# Modelação de Processos Biológicos

## Ficha de Trabalho 1

#### Exercício 1

Considere o processo de produção de um enzima com um microrganismo do género *Aspergillus* a partir de glucose. O fungo consome glucose e produz biomassa e enzima, de acordo com as equações seguintes. O microrganismo é cultivado em modo batch (descontínuo) ou em modo semi-contínuo com uma corrente de alimentação de glucose de 150 g/L.

Crescimento em glucose (S) com consumo de oxigénio (O) e produção de dióxido de carbono (C):

$$k_1S + k_2O \xrightarrow{\mu_1} X + k_3C$$

Produção de enzima (E) e biomassa (X) a partir da glucose (S):

$$k_4S + k_5O \xrightarrow{\mu_2} k_6E + X + k_7C$$

1. Considere a cinética da reacção 1 dada por:

$$\mu_1 = \mu_{\text{max } 1} \frac{S}{K_{S1} + S} = 0.3 \frac{S}{0.2 + S}$$

E para a reacção 2 por:

$$\mu_1 = \mu_{\text{max 2}} \frac{S}{K_{S2} + S} = 0.1 \frac{S}{0.3 + S}$$

Para o modelo acima:

- a. Deduza o modelo dinâmico do processo em modo batch, para S, X, E e V.
- b. Deduza o modelo dinâmico do processo em modo fed-batch, para S, X, E e V.

### Exercício 2

Considere o processo de produção de proteínas recombinadas com o microrganismo *Escherichia coli* (estirpe BL21).

Em condições aeróbias a bactéria consome glucose (S) e produz biomassa (X), proteína recombinada (P) e acetato (A), de acordo com as seguintes equações:

Crescimento oxidativo em glucose com produção:

$$k_1S + k_5O \xrightarrow{\mu_1} X + k_8C + k_{11}P$$

Crescimento fermentativo em glucose:

$$k_2S + k_6O \xrightarrow{\mu_2} X + k_9C + k_3A$$

Crescimento oxidativo em acetato:

$$k_4A + k_7O \xrightarrow{\mu_3} X + k_{10}C$$

- a) Deduza a partir das equações o modelo dinâmico do processo para X, S, A, P
   e V em modo descontínuo (batch).
- b) Implemente o modelo obtido na alinha a) em Python usando a rotina ode para a integração. Obtenha a variação de X, S, A, P e Volume (V) ao longo do tempo para 5 horas de fermentação. Considere valores iniciais de 4 g/L, 10 g/L, 0 g/L, 0 g/L e 3 L para X, S, A, P e V, respetivamente.
- c) Deduza o modelo dinâmico do processo para X, S, A, P e V em modo semicontínuo (fed-batch), considerando que há adição de um caudal de entrada F<sub>e</sub> de uma solução de glucose à concentração S<sub>e</sub>.
- d) Implemente o modelo obtido para modo semi-contínuo em Python usando a mesma rotina ode para a integração. Obtenha a variação de X, S, A, P e Volume (V) ao longo do tempo para 24 horas de fermentação com um perfil de alimentação constante de 0.8 L/h. Considere valores iniciais de 4 g/L, 0 g/L, 0 g/L, o g/L e 5 L para X, S, A, P e V, respetivamente. Considere uma concentração de 450 g/L na solução de alimentação.
- e) Imagine agora que está a utilizar no laboratório uma nova estirpe de *E. coli* (estirpe JM109) que tem um comportamento ligeiramente diferente da inicial (BL21). Essa nova estirpe foi cultivada em modo *fed-batch* com um perfil de alimentação constante de 0.8 L/h e mediram-se os dados experimentais disponíveis no *e-learning*.

Compare graficamente os dados experimentais da nova estirpe com os previstos com o seu modelo (construído para a estirpe BL21).

Formule o problema de estimação dos parâmetros k3, µmax3 e Ks3 para essa nova estirpe a partir dos dados experimentais de X e S fornecidos. Implemente o cálculo da Função Objetivo e resolva o problema com *Simulated Annealing*.

- f) Obtenha as sensibilidades ao longo do tempo das variáveis X e S aos parâmetros k3, μmax3 e Ks3.
- g) Derive o sistema em quimiostato, considerando o caudal de entrada F<sub>e</sub> igual ao usado no modo semi-contínuo e assumindo, neste caso, que o volume é fixo e igual 6L. Determine o estado estacionário e a estabilidade do sistema no estado estacionário para as situações em que não há biomassa e em que o valor da biomassa é maior que 0.

#### Tips

- Considera o package scipy para a integração da rotina ode, nomeadamente o método scipy.integrate.ode com o integrante LSODA e o método BDF
- Considera o package matplotlib.pyplot para realizar os gráficos
- Considera o package scipy para resolver o problema com Simulated
   Annealing, nomeadamente o método scipy.optimize.basinhopping
- Considera o package sympy para operações algébricas, nomeadamente o
  método symbols para criar variáveis algébricas, o método diff para obter
  derivadas de expressões matemáticas e o método lambdify para transformar
  expressões matemáticas em funções com argumentos.
- Considera a função scipy.optimize.fsolve para obter os estados estacionários, o package numdifftools para calcular o jacobiano e as funções do numpy para obter o traço e o determinante.

Considere cinética de Monod para as 3 reações com (estirpe BL21):

	µmax (h <sup>-1</sup> )	Ks (g/L)
Reação 1	0.2	0.1
Reação 2	0.5	0.1
Reação 3	0.1	0.6

Parâmetro	Valor (g <sub>var</sub> /g <sub>x</sub> )
<b>k</b> <sub>1</sub>	5.164
<b>k</b> <sub>2</sub>	27.22
<b>k</b> <sub>3</sub>	12.90
<b>k</b> 4	4.382
<b>k</b> <sub>5</sub>	2.074
k <sub>6</sub>	10.89
k <sub>7</sub>	4.098
<b>k</b> <sub>8</sub>	2.283
<b>k</b> 9	17.01
<b>k</b> <sub>10</sub>	4.576
<b>K</b> <sub>11</sub>	12.0