolado sabemos que:	$\vec{F} = \vec{0}$
Portanto, podemos escrever que:	$\Delta \vec{Q} = \vec{0}$
Da mesma forma que:	$\vec{Q}_2 - \vec{Q}_1 = \vec{0}$
Finalmente, temos o Princípio de Conservação:	$\vec{Q}_2 = \vec{Q}_1$



PRINCÍPIO DE CONSERVAÇÃO DA QUANTIDADE DE MOVIMENTO

Num Sistema Isolado, a quantidade de movimento no início é igual a quantidade de movimento no fim, ou seja, ela permanece constante.

IMPORTANTE:

☞ Sendo a quantidade de movimento uma grandeza vetorial, se ela for constante não variam módulo, direção e sentido.

EXERCÍCIOS

121> Um canhão de artilharia horizontal de 1 t dispara uma bala de 2 kg que sai da peça com velocidade de 300 m/s. Admita a velocidade da bala constante no interior do canhão. Determine a velocidade de recuo da peça do canhão.

122> Um foguete de massa M move-se no espaço sideral com velocidade de módulo v . Uma repentina explosão fragmenta esse foguete em três partes iguais que continuam a se movimentar na mesma direção e no mesmo sentido do foguete original. Uma das partes está se movimentando com velocidade de módulo $v/5$, outra parte com velocidade $v/2$. Qual o módulo da velocidade da 3ª parte.

EXERCÍCIOS COMPLEMENTARES

123> Ao da o saque “viagem ao fundo do mar” num jogo de voleibol, um jogador aplica uma força de intensidade $6 \cdot 10^2$ N sobre a bola, durante um intervalo de $1,5 \cdot 10^{-1}$ s. Calcule a intensidade do impulso da força aplicada pelo jogador.

124> Um projétil de massa 20 g incide horizontalmente sobre a tábua com velocidade 500 m/s e a abandona com velocidade horizontal e de mesmo sentido de valor 300 m/s. Qual a intensidade do impulso comunicado ao projétil pela tábua ?

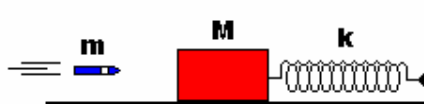
125> Um vagão de trem, com massa $m_1 = 40\,000$ kg, desloca-se com velocidade $v_1 = 0,5$ m/s num trecho retilíneo e horizontal de ferrovia. Esse vagão choca-se com outro, de massa $m_2 = 30\,000$ kg, que se movia em sentido contrário, com velocidade $v_2 = 0,4$ m/s, e os dois passaram a se mover engatados. Qual a velocidade do conjunto após o choque ?

126> Um tenista recebe uma bola com velocidade de 50 m/s e a rebate, na mesma direção e em sentido contrário, com velocidade de 30 m/s. A massa da bola é de 0,15 kg. Supondo que o choque tenha durado 0,1 s, calcule a intensidade da força aplicada pela raquete à bola.

DESAFIO:

(ITA-SP) 13> Na figura temos uma massa $M = 132$ g, inicialmente em repouso, presa a uma mola de constante elástica $k = 1,6 \cdot 10^4$ N/m, podendo se deslocar sem atrito sobre a mesa em que se encontra. Atira-se uma bala de massa $m = 12$ g que encontra o bloco horizontalmente, com uma velocidade $v_0 = 200$ m/s incrustando-se nele. Qual é a máxima deformação que a mola experimenta ?

(a) 25 cm; (b) 50 cm; (c) 5,0 cm; (d) 1,6 m; (e) n.r.a.



11 – COLISÕES MECÂNICAS

11.1 INTRODUÇÃO

O conceito de colisão é muito importante no curso de física, além dos choques mais simples que iremos tratar, existem colisões extremamente complexas como as estudadas por centros de pesquisa como a NASA, colisões entre partículas. Neste estudo existe a preocupação de materiais capazes a resistir a colisões no espaço.

Portanto fiquemos atentos aos detalhes desta discussão.

11.2 – DEFINIÇÃO

Choques mecânicos ou colisões mecânicas são resultados de interação entre corpos. Podemos dividir essas interações em duas partes:

☞ **Deformação:** Onde a energia cinética é convertida em energia potencial.

☞ **Restituição:** A energia potencial é transformada em energia cinética. Essa transformação pode ser total, parcial ou não existir.

É exatamente a forma como a energia potencial é restituída em energia cinética que define os tipos de colisões e é isso que estudaremos agora.

11.3 – TIPOS DE COLISÃO

☞ COLISÃO ELÁSTICA

Neste tipo de colisão a energia cinética antes da colisão é igual a energia cinética após a colisão, portanto não existe dissipação de energia. Como não houve dissipação podemos concluir que a velocidade após a colisão é trocada, ou seja a velocidade de um corpo passa para outro e vice-versa.

Esquemáticamente temos:



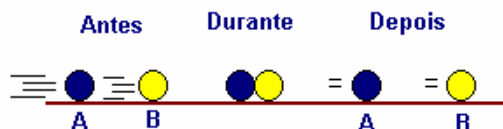
☞ COLISÃO PARCIALMENTE ELÁSTICA

Na Colisão Parcialmente Elástica temos a energia cinética antes da colisão maior que a energia cinética após a colisão, portanto existe dissipação da energia. Por causa da dissipação da energia a velocidade do conjunto no fim diminui e a velocidade de A e B são diferentes.

Fica ainda uma pergunta: Para onde foi a energia dissipada ?

A energia foi transformada em Calor, por causa do atrito existente na colisão.

Esquemáticamente temos:



☞ COLISÃO INELÁSTICA

A Colisão Inelástica possui energia cinética antes da colisão maior do que no final da colisão. Aqui a dissipação de energia é máxima, portanto no final as velocidades de A e B serão iguais, ou seja eles continuaram juntos.

Esquemáticamente temos:



IMPORTANTE:

☞ Como nós estamos trabalhando com sistemas isolados a quantidade de movimento é constante em qualquer tipo de colisão.

5.4 – COEFICIENTE DE RESTITUIÇÃO

Para se fazer a medição e caracterização matemática de uma colisão utilizamos o coeficiente de restituição. O coeficiente mostra a taxa de energia cinética que é restituída após a colisão, logo na colisão elástica esta taxa é máxima e na colisão inelástica ela será mínima.

Como calcular o coeficiente ?

$$e = \left| \frac{v_{af}}{v_{ap}} \right|$$

UNIDADE NO SI:

$e \rightarrow$ Coeficiente de Restituição \Rightarrow Adimensional
 $v_{af} \rightarrow$ velocidade de afastamento \Rightarrow metro por segundo (m/s)
 $v_{ap} \rightarrow$ velocidade de aproximação \Rightarrow metro por segundo (m/s)

É fácil mostrar que podemos rescrever a expressão anterior da seguinte forma

$$e = - \left| \frac{v_B^d - v_A^d}{v_B^a - v_A^a} \right|$$

NOMENCLATURA:

$e \rightarrow$ Coeficiente de Restituição
 $v_B^d \rightarrow$ velocidade de B depois da colisão
 $v_B^a \rightarrow$ velocidade de B antes da colisão
 $v_A^d \rightarrow$ velocidade de A depois da colisão
 $v_A^a \rightarrow$ velocidade de A antes da colisão

EXERCÍCIOS

DESAFIO:



14> Demonstre a expressão anterior.

RESUMO GERAL DAS COLISÕES

TIPOS	e	E_C	Q
Elástica	1	$E_d = E_a$	$Q_d = Q_a$
Parc. Elástica	$0 < e < 1$	$E_d < E_a$	$Q_d = Q_a$
Inelástica	0	$E_d < E_a$	$Q_d = Q_a$

NOMENCLATURA:

$e \rightarrow$ Coeficiente de Restituição
 $E_d \rightarrow$ energia cinética depois da colisão
 $E_a \rightarrow$ energia cinética antes da colisão
 $Q_d \rightarrow$ quantidade de movimento depois da colisão
 $Q_a \rightarrow$ quantidade de movimento antes da colisão

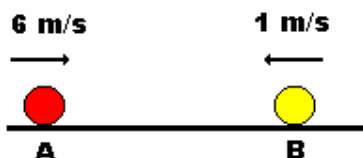
EXERCÍCIOS

127> Uma partícula de massa m desloca-se num plano horizontal, sem atrito, com velocidade $v_A = 12 \text{ m/s}$. Sabe-se ainda que ela colide com uma Segunda partícula B de massa m , inicialmente em repouso. Sendo o choque unidimensional e elástico, determine suas velocidades após o choque (faça o desenvolvimento matemático).

128> Um corpo A de massa $m_A = 2 \text{ kg}$, desloca-se com velocidade $v_A = 30 \text{ m/s}$ e colide frontalmente com uma Segunda partícula B, de massa $m_B = 1 \text{ kg}$, que se desloca com velocidade $v_B = 10 \text{ m/s}$, em sentido oposto ao de A. Se o coeficiente de restituição desse choque vale 0,5, quais são as velocidades das partículas após a colisão ?

**EXERCÍCIOS
COMPLEMENTARES**

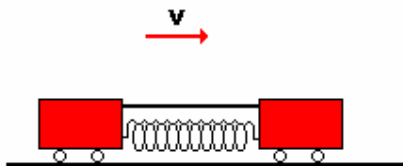
129> Seja um choque perfeitamente elástico de dois corpos A e B. A velocidade de cada corpo está indicada na figura e suas massas são $m_A = 2 \text{ kg}$ e $m_B = 10 \text{ kg}$. Determine as velocidades de A e B após o choque.



(FUVEST-SP) 130> Dois carrinhos iguais, com 1 kg de massa cada um, estão unidos por um barbante e caminham com velocidade de 3 m/s . Entre os carrinhos há uma mola comprimida, cuja massa pode ser desprezada. Num determinado instante o barbante se rompe, a mola se desprende e um dos carrinhos pára imediatamente.

(a) Qual a quantidade de movimento inicial do conjunto ?

(b) Qual a velocidade do carrinho que continua em movimento ?



(FUVEST-SP) 131> Dois corpos se movem com movimento retilíneo uniforme num plano horizontal onde as forças de atrito são desprezíveis. Suponha que os dois corpos, cada com energia cinética de 5 J, colidam frontalmente, fiquem grudados e parem imediatamente, devido à colisão.

- (a) Qual foi a quantidade de energia mecânica que não se conservou na colisão ?
- (b) Qual era a quantidade de movimento linear do sistema, formado pelos dois corpos, antes da colisão ?



APÊNDICE A

RECORDANDO FUNÇÕES DO 1º e 2º GRAU

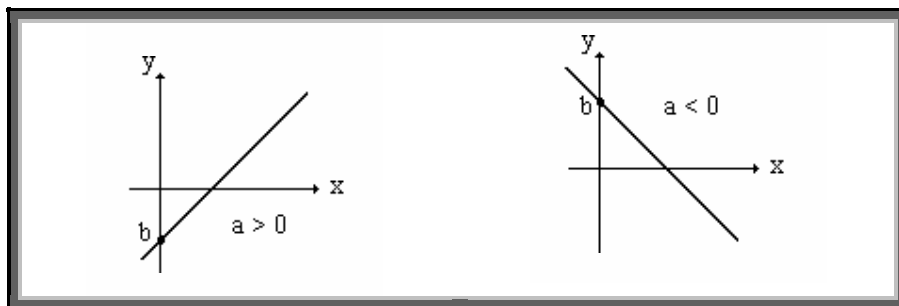
FUNÇÃO DO 1º GRAU

$$y = ax + b$$

Temos que:

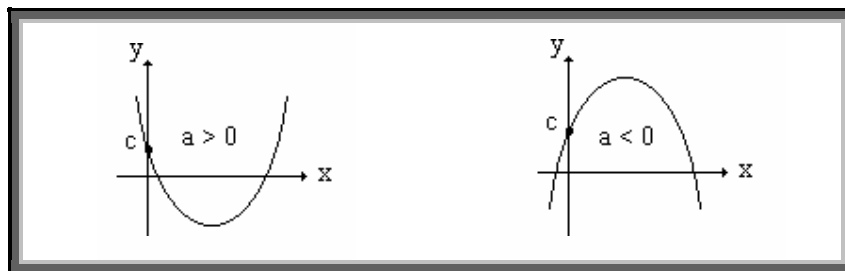
a é o coeficiente angular da reta;

b é o coeficiente linear;



FUNÇÃO DO 2º GRAU

$$y = ax^2 + bx + c$$



APÊNDICE B

FORMULÁRIO MATEMÁTICO EQUAÇÃO DO 2º GRAU

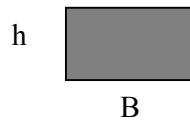
$$ax^2 + bx + c = 0$$

Temos como solução:

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4.a.c}}{2.a}$$

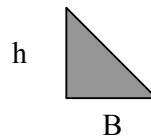
ÁREAS

RETÂNGULO



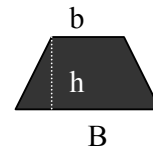
$$A = B.h$$

TRIÂNGULO



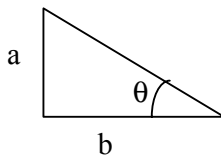
$$A = \frac{B.h}{2}$$

TRAPÉZIO



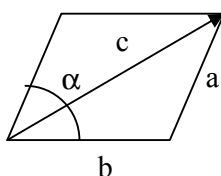
$$A = \frac{(B + b)}{2} . h$$

TRIGONOMETRIA - Tangente -



$$\text{tg } \theta = \frac{\text{cateto oposto a } \theta}{\text{cateto adjacente a } \theta} = \frac{a}{b}$$

- Lei dos Cossenos -



$$c^2 = a^2 + b^2 + 2.a.b.\cos \alpha$$

APÊNDICE C

SISTEMA INTERNACIONAL DE UNIDADES (SI)

A utilização simultânea de vários sistemas de unidades sempre gerou alguns problemas:

- (a) necessidade de se manter uma grande quantidade de padrões diferentes;
- (b) diferentes formas em algumas equações da Física;
- (c) necessidade de se converter os valores quando fosse preciso comparar;
- (d) complicações maiores ou menores no ensino e aprendizado das ciências físicas;
- (e) dificuldades nas transações comerciais.

A tentativa de se resolver os problemas mencionados, com um sistema de unidades que fosse único não só em um dado país mas no mundo inteiro começou no século XVIII, na França, com o estabelecimento do Sistema Métrico Decimal.

A adoção, porém, de um único sistema de unidades, pelos vários países somente começou a se cristalizar em 1960, como resultado de estudos científicos e de longas discussões a nível diplomático, que deram origem ao Sistema Internacional de Unidades (SI). O SI foi proposto no sentido de ser um sistema de unidades prático, apto a ser usado tanto na Ciência como na Técnica e no Comércio. Uma de suas grandes vantagens é ser o sistema legal de unidades em quase todos os países do nosso planeta. Os únicos que não adotam oficialmente: EUA, Gâmbia, Jamaica, Libéria e Malavi, já o usam em muitos casos, principalmente na Ciência e na Técnica.

No Brasil o SI é o sistema legal desde 1960 (por sinal, foi o nosso país um dos primeiros a adotar, também, o Sistema Métrico: Lei Imperial nº 1157 de 26/06/1862) e a sua adoção na forma prática encontra cada vez menos resistência devido aos esforços de várias entidades, entre elas a ABNT que está reformulando suas normas para se ajustar ao SI.

Estrutura do Sistema Internacional de Unidades

O SI se fundamenta em:

☞ sete unidades de base:

UNIDADE	SÍMBOLO	GRANDEZA
metro	m	comprimento
quilograma	kg	massa
segundo	s	tempo
ampere	A	corrente elétrica
kelvin	K	temperatura termodinâmica
mol	mol	quantidade de matéria
candela	cd	intensidade luminosa

☞ **unidades suplementares:**

UNIDADE	SÍMBOLO	GRANDEZA
radiano	rad	ângulo plano
esterradiano	sr	ângulo sólido

☞ **unidades derivadas:** deduzidas direta ou indiretamente das unidades de base ou suplementares. Exemplos de algumas:

UNIDADE	SÍMBOLO	GRANDEZA
metro por segundo	m/s	velocidade
newton	N	força
joule	J	trabalho
ohm	Ω	resistência elétrica

☞ **múltiplos e submúltiplos decimais das unidades**

NOME	SÍMBOLO	FATOR
exa	E	$10^{18} = 1\,000\,000\,000\,000\,000\,000$
peta	P	$10^{15} = 1\,000\,000\,000\,000\,000$
tera	T	$10^{12} = 1\,000\,000\,000\,000$
giga	G	$10^9 = 1\,000\,000\,000$
mega	M	$10^6 = 1\,000\,000$
quilo	k	$10^3 = 1\,000$
hecto	h	$10^2 = 100$
deca	da	10
deci	d	$10^{-1} = 0,1$
centi	c	$10^{-2} = 0,01$
mili	m	$10^{-3} = 0,001$
micro	μ	$10^{-6} = 0,000\,001$
nano	n	$10^{-9} = 0,000\,000\,001$
pico	p	$10^{-12} = 0,000\,000\,000\,001$
femto	f	$10^{-15} = 0,000\,000\,000\,000\,001$
atto	a	$10^{-18} = 0,000\,000\,000\,000\,000\,001$

RESPOSTAS

Exercícios e Exercícios Complementares

1> 1 min 38,4 s

2> (a) 10000 m

(b) 200 cm

(c) 7200 s

(d) 2000 mm

3> letra d

4> letra b

5> (a) $2,0 \times 10^3$ m(b) $3,4824 \times 10^2$ cm(c) $2,3 \times 10^{-4}$ s(e) $3,0 \times 10^{-2}$ m



6> 3,6 km/h

7> (a) zero

(b) $\cong 207,32$ km/h

8> 500 s

9> 80 km/h

10> (a)  (b) 

11> letra b

12> 6 m/s^2

13>

(a) progressivo

retardado;

(b) retrógrado

retardado;

(c) retrógrado

acelerado;

(d) progressivo

acelerado.

14>

(a) progressivo,

retardado;

(b) retrógrado,

retardado.

15> (a) 10^2 cm; (b) 10^{-2} m(c) 10^3 m; (d) 10^{-3} km

(e) 60 min; (f) 60 s;

(g) $1/3600$ h;

(h) 86400 s

16> 15 km/h

17> (a) 100 km/h

(b) 0,5 h

18> letra d

19> letra e

20> (a) 260 g

(b) 0,01 cm

21> (a) 60 pessoas

(b) 70 m

22> letra c

23> (a) - 20 m e 5 m/s

(b) 30 m

(c) 4 s

24> 500 m

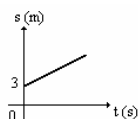
25> (a) 15s

(b) 525 m

26> 2h e 140 km

27> (a) $s = 20 - 2.t$ (b) $s = 40$ m28> (a) $\Delta s = 50$ m(b) $s = 3 + 5.t$ (c) $s = 53$ m

(d)



29> (a) 1700 m

(b) $\cong 5,67 \cdot 10^{-6}$ s

30> 510 m

31> (a) 10 s

(b) 15 s

32> letra e

33> letra d

34> (a) -20 m/s e 4 m/s^2

(b) - 4 m/s

(c) 10 s

(d) 5 s

35> 75 m/s

36> (a) 3 m, 2 m/s, - 2 m/s^2 (b) $v = 2 - 2.t$

(c) 3 m e - 2 m/s

(d) 1 s

(e) 3 s

37> letra a

38> (a) $3,5 \text{ m/s}^2$ (b) $v = 6 + 3,5.t$

(c) 76 m/s

39> $s = 5 + 10.t + 2,5.t^2$ $v = 10 + 5t$

40> 2 m/s

41> (a) 5 m/s^2

(b) 160 m

42> 100 m

43> $\cong - 11,09 \text{ m/s}^2$

44> letra a

45> letra c

46>

AB - MRU,

progressivo.

BC - MRUV,

progressivo, retardado.

CD - MRUV,

retrógrado, acelerado.

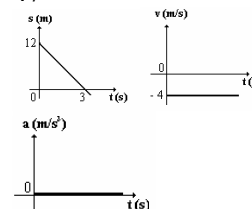
DE - MRU, retrógrado.

EF - MRUV,

retrógrado, retardado.

FG - Parado.

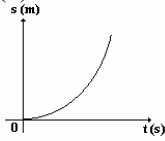
47>



- 48> (a) 5 m
(b) repouso
(c) 7s; 13s
(d) 2,5 m/s

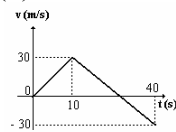
49>

(a)



- (b) 1,6 m/s

- 50> (a) $-0,75 \text{ m/s}^2$
(b)



- 51> (a) $s = 18t - 5t^2$
 $v = 18 - 10t$
(b) 1,8 s; (c) 16,2 m
(d) 9 m, descendo
(e) 3,6s e - 18 m/s

- 52> (a) 8s
(b) - 30 m/s

- 53> (a) 80 m
(b) 40 m/s

- 54> 1s e 3s

- 55> 6,25 m e 2,5 s

- 56> (a) 1,2 s
(b) 6 m/s
(c) 1,8 m

- 57> 50 Hz e 0,02 s

- 58> (a) 60 s e 1/60 Hz
(b) 3600 s e 1/3600 Hz
(c) 43200 s e 1/43200 Hz
(d) 86400 s e 1/86400 Hz
(e) 31536000 s e 1/31536000 Hz

- 59> 4 rad

- 60> (a) 2 Hz
(b) 0,5 s
(c) $4\pi \text{ rad/s}$
(d) $0,80 \pi \text{ m/s}$
(e) $3,2\pi^2 \text{ m/s}^2$

- 61> (a) $\pi/2 \text{ rad}$; $8\pi \text{ rad/s}$
(b) 1/4 s
(c) 4 Hz

- 62> (a) $\phi = 10 + 40t$
(b) 40 rad/s
(c) 800 m/s^2

- 63> (a) 5 rpm
(b) $0,1\pi \text{ m/s}$
(c) $30 \pi \text{ rad/min}$
(d) $10 \pi \text{ rad/min}$

- 64>
 $\cong 7,6 \cdot 10^6 \text{ s}$
 $\cong 1,3 \cdot 10^{-7} \text{ Hz}$

- 65> 1600 km/h

- 66> 30 km/s

- 67> (a) $\cong 52 \text{ s}$
(b) $0,1 \text{ m/s}^2$

- 68> (a) 1 N; (b) 10 N
(c) 5 N; (d) $\sqrt{63} \text{ N}$

- 69>
(a) 4 N; 2 m/s^2
(b) 15 N; 15 m/s^2
(c) 5 N; $1,7 \text{ m/s}^2$
(d) 4 N; 2 m/s^2

- 70> 6 m/s^2

- 71> 2^a ; 3^a ; 1^a

- 72> 800 N

- 73> 98 N e 16 N

- 74> (a) 100 N
(b) 120 N
(c) 80 N

- 75> $2\sqrt{30} \text{ m/s}$

- 76> 5 m/s^2

- 77> 3 m/s^2 e 21 N

- 78> 2 m/s^2 , 24 N e 48 N

- 79> (a) zero
(b) 70 N e 70 N

- 80> 150 N

- 81> 1000 N

- 82> letra c

- 83> 4 m/s^2

- 84> 6 m/s

- 85> 15 000 N

- 86> 24 000 N

- 87> (a) 2 m/s^2
(b) 6 N

- 88> (a) 2 m/s^2
(b) 40 N e 36 N

- 89> 15 N

- 90> $a = g \cdot \sin \theta$

- 91> $a = g (\sin \theta - \mu \cos \theta)$

- 92> (a) 3 m/s^2
(b) 60 N

- 93> (a) 1000 J, - 400 J, 0, 0
(b) 60 N, 600 J

- 94> (a) 1 m/s^2
(b) 600 kJ
(c) 700 kJ

- 95> Não, pois não há deslocamento.

- 96> 1,6 J

- 97> 6 J

- 98> letra e

- 99> 80 J; - 40 J e 0

- 100> (a) 1 kW
(b) 2 kW

- 101> 600 J
200 W

- 102> 500 W

- 103> 80 %

- 104> (a) 100 J
(b) 25 W

- 105> 75 %

- 106> $1 \text{ kW} = 4/3 \text{ HP}$

- 107> - 9000 N

- 108> 10,9 m/s

- 109> 45 m

- 110> (a) 10 m/s;
(b) 3000 J
(c) 15000 J

- 111> 25 J

- 112> $\sqrt{2gh}$

- 113> $\sqrt{5Rg}$

- 114> 6 m/s

115> (a) 0,20 (b) -2J	120> 100 N.s	126> 120 N	131> (a) 10 J (b) $\vec{0}$
116> 2000 N.s	121> 0,6 m/s	127> 0 e 12 m/s	
117> 60 N.s	122> 2,3 v	128> 30 m/s e 10 m/s	
118> 7 kg . m/s	123> 50 N.s	129> 5,67 m/s e 1,33 m/s	
119> (a) 8 kg.m/s (b) 8 N . s (c) 1,6 N	124> 4 N.s	130> (a) 6 kg . m/s (b) 6 m/s	
	125> 0,1 m/s		

BIBLIOGRAFIA

Os Exercícios das Apostilas de Cinemática e Dinâmica foram extraídos dos seguintes livros:

<ul style="list-style-type: none"> De Olho No Vestibular Bonjorno – Regina - Clinton FTD 	<ul style="list-style-type: none"> Física Clássica Calçada - Sampaio Atual
<ul style="list-style-type: none"> Curso Completo de Física Herskowitz - Pentestado - Scolfaro Moderna 	<ul style="list-style-type: none"> Os Fundamentos da Física Ramalho - Nicolau - Toledo Moderna

Textos Consultados

<ul style="list-style-type: none"> Sistema Internacional de Unidades Prof. Roberto A. Stempniak Curso de Aperf. de Prof. de Física ITA 	<ul style="list-style-type: none"> Princípios Matemáticos de Filosofia Natural Isaac Newton Edusp
---	--

Na Internet sempre pesquise:

www.idesa.com.br/fisica/