



MINISTÉRIO DA CIÊNCIA, TECNOLOGIA, INOVAÇÕES E COMUNICAÇÕES  
**INSTITUTO NACIONAL DE PESQUISAS ESPACIAIS**

**Computação Aplicada**

**ADRIANO PEREIRA ALMEIDA  
HELVECIO BEZERRA LEAL NETO**

**RELATÓRIO: POINT IN POLYGON STRATEGIES. HAINES, E. 1994**

**São José dos Campos**

**2019**

## Introdução

A modelagem de objetos e fenômenos naturais por meio da computação são técnicas que utilizam diferentes áreas da matemática para criar diversos modelos, buscando uma abstração do mundo real. Tais técnicas permitem uma visualização dos conceitos metodológicos dos campos ligados à computação gráfica (GOMES; VELHO, 1995).

Dentre os problemas ligados à criação desses modelos, temos a representações computacionais de dados geográficos. Como forma de representar computacionalmente os dados geográficos, os Sistemas de Informação Geográficas (Geographic Information Systems, GIS), permitem a realização de análises, quando as informações desses dados estão integradas criando um banco de dados geo-referenciados (CÂMARA; CASANOVA; MAGALHÃES, 1996).

A complexidade das aplicações com dados geográficos é um dos desafios que este relatório se propõem a explicar, dentre os quais, iremos discutir sobre estratégias em operações com pontos e polígonos. Para isto, teremos como entrada para os algoritmos, um conjunto de dados geográficos, que representam as geometrias de pontos e polígonos. Esses dados serão obtidos através das informações armazenadas pelo Sistema de Detecção do Desmatamento na Amazônia Legal em Tempo Real (DETER<sup>1</sup>).

Tendo como base o trabalho de (HAINES, 1994), onde são abordadas estratégias para verificar se um determinado ponto está dentro ou fora de um polígono, foi desenvolvido um algoritmo que utiliza os dados do DETER como entrada, e realiza uma bateria de testes para determinar a quantidade de pontos provenientes dos polígonos de desmatamento da Amazônia Legal, esses pontos foram convertidos em coordenadas vetoriais através de seu centroide (ponto onde as coordenadas são as médias das coordenadas dos pontos do polígono) e executados no algoritmo. Com essas informações de coordenadas vetoriais, é possível determinar a quantidade de pontos dentro dos polígonos que representam os municípios do estado do Pará.

---

<sup>1</sup> DETER - é um levantamento rápido de alertas de evidências de alteração da cobertura florestal na Amazônia, feito pelo INPE.

## Referencial Teórico

As informações sobre distribuições geográficas contidas nos GIS, foram apresentadas de forma bastante contextualizada em (CÂMARA; DAVIS; MONTEIRO, 2001). Os conceitos sobre geoprocessamento e como suas técnicas matemáticas e computacionais são abordados de forma a introduzir os principais conceitos que envolvem a representação de dados geográficos e quais os desafios que envolvem suas aplicações nos sistemas de bancos de dados geográficos.

Os diversos algoritmos que podem ser representados computacionalmente para resolver problemas de geometria, assim como suas aplicações e complexidades, são apresentados em (QUEIROZ, 2003) onde é feita uma completa abordagem sobre como os algoritmos geométricos são utilizados nos bancos de dados geográficos da biblioteca de software TerraLib<sup>2</sup>.

As estratégias envolvendo pontos e polígonos, são abordadas no capítulo 1.4 de (HAINES, 1994). A motivação para estudar os algoritmos que buscam estratégias para encontrar pontos em polígonos são vistas de maneira bem definida. As diferentes abordagens para os tipos côncavos e convexos de polígonos, é contextualizada de forma que cada um dos problemas que envolvem as operações são discutidas na forma de algoritmos.

## Desenvolvimento

As aplicações que envolvem operações em dados geográficos, são a forma que este trabalho busca apresentar, usando estratégias de como encontrar pontos dentro ou fora de polígonos. Para entender cada uma das técnicas usadas para resolver esse problema, nas próximas seções veremos algumas das estratégias abordadas por (HAINES, 1994) para trabalhar problemas envolvendo pontos em polígonos.

Para entender cada parte apresentada neste trabalho, é preciso definir as operações envolvendo as estratégias dos pontos e polígonos. A primeira definição que veremos é a de um Ponto, de acordo com (Davis Jr.; QUEIROZ, 2005)) um ponto é definido como um par ordenado  $(x,y)$  de coordenadas espaciais; uma Linha Poligonal é composta por uma sequência de Segmentos de Reta, tais segmentos são a combinação linear entre dois pontos no plano que formam uma reta; e um Polígono, “é a região do plano limitada por uma linha poligonal fechada”.

### 1.1 Ponto em Polígonos

Dentre as diversas aplicações que um GIS pode oferecer ao usuário, podemos tratar as operações que determinam se um ponto está no interior ou não de um polígono como uma das mais usuais para este problema. Dentre as estratégias para solucionar este problema, o trabalho de (HAINES, 1994) propõem uma solução a partir do Teorema de Curva de Jordan, onde é traçada uma reta a partir do ponto que se deseja verificar, até o exterior do polígono, e em seguida é contabilizado o número de vezes que essa semi-reta formada, cruza os seg-

<sup>2</sup> TerraLib é uma biblioteca de software GIS de código aberto que suportar o desenvolvimento de aplicações geográficas

mentos de reta que pertence ao polígono, se este valor for um número ímpar de vezes o ponto está no interior do polígono, tal operação é ilustrada na 1.

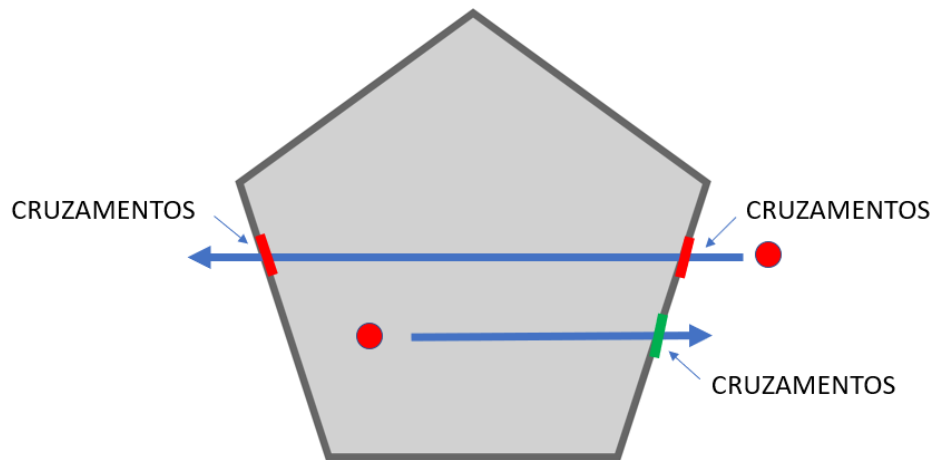


Figura 1 – Teste de pontos em polígonos, estratégia utilizando teorema de curva de Jordan.

O algoritmo utiliza a solução do problema a partir do Teorema de Curva de Jordan, onde é verificado se o ponto está dentro ou fora do polígono, sua complexidade é  $O(n)$ , onde  $n$  é o número de intersecções que a o segmento de reta cruza a partir do ponto até as bordas do polígono. Caso o raio de testes, formado pelo segmento de reta a partir do ponto, intercepte um ou mais vértices do polígono, o algoritmo deve ignorar esse vértice pois como o raio a partir do ponto é um divisor de meio plano, ou seja, o vértice sempre será classificado como um valor acima do raio, então nenhum desses vértices será considerado como intersectado (PREPARATA; SHAMOS, 1985).

Outro fator importante que deve ser observado, é caso um ponto esteja nas bordas do polígono, ou seja, em alguns casos o teste utilizando a abordagem de cruzamento de intersecções pode apresentar valores verdadeiros e falsos em alguns casos. Para isso, é necessário observar as operações topológicas aplicadas aos pontos que formam o polígono, tal abordagem verifica a orientação do polígono, onde é testado qual o sentido dos segmentos de reta que formam o polígono (QUEIROZ, 2003).

### 1.1.2 Teste da soma dos ângulos

De acordo com (HAINES, 1994), o pior algoritmo que pode ser utilizado para testar pontos contidos em um polígono, é o método da soma de ângulos. Tal método pode ser descrito, como a soma dos ângulos formados entre o ponto e os segmentos que compõem o polígono, essa soma terá valor igual a zero, caso o ponto esteja fora, no contrário se esta soma de ângulos for um múltiplo de 360 graus, o ponto está contido no polígono. Um dos problemas que envolvem esta abordagem, está justamente para valores múltiplos de 360, pois é necessário o calcular o produto da raiz quadrada, arco-cosseno, divisão, e pontos que cruzam cada aresta testada, e isto faz com que o algoritmo seja menos eficiente se comparado com a abordagem que utiliza as intersecções.

## 2. Resultados

Como forma de aplicar as estratégias com pontos e polígonos, foi desenvolvido um algoritmo que capaz de contabilizar um determinado número de pontos dentro de polígonos, para representar este algoritmo podemos acompanhar o algoritmo 1. Tais informações foram obtidas a partir dos dados geo-referenciados do projeto DETER. A abordagem que utiliza o *Teorema de Curva de Jordan*, foi a que apresentou melhores resultados para os dados de entrada.

---

### Algorithm 1 Ponto no Polígono

---

```

1:  $n \leftarrow$  Quantidade de pontos no polígono
2:
3: if  $n < 3$  then
4:   return false                                     ▷ Verifica se o polígono é válido
5:
6:  $raioInfinito \leftarrow$  Linha horizontal partindo do ponto
7:  $contador \leftarrow 0$ 
8:
9: while existir linhas do polígono para testar do
10:   $aresta \leftarrow$  Próxima linha do polígono          ▷ Percorre arestas no sentido horário ou
    anti-horário
11:  if  $raioInfinito$  intersecta com  $aresta$  then
12:     $contador ++$ 
13:
14:  if contador é par then
15:    return O ponto está dentro do Polígono
16:  else
17:    return O Ponto esta fora do Polígono
18: end

```

---

Nesse algoritmo, temos a definição onde cada um dos elementos que pertence as estratégias de pontos e polígonos, são executados de maneira recursiva. Primeiro, o algoritmo realiza a leitura dos dados geográficos que representam os polígonos, no caso foram selecionados coordenadas que representam os polígonos de municípios no estado do Pará. Em seguida, são carregadas as coordenadas que representam os pontos, para isso foram escolhidos novos polígonos, porém com uma abordagem onde a coordenada desse polígono, é a centroide (ponto em que as coordenadas são as médias das coordenadas) de pontos de desmatamento, coletados pelo projeto DETER.

Ao executar o algoritmo o pontos e polígonos são gerados, o processamento é executado comparando cada ponto (centroide do desmatamento) à um polígono que representa um município. No final da execução, temos o resultado do número total de pontos dentro dos polígonos dos municípios do estado do Pará.

### 2.1 Testes com dados geográficos

Para analisar o funcionamento do algoritmo, utilizamos os dados de entrada do ano de 2017, disponíveis nos arquivos geográficos do DETER. Foram extraídas as coordenadas geográficas dos centroides de cada um dos polígonos de desmatamento, e obtivemos o resultado

do gráfico 2. Tal informação, denota valores referentes ao desmatamento no estado do Pará, para o ano de 2017.



Figura 2 – Quantidade de focos de desmatamento, determinado pelo número de pontos dentro dos polígonos de municípios do estado do Pará, para o ano de 2017

No total, o algoritmo encontrou 1938 pontos a partir dos centroides que representam os polígonos de desmatamento nos municípios do estado do Pará. Tendo em vista que o total de pontos é 8589, o algoritmo desenvolvido foi capaz de avaliar que o percentual de pontos de desmatamento para o estado, contabilizam 22% do total de polígonos de desmatamento no ano de 2017.

### Considerações Finais

Entender o funcionamento das estratégias para encontrar pontos em polígonos, permitiu desenvolver um algoritmo capaz de contabilizar o número total de pontos dentro um polígono qualquer. Com isso, este trabalho fez uma abordagem sobre pontos de desmatamento em polígonos de cidades do estado do Pará no ano de 2017.

O Algoritmo desenvolvido mostrou-se bastante eficiente para efetuar a tarefa de contar o total de pontos dentro de polígonos, porém, para trabalhos futuros pretendemos otimizar o código para leitura dinâmica de arquivos das coordenadas de pontos. Além de realizar uma abordagem mais direta sobre os pontos de desmatamento.

Contudo, o desenvolvimento deste trabalho nos deu uma visão mais ampla do funcionamento dos algoritmos para buscas de pontos em polígonos, e entender como estes se aplicam para resolução de diversos problemas.

# Referências

CÂMARA, G.; CASANOVA, M. A.; MAGALHÃES, G. C. Anatomia de sistemas de informação geográfica. 1996. Citado na página 1.

CÂMARA, G.; DAVIS, C.; MONTEIRO, A. M. V. Introdução à ciência da geoinformação. 2001. Citado na página 2.

Davis Jr., C. A.; QUEIROZ, G. R. D. Algoritmos geométricos e relacionamentos topológicos. *Bancos de Dados Geográficos*, p. 43–83, 2005. Disponível em: <<http://www.dpi.inpe.br/livros/bdados/index.html>>. Citado na página 2.

GOMES, J.; VELHO, L. Abstraction paradigms for computer graphics. *The Visual Computer*, Springer, v. 11, n. 5, p. 227–239, 1995. Citado na página 1.

HAINES, E. Graphics gems iv. In: HECKBERT, P. S. (Ed.). San Diego, CA, USA: Academic Press Professional, Inc., 1994. cap. Point in Polygon Strategies, p. 24–46. ISBN 0-12-336155-9. Disponível em: <<http://dl.acm.org/citation.cfm?id=180895.180899>>. Citado nas páginas 1, 2 e 3.

PREPARATA, F.; SHAMOS, M. Computational geometry springer-verlag. *New York*, 1985. Citado na página 3.

QUEIROZ, G. R. de. Algoritmos geométricos para bancos de dados geográficos: da teoria à prática na terralib. 2003. Citado nas páginas 2 e 3.