

Jedes dieser Teilchen speichert die Parameter-Koordinaten seiner besten Fitness im Vektor  $\vec{p}_p$ ; der Schwarm speichert den global besten Fitness-Vektors  $\vec{g}$ . In einem Iterationsschritt werden die Teilchenkoordinaten jeder Dimension  $d$  unabhängig voneinander betrachtet; die neue Geschwindigkeitskomponente  $\vec{v}_{p,d}$  wird aus der aktuellen Geschwindigkeit, der teilcheneigenen Fitness sowie aus der globalen Fitness berechnet:

$$\vec{v}_{p,d} \leftarrow \omega \vec{v}_{p,d} + \varphi_p r_p (\vec{p}_{p,d} - \vec{k}_{p,d}) + \varphi_g r_g (\vec{g}_d - \vec{k}_{p,d}) \quad (4.21)$$

Dabei sind die Parameter  $\omega$ ,  $\varphi_p$  und  $\varphi_g$  globale Parameter, die das Schwarmverhalten (und damit die Konvergenz des Problems) beeinflussen und  $r_p, r_g \sim U(0, 1)$  sind gleichverteilte Zufallszahlen. Anschließend werden die Koordinaten des Teilchens aktualisiert:

$$\vec{k}_p \leftarrow \vec{k}_p + \vec{v}_p \quad (4.22)$$

Würde ein Teilchen dadurch den frei vorgegebenen Erwartungsbereich einer Koordinate verlassen, wird es an der Ebene, die durch die obere/untere Grenze festgelegt wird, in dieser Implementierung einfach reflektiert.

Jetzt wird an dieser neuen Stelle des Konfigurationsraums wieder die Fitness des Teilchens nach Gleichung 4.20 bestimmt und geprüft, ob der Bestwert des Teilchens übertroffen wurde ( $\vec{k}_p$  muss aktualisiert werden) oder gar der Bestwert des Schwarms ( $\vec{k}_g$  analog) erreicht wurde. Nach einer vorgegebenen Anzahl Iterationen oder beim Erreichen einer festgelegten Schwelle für die Fitness wird der Algorithmus beendet.

#### Selektion der Messdaten zur Anpassung des Modells

Unabhängig von der Wahl der Optimierungsstrategie gilt: Grundsätzlich führen schlecht initialisierte Modellparameter zu großen Abweichungen zwischen Modell und Messung.

Um aber ein Minimierungsproblem sinnvoll zu lösen, muss das Minimum auch berechnet werden können. Anders formuliert muss für jedes  $\vec{k}_i$  die Funktion  $\vec{M}$  eine sinnvolle Lösung ergeben, denn mit Gleichung 4.20 müssen die Differenzen zwischen allen gemessenen und modellierten Phasenverläufen minimiert werden.

Das wird problematisch, wenn zur Optimierung alle gemessenen Konfigurationen  $\vec{k}_j$  zugelassen werden und während der Messung nicht immer alle Umläufe erreicht werden. Dann können die Messergebnisse dieser Konfiguration nur sinnvoll mit dem Modell verglichen werden, wenn nur die während der Messung erreichte Anzahl von Umläufen berücksichtigt wird. Das lässt sich einfach implementieren, da sich während dem Fitten die verwendeten Messergebnisse nicht verändern.

Dem umgekehrten Fall muss vorgebeugt werden: Durch den Fit werden die einzelnen Konfigurationskoordinaten  $\vec{k}_d$  variiert. Dadurch ändert sich auch die Gestalt des zu der Ausgangskonfiguration  $\vec{k}$  gehörenden simulierten Phasenraumtomogramms. Das bedeutet, dass einer Messkonfiguration, zu der alle Umläufe erreicht wurden, nun evtl. eine Modellkonfiguration gegenübersteht, bei der nicht alle Umläufe erreicht werden, so

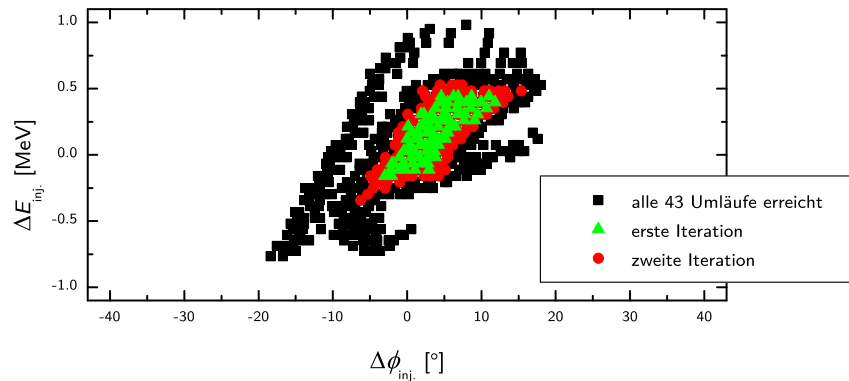
dass die Phasendifferenzen  $|\varphi_i - \vec{M}_i(\vec{k})|$  ab einem Umlauf  $i_{\max}$  nicht definiert sind. Eine Minimierung nach Gleichung 4.20 ist auf diese Weise nicht mehr sinnvoll.

Dieses Problem kann kontrolliert werden, indem man solche nicht definierten Phasendifferenzen durch eine künstliche und sehr große Phasendifferenz ersetzt. In der aktuellen Implementation wurde eine Differenz von  $180^\circ$  gewählt, um deutlich aus dem Intervall physikalisch sinnvoller Differenzen von  $\pm 45^\circ$  herauszuragen.

### Schwierigkeiten durch Filamentierung des Phasenraums

Die Phasenraumtomogramme können unter Umständen durch den Beschleunigungsvorgang im HDSM recht filamentiert werden (z.B. Abbildung 4.6 oder 4.10). Für das Modell ist es mitunter schwierig, diese feinen Strukturen exakt nachzubilden – besonders zu Beginn eines Fits. Dadurch kann es vorkommen, dass ein ansonsten gutes Fitergebnis eventuell nicht berücksichtigt wird, nur weil durch Abweichungen dieser Ausläufer der Fitfehler zu groß ist.

Daher werden zunächst aus den gemessenen Daten nur diejenigen Datensätze zur Optimierung des Modells verwendet, bei denen in einem gewissen „Sicherheitsabstand“ auch alle in der Akzeptanz benachbart liegenden Datensätze die Ausschussenergie erreicht haben (Abbildung 4.10). Dadurch wird eine bessere Übereinstimmung zwischen Messung und Modell erreicht.



**Abbildung 4.10:**

Auswahl der Messkonfigurationen während der Fit-Iterationen: Zunächst wird ein kleiner Bereich der Messdaten ausgewählt (grün), dann der größere (rot) und zum Schluss werden alle (schwarz) Messkonfigurationen zum Fitten der Modellparameter verwendet.

In einer ersten Fit-Iteration mit nur wenigen zehn Datensätzen werden die initialen Fitparameter optimiert, um eine grobe Übereinstimmung zwischen gemessenem und modelliertem Phasenraumtomogramm zu erreichen. In weiteren Iterationen werden immer mehr Messkonfigurationen zur Optimierung dazugenommen, um am Ende Fitparameter

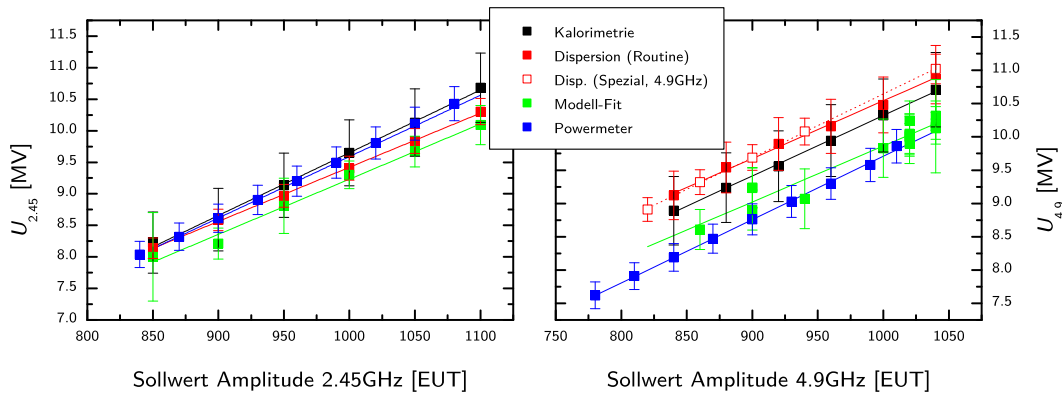
zu erhalten, die einen großen Teil der gemessenen Konfigurationen gleichermaßen gut beschreiben.

## 4.4 Resultate des Modells

Die Übereinstimmung zwischen den Gestalten der simulierten und den gemessenen Akzeptanzen ist gut, was das Beispiel in Abbildung 4.8 zeigt. Messungen bei unterschiedlichen Amplitudenkonfigurationen ergeben schließlich eine weitere Eichung der Kontrollsystemvorgaben in physikalischen Einheiten (Abbildung 4.11).

Der mittlere Fehler  $\langle \Delta\phi \rangle$  zwischen gemessenen Phasen  $\varphi_i$  und simulierten Phasen  $\phi_i$  beträgt zwischen  $2^\circ$  und  $3^\circ$  (siehe Abbildung 4.12), obwohl mit höherer Umlaufzahl durch eine geringfügig abweichende Synchrotronfrequenz (Abschnitt 4.5) die Differenz der Synchrotronphasen  $\Psi_{\text{Messung}}(i) - \Psi_{\text{Modell}}(i)$  zunimmt und dadurch auch die Abweichungen  $\Delta\phi_i$  zwischen Messung und Modell wachsen. Dies ist für eine Einzelmessung bereits in Abbildung 4.2 (rechts) dargestellt.

Die im Routinebetrieb eingestellten und bewährten Sollwerte der Amplituden sind 940 EUT für den 4.9 GHz- bzw. 950 EUT für den 2.45 GHz-Linac. Das entspricht aus den Anpassungen des Modells einer Spannung  $U_{4.9} \simeq 9.1(3)$  MV bzw.  $U_{2.45} \simeq 9.0(3)$  MV. Damit liegen die ursprünglich geplanten Spannungen  $U_{4.9} \simeq 9.24$  MV bzw.  $U_{2.45} \simeq 9.0$  MV innerhalb der Fehlertoleranzen des Fits. Auch die gemessenen Einschussphasen  $\varphi_{4.9} = 9.7^\circ$  bzw.  $\varphi_{2.45} = -33.2^\circ$  stimmen gut mit den vorgesehenen Werten von  $10^\circ$  bzw.  $-35^\circ$  überein. Das unterstreicht einmal mehr die sorgfältige Planung und Konstruktion des HDSM.

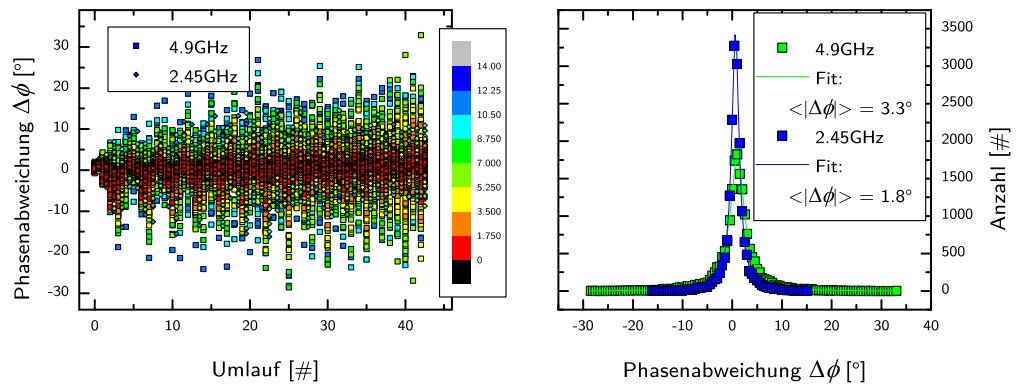


**Abbildung 4.11:**

Vergleich der Methoden zur Messung der Linacamplituden: Zu den in Abbildung 3.18 dargestellten Linacamplituden sind hier zusätzlich die Amplituden aus den Modellrechnungen dargestellt.

### Diskrepanzen der Methoden zur Bestimmung der HF-Amplituden

Wie in Abbildung 4.11 erkennbar, ergeben die verglichenen Methoden ein recht unterschiedliches Bild der HF-Amplituden des 4.9 GHz-Linacs. Dennoch ermittelt der Fit des Modells an die gemessenen Akzeptanzen ein konsistentes Bild, so dass durch die große Anzahl von Messungen die ermittelten Amplituden eine vergleichsweise große Signifikanz haben. Wird umgekehrt das Modell mit den HF-Amplituden der anderen Methoden initialisiert, kann die Messung nicht durch das Modell reproduziert werden.



**Abbildung 4.12:**

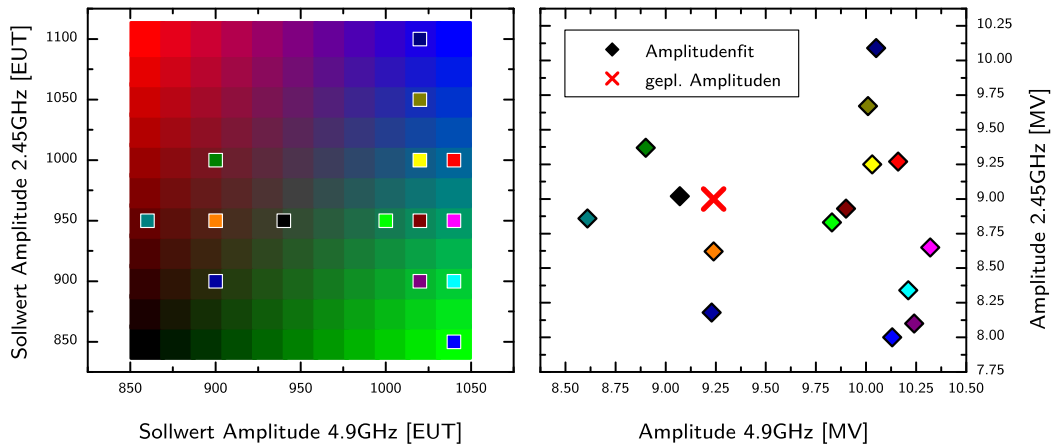
Abweichung  $\Delta\phi = \varphi_i - \phi_i$  zwischen gemessenen Phasen  $\varphi_i$  und Modell  $\phi_i$ : Die Abweichungen zwischen Modell und Messungen wachsen mit größerer Synchrotron-Schwingungsamplitude (von rot nach grün/blau) und mit zunehmender Umlaufzahl. Das bedeutet, dass das Modell den gemessenen Phasenverlauf i.W. gut beschreibt, aber Unterschiede der Synchrotronphasen (Abschnitt 4.5) dazu führen, dass die Abweichungen zwischen Modell und Messung abhängig von der Synchrotronphase oszillieren. Rund 18000 einzelne Phasenabweichungen aus einer Messung des long. Phasenraums sind hier aufgetragen. Rechts sind diese Abweichungen histogrammiert und durch eine Lorentzfunktion angepasst. Der mittlere Fehler  $\langle|\varphi_i - \phi_i|\rangle$  beträgt demnach zwischen  $2^\circ$  und  $3^\circ$ .

### Weitere Untersuchungen mit dem Modell

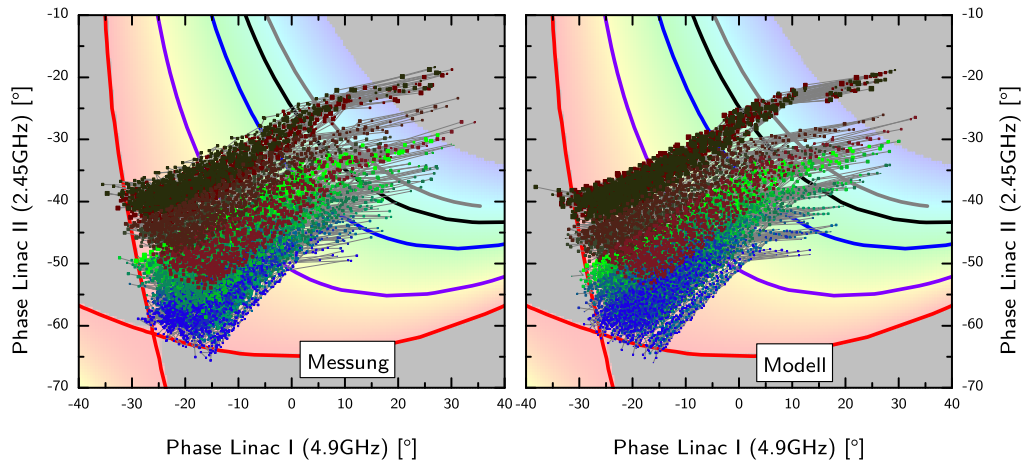
In den nächsten Abschnitten wird ein Überblick über verschiedene Schlussfolgerungen gegeben, die man durch die globale und damit zuverlässige Anpassung des Modells an die Maschine wagen kann.

#### 4.4.1 Simulation der Ausschussenergie

Bislang ist keine Messung der Absolutenergie für das HDSM verfügbar. Daher beruhen bisher alle Energieangaben auf Modellrechnungen.

**Abbildung 4.13:**

Amplitudenkonfigurationen bei Akzeptanzmessungen: Die linke Darstellung zeigt die untersuchten Amplitudenkonfigurationen, bei denen die „Standardakzeptanzmessung“ durchgeführt wurden. Die Hintergrundfarbe wird in Abbildung 4.16 und 4.14 verwendet, um die verschiedenen Konfigurationen zu unterscheiden. Rechts sind die aus den Fitroutinen ermittelten HF-Amplituden zusätzlich zu den Kontrollsystem-Sollwerten gegeneinander aufgetragen. Vergleicht man die relative Anordnung der Punkte rechts und links ist zu erkennen, dass in den meisten Fällen die Amplituden (-verhältnisse) durch die Fitroutine gut reproduziert werden. Als Kreuz ist die Soll-Amplitudenkonfiguration aus der geplanten Auslegung des HDSM markiert [26].

**Abbildung 4.14:**

Phasenverläufe zu verschiedenen Amplituden im Stabilitätsdiagramm: Beide Darstellungen zeigen die Phasenverläufe aus den Akzeptanzmessungen. Zu jeder Amplitudenkombination werden nur jeweils 20 Messungen mit der kleinsten Synchrotronschwingungsamplitude berücksichtigt. Die Farbe der Messpunkte entspricht der Amplitudenkonfiguration in Abbildung 4.13; die Größe veranschaulicht auch hier die Synchrotronschwingungsamplitude. Die Beschleunigung erfolgt von „rechts oben“ nach „links unten“. Der Einschuss im 4.9 GHz-Linac erfolgt auf der defokussierenden Flanke der HF, um das Matching zw. RTM3 und HDSM abzuschließen. Daher liegen diese Punkte im instabilen Bereich.

Wie auch die Energiemessung im RTM3 beruht das Modell auf der guten Kenntnis der Magnetfelder. Im Unterschied zu einem RTM ist allerdings die Anzahl der Konfigurationsmöglichkeiten des HDSM deutlich größer. Daher ist es interessant zu untersuchen, wie sich die Ausschussenergie abhängig von verschiedenen Phasen und Amplituden entwickelt.

Nachdem in den vorhergehenden Abschnitten sichergestellt wurde, dass Modell und Realität sehr gut übereinstimmen, wird die jeweils erreichte Ausschussenergie histogrammiert. Dabei zeigt sich, dass die Ausschussenergie jeweils bei festen HF-Amplituden eine Halbwertsbreite von etwa 1 MeV aufweist. Werden jedoch nur die Konfigurationen untersucht, deren Synchrotronschwingungsamplitude  $A < 2^\circ$  (Abschnitt 4.5) ist, reduziert sich die Breite des Histogramms in den meisten Fällen auf deutlich unter 0.5 MeV (siehe Abbildung 4.15 links).

Offensichtlich war es eine strategisch günstige Entscheidung für den stabilen Experimentierbetrieb, die HF-Amplituden der Linacs immer bei derselben Einstellung zu betreiben und die Optimierung des HDSM ausschließlich durch Anpassen der Linacphasen vorzunehmen, da die Ausschussenergie anscheinend durch die Linacamplituden stärker beeinflusst wird, was in Abbildung 4.16 zu erkennen ist.

### 4.4.2 Stabilität des Spinwinkels

Wichtig für Experimente mit polarisierten Elektronen ist die mittlere Orientierung des Elektronenspins, d.h. die Polarisation. In den meisten physikalischen Prozessen geht die Polarisation quadratisch ein. Fehleinstellungen führen z.B. zu transversalen Polarisationskomponenten, die unter Umständen erhebliche systematische Fehlerquellen darstellen [65]. Die Polarisation der Elektronenkanone liegt i.d.R. zwischen 80% und 90%, aber zwischen Kanone und Experiment legt der Elektronenstrahl eine Strecke von etwa 7 km zurück, wobei der Spin in den Magnetfeldern präzediert [66].

Die Präzession lässt sich mit dem relativistischen Lorentzfaktor  $\gamma$  in einem Magnetfeld  $B_\perp$  (senkrecht zur Flugbahn) ausrechnen [67, 68]:

$$\omega_S = \frac{e}{mc\gamma} B_\perp (1 + a\gamma) = \omega_Z (1 + a\gamma) \quad (4.23)$$

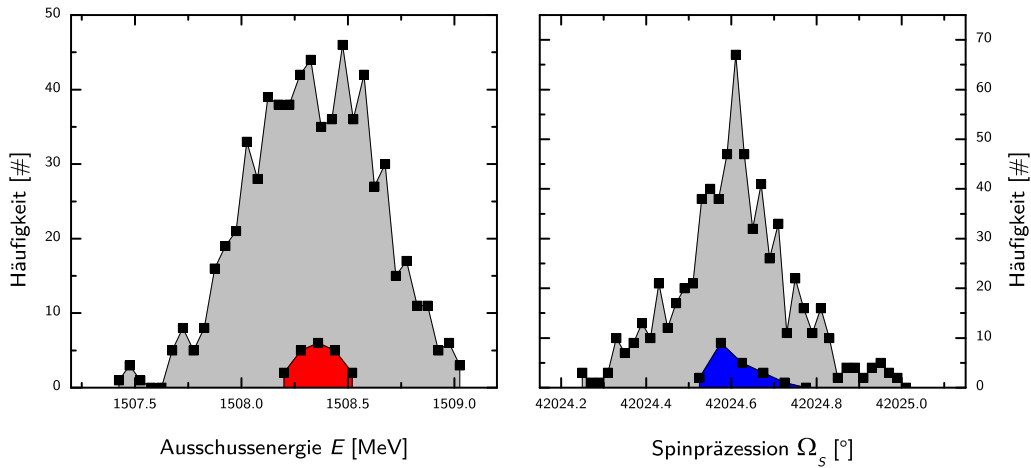
Dabei ist  $\omega_Z$  die Zyklotronfrequenz des Elektrons und  $a = (g - 2)/2 \sim 1/800$  ist durch das magnetische Moment des Elektrons festgelegt [69]. Diese sog. Thomas-Präzession lässt sich in das oben beschriebene Modell integrieren, indem die Präzessionswinkel aller Ablenkungen addiert werden:

$$\Omega_S = \sum_{i=1}^{43} \omega_{S_i} = \sum_{i=1}^{43} 360^\circ (1 + a\gamma_i) \quad (4.24)$$

Damit kann die Änderung des Spinwinkels von Injektion zu Extraktion für alle modellierten Maschinenkonfigurationen berechnet und histogrammiert werden. Auch hier sind nur

die vom Operateur eingestellten Konfigurationen relevant und zeigen, dass der Spinwinkel sich bei einer gegebenen (und dann festen) Amplitudeneinstellung trotz verschiedenster Phaseneinstellungen  $\phi(4.9)$  und  $\phi(2.45)$  durch den Beschleunigungsprozess im HDSM normalerweise maximal  $1^\circ$  verändert (Abbildung 4.15, blau dargestelltes Histogramm rechts).

Das Resultat deckt sich mit den Erfahrungen der Experimentatoren, die bislang auch keine signifikanten systematischen/statistischen Variationen der Polarisierung nach einer Optimierung beobachtet haben.



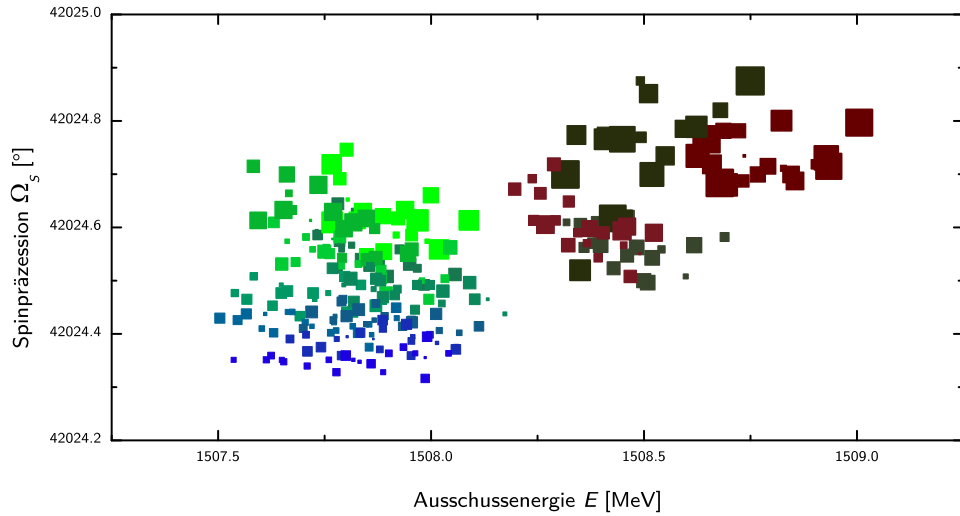
**Abbildung 4.15:**

Histogramme Ausschussenergie  $E$  und Spinpräzession  $\Omega_S$  zu einer festen HF-Amplitudenkonfiguration (Simulation): In grau ist das Histogramm aller untersuchten Konfigurationen abgebildet, mit denen alle 43 Umläufe erreicht wurden; in Farbe sind jeweils nur Konfigurationen mit einer Synchrotronschwingungsamplitude  $A_S \lesssim 2^\circ$  berücksichtigt, was einer optimierten Maschine entspricht, wie sie für den Experimentierbetrieb eingesetzt wird.

Für diese Konfigurationen variiert die Ausschussenergie weniger als  $\pm 0.3$  MeV bzw.  $2 \cdot 10^{-4}$  bei festen HF-Amplituden (Aussagen über die Absolutenergie bedürfen weiterer Untersuchungen). Ebenso stabil zeigt sich der Präzessionswinkel  $\Omega_S$ , der für dieselben Konfigurationen nur etwa  $1^\circ$  variiert.

## 4.5 Analyse der Synchrotronschwingungen

Die hier dargestellte Analyse der Synchrotronschwingung hat nicht direkt mit dem bisher vorgestellten Modell des HDSM zu tun. Allerdings sind z.B. die Optimierungsmöglichkeiten (Abschnitt 4.5.4) „offline“ mit Hilfe der gemessenen Akzeptanzen entwickelt worden, da durch diese Messungen eine Vielzahl von Datensätzen vorliegt, die mit den folgenden Methoden systematisch untersucht werden können.



**Abbildung 4.16:**

Simulation der Spinpräzession  $\Omega_S$  in Abhängigkeit von der Ausschussenergie  $E$ : Die Spinpräzession wird nur wenig durch den Beschleunigungsprozess beeinflusst, obwohl die Ausschussenergie um mehr als 1 MeV durch Wahl unterschiedlicher HF-Amplituden variiert werden kann. Die Farbe der Punkte gibt die HF-Amplitudenkonfiguration nach Abbildung 4.13 (links) wieder; die Größe repräsentiert die Amplitude der Synchrotronschwingung. Für alle gilt  $A_S \lesssim 2^\circ$ , was etwa der Obergrenze für eine optimierte Maschine entspricht, d.h. ein Operateur wird mit einer Optimierung auf den kleineren Punkten enden. Die Amplituden werden normalerweise nicht verändert, so dass durch eine Optimierung auch nur Punkte erreicht werden, die dieselbe Farbe der Ausgangssituation haben. Dadurch sind Spin und Energie im Verlauf einer Strahlzeit äußerst stabil.

### 4.5.1 Der Verlauf des Arbeitspunkts im HDSM

Der Beschleunigungsprozess im HDSM durchläuft im Arbeitspunkt-Diagramm eine Kurve, die eine Anzahl von resonanten Bereichen durchläuft (Abbildung 1.16). Entscheidend ist die  $\frac{1}{2}$ -Resonanz im HDSM, die insbesondere in den letzten 5-10 Umläufen erreicht werden kann, aber vermieden werden sollte.

Resonanzen vergrößern eine vorhandene Ablage (z.B.  $\delta\phi$  oder  $\delta E$ ) fortwährend und können somit zu Strahlverlusten führen. Für einen stabilen Betrieb ist daher ein ausreichender Abstand von diesem Bereich entscheidend, da sonst bereits recht kleine Abweichungen von  $\delta\phi \sim 1^\circ$  von der Sollkonfiguration zu Veränderungen des Phasenverlaufs  $\phi_i$  und somit zu Strahlverlusten führen können.

Diese Situation ist mit den dem Operateur im Routinebetrieb zur Verfügung stehenden Optimierungsmethoden (visuelle Beurteilung der Phasensignale bzw. des Phasenverlaufs  $\phi_i$ ) nur schwer von einer optimalen Situation zu unterscheiden. Abhilfe bieten hier allerdings die Akzeptanzmessungen, da hier viele mögliche Phasen-Konfigurationen



zu einer Kombination von Linacamplituden untersucht werden. Treten störende oder gar kritische Resonanzphänomene mit Strahlverlusten auf, werden diese durch die Optimierungsfunktion der Akzeptanzmessung (siehe Abschnitt 4.3.1) vermieden.

Eine solche Akzeptanzmessung durchzuführen hat sich zwar für den Betrieb als praktikabel erwiesen, ist aber mit bis zu 45 Minuten Messzeit recht zeitaufwändig. Eine systematische Untersuchung der Synchrotronschwingungen verspricht tiefere Einsichten in die Thematik und trägt zum zuverlässigen Betrieb der Anlage bei.

### Der longitudinale Phasenvorschub (Arbeitspunkt)

Wie bereits in Abschnitt 1.4.3 erläutert, ist die Synchrotronschwingung als eine sinusartige Modulation der Phasenablagen  $\delta\phi_i$  um die Sollphase  $\phi_{\text{Soll}}$  zu beobachten:

$$\delta\phi_i = A_S \sin(\Psi(i)) \quad (4.25)$$

Im Fall eines RTMs mit homogenen Ablenkmagneten und daraus resultierender konstanter Sollphase  $\phi_{\text{Soll}}$  ist der Phasenvorschub  $\Psi$  ebenfalls eine Konstante. Daher muss die Synchrotronphase  $\Psi(i)$  mit jedem Umlauf um den Betrag  $\Psi$  größer werden, d.h. die Synchrotronphase  $\Psi(i)$  ist das Integral über den Verlauf des Phasenvorschubs. Mit der Anfangsphase  $\psi_0$  der Synchrotronschwingung gilt daher:

$$\Psi(i) = \Psi \cdot i + \psi_0 \quad (4.26)$$

Im HDSM ist wegen der sich verändernden Sollphasen  $\phi_{4.9}, \phi_{2.45}$  der Phasenvorschub  $\Psi$  nach *keine* Konstante:

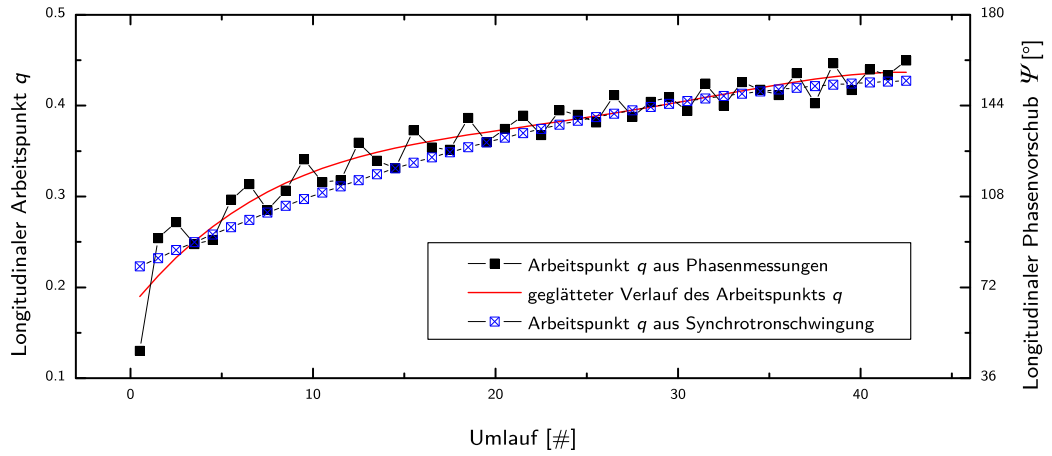
$$\begin{aligned} & 2 \cos(\Psi) \\ &= \\ & 2 + \frac{2\pi\Delta E_{2.45}}{\Delta E} \tan(\phi_{2.45}) - \Delta E_{4.9} \left( -\frac{2\pi}{\Delta E} - \frac{2\pi \left( 1 + \frac{\pi\Delta E_{2.45}}{\Delta E} \tan(\phi_{2.45}) \right)}{\Delta E} \right) \tan(\phi_{4.9}) \end{aligned} \quad (4.27)$$

Zur Berechnung der  $\Psi_i$  reicht es in den meisten Fällen, die Energiegewinne  $\Delta E_{4.9}$  bzw.  $\Delta E_{2.45}$  grob abzuschätzen. Dann wird die Synchrotronphase  $\Psi(i)$  hier als Taylorpolynom mit den Koeffizienten  $\psi_k$  ausgedrückt:

$$\Psi(i) = \psi_0 + \psi_1 \cdot i + \psi_2 \cdot i^2 + \dots \quad (4.28)$$

Dabei ist  $\psi_0$  die Startphase der Synchrotronschwingung, die nur von der Einschussenergie und -phase beeinflusst wird. Allerdings kann  $\psi_0$  als Integrationskonstante nicht mit den vorangegangenen Methoden festgelegt werden, sondern muss separat ermittelt werden. Damit entsteht eine Frequenzmodulation der Synchrotronschwingung:

$$\begin{aligned} \delta\varphi(i) &= A_S \cdot \sin(\Psi(i)) \\ &= A_S \cdot \sin(\psi_0 + \psi_1 \cdot i + \psi_2 \cdot i^2 + \dots) \end{aligned} \quad (4.29)$$



**Abbildung 4.17:**

Analyse des longitudinalen Arbeitspunkts des HDSM bei 1.6 GeV: Die schwarzen Punkte repräsentieren den Verlauf des Arbeitspunkts nach Gleichung 4.27. Die rote Kurve stellt den geglätteten Verlauf dar, um ihn für Gleichung 4.28 zu verwenden und die blaue Kurve stellt den Verlauf des Arbeitspunkts dar, wie er sich nach der kompletten Analyse der Synchrotronschwingung ergibt.

Dieser Ansatz setzt bereits die sehr genaue Phasenmessung (sowohl relativ als auch absolut) der vorangegangenen Abschnitte voraus: Ein Messfehler von einigen Grad kann dazu führen, dass der Phasenvorschub  $\Psi$  nach Gleichung 4.27 erkennbar vom tatsächlichen Phasenvorschub abweicht oder sogar nicht definiert ist.

Der Arbeitspunkt („tune“)  $q_i$  des  $i$ -ten Umlaufs ist als Anzahl der Synchrotronschwingungen pro Umlauf eine praktische Notation des longitudinalen Phasenvorschubs  $\Psi_i$  und ist über Gleichung 4.30 mit diesem verknüpft:

$$q_i = \frac{\Psi_i}{2\pi} \quad (4.30)$$

In Abbildung 4.17 ist der Verlauf des Arbeitspunkts als Funktion der Umlaufnummer dargestellt.

Die Gesamtzahl der Synchrotronschwingungen sei im Folgenden  $Q$  bezeichnet und kann aus den Arbeitspunkten  $q_i$  der einzelnen Umläufe berechnet werden:

$$Q = \sum_{i=1}^n q_i \quad (4.31)$$

Aus dem Phasenvorschub  $\Psi$  können bereits begrenzte Informationen über den Maschinenzustand gewonnen werden. So kann z.B. beurteilt werden, ob die letzten Umläufe noch einen ausreichenden Abstand zum instabilen halbzahligen  $q$ -Wert haben oder nicht.

Allerdings enthält der genaue Verlauf der Synchrotronschwingung auch Informationen über Abweichungen von Einschussenergie und -phase, die mit den Akzeptanzmessungen allein nicht zugänglich sind.

Im Folgenden soll eine Methode entwickelt werden, mit der die Synchrotronschwingung  $\delta\varphi(i)$  direkt aus den Phasenmessungen  $\varphi(i)$  extrahiert werden soll. Daraus wiederum können auch die Phasenvorschübe  $\Psi$  ermittelt werden. Wenn beide Methoden ähnliche Werte für  $\Psi$  ergeben, so ist dies eine zusätzliche Qualitätskontrolle der Phasenmessungen (vgl. Abbildung 4.17, schwarze und blaue Kurven).

### 4.5.2 Bestimmung der Synchrotronschwingung aus dem Phasenverlauf

Die Phasensignale  $\varphi(i)$  können verstanden werden als Summe aus einem „glatten“ Phasenverlauf  $\hat{\varphi}(i)$ , der im Wesentlichen durch den Feldgradienten der Ablenkmagnete und den Energien der einzelnen Passagen bestimmt wird, sowie der überlagerten Synchrotronschwingung  $\delta\varphi(i)$  nach Gleichung 4.29:

$$\varphi(i) = \hat{\varphi}(i) + \delta\varphi(i) \quad (4.32)$$

Die Analyse der Phasenverläufe im HDSM ist nicht einfach: Ist keine Synchrotronschwingung zu sehen (d.h.  $\delta\varphi(i) = 0$  für alle  $i$ ), bleibt der typische Phasenverlauf des HDSM mit  $\varphi(i) = \hat{\varphi}(i)$ . Wird nun z.B. die Einschussenergie verändert, ist die Synchrotronschwingung als sichtbare Modulation diesem Phasenverlauf überlagert. Aber: Der neue „glatte“ Phasenverlauf  $\hat{\varphi}(i)_{\text{neu}}$  aus den neuen gemessenen Phasen entspricht i.A. *nicht* mehr dem ursprünglichen Phasenverlauf  $\hat{\varphi}(i)$ , da durch Veränderung der Beschleunigerkonfiguration zwangsläufig auch der Verlauf der Phasenänderung beeinflusst wird.

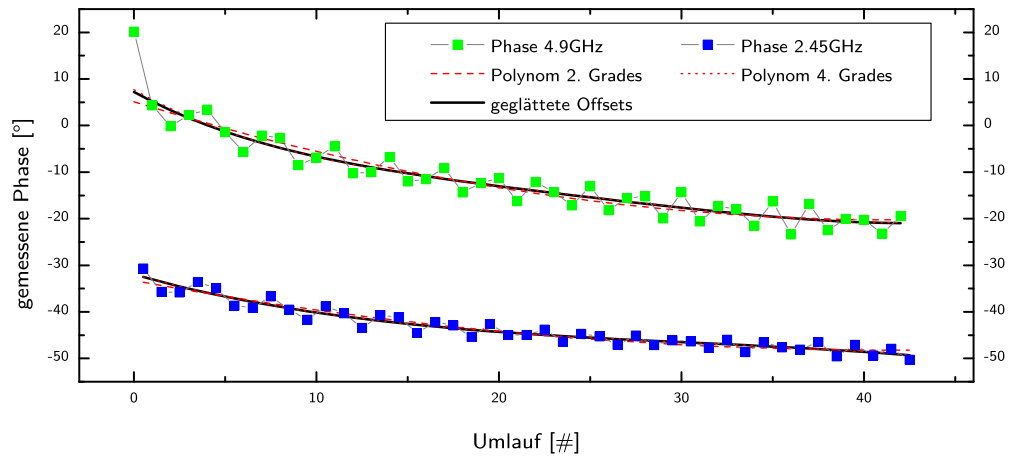
Daher muss ein verbesserter Algorithmus zunächst die gemessenen Phasenverläufe  $\varphi(i)$  mit überlagerten Synchrotronschwingungen glätten, um  $\hat{\varphi}(i)$  zu bestimmen. Diese werden nach Gleichung 4.32 als Offsets von den Messdaten abgezogen, um die Synchrotronschwingung  $\delta\varphi_i$  zu erhalten.

### Methoden zur Separation von Phasenverlauf und Synchrotronschwingung

Der „glatte“ Phasenverlauf  $\hat{\varphi}(i)$  hängt allerdings vom Feldgradienten der Ablenkmagnete und der einzelnen Strahlenergien ab, so dass daraus nur schwer eine einzige analytische Funktion abgeleitet werden kann, die den Phasenverlauf beschreibt.

Deshalb werden, abhängig von der Amplitude der Synchrotronschwingung, zwei verschiedene Methoden verwendet, die diese physikalischen Hintergründe nicht benötigen. Die Phasensignale beider Linacs werden dabei zunächst unabhängig voneinander behandelt (Abbildung 4.18).

- $A_S > 2^\circ$ :  
Für große Schwingungsamplituden wird ein Polynom vierten Grades zur Approximation verwendet, um die Krümmung des Phasenverlaufs ausreichend zu berücksichtigen. Polynome niedrigeren Grades reproduzieren den Verlauf nur ungenügend, Polynome mit höheren Potenzen neigen insbesondere an den Enden zu größeren Abweichungen.
- $A_S \leq 2^\circ$ :  
Bei kleiner Schwingungsamplitude ist das Polynom nicht präzise genug, um den „glatten“ Phasenverlauf  $\hat{\varphi}(i)$  insbesondere für die ersten und letzten Umläufe zu reproduzieren. Hier werden die Phasenwerte durch einen „kernel smoother“<sup>9</sup> gefiltert, d.h. die überlagerte Synchrotronschwingung soll zunächst unterdrückt werden.



**Abbildung 4.18:**

Offset der Phasensignale: Dargestellt ist eine Phasenmessung im HDSM von beiden Linacs mit einer Synchrotronschwingungsamplitude  $A_S \approx 3^\circ$ . Das Polynom zweiten Grades reproduziert den Phasenverlauf nur ungenügend, daher wird bei dieser Schwingungsamplitude das Polynom vierten Grades bevorzugt.

Die zweite Methode wird häufig verwendet, wenn statistisch fluktuierende Daten durch eine glatte Funktion beschrieben werden sollen, denen keine fundamentale (physikalisch begründete) Parametrisierung zugrunde liegt. Man mag dagegen argumentieren, dass Synchrotronschwingungen natürlich keine statistischen Schwankungen sind; aber die Systematik der Synchrotronschwingung wird berücksichtigt, indem die Intervalle  $u$  der

<sup>9</sup>Eine Variante der lokalen Regression, wobei jeweils nur ein kleines Intervall  $u$  durch eine Funktion approximiert wird [70].

lokalen Regressionen so gewählt sind, dass die Schwingung bestmöglich unterdrückt werden kann.

Auch diese Methode hat ihre Schwächen an den Rändern des Intervalls (genauer in den Bereichen  $i \in [1, u]$  und  $i \in [n - u, n]$ ), wo eine Extrapolation des bereits geglätteten Phasenverlaufs durchgeführt wird.

Damit ist der gesuchte „glatte“ Phasenverlauf  $\hat{\varphi}(i)$  aus den Messdaten  $\varphi(i)$  erzeugt und die Analyse der Synchrotronschwingung  $\delta\varphi(i)$  kann durchgeführt werden.

### 4.5.3 Auswertung der Synchrotronschwingung

Die Synchrotronschwingung liegt nun für beide Linacs unabhängig vor. Zur weiteren Verwendung wird aus den Daten beider Linacs eine gemeinsame Synchrotronschwingung generiert, wobei die Amplitude der 2.45 GHz-Signale verdoppelt wird, um die weiteren Betrachtungen bei der Fundamentalfrequenz von 4.9 GHz durchführen zu können.

Auch aus praktischer Sicht ist es sinnvoll, die Synchrotronschwingung beider Linacs als Einheit zu verstehen, da es sonst in der Nähe der  $1/2$ -Resonanz analog zum Nyquist-Theorem<sup>10</sup> dazu kommt, dass der Phasenverlauf des einen Linacs scheinbar ohne Phasenschwingung weitergeht, während gleichzeitig der des anderen Linacs eine starke Oszillation zeigen kann. Dieses Phänomen tritt nicht auf, wenn beide Linacs gemeinsam bearbeitet werden, da eine Synchrotronschwingungsperiode auf diese Weise durch vier statt nur zwei Phasenmesswerte beschrieben wird.

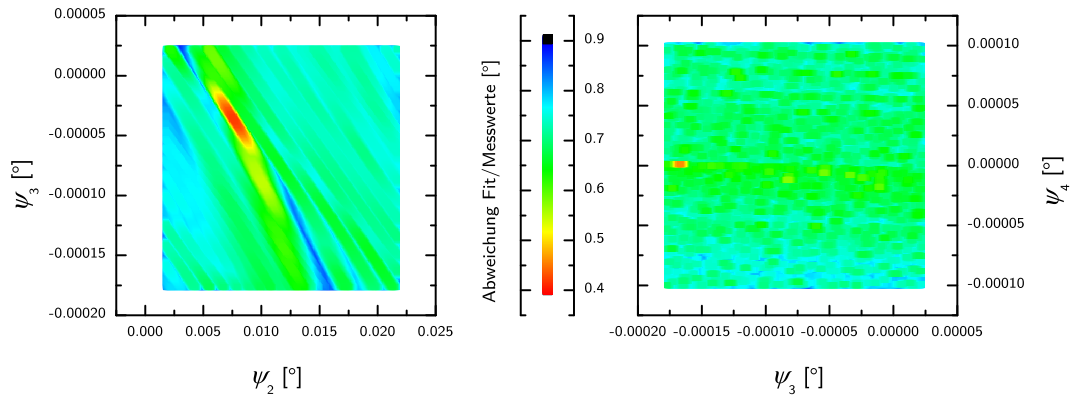
### Globaler Fit der Synchrotronschwingung

An die jetzt herauspräparierten Phasenabweichungen soll Gleichung 4.29 angepasst werden, um die gesuchten Größen  $A_S$  und  $\psi_0$  zu bestimmen. Allerdings ist diese frequenzmodulierte Sinuskurve insbesondere bei kleinen Amplituden nicht einfach an die Daten zu fitten. Daher müssen die einzelnen Fitparameter  $A_S$ ,  $\psi_0$  und  $\psi_i$  bereits gut initialisiert werden:

1. Die Amplitude  $A_S$  ist recht einfach aus den  $\delta\phi(i)$  zu initialisieren, nachdem der „glatte“ Phasenverlauf  $\hat{\varphi}(i)$  ermittelt wurde:  $A_S \sim \max_{i=1, \dots, n} |\delta\phi(i)|$ .
2. Die Startphase  $\psi_0$  wird vorab festgelegt, indem Gleichung 4.29 nur für die ersten fünf Umläufe gefittet wird.
3. Die übrigen  $\psi_i$  werden, wie in Abschnitt 4.5.1 geschildert, aus den gemessenen Phasen in Verbindung mit der Spur der longitudinalen Transfermatrix bestimmt.

Allerdings ist auch hier (wie bereits beim Optimieren des Maschinenmodells) der LM-Algorithmus nicht gut geeignet, diese frequenzmodulierte Sinusfunktion zuverlässig an die Synchrotronschwingung  $\delta\phi(i)$  anzupassen (Abbildung 4.19). Die Nebenminima

<sup>10</sup>Nyquist konnte zeigen, dass ein Analogsignal mit maximaler Frequenz  $f_{\max}$  mindestens mit einer Samplingfrequenz  $2f_{\max}$  abgetastet werden muss, um es wieder rekonstruieren zu können [71, 72].



**Abbildung 4.19:**

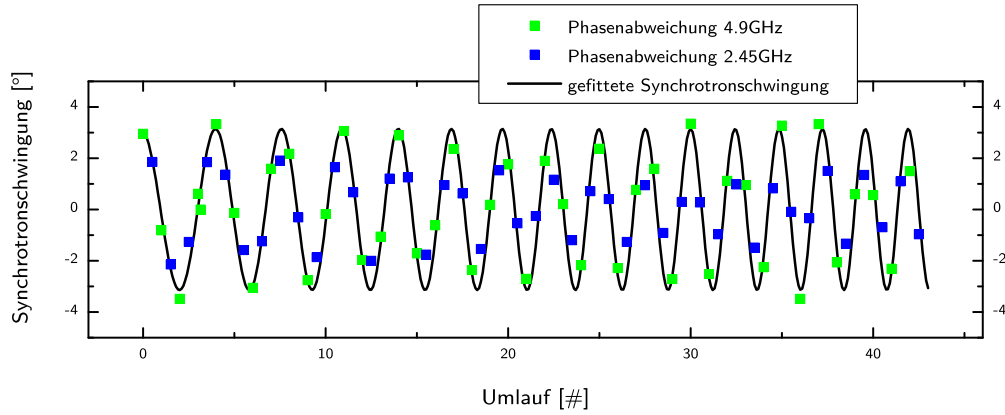
Fitparameter der Synchrotronschwingung: Die Amplitude der untersuchten Synchrotronschwingung beträgt  $0.5^\circ$ . Aufgetragen sind jeweils zwei Parameter  $\psi_i$  der Synchrotronschwingung nach Gleichung 4.29. Die Farbe repräsentiert die Abweichung zwischen gemessener und simulierter Schwingung. Der Fitalgorithmus soll jeweils die roten Punkte ermitteln, was insbesondere in der rechten Darstellung ( $\psi_3, \psi_4$ ) mit dem etablierten LM-Algorithmus nur schlecht gelingt, da dort eine relativ ebene Fittopologie (grün/türkis) mit vielen Nebenminima zu sehen ist, so dass der kleine orange-rote Fleck am linken Rand nur schwer gefunden werden kann.

führen dazu, dass der Algorithmus statt im globalen Minimum in einem dieser lokalen vorzeitig abbricht.

Daher wurde hier ebenfalls der PSO-Algorithmus verwendet. Auch hier liefert der Algorithmus zuverlässig gute Ergebnisse. Um die Zufallstreffer des PSO-Algorithmus noch zu verbessern, wurde ein Hybrid-Algorithmus entwickelt, der die Vorteile beider Verfahren verbindet: Nach jedem erfolgreichen Optimierungsschritt des PSO-Algorithmus (d.h. ein neues lokales oder globales Minimum wurde gefunden), wird der LM-Algorithmus mit kleiner Iterationszahl auf die Zwischenergebnisse angewendet, um die Parametrisierung mit der bewährten LM-Methode zu optimieren. Ein Beispiel für die Analyse der Synchrotronschwingung ist in Abbildung 4.20 dargestellt.

### Synchrotronschwingung mit minimaler Amplitude von $0.25^\circ$ werden ermittelt

Das Resultat ist nun ein Algorithmus, der in der Lage ist, die Synchrotronschwingungen beider Linacs des HDSM bis hinunter zu einer Schwingungsamplitude von  $A_S \approx 0.25^\circ$  zuverlässig zu ermitteln. Beispiele für eine Langzeitmessung sind in Abbildung 4.21 bis 4.23 gezeigt, wobei dort die Stabilität der Maschine bei der höchsten Energie von 1.6 GeV getestet wurde.



**Abbildung 4.20:**

Synchrotronschwingung im HDSM: Die Schwingungsamplitude  $A_S$  beträgt etwa  $3^\circ$ . Die Analyse ist das Ergebnis der Phasenmessung aus Abbildung 4.18.

#### 4.5.4 Akzeptanzmessungen und Synchrotronschwingungen

Die vorhandene Menge von Messdaten aus den Akzeptanzmessungen ist ein idealer Datenvorrat, um zuerst den Algorithmus zu testen und anschließend die Longitudinaldynamik zu studieren.

In Abbildung 4.8 ist gut zu erkennen, wie der longitudinale Phasenvorschub  $\Psi$  und damit auch die Anzahl der Synchrotronschwingungen  $Q$  durch die Wahl von  $E_{inj.}$ ,  $\phi_{inj.}$  und  $\rho$  beeinflusst wird.

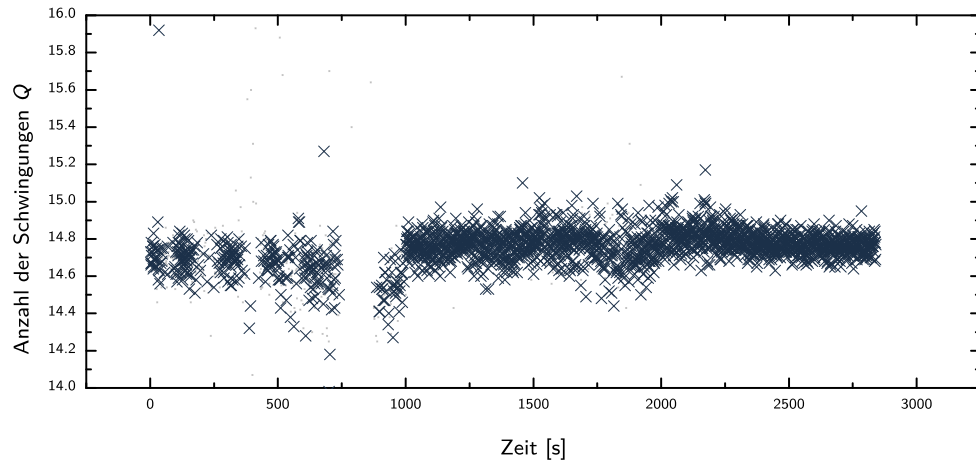
Charakteristisch ist das Erreichen von  $q = 1/2$ , also der kritischen halbzahlgigen Resonanz, die sich durch ein Stopband und damit verbundenen Strahlverlusten äußert. Wird  $\rho$  verkleinert, nähern sich die Phasen beider Linacs an. Dadurch wird der Gradient im 4.9 GHz-Linac größer ( $\phi_{4.9}$  wird negativer) und im 2.45 GHz-Linac kleiner ( $\phi_{2.45}$  wird weniger negativ). An Gleichung 4.27 allein ist es schwierig eine Trend abzulesen, wie sich  $\Psi$  abhängig von den Phasen entwickelt. Dennoch bestätigen sowohl die Messungen als auch die Anpassungen des Modells die These in allen Fällen der untersuchten Amplitudenkonfigurationen.

#### 4.5.5 Stabilität der Longitudinaldynamik

Die Analyse der Synchrotronschwingung funktioniert nun sehr zuverlässig. Daher konnte damit auch die Stabilität der Longitudinaldynamik während einer längeren Messung bei einer Energie von 1604 MeV untersucht werden. Die kurzfristigen Schwankungen der Ausschussenergie des RTM3 bzw. der Einschussenergie ins HDSM sollten innerhalb

$\pm 20$  keV bzw.  $\pm 2^\circ$  liegen [29].

Das konnte mit einer Serie von etwa 3000 Phasenmessungen über einen Zeitraum von einer Stunde verifiziert werden (Abbildung 4.21 bis 4.23).



**Abbildung 4.21:**

Langzeitmessung Synchrotronschwingung bei 1.6 GeV: Die Anzahl der Synchrotronschwingungen bleibt über einen Zeitraum von knapp 1 Stunde (bzw. etwa 3000 Messungen) stabil. Die Synchrotronschwingung ist vor der Messung manuell minimiert worden.

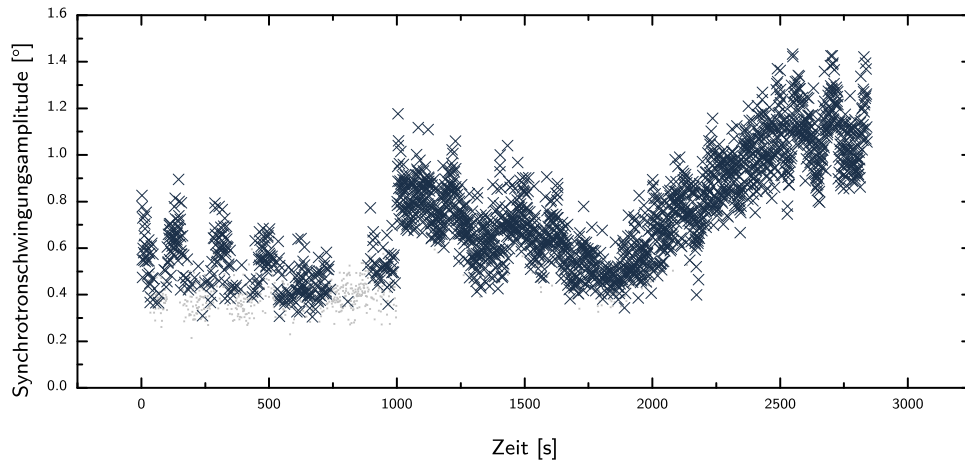
## 4.6 Optimierungen des Beschleunigers im Strahlbetrieb

Unter normalen Umständen werden die HF-Amplituden der HDSM-Linacs beim Einfahren der Maschine zunächst auf ihre Sollwerte gesetzt. Auch die Phasenschieberpositionen  $\phi(\text{MS})$ ,  $\phi(4.9)$  und  $\phi(2.45)$  werden aus der abgespeicherten Maschinenkonfiguration reproduziert. Allerdings sind hier z.B. durch thermische Effekte die größten Variationen zu erwarten. Um das HDSM zu optimieren, müssen Einschussenergie und -phase des HDSM mittels dieser Phasenschieber bzw. nach der Definition von  $\Delta k$  durch Gleichung 4.14 manuell an die Ausschussenergie des RTM3 angepasst werden.

Die in den vorigen Abschnitten beschriebenen Methoden liefern verschiedene Ansätze, um die Maschinenkonfiguration nach unterschiedlichen Aspekten *automatisch* zu optimieren.

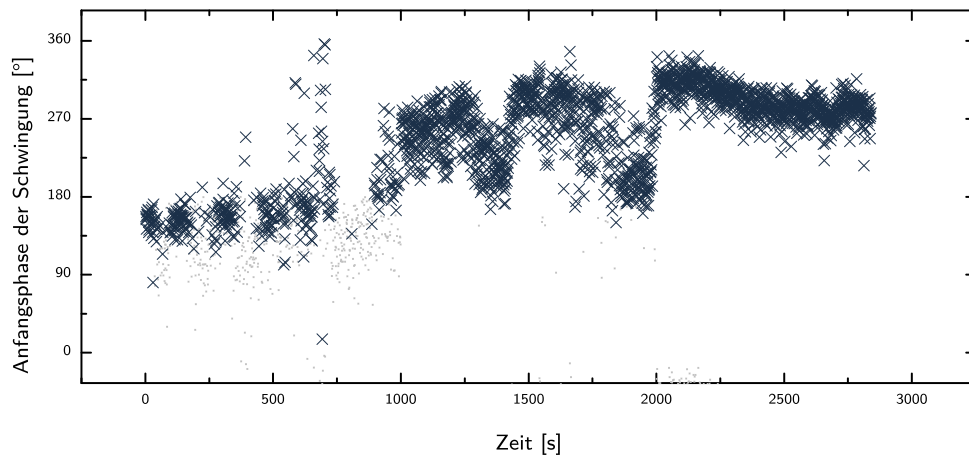
Die Phasenraumtomogramme der Akzeptanzmessung ermitteln die optimale Konfiguration anhand „weicher“ Kriterien – aber die verbesserte Analyse der Synchrotronschwingung führt direkt mit geringstem Messaufwand zu einer Optimierung.





**Abbildung 4.22:**

Langzeitmessung Synchrotronoschwingung bei 1.6 GeV: Die Amplitude  $A_S$  der Synchrotronoschwingung schwankt zwischen  $0.3^\circ$  und  $1.3^\circ$ . Da  $0.25^\circ$  die Grenze des Algorithmus darstellt, liefern in diesem Bereich entsprechend nur wenige Messdaten verwertbare Ergebnisse.



**Abbildung 4.23:**

Langzeitmessung Synchrotronoschwingung bei 1.6 GeV: Die Anfangsphase  $\psi_0$  der Synchrotronoschwingung zusammen mit der Amplitude  $A_S$  können verwendet werden, um die Synchrotronoschwingung automatisch zu beseitigen. Umgekehrt kann aus dieser Messung geschlossen werden, dass sich die Einschussenergie und -phase weniger als  $\pm 10$  keV bzw.  $\pm 0.8^\circ$  verändert haben.

### 4.6.1 Optimierung mit Phasenraumtomogrammen

Nachdem eine Akzeptanzmessung durchgeführt worden ist, können die gewonnenen Messdaten direkt verwendet werden, indem diejenige Konfiguration wieder eingestellt wird, die bereits während der Messung die besten Ergebnisse erzielt hatte. Allerdings ist für jede Optimierung dann auch eine neue und zeitintensive Akzeptanzmessung notwendig. Diese bereits in Abschnitt 4.3.1 vorgestellte Methode ist aber sehr zuverlässig und robust.

### 4.6.2 Phasenoptimierung mithilfe der Synchrotronschwingung

Elegantier als die zeitaufwändige Akzeptanzmessung ist die direkte Untersuchung der Synchrotronschwingung, die ja durch Fehlanpassung der Einschussenergie  $E_{\text{inj.}}$  und -phase  $\phi_{\text{inj.}}$  angeregt wird, die wiederum über die longitudinalen Twissparameter mit der Amplitude  $A_S$  und Anfangsphase  $\psi_0$  der Synchrotronschwingung zusammenhängen.

Zur Entwicklung einer geeigneten Optimierungsvorschrift stellen die Akzeptanzmessungen die notwendige Datenbasis zur Verfügung. Die Optimierung selbst findet dann ausschließlich auf Basis einer einzelnen Phasenmessung statt.

Bei der zweidimensionalen Akzeptanzmessung (Abbildung 4.24) ist die optimale Maschinenkonfiguration eindeutig. Diese wird durch eine minimale Synchrotronschwingungsamplitude  $A_S$  ausgezeichnet und ist in der Mitte (am Ende der Pfeilkette) zu finden.

### Phänomenologische Untersuchung

In Abbildung 4.24 ist zu jeder Maschinenkonfiguration  $\vec{k}_i$  die Synchrotronschwingungsamplitude  $A_{0,i}$  und -anfangsphase  $\psi_{0,i}$  gezeigt. Deutlich zu erkennen ist der Anstieg von  $A_{0,i}$  mit zunehmender Entfernung von der optimalen Konfiguration. Nicht ganz so eindeutig ist die Verteilung der  $\psi_{0,i}$  in der Akzeptanzmessung. Dennoch findet man eine annähernd monotone Variation von 0 bis  $2\pi$ , wenn man einen gedachten Kreis um die optimale Konfiguration zurücklegt.

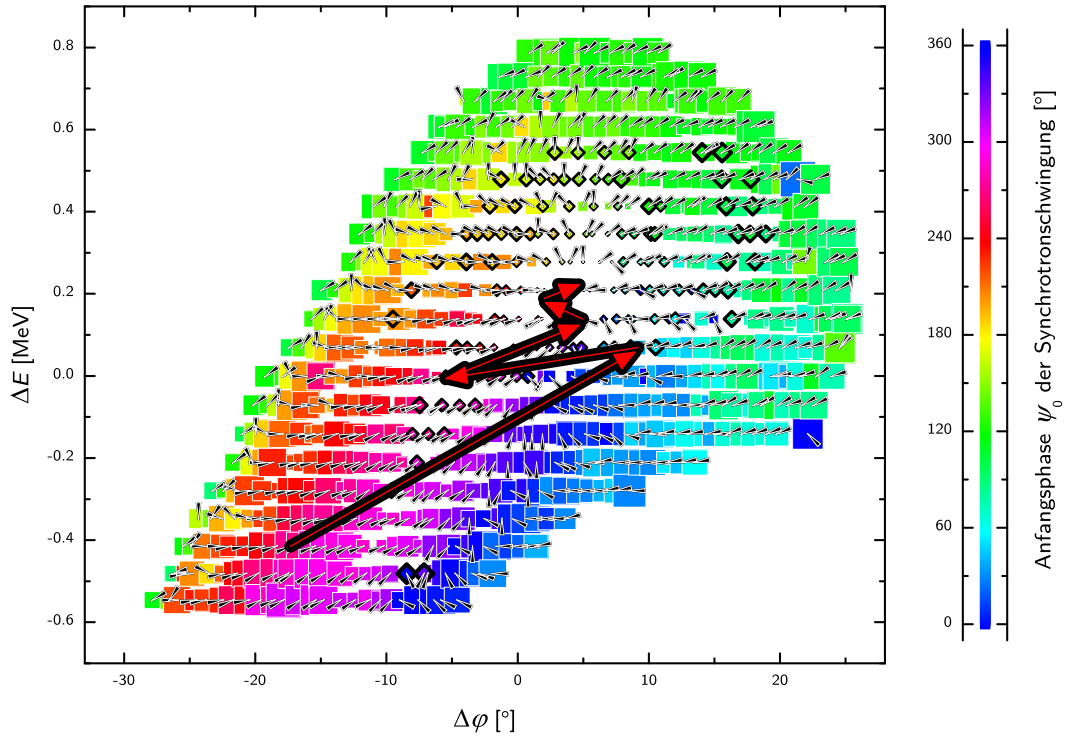
### Automatische Phasenoptimierung

Allein mit den daraus resultierenden  $A_S$  und  $\psi_0$  kann eine automatische Optimierung durchgeführt werden, da  $A_S$  etwa die „Entfernung“ zum Zentrum mit geringster Synchrotronschwingung angibt und  $\psi_0$  die Richtung weist (große Pfeile in Abbildung 4.24).

Bei einer Synchrotronschwingung führen sowohl Phasen- als auch Energieabweichungen eine Schwingung um ihre Solllage aus:

$$\delta\phi = A_\phi \cos(\Psi(i)) \quad (4.33)$$

$$\delta E = A_E \cos(\Psi(i) + \psi_E) \quad (4.34)$$



**Abbildung 4.24:**

Analyse der Synchrotronoschwingung an einer Akzeptanzmessung: Die Datenbasis der Phasenraum-Messungen bilden die Grundlage für die Untersuchung der Synchrotronoschwingung.

Die Farben der Akzeptanzfläche repräsentieren die Anfangsphase  $\psi_0$  der Synchrotronoschwingung nach Gleichung 4.29. Die Größe der Datenpunkte wächst von der Mitte zu den Rändern an um stellt die Amplitude  $A_S$  der Schwingung dar (d.h. die nahezu weißen Bereiche im Zentrum zeigen nur kleine Synchrotronoschwingungen).

Die Anfangsphase  $\psi_0$  läuft von  $0^\circ$  bis  $360^\circ$ , wenn man einen geschlossenen Weg um das Zentrum zurücklegt. Daher kann sie zur Richtungsbestimmung eines Optimierungsschritts benutzt werden.  $A_S$  ist ein ungefähres Maß für die Entfernung zum Zentrum, so dass mit  $\psi_0$  und  $A_S$  nach Gleichung 4.36 eine Optimierung durchgeführt werden kann (große Pfeile).

Der Phasenunterschied  $\psi_E$  zwischen Phasen- und Energiemodulation beträgt im Fall des HDSM bei Einschussenergie rund  $-90^\circ$ , so dass der Kosinus-Term direkt durch den Sinus-Term der Phasenmodulation ersetzt werden kann. Das Verhältnis von  $A_\phi$  und  $A_E$  kann nicht einfach gemessen werden; die Rechnungen zur Eigenellipse ergeben bei Phasenschwingungen von rund  $1^\circ$  eine Energiemodulation von rund 40-50 keV (siehe Abbildung 1.15), so dass nun umgekehrt die Energiemodulation aus einer gemessenen Phasenmodulation abgeschätzt wird:

$$A_E \sim 0.04 \text{ MeV}/^\circ \cdot A_\phi \quad (4.35)$$

Daher ergibt eine Synchrotronschwingung mit Anfangsphase  $\psi_0$  und Amplitude  $A_S$  als Optimierungsvorschrift für Phase und Energie:

$$\begin{aligned} \Delta\phi_{\text{inj.}} &= A_S \cos(\psi_0 - 30^\circ) \\ \Delta E_{\text{inj.}} &= 0.02 \text{ MeV}/^\circ \cdot A_S \sin(\psi_0 - 30^\circ) \end{aligned} \quad (4.36)$$

Die Korrektur um rund  $-30^\circ$  für  $\psi_0$  berücksichtigt den mittleren longitudinalen Phasenvorschub von der Matchingsektion (Ort der Korrektur) bis zum 4.9 GHz-Linac (Ort der Messung). Der Faktor  $0.02 \text{ MeV}/^\circ$  ist etwa die Hälfte des oben abgeschätzten Werts, um bei unterschiedlichen Maschinenkonfigurationen die Schrittweite eines Optimierungsschritts nicht zu groß zu wählen.

Wie bereits zuvor in Abschnitt 4.1 geschildert werden die durch die Energieanpassung verursachten Betatronschwingungen allein durch die Korrekturmagnete im Einschuss vor dem 4.9 GHz-Linac minimiert. Eine iterative Anwendung dieser Routine führt in fünf bis sechs Schritten von einer nahezu beliebig schlechten Einstellung (mindestens zehn Umläufe sollten jedoch erreicht werden, um die Synchrotronschwingung ermitteln zu können) zu einer neuen, deren Amplitude  $A_S \lesssim 1^\circ$  erreicht.

## 4.7 Resultate der strahldynamischen Untersuchungen

Systematische Untersuchungen der Longitudinaldynamik des HDSM sind eine komplexe Aufgabe, da der Beschleunigungsprozess stark von der Wahl der Betriebsparameter der beiden Linacs abhängt. Daher ist eine hohe Präzision der Diagnoseinstrumente erforderlich, um auf Basis der Messdaten den Betriebszustand durch ein aussagekräftiges Modell zu beschreiben. Die Akzeptanzmessungen in Form der Phasenraumtomographie vergrößern die Anzahl der Messdaten, so dass die Modellparameter stärker eingeschränkt wird und somit die Aussagekraft verbessert wird.

Die Größe der gemessenen Akzeptanzflächen  $(\Delta E, \Delta\phi)$  bzw. -volumina  $(\Delta E, \Delta\phi, \Delta\rho)$  entspricht in einem weiten Amplitudenbereich den Vorhersagen des Modells. Damit lässt sich das HDSM mit einer Vielzahl möglicher Konfigurationen betreiben – eingesetzt wird jedoch die häufig geschilderte Standardeinstellung.

Die Standardeinstellung der HF-Amplituden wurde zunächst durch die Akzeptanzmessungen optimiert – auch bei der höchsten Energie von 1604 MeV. Im Verlauf der vorliegenden Arbeit konnte der Beschleunigungsvorgang immer detaillierter untersucht werden. Damit konnte bestätigt werden, dass dieser Standard im Rahmen der unvermeidlichen Messfehler der geplanten Konfiguration sehr nahe kommt. Bei der Energieerhöhung auf 1604 MeV hat nicht zuletzt die Größe der longitudinalen Akzeptanz einen stabilen Betrieb des HDSM ermöglicht, auch der Verlauf der Synchrotronschwingungen des realen Beschleunigers wird im Wesentlichen vom Modell reproduziert.

Diese Ergebnisse zeigen, dass das HDSM als Beschleuniger sehr sorgfältig und robust geplant worden ist und auch im Betrieb nur unwesentlich durch unvorhergesehene oder störende Einflüsse beeinträchtigt wird.