

## Escola Politécnica - PUCPR

## Lista de Exercícios – Funções Exponenciais e Logarítmicas

1. Considere como função exponencial  $f(x) = a^x$ , com

$$a > 0, \quad a \neq 1, \quad \text{Im}(f) = \{y \in \mathbb{R} | y > 0\} \quad \text{e} \quad D(f) = \mathbb{R}.$$

Importante:

$f(x) = a^x$  é **crescente** para  $a > 1$

$f(x) = a^x$  é **decrecente** para  $0 < a < 1$

Resolva: (respostas em azul)

a)  $f(x) = (m - 3)^x$  seja crescente

$$m - 3 > 1$$

$$m > 4$$

b)  $f(x) = k \cdot a^x$  passe pelos pontos (2, 18) e (3, 54)

$$| \quad 18 = k \cdot a^2 \quad (-1)$$

$$| \quad 54 = k \cdot a^3$$

$$36 = a^3 + (-a^2)$$

$$36 = a^2 (a + (-1))$$

$$2^2 \cdot 3^2 = a^2 \cdot (a + (-1))$$

$$A = 2?$$

$$2^3 + (-2^2) = 8 + 4 \neq 36$$

$$A = 3?$$

$$3^3 + (-3^2) = 27 + 9 = 36$$

$$18 = k \cdot 3^2$$

$$18/9 = k = 2$$

$$a = 3$$

$$k = 2$$

c)  $f(x) = (2k + 8)^x$  seja decrescente

$$0 < 2k + 8 < 1$$

$$0 < k < -7/2$$

$$0 < k < -3,5$$

d)  $f(x) = k^x$  passe pelo ponto (1,4)

$$4 = k^1$$

$$k = 4$$

e) Os pontos P(1, 6) e Q(2,12) pertencem ao gráfico da função  $f(x) = c \cdot b^x$ . Calcule  $f(-1)$ .

$$| 6 = c \cdot b^1 (-1)$$

$$| 12 = c \cdot b^2$$

$$6 = (-b^1) + b^2$$

$$B = 2?$$

$$-2 + 4 = 2 (\neq 6)$$

$$B = 3?$$

$$-3 + 9 = 6$$

$$6 = c \cdot 3$$

$$c = 2$$

$$b = 3$$

$$c = 2$$

$$f(-1) = 2 \cdot 3^{-1}$$

$$y = 2 \cdot 1/3$$

$$y = 2/3$$

f) Determine o ponto de intersecção das funções  $f(x) = \frac{1}{2^{x+1}}$  e  $g(x) = 4^{x+1}$

$$f(x) = g(x)$$

$$1/2^{(x+1)} = 4^{(x+1)}$$

$$1/2^{(x+1)} = (1/2^{-2})^{(x+1)}$$

$$x+1 = -2x - 2$$

$$3x = -3$$

$$x = -1$$

2. Demonstre o cálculo do valor de:

a)  $15^{3/2}$

$$^2\sqrt{15^3}$$

$$\sqrt{3375}$$

$$\approx 58,1$$

b)  $27^{2/3}$

$$^3\sqrt{27^2}$$

$$^3\sqrt{729}$$

$$= 9$$

c)  $16^{-3/4}$

$$\begin{aligned} & 4\sqrt[4]{1/16^3} \\ & 4\sqrt[4]{1/4096} \\ & = 1/8 \end{aligned}$$

d)  $27^{-4/3}$

$$\begin{aligned} & \sqrt[3]{1/27^4} \\ & \sqrt[3]{1/531441} \\ & = 1/81 \end{aligned}$$

3. Calcule o valor da expressão indicada

a)  $\log_2 1024$

$$\begin{aligned} 2^x &= 1024 \\ X &= 10 \end{aligned}$$

b)  $\log_2 \frac{1}{512}$

$$\begin{aligned} 2^x &= 1/512 \\ X &= -9 \end{aligned}$$

c)  $\log_8 4096$

$$\begin{aligned} 8^x &= 4096 \\ X &= 4 \end{aligned}$$

d)  $\log_{10} \sqrt[3]{1000000}$

$$\begin{aligned} 10^x &= \sqrt[3]{10^6} \\ X &= 6/3 = 2 \end{aligned}$$

e) Determine um número y tal que  $\log_2 y = 6$

$$\begin{aligned} 2^6 &= y \\ Y &= 64 \end{aligned}$$

f) Determine um número  $y$  tal que  $\log_2 y = -8$

$$2^{-8} = y$$

$$1/2^8 = y$$

$$Y = 1/256$$