

Untersuchungen zur Strahldynamik am Harmonischen Doppelseitigen Mikrotron von MAMI-C

Dissertation

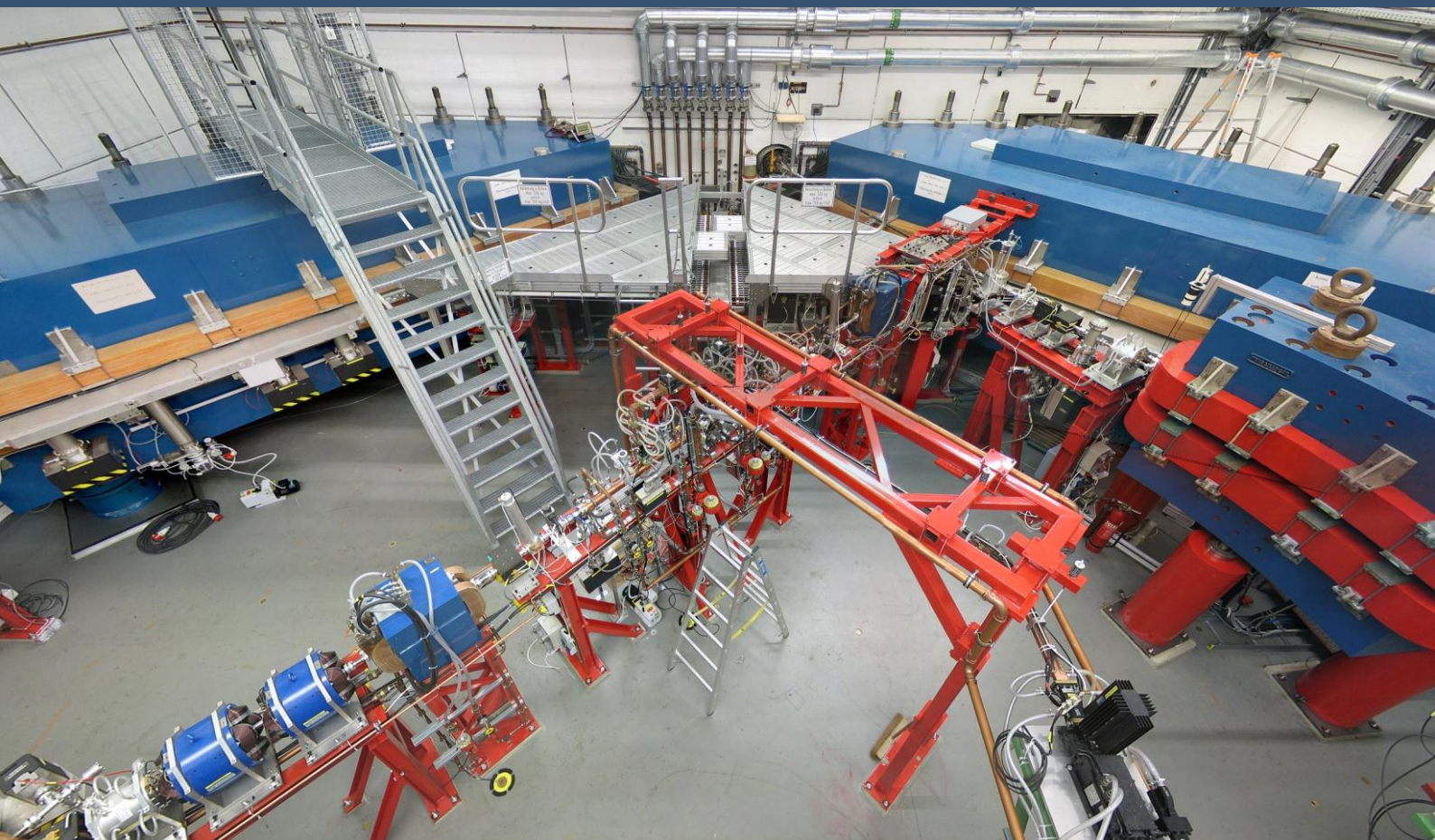
zur Erlangung des Grades
„Doktor der Naturwissenschaften“

am Fachbereich Physik, Mathematik und Informatik
der Johannes Gutenberg-Universität
in Mainz

Marco Dehn

Institut für Kernphysik
Johannes Gutenberg-Universität Mainz

13. Juni 2013



Untersuchungen zur Strahldynamik am Harmonischen Doppelseitigen Mikrotron von MAMI-C

**Dissertation
zur Erlangung des Grades
„Doktor der Naturwissenschaften“
am Fachbereich Physik, Mathematik und Informatik
der Johannes Gutenberg-Universität
in Mainz**

Marco Dehn

Institut für Kernphysik
Johannes Gutenberg-Universität Mainz

13. Juni 2013

Tag der mündlichen Prüfung: 28. Oktober 2013

D77 – Dissertation Universität Mainz

Zusammenfassung

Das Institut für Kernphysik der Universität Mainz betreibt seit 1990 eine weltweit einzigartige Beschleunigeranlage für kern- und teilchenphysikalische Experimente – das Mainzer Mikrotron (MAMI-B). Diese Beschleunigerkaskade besteht aus drei Rennbahn-Mikrotrons (RTMs) mit Hochfrequenzlinearbeschleunigern bei 2.45 GHz, mit denen ein quasi kontinuierlicher Elektronenstrahl von bis zu $100\ \mu\text{A}$ auf 855 MeV beschleunigt werden kann.

Im Jahr 1999 wurde die Umsetzung der letzten Ausbaustufe – ein Harmonisches Doppelseitiges Mikrotron (HDSM, MAMI-C) – mit einer Endenergie von 1.5 GeV begonnen. Die Planung erforderte einige mutige Schritte, z.B. Umlenkmagnete mit Feldgradient und ihren daraus resultierenden strahloptischen Eigenschaften, die einen großen Einfluss auf die Longitudinaldynamik des Beschleunigers haben. Dies erforderte die Einführung der „harmonischen“ Betriebsweise mit zwei Frequenzen der zwei Linearbeschleuniger.

Viele Maschinenparameter (wie z.B. HF-Amplituden oder -Phasen) wirken direkt auf den Beschleunigungsprozess ein, ihre physikalischen Größen sind indes nicht immer auf einfache Weise messtechnisch zugänglich. Bei einem RTM mit einer verhältnismäßig einfachen und wohldefinierten Strahldynamik ist das im Routinebetrieb unproblematisch, beim HDSM hingegen ist schon allein wegen der größeren Zahl an Parametern die Kenntnis der physikalischen Größen von deutlich größerer Bedeutung. Es gelang im Rahmen dieser Arbeit, geeignete Methoden der Strahldiagnose zu entwickeln, mit denen diese Maschinenparameter überprüft und mit den Planungsvorgaben verglichen werden können.

Da die Anpassung des Maschinenmodells an eine einzelne Phasenmessung aufgrund der unvermeidlichen Messfehler nicht immer eindeutige Ergebnisse liefert, wird eine Form der Tomographie verwendet. Der longitudinale Phasenraum wird dann in Form einer Akzeptanzmessung untersucht. Anschließend kann ein erweitertes Modell an die gewonnene Datenvielfalt angepasst werden, wodurch eine größere Signifikanz der Modellparameter erreicht wird.

Die Ergebnisse dieser Untersuchungen zeigen, dass sich der Beschleuniger als Gesamtsystem im Wesentlichen wie vorhergesagt verhält und eine große Zahl unterschiedlicher Konfigurationen zum Strahlbetrieb möglich sind – im Routinebetrieb wird dies jedoch vermieden und eine bewährte Konfiguration für die meisten Situationen eingesetzt. Das führt zu einer guten Reproduzierbarkeit z.B. der Endenergie oder des Spinpolarisationswinkels an den Experimentierplätzen.

Die Erkenntnisse aus diesen Untersuchungen wurden teilweise automatisiert, so dass nun den Operateuren zusätzliche und hilfreiche Diagnose zur Verfügung steht, mit denen der Maschinenbetrieb noch zuverlässiger durchgeführt werden kann.

Abstract

The Institut für Kernphysik at Mainz University operates a worldwide unique accelerator for experiments in nuclear and particle physics since 1990. The Mainzer Mikrotron (MAMI-B) uses three cascaded racetrack microtrons (RTM) with RF linacs operating at 2.45 GHz to accelerate a continuous electron beam of up to $100\ \mu\text{A}$ to 855 MeV.

In 1999 the realisation of the fourth stage – the Harmonic Double Sided Microtron (HDSM, MAMI-C) – reaching a maximum beam energy of 1.5 GeV was started. During the development some courageous decisions were necessary. For example the bending magnets with their field gradient and corresponding beam optical properties have large influence on the longitudinal beam dynamics. That in turn requires harmonic operation with two RF linacs operating at 4.9 GHz and 2.45 GHz.

Many parameters of the machine settings (like RF voltage or phase) have great impact on the acceleration process but not always they are easily to quantify in physical units. Concerning the RTMs with their comparatively simple and well defined beam dynamics that is rather unproblematic. However, in the HDSM the larger number of parameters requires a more precise knowledge of these quantities. Therefore it is necessary to develop dedicated methods of beam diagnostics to check the important machine parameters against their design values.

All these methods are not free of systematic errors or insufficiencies and thus fitting a model of the machine to measured data does not always yield unambiguous results. To overcome this problem a special kind of tomography is used to scan the longitudinal phase space resulting in acceptance measurements. The large amount of data with systematic variations now yields a better significance of the fitted parameters.

The results of these investigations demonstrate that the accelerator as an entity acts as predicted and shows that many different configurations can be used to operate the HDSM. However, for most situations one single configuration is established to improve the reproducibility of e.g. the beam energy or the spin polarisation angle at the experimental areas.

Some of the resulting findings were automated to aid the operators of MAMI by means of additional diagnostic tools. These tools now guarantee a more reliable and systematical approach while operating the HDSM routinely.

Inhaltsverzeichnis

Teil I. Von Mikrotrons und Polytrons	1
1 Das Harmonische Doppelseitige Mikrotron (HDSM)	3
1.1 Das Mainzer Mikrotron (MAMI)	3
1.1.1 Rezirkulierende HF-Linearbeschleuniger für relativistische Teilchen	4
1.1.2 Die MAMI-B-Kaskade seit 1990	8
1.1.3 Erweiterung der Kaskade zu MAMI-C	8
1.1.4 Das Harmonische doppelseitige Mikrotron (HDSM)	10
1.2 Das Mikrotron-Prinzip	13
1.2.1 Kohärenzbedingungen bei relativistischen Energien	13
1.2.2 Höhere Energien mit MAMI-C	14
1.3 Das Ablensystem und seine Eigenschaften	15
1.3.1 Fokussierung des Strahls	17
1.3.2 Longitudinale Fokussierung	20
1.4 Periodische Systeme: Grundlagen der Longitudinaldynamik	21
1.4.1 Beschreibung durch die lineare Strahldynamik	21
1.4.2 Matrix-Formalismus der Strahldynamik	22
1.4.3 Stabilität, Eigenellipse und Resonanzphänomene	24
1.4.4 Einfluss des Magnetfeld-Gradienten auf die Longitudinaldynamik .	28
1.4.5 Longitudinale Stabilität des DSM	29
1.5 Das Harmonische Doppelseitige Mikrotron als Spezialfall für MAMI-C .	29
1.5.1 Subharmonischer Einschuss	31
1.5.2 Longitudinale Stabilität des HDSM	32
1.5.3 Konsequenz der Sollphasenänderung im HDSM	32
1.5.4 Folgen im Betrieb und für strahldynamische Untersuchungen . . .	34
1.5.5 Verkopplung zwischen den Phasenräumen	35
Teil II. Strahldiagnose und andere Systeme an MAMI	37
2 Strahldiagnose und andere Systeme an MAMI	39
2.1 Invasive Monitorsysteme	41
2.1.1 Leuchtschirme	41

2.2	Nicht-invasive Monitorsysteme	43
2.2.1	Synchrotronstrahlungsmonitore	43
2.3	Diverse Diagnosesysteme	43
2.3.1	Förstersonde zur Strommessung	44
2.3.2	Ionisationssonden überwachen Strahlverluste	44
2.4	Hochfrequenzsystem	45
2.4.1	Beschleunigungsspannung	45
2.4.2	Phasenschieber	47
2.4.3	Autodyn-Phasenmessungen	51
2.5	Magnetfeld-Messungen	52
2.6	Hochfrequenz-Monitore	53
2.6.1	Grundlagen	53
2.6.2	Verschiedene Funktionen der HF-Monitore	54
2.6.3	Analoge Signalverarbeitung	55
2.6.4	HF-Monitore im rezirkulierenden Beschleuniger	56
2.6.5	Datenerfassung	58
2.7	Datenverarbeitung	62
2.7.1	Interpretation und Analyse der Signale	62
2.7.2	Archivierung der ADC-Rohdaten	63
2.7.3	Performance der Datenerfassung	64

Teil III. Elementare Prozesse und Methoden 67

3	Elementare Prozesse und Methoden	69
3.1	Phasenmessungen mit HF-Monitoren im Mikrotron	70
3.1.1	Phasenmonitore in den RTMs	70
3.1.2	Phasenmonitore im HDSM	71
3.2	Elementare Methoden zur Phasenmessungen im HDSM	72
3.2.1	Präzise Phasenmessung mit Hohlleiterphasenschiebern	73
3.2.2	Bestimmung der Einschussphasen	73
3.3	Kalibration der Phasenmonitore	75
3.3.1	Anforderungen an eine automatische Messroutine	76
3.3.2	Verbesserte Analyse mit Phasen- und Intensitätssignal (simultan) .	76
3.3.3	Verbesserte Signalanalyse der ADC-Rohdaten	78
3.3.4	Schnelle Phasenmessungen mit einzelnen Diagnosepulsen	81
3.4	Untersuchung der Linacs	81
3.4.1	Messmethoden	84
3.4.2	Ergebnisse	88
3.5	Kalibration der Lagemonitore des HDSM	91

3.6	Flexible Messmethoden	94
3.6.1	Untersuchung der Phasenmessung in den RTMs	94
3.6.2	Bestimmung der Phase in den Matching- und Verniersektionen von MAMI-B	94
3.6.3	Einsatz bei der Strahlpositionsregelung vor dem A4-Experiment . .	94
3.7	Resultate der Untersuchungen	94

Teil IV. Strahldynamik 97

4 Strahldynamik 99

4.1	Untersuchung der Longitudinaldynamik des HDSM	99
4.2	Longitudinaldynamik im HDSM	101
4.2.1	Modell der Longitudinaldynamik	103
4.2.2	Implementierung des Modells der longitudinalen Strahldynamik . .	104
4.2.3	Anpassung des Modells	106
4.3	Phasenraumtomographie als Basis für weitere Untersuchungen	109
4.3.1	Akzeptanzmessungen als Phasenraumtomogramme	110
4.3.2	Phasenmessungen während der Akzeptanzmessung	112
4.3.3	Optimierung der Simulationsparameter (Fit)	115
4.4	Resultate des Modells	121
4.4.1	Simulation der Ausschussenergie	122
4.4.2	Stabilität des Spinwinkels	124
4.5	Analyse der Synchrotronschwingungen	125
4.5.1	Der Verlauf des Arbeitspunkts im HDSM	126
4.5.2	Bestimmung der Synchrotronschwingung aus dem Phasenverlauf .	129
4.5.3	Auswertung der Synchrotronschwingung	131
4.5.4	Akzeptanzmessungen und Synchrotronschwingungen	133
4.5.5	Stabilität der Longitudinaldynamik	133
4.6	Optimierungen des Beschleunigers im Strahlbetrieb	134
4.6.1	Optimierung mit Phasenraumtomogrammen	136
4.6.2	Phasenoptimierung mithilfe der Synchrotronschwingung	136
4.7	Resultate der strahldynamischen Untersuchungen	138

Teil V. Zusammenfassung und Ausblick 141

5 Zusammenfassung und Ausblick 143

5.1	Zusammenfassung	143
5.2	Ausblick	145

Teil VI. Anhang	147
Abbildungsverzeichnis	149
Tabellenverzeichnis	151
Index	153
Literaturverzeichnis	155
Veröffentlichungen	163
Danksagung	165

Symbolverzeichnis

Symbol	Erläuterung	Einheit
q, e	Ladung, Elementarladung	[C]
m, m_0	Masse, Ruhemasse	[kg]
t, T_i	Zeit, Zeitpunkt eines Umlaufs	[s]
$u(t)$	Spannung des zeitabhängigen Signals	[V]
ϕ	Phase einer Hochfrequenz (als Vorgaben)	[°]
$\rho = \phi_1 - \phi_2$	statischer Phasenversatz zw. zwei Linacs	[°]
φ	Gemessene Phase (z.B. mit Phasenmonitoren)	[°]
Ψ	Phasenvorschub der Synchrotronschwingung	[°]
$q = \Psi/2\pi$	Arbeitspunkt („tune“) der Synchrotronschwingung	
A_S	Amplitude der Synchrotronschwingung	[°]
ψ_0	Anfangsphase der Synchrotronschwingung	[°]
x, y, z	kartesische Koordinaten (mitbewegtes Koordinatensystem)	[m]
x', y', z'	Impulse in kartesischen Koordinaten (mitbewegtes Koordinatensystem)	[mrad]
R	Radius einer Kreisbahn	[m]
θ	Ablenkwinkel	[°]
c	Lichtgeschwindigkeit	[m/s]
v	Geschwindigkeit	[m/s]
$\beta = v/c$	Geschwindigkeit in Einheiten von c	
$\gamma = \sqrt{1 - \beta^2}^{-1}$	relativistischer Lorentzfaktor	
λ	Wellenlänge der Hochfrequenz	[m]
ν, f	Frequenz der Hochfrequenz	[GHz]
ω	Kreisfrequenz	[Hz]
τ	Periode der Hochfrequenz	[s]
η	Effizienz	[%]
\vec{k}	Wellenzahl	[1/m]
i	Strahlstrom	[A]
i, j, k	Nummer eines Umlaufs	
B	Magnetfeld	[T]
$E, \Delta E, \delta E$	Energie, Energiegewinn, Energievariation	[MeV/c ²]
U_0	Scheitelspannung (auch Amplitude) des Linacs	[MV]
L	Gesamtlänge des Linacs	[m]
Q (Q_0, Q_L)	Güte eines Resonators (unbelastet / belastet)	
$r_{\text{Shunt}} = Q/Z$	Shuntimpedanz eines Resonators	[MΩ/m]
Z	Impedanz eines Schwingkreises	[Ω]
κ	Kopplungskonstante	
P	Leistung	[W]
$p, \Delta p, \delta p$	Impuls	[MeV/c]
N	Anzahl der Linacs bzw. Ablensysteme (Polytron)	
n	harmonische Zahl des Mikrotrons	
$\mathcal{M}, \mathcal{D}, \mathcal{L}$	verschiedene Transfermatrizen der longitudinalen Strahldynamik	
\vec{M}	Beschleunigermodell	
$\vec{k}, \Delta \vec{k}$	Beschleunigerkonfiguration, Änderung der Konfiguration	

Abkürzungsverzeichnis

Abkürzung	Bedeutung	Seite
MAMI	M ainzer M ikrotron	3
RTM	r ace t rack m icrotron	3
DSM	D oppelseitiges M ikrotron	4
HDSM	H armonisches d oppelseitiges M ikrotron	29
DBM	„ d ouble b alanced m ixer“ (HF-Mischer)	55
HF	H ochfrequenz	4
Linac	„ l inear a ccelerator“ (Hochfrequenzlinearbeschleuniger)	3
CW	„ c ontinuous w ave“ (Dauerstrich)	7
DC	„ d irect c urrent“ (Gleichstrom)	56
DAC	„ d igital a nalog c onverter“	39
ADC	„ a nalog d igital c onverter“	58
LM	L evenberg- M arquardt-Algorithmus	117
PSO	„ P article S warm O ptimization“	118

Teil I.

Von Mikrotrons und Polytrons

Mikrotron, Elektronenzyklotron, ein dem Ionenzyklotron ähnlicher Elektronenbeschleuniger für Energien bis zu etwa 30 MeV. Die Elektronen laufen in einer Vakuumkammer zwischen den Polen eines konstanten Magnetfeldes auf Kreisbahnen, die sich in einem Punkt tangential berühren. Am Berührungspunkt der Kreisbahnen werden sie durch das starke elektr. Feld eines Mikrowellen-Hohlraumresonators beschleunigt. Da die Geschwindigkeit der Elektronen bei diesen Energien nahe der Lichtgeschwindigkeit liegt, ändert sich mit der Energie und dem Bahnradius, im Gegensatz zum Ionenzyklotron, die Umlaufszeit. Daher muß die Energiezunahme je Umlauf so gewählt werden, daß die Zunahme der Umlaufszeit ein Vielfaches der Periode der Mikrowellenschwingung ist. Stabilität wird dann erreicht, wenn die Energiezunahme wiederum ein Vielfaches der Ruhemasse des Elektrons ist. 1944 wurde das Prinzip von V. VEKSLER beschrieben und 1948 das erste M. von W. J. HENDERSON, H. LE CAINE und R. MONTALBETTI gebaut.

Brockhaus Enzyklopädie, 17. Auflage, Band 12, 1971

Hohlraumresonator, ein in der Höchsthochfrequenztechnik angewandter Schwingkreis für elektromagnet. Schwingungen sehr hoher Frequenz, im einfachsten Fall eine zylindrische, allseitig geschlossene Metaldose. Man kann sich ihn entstanden denken durch Rotation eines gewöhnlichen Schwingkreises aus zwei parallelen Kreislatten (Kondensator) und einem Drahtbügel (Spule) um die Verbindungslinie der Kreismittelpunkte.

Brockhaus Enzyklopädie, 17. Auflage, Band 8, 1971

See first, think later, then
test. But always see first.
Otherwise you will only see
what you were expecting.
Most scientists forget
that.

(Douglas Adams)

1 Das Harmonische Doppelseitige Mikrotron (HDSM)

Die faszinierende Erfolgsgeschichte des Instituts für Kernphysik in Mainz reicht bis in die 1960er Jahre zurück, als hier der gepulste 300 MeV-Linearbeschleuniger (Linac) in Betrieb ging [1]. Seitdem sind hier sowohl auf kern- und teilchenphysikalischen Gebieten als auch im Bereich der Beschleunigerphysik große internationale Erfolge gelungen, da die Beschleunigeranlage mit den Anforderungen der Experimente fortwährend weiter entwickelt wurde [2, 3].

Zur Erforschung von Materie und den fundamentalen Kräften der Physik wird das Elektron als elektromagnetische Sonde geschätzt, da es bei Experimenten als Punktteilchen angesehen werden kann. Im Gegensatz zu Hadronen, wo bei hochenergetischen Kollisionen die einzelnen Impulse der Partonen berücksichtigt werden müssen, kann direkt die gesamte Energie E_e des Elektrons in die Kollision eingehen. Daher sind Untersuchungen mit einem Elektronenstrahl im Vergleich zu Hadronenstrahlen normalerweise einfacher und präziser zu analysieren.

1.1 Das Mainzer Mikrotron (MAMI)

In Mainz untersuchte man bereits in den 1970er Jahren die Möglichkeit, das Rennbahnmikrotron (RTM) bestehend aus *einer* Beschleunigungsstrecke sowie zwei 180°-Ablenkmagneten auf *mehrere* Beschleunigungsstrecken und paarweisen Ablenkmagneten zu verallgemeinern, um einen möglichst kontinuierlichen Elektronenstrahl mit Energien weit über 1 GeV für Experimente der Kern- und Teilchenphysik zu erzeugen. Strahlintensitäten bis zu 100 μA sind dabei angestrebt, um bei „fixed target“-Experimenten eine hohe Effizienz zu erreichen. Die verallgemeinernde Bezeichnung *Polytron*¹ sollte dabei für solche mehrseitige Mikrotrons mit „wirklich vielen“ Magneten benutzt werden [5];

¹Tatsächlich wurde der Begriff „Polytron“ im Zusammenhang mit Plasmaforschung und Kernfusion bereits 1961 von M.G. Haines („Experiments on the Polytron, a toroidal Hall accelerator employing cusp containment“) zur Erzeugung eines Plasmas geprägt [4].

das doppelseitige Mikrotron (DSM, $N = 2$ für *zwei* gerade Strecken) wurde zunächst „Bizyklotron“ bezeichnet [6], die nächsten höheren Ordnungen wären „Hexatron“ ($N = 3$ gerade Strecken) oder „Oktotron“ ($N = 4$). Abbildung 1.1 zeigt schematisch die ersten Vertreter der Polytrons.

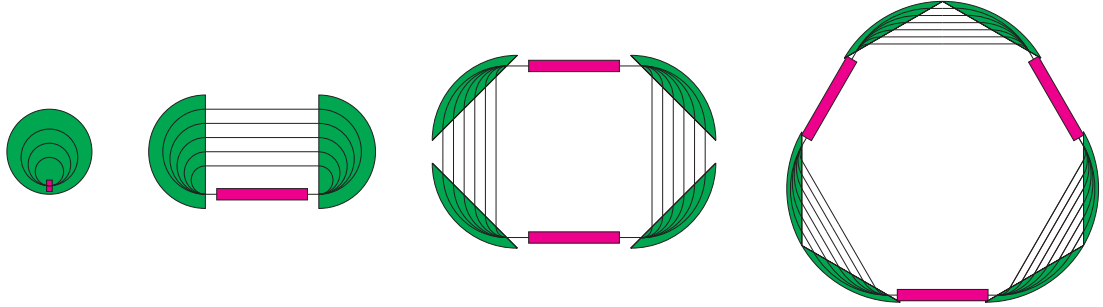


Abbildung 1.1:

Familie der Mikrotrons: „klassisches“ Mikrotron, RTM, DSM, Hexatron. Magnete sind grün, HF-Linacs violett und die Rezipulationsbahnen schwarz dargestellt (nicht maßstabsgetreu).

Der im Prinzip einfache Aufbau der Mikrotrons führt dazu, dass allein einige wenige fundamentale Zusammenhänge bereits einen guten Überblick über die Möglichkeiten des jeweiligen Beschleunigers geben [5, 7]. Diese Zusammenhänge werden in den folgenden Abschnitten zusammenfassend wiedergegeben, um die Schwierigkeiten zu verstehen, die während der Planung detailliert ausgearbeitet wurden. Daraus ergeben sich verschiedene Fragestellungen, die ab Kapitel 2 untersucht werden. In Kapitel 3 wird dargestellt, wie fundamentale Messergebnisse kombiniert werden, um zusätzliche Informationen zu gewinnen. Insbesondere in Kapitel 4 werden die Ergebnisse mit den während der Planungsphase gewählten Parametern verglichen.

Normalerweise wird das Verhalten des Sollteilchens untersucht, das auf der Sollbahn den Beschleuniger durchquert. Dabei erfährt das Teilchen den Sollenergiegewinn ΔE_{Soll} , da es bei der Sollphase ϕ_{Soll} die Beschleunigungsstrecke erreicht. Alle übrigen Teilchen werden in der linearen Strahldynamik durch ihre Abweichungen (z.B. δE , $\delta \phi$ o.Ä.) charakterisiert.

1.1.1 Rezipulierende HF-Linearbeschleuniger für relativistische Teilchen

Die Rennbahnmikrotrons (RTM für *race track microtron*) nach einer Idee von Schiff [8] kombinieren Hochfrequenz-Linearbeschleuniger (Linac) mit der Rezipulation des relativistischen Elektronenstrahls durch ein geeignetes Ablenkmagnetsystem. Der Strahl kann mehrfach durch den Linac um den Energiegewinn $\Delta E = eU_{\text{Linac}} \cdot \cos(\phi_{\text{Soll}})$ beschleunigt werden, wenn die Flugzeit der Rezipulation ein ganzzahliges Vielfaches der beschleunigenden HF-Periode $\tau = \lambda_{\text{HF}}/c$ beträgt. Dabei ist U_{Linac} (im Folgenden meist mit U_0 bezeichnet) die Maximalspannung des Linacs und ϕ_{Soll} die Sollphase des Strahls

relativ zum Maximum der HF. Da ein HF-Linac eingesetzt wird, kann der beschleunigte Strahl nicht kontinuierlich sein, sondern wird aus einzelnen Paketen (Bunche) bestehen, deren maximale Folgerate normalerweise der eingesetzten Hochfrequenz entspricht.

Unter verschiedenen anderen rezirkulierenden Linearbeschleunigern spielen die RTMs eine besondere Rolle: Trotz der vergleichsweise einfachen Rezirkulation mit Hilfe jeweils zweier 180°-Ablenkmagnete gleicht die inhärente Phasenfokussierung (Abbildung 1.2 und Abschnitt 1.4) derartiger Rezirkulatoren Schwankungen des Energiegewinns ΔE automatisch aus, da durch die Longitudinaldispersion des Ablenkensystems die Flugzeit eines Umlaufs für relativistische Teilchen proportional zu deren Energie ist [9]. Dadurch wirken Schwankungen des Energiegewinns nicht als Summe auf die Endenergie, sondern werden durch die Anzahl der Rezirkulationen reduziert, so dass ein Mikrotron mit einigen Rezirkulationen im Idealfall eine deutlich geringere Schwankung der Endenergie aufweisen wird als ein Linac vergleichbarer Energie.

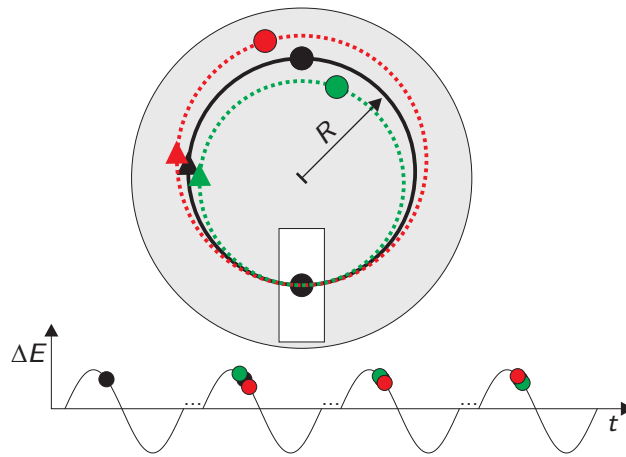


Abbildung 1.2:

Longitudinale Fokussierung (Phasenfokussierung) beim „klassischen“ Mikrotron: Auch in der longitudinalen Ebene sorgt die Phasenfokussierung durch Magnetfeld (grau) und Beschleunigung (weiß) dafür, dass Teilchen mit Energiefehlern $\delta E > 0$ (rot) und $\delta E < 0$ (grün) den HF-Resonator später bzw. früher als das Sollteilchen (schwarz) erreichen. Wird die Phase der HF so gewählt, dass das Sollteilchen auf der abfallenden Flanke des elektrischen Feldes sitzt, so werden die Energieabweichungen δE innerhalb weniger Umläufe wieder ausgeglichen.

Weil die Elektronen bereits bei niedrigen Energien relativistisch sind und daher die Geschwindigkeit nur noch wenig zunimmt, kann ein einzelner HF-Linearbeschleuniger benutzt werden, um unterschiedliche Energien *gleichzeitig* zu beschleunigen².

²Die Phasengeschwindigkeit der beschleunigenden Hochfrequenz v_P muss dabei der Lichtgeschwindigkeit entsprechen. Dann bleibt die Sollphase ϕ_{Soll} während einer Linacpassage praktisch konstant.

Wesentliche Merkmale: Ablensystem und Linearbeschleuniger

Die wesentlichen Merkmale der Rennbahnmikrotrons sind zwei normalerweise homogene 180° -Ablenkmagnete (man kann sich das „klassische“ Mikrotron in der Mitte geteilt vorstellen) sowie ein HF-Linac, der für die relativistischen Teilchen den erforderlichen Energiegewinn bereitstellt (Abbildung 1.3). Bereits 1967 wurde vorgeschlagen, RTMs zur Erzeugung eines kontinuierlichen hochenergetischen Elektronenstrahls für Präzisionsexperimente zu verwenden [10].

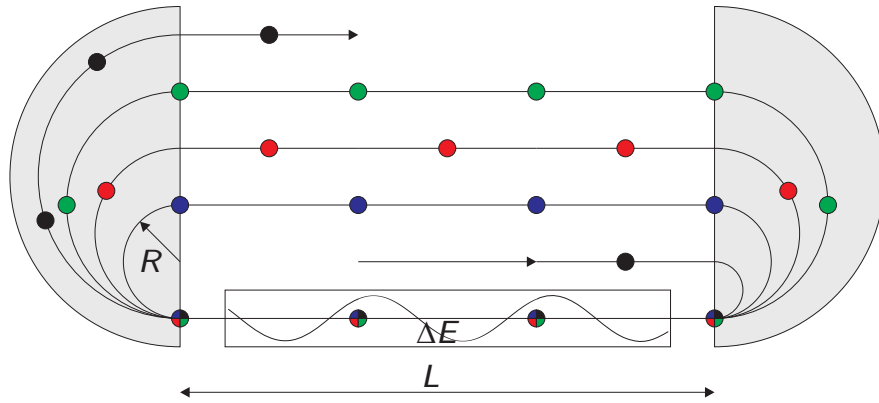


Abbildung 1.3:

Rennbahnmikrotron (RTM): Die Magnete (grau) lenken den Strahl bzw. die Bunche (Injektion, schwarze Kreise) um 180° in den Linac. Nach der Beschleunigung um ΔE ist der Ablenkradius R größer (blaue Bunche) usw. Der Abstand L der Ablensysteme kann für den Linac und fokussierende Elemente genutzt werden.

Hohe Energien erfordern Mikrotronkaskade

Damit die Elektronen im Linac bei jedem Durchlauf beschleunigt werden, müssen sie immer zur richtigen Phase ϕ im Resonator eintreffen (Kohärenzbedingung, Abschnitt 1.2.1). Dafür muss die Flugzeit ein ganzzahliges Vielfaches der HF-Periodendauer T_{HF} betragen. Die Zyklotronfrequenz f_Z entspricht der Umlauffrequenz des ersten Umlaufs und damit der minimalen HF-Beschleuniger-Frequenz im „klassischen“ Mikrotron. Sie verknüpft Energie $E = \gamma m_0 c^2$ (Ruhemasse m_0) und Magnetfeld B :

$$f_Z = \frac{1}{2\pi} \cdot \frac{q}{\gamma m_0} \cdot B \quad (1.1)$$

Bei einem Magnetfeld von 1 T ergibt sich daher für $\gamma = 1$ eine Zyklotronfrequenz von 28 GHz. Daraus sind zwei Schlüsse zu ziehen:

1. „Langsame“ Elektronen ($\gamma < 10$) können im klassischen Mikrotron nur bei Magnetfeldern $B \sim 0.1$ T sinnvoll beschleunigt werden, um Hochfrequenzen im technisch

gut beherrschbaren S-Band-Bereich (2-4 GHz) nutzen zu können; hohe Energien sind bei niedrigen Magnetfeldern allerdings wegen der großen Biegeradien unökonomisch.

2. Hochrelativistische Elektronen hingegen ($\gamma \gg 10$) können ebenso mit S-Band-Technik, nun aber mit Magnetfeldern von 1 T oder mehr, beschleunigt werden.

Zusammengenommen begründen beide Schlüsse den Aufbau einer Kaskade von Mikrotrons, um höhere Energien zu erreichen [11]. Bei gleichbleibender Beschleunigungsfrequenz³ in der Kaskade werden daher die Magnetfelder jeder Stufe passend zum jeweiligen Energiebereich gewählt.

Hochfrequenzbeschleuniger

Die Parameter Gesamtlänge L , Energiegewinn ΔE und Betriebsfrequenz ν des Linac können flexibel an die örtlichen Gegebenheiten angepasst werden. Üblicherweise kommen normalleitende Hohlraumresonatoren mit unbelasteter Güte Q_0 von 10^3 bis einige 10^4 bei Frequenzen im S-Band zum Einsatz, Beschleunigungsgradienten von einigen 10 MV/m und mehr (gepulst) und rund 1 MV/m (CW) sind erreichbar und lediglich durch die verfügbare HF-Leistung bzw. Kühlung beschränkt, da ein Großteil der Leistung P_{HF} in den Resonatoren dissipiert wird [7, 12, 13].

Mit der Shuntimpedanz⁴ r_{Shunt} kann die maximale Beschleunigungsspannung einer Beschleunigungssektion als Funktion der eingekoppelten HF-Leistung berechnet werden:

$$U_0 = \sqrt{n_{\text{acc.}}/2 \cdot \lambda_{\text{HF}} \cdot r_{\text{Shunt}} \cdot P_{\text{HF}}} \quad (1.2)$$

Dabei ist $n_{\text{acc.}}$ die Anzahl der Beschleunigungszellen. Im Fall der MAMI-Sektionen liegt r_{Shunt} bei rund 70 M Ω /m bei 2.45 GHz sowie rund 80 M Ω /m bei 4.9 GHz. Bei einer Länge von rund 1 m und $n_{\text{acc.}} = 35$ wird für einen Energiegewinn von 1 MeV von den 4.9 GHz-Sektionen eine Leistung von rund 15 kW benötigt. Sowohl die 2.45 GHz- als auch die 4.9 GHz-Klystrons liefern eine Ausgangsleistung zwischen 50 kW und 60 kW. Die Leistung passt ideal, um eine zwei Meter lange 2.45 GHz-Sektion bzw. je zwei 4.9 GHz-Sektionen zu versorgen.

Wenn mit einem Linac ein Strahlstrom von 100 μ A beschleunigt werden soll, ist die Effizienz $\eta = P_{\text{Strahl}}/P_{\text{HF}} \sim 100 \text{ W}/15 \text{ kW}$ dieser normalleitenden Strukturen sehr klein. Es ist daher viel ökonomischer, wenn der Strahl mehrfach die Struktur durchquert.

³Die Bunchfolgefrequenz ν_{Bunch} der ersten Stufe legt die minimale Frequenz aller folgenden Stufen fest. Nur ganzzahlige Vielfache $k \cdot \nu_{\text{Bunch}}$ dieser Frequenz können in der Kaskade eingesetzt werden.

⁴Mit dem Zusammenhang $u_0 = \sqrt{2p_{\text{HF}}r_{\text{Shunt}}}$ verknüpft bei Resonanz die Shuntimpedanz r_{Shunt} , die durch die Geometrie eines Resonators festgelegt wird, die eingekoppelte Leistung p_{HF} mit der Scheitelspannung u_0 des einzelnen Resonators [14].

1.1.2 Die MAMI-B-Kaskade seit 1990

Die Ära des gepulsten Mainzer Linearbeschleunigers ist nun seit 1989 zu Ende. Mehr als ein Jahrzehnt zuvor wurde beschlossen, eine Mikrotronkaskade aus drei RTMs zu errichten, die eine Energie von 855 MeV bei einem Strahlstrom von $100\text{ }\mu\text{A}$ erreichen sollte [11, 15]. Die in zwei Ausbauphasen errichteten RTMs zeigten sich als sehr zuverlässig und lieferten eine ausgezeichnete Strahlqualität: Endenergien bis 855 MeV und Strahlintensitäten von bis zu $100\text{ }\mu\text{A}$ bei 85% Polarisierung stehen im Routinebetrieb für Experimente der Kern- und Teilchenphysik zur Verfügung [16–18]. In Abbildung 1.4 ist der aktuelle Grundriss der Beschleunigeranlage gezeigt.

Hohe Strahlqualität der Mikrotronkaskade

Die Absolutenergie des Strahls kann mit einer Genauigkeit von $\pm 160\text{ keV}$ bestimmt werden, indem der Biegeradius im bekannten Magnetfeld des RTM3-Ablenkmagneten sehr genau gemessen wird [19]. Außerdem können die natürlichen relativen Schwankungen $\Delta p/p \approx 10^{-4}$ auf nahezu $\Delta p/p \approx 10^{-6}$ reduziert werden, indem die energieabhängige Flugzeit des extrahierten Strahls durch den RTM3-Ablenkmagneten mit Hilfe zweier HF-Phasenmonitore (siehe Kapitel 2) gemessen und entsprechend stabilisiert wird [20]. Die natürliche Impulsbreite beträgt bei 855 MeV etwa $\delta p \approx 12\text{ keV}$, was im Wesentlichen durch die stochastische Emission von Synchrotronstrahlungsquanten im RTM3 verursacht wird.

1.1.3 Erweiterung der Kaskade zu MAMI-C

Die Produktionsschwelle einiger kernphysikalisch interessanter Mesonen und Hyperonen erfordert aber eine höhere Strahlenergie als die von MAMI-B. Ab etwa 2 GeV könnte die Elektronen-Stretcher-Anlage (ELSA) in Bonn für komplementäre Experimente eingesetzt werden. Allerdings ist ein solches Synchrotron für einige der geplanten Experimente (z.B. Intensitäten über $1\text{ }\mu\text{A}$, Paritätsverletzung) nicht geeignet. Daher wurde 1999 der Entschluss gefasst, im Rahmen des neu gegründeten Sonderforschungsbereichs 443 der DFG („Vielkörperstruktur stark wechselwirkender Systeme“) die Energie von 855 MeV auf rund 1.5 GeV zu erhöhen, um diese Lücke zu schließen. Auch hier wurde im Wesentlichen auf die bewährte Technologie von MAMI zurückgegriffen (d.h. keine technologischen Neuerungen wie supraleitende Hochfrequenzstrukturen oder Magnete), um die gute Strahlqualität und Zuverlässigkeit von MAMI auch bei den höchsten Energien nicht zu verschlechtern.

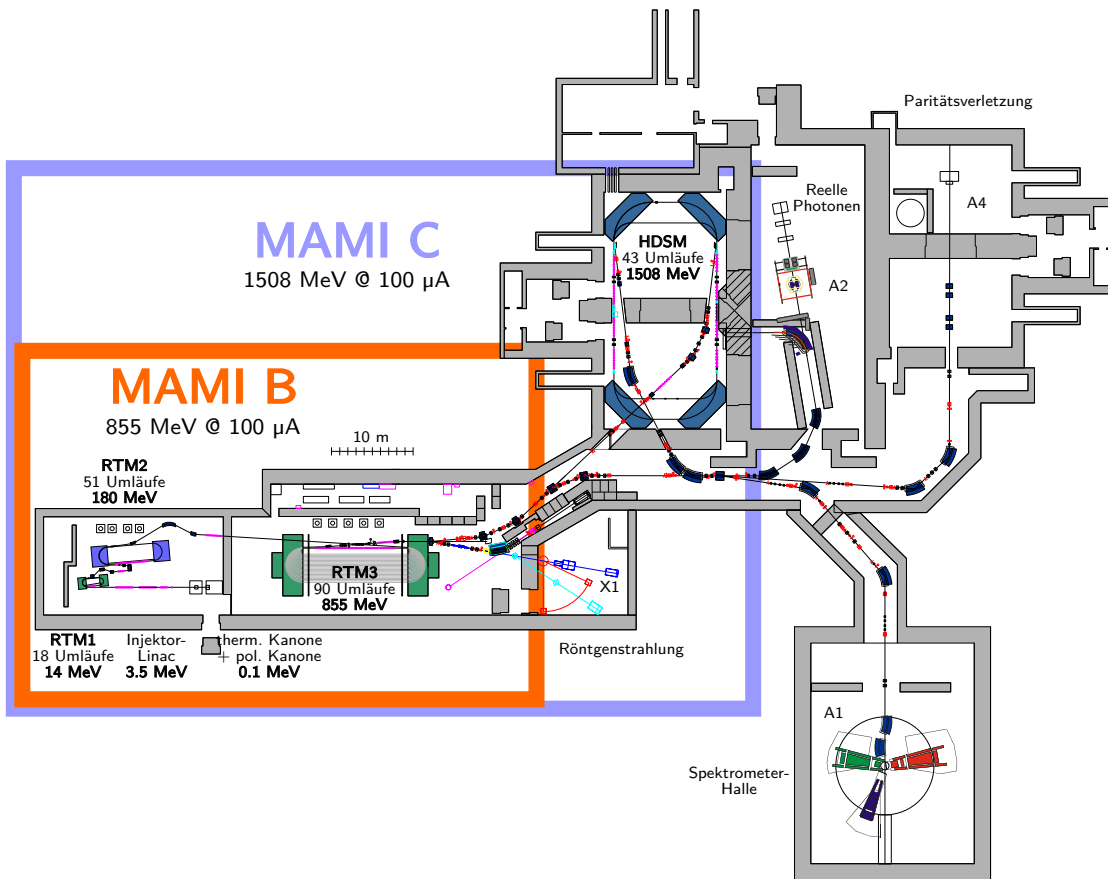


Abbildung 1.4:

Grundriss der Beschleunigeranlage MAMI: MAMI-B nahm 1990-1991 seinen Betrieb in den eigens dafür gebauten Gebäuden auf. Die Strahlführung ab RTM3 sowie die Spektrometerhalle wurden parallel aufgebaut. Die übrigen Gebäudeteile (HDSM, A2 sowie A4) stammen aus der Zeit des Mainzer Linearbeschleunigers und wurden vor MAMI-C als Experimentierplätze genutzt. Die hohen Kosten für ein neues, separates HDSM-Gebäude führten dazu, dass das HDSM in zwei dieser Experimentierhallen (ursprünglich X1-Kollaboration) errichtet wurde. Die X1-Kollaboration wiederum zog in die kleinere Verladehalle, die direkt an das RTM3 angrenzt. Für alle anderen Experimente (A1, A2 und A4) stehen seit 2007 alle mit MAMI-C erreichbaren Energien zur Verfügung.

Kein RTM4

Verschiedene Argumente sprechen gegen ein weiteres RTM: Wegen der großen Magnetmasse⁵ wäre der Beschleuniger vergleichsweise teuer; außerdem bedeutet der relativ kleine Energiegewinn eine entsprechend hohe Anzahl von Rezirkulationen, was oberhalb von 1 GeV auch stark anwachsende Synchrotronstrahlungsverluste und eine Vergrößerung der Energiebreite bedeuten würde.

Ein doppelseitiges Mikrotron benötigt gegenüber einem vergleichbaren Mikrotron (d.h. gleiches Magnetfeld) nur einen Bruchteil der Magnetmasse, hauptsächlich, weil der Strahl weniger tief in den Magneten eindringt und die Polfläche insgesamt kleiner wird [7]: Die Magnetfläche des RTMs sei πR^2 , für ein doppelseitiges Mikrotron ergibt sich $(\pi - 2)R^2$, für ein Hexatron $(\pi - 3/2\sqrt{3})R^2$ usw., wobei R der Biegeradius des letzten Umlaufs ist. Der relative Einspareffekt an Polfläche ist vom $N = 1$ nach $N = 2$ am größten, was schematisch in Abbildung 1.5 gezeigt ist.

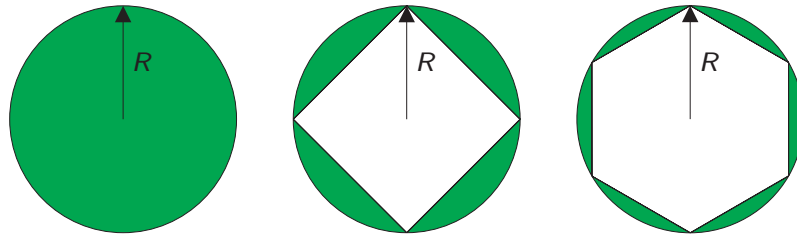


Abbildung 1.5:

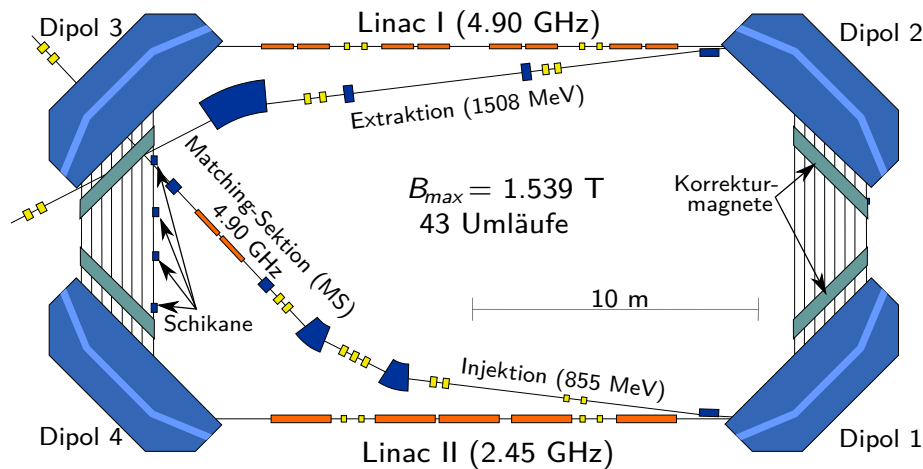
Polfläche verschiedener Mikrotron-Typen: Die Polfläche bei gegebenem Magnetfeld B und Energie E_{\max} ist beim klassischen Mikrotron ($N = 1$) mit πR^2 am größten und sinkt mit zunehmendem N .

1.1.4 Das Harmonische doppelseitige Mikrotron (HDSM)

Das HDSM (Abbildung 1.6 und 1.7) ist an die spezielle Situation an MAMI angepasst:

- Der Beschleuniger füllt den gesamten verfügbaren Raum zweier ehemaliger Experimentierhallen (siehe Abbildung 1.4).
- Die transversale Fokussierung kann wie bei den RTMs mit Quadrupolmagneten auf den Linacachsen realisiert werden, weil das Verhältnis zwischen Ausschuss- und Einschussenergie nur 1508 MeV / 855 MeV beträgt und damit viel kleiner als bei allen vorigen RTMs von MAMI ist.

⁵Die Magnetmasse skaliert bei gleichbleibendem Magnetfeld nahezu mit E^3 , sie würde also vom RTM3 mit 2×450 t zum RTM4 mit 2×3000 t drastisch zunehmen.

**Abbildung 1.6:**

Schema des HDSM: Nach der Injektion (Energieanpassung mit der Matchingsektion) beschleunigen zwei Linacs (4.9 GHz und 2.45 GHz, Abschnitt 1.5) die Elektronen. Korrekturmagnete (jeweils zwei Paare h/v) auf den dispersiven Rückführbahnen lenken jeden Umlauf zentriert durch den folgenden Linac.

Die „Schikane“ aus vier Magneten im ersten Umlauf zwischen Dipol 3 und 4 verlängert die Laufstrecke, um die longitudinale Anpassung (Abschnitt 1.4.3) abzuschließen.

Die wichtigsten Lösungsansätze des HDSM sind hier aufgeführt:

- Grundfrequenz bei 4.9 GHz, um den Energiegewinn zu reduzieren (Abschnitt 1.2.2)
- Innovatives Fokussierschema dank Feldgradient der Dipolmagnete, um den vertikalen Phasenraum zu beherrschen (Abschnitt 1.3.1)
- Daraus folgt eine Wanderung der Sollphase ϕ_{Soll} von Umlauf zu Umlauf (Abschnitt 1.4)
- Longitudinale Stabilitätsprobleme können durch den 2.45 GHz-Linac (Linac II) vermieden werden, da bei subharmonischem Einschuss in einem Linac nur jeder zweite Resonator besetzt wird – daher auch die Bezeichnung *Harmonisches DSM* (Abschnitt 1.5, Abbildung 1.8)

Um die Funktionsweise dieses neuen Beschleunigers verstehen zu können, werden in den nächsten Abschnitten zunächst die Schwierigkeiten erläutert, die bei der Auslegung berücksichtigt werden mussten. Dabei wird oft das RTM herangezogen werden, wodurch manche Probleme leichter einzusehen sind.

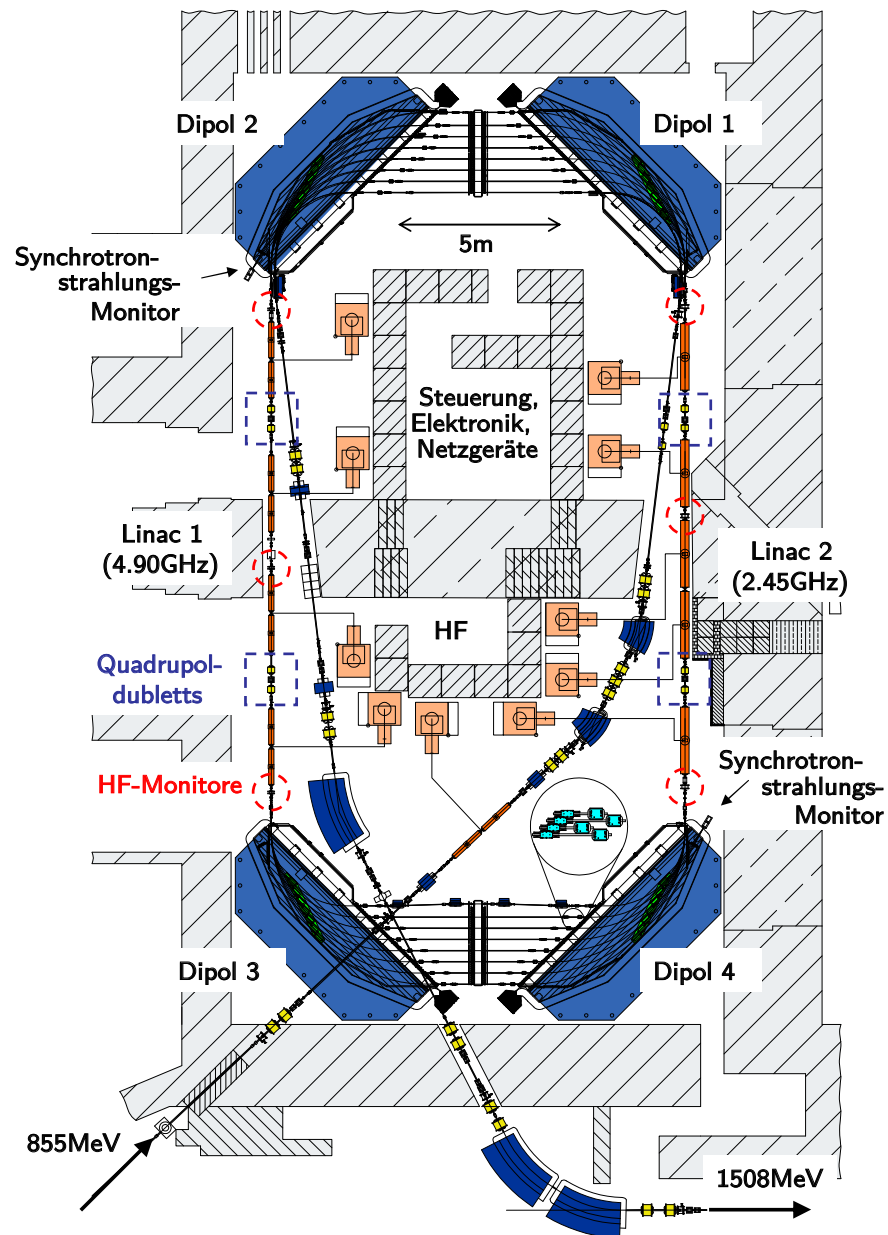


Abbildung 1.7:

Grundriss des HDSM: Strahldiagnose (Intensität, Phase, sowie x und y) für alle Umläufe wird mit den HF-Monitoren auf den Linacachsen realisiert (rote Markierungen, Details in Abschnitt 2.6), auch fokussiert wird ausschließlich mit vier Quadrupoldoublets (gelb) auf den Linacachsen. Beim 2.45 GHz-Linac versorgt je ein Klystron eine Beschleunigungssektion; beim 4.9 GHz-Linac wird die Leistung jedes Klystrons auf zwei Sektionen verteilt. Die Synchrotronmonitore werden benutzt, um die transversalen Eigenschaften des Strahls zu überprüfen. Im vergrößerten Ausschnitt bei Dipol 4 ist die Anordnung der Korrekturmagnete (türkis) auf den Dispersionsbahnen exemplarisch dargestellt.

1.2 Das Mikrotron-Prinzip

Der Grundgedanke beim Mikrotron besteht darin, eine Beschleunigungsstruktur (bzw. Linac) mehrfach zu durchqueren und damit effizienter zu nutzen⁶. Insbesondere bei normalleitenden Beschleunigungsstrukturen ist die Effizienz $\eta = P_{\text{Strahl}}/P_{\text{HF}}$ zu klein, um wirtschaftlich einen kontinuierlichen Elektronenstrahl im GeV-Bereich zu beschleunigen.

Die Kernkomponenten des Mikrotrons sind die Beschleunigungsstruktur und ein allen Energien gemeinsames Ablensystem, das die Strahlen verschiedener Energien zunächst separiert und später wieder phasenrichtig in die Beschleunigerachse einlenkt. Das einfachste Beispiel hierfür ist das „klassische“ Mikrotron (siehe Abbildung 1.2): Das homogene Magnetfeld senkrecht zur Beschleunigerebene lässt die Elektronen verschiedener Energien immer wieder an den gemeinsamen Startpunkt zurückkehren, wo sich gleichzeitig der HF-Resonator zur Beschleunigung befindet.

Die Verallgemeinerung dieses Prinzips ersetzt den kreisförmigen Ablenkmagneten der Rezirkulation durch $2 \times N$ paarweise Ablenkmagnete mit Ablenkwinkel $180^\circ/N$. Durch die paarweise Anordnung werden auch hier die Strahlen nach dem Durchflug durch ein Magnetpaar wieder auf eine gemeinsame Achse gelenkt [5].

1.2.1 Kohärenzbedingungen bei relativistischen Energien

Beim Mikrotron ($\beta \lesssim 1$) wird die Flugzeit einer Rezirkulation abhängig von der Energie im Wesentlichen durch den größer werdenden Bahnradius (Transversaldispersion) bestimmt:

$$R = \frac{\beta \cdot E}{e \cdot c \cdot B} \quad (1.3)$$

Diese daraus resultierende Änderung der Flugzeit ist die Longitudinaldispersion.

Bereits 1944 veröffentlichte Veksler folgendes einfache Konzept zur Beschleunigung relativistischer Teilchen („klassisches“ Mikrotron):

1. Die Flugzeit der ersten Rezirkulation bei der Energie E_0 muss ein ganzzahliges Vielfaches ($m \in \mathbb{N}$) der beschleunigenden Hochfrequenzperiode sein (statische Kohärenzbedingung, Gleichung 1.4).
2. Die Flugzeiten der nächsten Rezirkulationen bei den Energien $E_i = E_{i-1} + \Delta E$ müssen um ein ganzzahliges Vielfaches ($n \in \mathbb{N}$) der beschleunigenden Hochfrequenzperiode anwachsen (dynamische Kohärenzbedingung, harmonische Zahl n , Gleichung 1.5).

⁶Im Vergleich zu einem Linac bei gleicher Strahlenergie und Intensität kann die Kostenersparnis in der Anschaffung und im Betrieb erheblich sein.

Das entspricht den zwei Relationen (für $\beta = 1$):

$$2\pi \cdot \frac{E_0}{e \cdot c \cdot B} = m \cdot \lambda_{\text{HF}} \quad (1.4)$$

$$2\pi \cdot \frac{\Delta E}{e \cdot c \cdot B} = n \cdot \lambda_{\text{HF}} \quad (1.5)$$

Damit ist der minimal aufzubringende Energiegewinn allein durch die Wahl des Magnetfeldes B und der HF-Wellenlänge λ_{HF} festgelegt. Bei zwei Ablensystemen bestehend aus je zwei 90° -Ablenkmagneten verändern sich die Relationen für einen kompletten Umlauf allein aufgrund der Magnetanordnung folgendermaßen:

$$2(\pi - 2) \cdot \frac{\Delta E}{e \cdot c \cdot B} = n \cdot \lambda_{\text{HF}} \quad (1.6)$$

Der minimale Energiegewinn eines solchen „einseitigen“ doppelseitigen Mikrotrons ist dadurch knapp dreimal ($2\pi/2(\pi - 2)$) größer als der eines RTMs. Wird ein solches Mikrotron mit *zwei* Linacs ausgerüstet, müssen die Kohärenzbedingungen für beide halbe Umläufe simultan gelten, so dass die Bahnlängenänderung eines ganzen Umlaufs nun mindestens 2λ betragen muss:

$$2(\pi - 2) \cdot \frac{\Delta E}{e \cdot c \cdot B} = 2n \cdot \lambda_{\text{HF}} \quad (1.7)$$

Somit wird zwar die Polfläche eines doppelseitigen Mikrotrons drastisch verkleinert, aber zwei Linacs müssen gut den fünffachen Energiegewinn gegenüber einem RTM leisten.

Grundsätzlich werden im CW-Betrieb kleinstmögliche Energiegewinne bevorzugt (d.h. $n = 1$); um aber gleichzeitig den Beschleuniger möglichst kompakt zu bauen, muss das Magnetfeld möglichst groß sein.

1.2.2 Höhere Energien mit MAMI-C

MAMI-C sollte in zwei bislang als Experimentierplatz benutzten Hallen aufgebaut werden, um Kosten für ein neues Gebäude zu sparen (siehe Abbildung 1.6). Weil konventionelle Magnete mit großer homogener Polfläche ($\delta B/B \sim 10^{-4}$) maximale Felder von etwa 1.5 T erreichen, müsste der Energiegewinn eines doppelseitigen Mikrotrons nach Gleichung 1.7 bei der MAMI-Frequenz von 2.45 GHz rund 40 MeV betragen.

Konsequenz für MAMI-C

Beide Linacs müssten daher eine maximale Beschleunigungsspannung von $U_0 \approx 25$ MV bereitstellen – bei etwa 12 m verfügbarer Länge.

Der Energiegewinn nach Gleichung 1.7 ist proportional zu λ_{HF} , daher kann er durch die Wahl der Beschleunigungsfrequenz und damit λ_{HF} beeinflusst werden. Die MAMI-B-Kaskade als Vorbeschleuniger liefert einen Strahl mit einer 2.45 GHz-Struktur, so dass

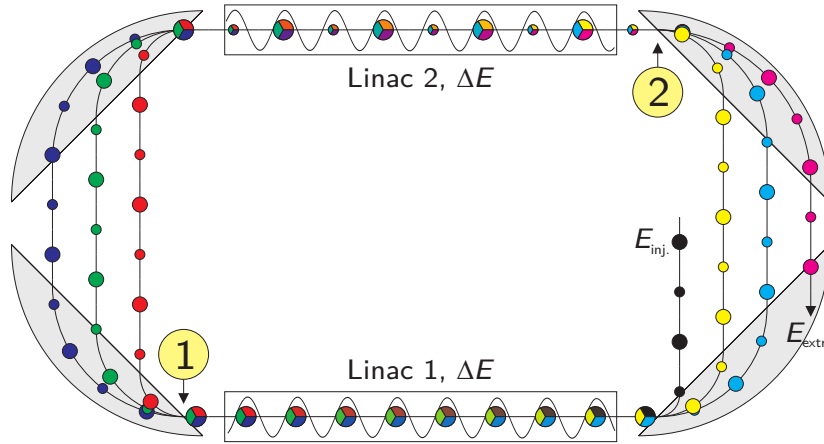


Abbildung 1.8:

Doppelseitiges Mikrotron (DSM): Schematische Darstellung mit Elektronenbunchen. Von (1) nach (2) ist die Strecke $18\frac{1}{4}\lambda$, von (2) nach (1) bereits $18\frac{3}{4}\lambda$ lang, da die Strahlenergie bereits größer ist als von (1) nach (2). Der erste Umlauf ist daher 37λ lang. Von (1) nach (2) ist die Strecke nun $19\frac{1}{4}\lambda$ lang, exakt 1λ länger als im ersten Umlauf, von (2) nach (1) nun $19\frac{3}{4}\lambda$. Somit ist der zweite Umlauf 39λ lang, 2λ länger als der erste Umlauf, wie durch Gleichung 1.7 gefordert.

Jeder zweite Bunch ist kleiner dargestellt, da bei MAMI-C (4.9 GHz) nur jeder zweite Bunch ($\nu_{\text{Bunch}} = 2.45 \text{ GHz}$) besetzt ist. Deshalb sind im Fall von $n = 1$ die Bunche auf einer Linacgeraden um λ separiert, auf der anderen um 2λ . Durch die Länge des ersten Umlaufs (λ gerade/ungerade) wird festgelegt, welcher Bunchabstand auf welcher Linacgeraden sein wird. Das ermöglicht prinzipiell sowohl den Betrieb mit zwei 4.9 GHz-Linacs (DSM) als auch den gemischten Betrieb (4.9 GHz- und 2.45 GHz-Linac, Harmonisches DSM, Abschnitt 1.5).

zunächst alle ganzzahligen Vielfachen dieser Frequenz in Betracht kommen. Weil die Maße der Beschleunigungsstrukturen mit der Wellenlänge skalieren, wird mit 4.9 GHz für das DSM ein guter Kompromiss zwischen Energiegewinn einerseits sowie Fertigung, Justage und vor allem Apertur auf der anderen Seite getroffen. Abbildung 1.8 zeigt schematisch die spezielle Situation bei MAMI-C, die sich aufgrund der Unterschiede von Bunchfrequenz und Grundfrequenz des DSM ergeben. Weitere Details sind z.B. in [21] nachzulesen.

1.3 Das Ablensystem und seine Eigenschaften

Die Rezirkulation kann durch Segmentmagnete mit jeweils gemeinsamen Ein- und Austrittskanten realisiert werden (siehe Abbildung 1.9), da ein solcher Magnet aus Symmetriegründen in der Ablenebene telezentrische Abbildungseigenschaften besitzt und daher wie ein magnetischer Spiegel wirkt. Der Ablenkwinkel bleibt dabei energieunabhängig; allein der Biegeradius und damit der Austrittsort skaliert als transversale

Dispersion mit der Energie. Die symmetrische Kombination zweier gleichartiger Magnete kehrt diesen Effekt des Einzelmagneten genau um, so dass die transversale Dispersion nach einem solchen Ablensystem verschwindet und die Trajektorien aller Energien wieder vereint werden [6]. Der Ablenkwinkel beider Magnete muss gleich groß sein. Sinnvoll sind dabei Ablenkwinkel von je zweimal $\theta = 180^\circ/N$, wobei N die Anzahl der Ablensysteme mit paarweisen Magnetanordnung bzw. der geraden Strecken mit Dispersion $D = 0$ ist. Denkbar sind 180° (RTM, $N = 1$), 90° (DSM, $N = 2$), 60° (Hexatron, $N = 3$) usw.

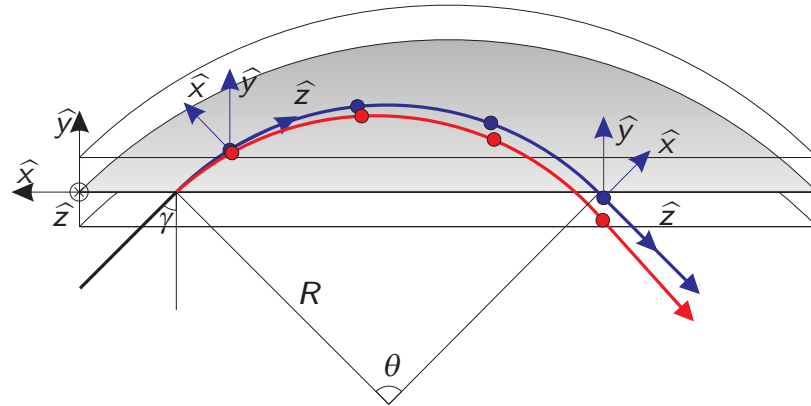


Abbildung 1.9:

Koordinatensysteme und Segmentmagnet: Das sich mit der Sollbahn (blau) mitbewegende Koordinatensystem bildet die Basis für sämtliche Teilchenkoordinaten (rot: Teilchenbahn abweichend von der Sollbahn), die sinnvollerweise relativ zum Sollteilchen angegeben werden. Die Koordinaten eines Teilchens im sechsdimensionalen Phasenraum lauten daher $\vec{r} = (x, x', y, y', z, z')^T$. Beim Segmentmagneten findet der Ein- und Austritt mit dem Polkantenwinkel γ statt, der Ablenkwinkel beträgt θ und der Biegeradius ist R . Das schwarze Koordinatensystem ist für die Koordinaten des Magnetfeldes gedacht. Die \hat{z} -Achse ragt dabei in die Zeichenebene bzw. in das Innere des Magneten.

Das RTM mit zwei 180° -Ablenkmagneten wurde bereits 1946 erwähnt [8]; die flexible Anordnung der Ablenkmagnete erlaubt z.B. die Installation eines HF-Linacs sowie individueller Fokussierelemente. Im Falle des RTM stehen die Ein- und Austrittswinkel in die Ablenkmagnete senkrecht zur Stirnfläche des Magneten, daher sind die vertikal defokussierenden Effekte des realen Randfelds hier kleiner als bei Polytrons ($N > 1$) mit schrägen Polkantenwinkeln γ [14].

Der größte Abstand der Sollbahnen zweier benachbarter Umläufe im RTM wird durch die transversale Dispersion verursacht und beträgt $n \cdot \lambda/\pi$. Damit beträgt der Abstand bei einer Beschleunigungsfrequenz $\nu = c/\lambda_{\text{HF}} = 2.45 \text{ GHz}$ für $n = 1$ etwa 3.9 cm. Dieser Abstand sollte immer einige Zentimeter betragen, um z.B. Korrekturmagnete auf den Dispersionsbahnen installieren zu können [11].

Die Flugstrecken in einem RTM wachsen mit zunehmender Energie, so dass beim

RTM3 der erste Umlauf bereits etwa 25 m lang ist. Das bedeutet, dass Winkelfehler von $\delta x' \sim 1 \text{ mrad}$ bereits nach einem Umlauf zu Positionsfehlern von $\delta x \sim 25 \text{ mm}$ führen können, wenn keine Vorkehrungen durch Fokussierung getroffen werden. Dennoch können nur geringe lokale Abweichungen vom Sollmagnetfeld toleriert werden: Bei MAMI sind die Magnete durch Oberflächenkorrekturspulen derart korrigiert, so dass für die Abweichungen $|\delta B/B| \leq 10^{-4}$ eingehalten werden kann. Dann reichen mechanisch „kleine“ Korrekturmagnete auf den Dispersionsbahnen aus, um die verbleibenden Ablenkfehler (typischerweise $|\delta x'| < 1 \text{ mrad}$) auszugleichen. Zusätzlich wird dadurch für die Longitudinaldynamik gewährleistet, dass es nicht zu „Sprüngen“ der Weglänge kommt, die wiederum nicht korrigierbare Veränderungen der Sollphase ϕ_{Soll} bewirken würden [11].

1.3.1 Fokussierung des Strahls

Um die Auswirkungen von Positions- und Winkelfehlern zu minimieren, muss der Strahl fokussiert werden. Dann führt ein von der Sollbahn abweichender Strahl eine sog. Betatronschwingung um die durch Positionsmonitore vorgegebene Sollbahn aus.

Zur Fokussierung eines Strahls können verschiedene Methoden verwendet werden, die als „schwache Fokussierung“ und „starke Fokussierung“ eingeordnet werden können.

Die „schwache Fokussierung“ ist seit den Anfängen der Zyklotrons und Betatrons bekannt und kann sowohl mit homogenen als auch mit inhomogenen Ablenkmagneten beobachtet werden (siehe Abbildung 1.10). Die „schwache Fokussierung“ eines homogenen Ablenkmagneten erfolgt in der Ablenebene, senkrecht dazu gibt es keine fokussierende Wirkung. Durch einen überlagerten Gradienten kann aber auch in der Vertikalen eine schwache Fokussierung bewirkt werden [14]. Diese Fokussierung ist allerdings sehr eingeschränkt und nicht flexibel, da sie horizontal gleichzeitig ablenken und fokussieren und auch vertikal fokussieren soll, was allerdings prinzipielle Grenzen hat (Earnshaw-Theorem).

Stärkere und flexiblere Fokussierung kann durch abwechselnde Gradienten („alternating gradient“) erreicht werden, weil durch den Wechsel des Gradienten zunächst in einer (z.B. horizontaler) Ebene fokussiert wird und anschließend umgekehrt. Ist der Abstand der Gradientenwechsel kleiner als die einzelne Brennweite, so wirkt dieses System in *beiden* Ebenen fokussierend (z.B. Fokussierung mit einem Quadrupol-Dublett). Normalerweise werden bei der „starken Fokussierung“ einzelne Quadrupolmagnete verwendet, es können aber auch Solenoidmagnete zum Einsatz kommen.

Homogene Ablenkmagnete

In einem homogenen Magnetfeld, das senkrecht zur Beschleunigerebene steht, findet in der Vertikalen keine Fokussierung statt. In der Horizontalen gibt es für parallel startende Strahlen ($\delta x \neq 0, \delta x' = 0$) einen Brennpunkt, der gleichzeitig auch der Umkehrpunkt des Strahls ist (siehe Abbildung 1.10).

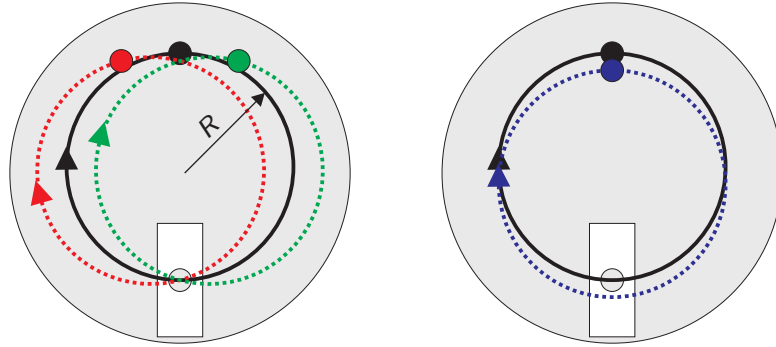


Abbildung 1.10:

Schwache Fokussierung im homogenen Magnetfeld: Für Magnetfelder $\vec{B} = (0, B_y, 0)$ senkrecht zur Beschleunigerebene (x/z -Ebene) ist die Sollbahn eine Kreisbahn (schwarz). Die schwache Fokussierung führt dazu, dass der Strahl trotz Winkelfehlern ($\delta x' \neq 0$, links) immer wieder an den Ausgangspunkt zurückkehrt (rot und grün) bzw. für Ortsfehler ($\delta x \neq 0$, rechts) gibt es zwei Brennpunkte. In der y -Ebene parallel zum Magnetfeld findet keine Fokussierung statt.

Randfeldeffekte

Durch Randfeldeffekte ist das Magnetfeld jedoch nur im Inneren eines Magneten homogen und parallel zur y -Achse; an den Polkanten muss mit Feldkomponenten in z -Richtung gerechnet werden (Abbildung 1.9). Diese Feldkomponente führt prinzipiell zu einer negativen vertikalen Brennweite f_y [7, 11]:

$$\frac{1}{f_y} = \frac{1}{R^2} \left[\int_{-d}^0 \left(\frac{B(z)}{B_0} \right) dz - \int_{-d}^0 \left(\frac{B(z)}{B_0} \right)^2 dz - \frac{2y^2}{3} \int_{-d}^0 \left(\frac{B'(z)}{B_0} \right)^2 dz + \dots \right] \quad (1.8)$$

mit dem Bahnradius R im homogenen Magnetfeld B_0 . Dabei reicht das Randfeld von $-d$ bis 0 in z -Richtung. B' ist hier die Ableitung dB/dz . Durch geeignete Wahl des Feldverlaufs $B(z)$ im Randfeldbereich kann die Defokussierung aber kompensiert werden. Als Lösung hat sich beim RTM der Gegenfeldstreifen nach Babić und Sedlaček durchgesetzt [7, 22]: Vor dem homogenen Hauptfeld B_0 befindet sich ein in z -Richtung schmales Gegenfeld mit $B_{\text{rev.}} \sim -0.2 \cdot B_0$ [23]. Damit kann die vertikale Defokussierung in gewünschter Weise kompensiert werden.

Viel stärker wirken die B_z -Komponenten, wenn der Strahl im Falle der 90° -Segmentmagnete nicht *senkrecht* in das Magnetfeld ein- und austritt, sondern schräg. Aus Sicht des Strahls sind dann große B_x -Komponenten vorhanden, die die Defokussierung noch verstärken. Brennweiten von deutlich unter 1 m bis hin zu wenigen cm sind zu erwarten [6].

Feldgradient senkrecht zur Stirnfläche des Magneten

Alternativ kann statt homogener Magnete auch ein Magnet mit einem Gradienten entlang der z -Achse eingesetzt werden, um die vertikale Defokussierung zu beherrschen – sog. „combined function“-Magnete. Der Strahl dringt mit zunehmender Energie immer tiefer bis zum Umkehrpunkt $z_{\max,i}$ des Umlaufs i in den Magneten ein. Deshalb kann für jede weitere Bahn j mit $j > i$ der Feldverlauf $B(z)$ im Bereich zwischen $z_{\max,i} < z < z_{\max,j}$ iterativ weiterentwickelt werden, ohne die Eigenschaften der vorigen Bahnen zu beeinflussen. Optimal ist ein exponentieller Abfall, da dann die Vertikalabbildung achromatisch wird [23, 24]. Mit diesem Vorgehen ist – unter Berücksichtigung der Fertigungstechniken – der Feldgradient so entwickelt worden, dass praktisch über den gesamten Energiebereich die vertikale Defokussierung kompensiert wird (Abbildung 1.11). Die Restbrennweite liegt im Mittel bei etwa 150 m, was leicht durch die Quadrupole auf den Linacachsen ausgeglichen werden kann [25].

Das Ergebnis ist ein Magnet mit Feldgradient, dessen horizontale und vertikale Abbildung einer Driftstrecke entspricht, deren Länge jedoch energieabhängig ist (Abbildung 1.12) [20, 26].

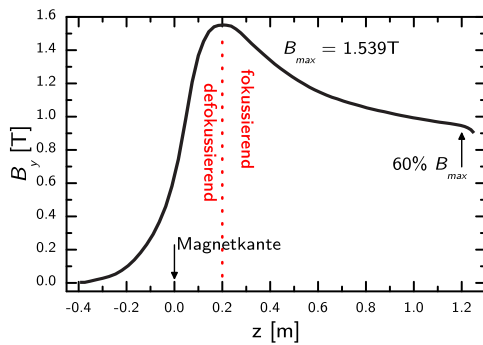


Abbildung 1.11:

Magnetfeld gegen die Distanz zur Polkante (\hat{z} -Achse) eines HDSM-Dipols [27].

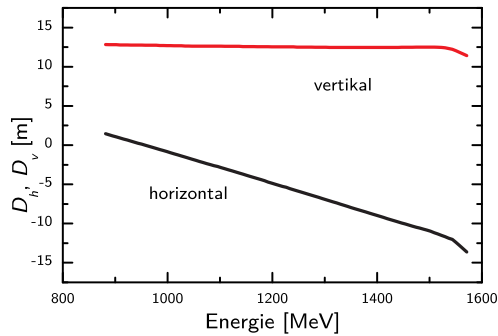


Abbildung 1.12:

Horizontale und vertikale Driftstrecken eines 180°-Ablensystems [27].

Dieser makroskopische Feldgradient führt unter Berücksichtigung von Gleichung 1.7 dazu, dass dort das konstant angesetzte Magnetfeld B durch $\langle B \rangle < B$ ersetzt werden muss. Der reduzierende Effekt des Gradienten nimmt von Umlauf i zu Umlauf j zu, so dass $\langle B \rangle_j < \langle B \rangle_i$ für $j > i$. Aber Gleichung 1.7 muss für alle Umläufe erfüllt werden, wodurch der Sollenergiegewinn in der gleichen Weise sinken muss. Die inhärente Phasenfokussierung führt bei der richtigen Wahl von Sollenergiegewinn und Phase automatisch zu einem kontinuierlichen Verlauf der Beschleunigung. Dennoch muss die longitudinale Stabilität genauer untersucht werden (Abschnitt 1.4). Der für die Vertikalabbildung optimierte Feldgradient erfordert, dass der Energiegewinn von etwa 16.8 MeV bei Einschussenergie auf

rund 14 MeV bei Ausschussenergie abnimmt; immerhin rund 17%, was in Abbildung 1.13 dargestellt ist [26].

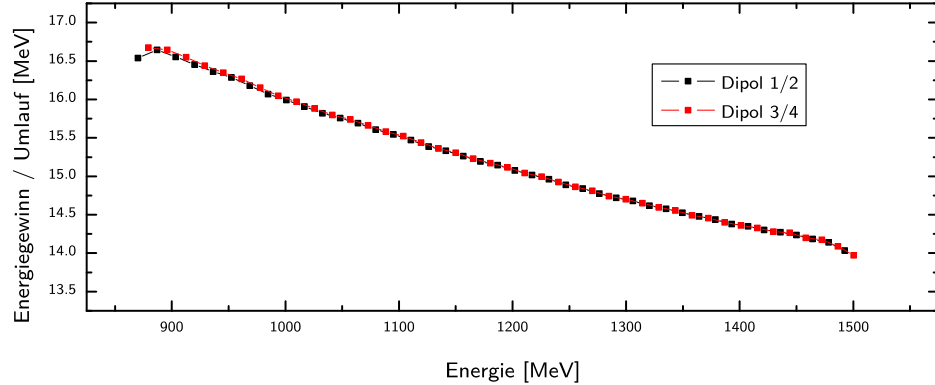


Abbildung 1.13:

Sollenergiegewinn im HDSM: Der Feldgradient erfordert ein Abnehmen des Energiegewinns von rund 17% im Verlauf der Beschleunigung.

Vorteile des telezentrischen Segmentmagneten

Telezentrie ermöglicht einen im Betrieb vergleichsweise einfachen Umgang mit dem Ablensystem, weil im Wesentlichen nur Driftstrecken zu berücksichtigen sind.

Weil die Ablenkmagnete die gewünschten telezentrischen Eigenschaften besitzen, erfolgt die Fokussierung wie bei den RTMs an MAMI idealerweise ausschließlich durch Quadrupole auf den Linacachsen⁷. In [26] werden auch verschiedene andere Fokussierschemata detailliert diskutiert und gegenüber diesem einfachen Schema verworfen, weil sie keine grundlegenden Vorteile gegenüber der skizzierten Methode haben.

1.3.2 Longitudinale Fokussierung

Die Kombination einer Rezirkulation mit Longitudinaldispersion und einem Linac wirkt longitudinal fokussierend, da relativistische Elektronen ($v \lesssim c$) mit einer Energieabweichung $\delta E > 0$ durch die longitudinale Dispersion gegenüber dem Sollteilchen eine etwas längere Bahn fliegen und damit etwas später am HF-Resonator ankommen. Ist die Phase der Hochfrequenz so gewählt, dass das Sollteilchen auf der abfallenden Flanke liegt, wird das Elektron mit $\delta E > 0$ von der HF etwas weniger stark beschleunigt und nähert sich im nächsten Umlauf dem Sollteilchen, d.h. es folgt einer sog. Synchrotronschwingung

⁷Die Brennweite eines Quadrupolmagneten wächst $\sim E$, die eines Dubletts hingegen mit $\sim E^2$, so dass die Dublett-Fokussierung mit zunehmender Energie drastisch abnimmt. Dieser Effekt ist unproblematisch, weil die Energie mit dem HDSM nur etwa verdoppelt wird.

um die Sollphase ϕ . In Abbildung 1.2 wurde bereits schematisch die Wirkung der Phasenfokussierung dargestellt; die theoretischen Hintergründe werden in Abschnitt 1.4 erläutert.

Wahl der Sollphase ϕ

Eine elektromagnetische Welle (bzw. das elektrische Feld) sei:

$$\begin{aligned}\vec{E}(\vec{x}, t) &= \vec{E}_0 \cdot e^{i(\vec{k}\vec{x} - \omega_{\text{HF}}t)} \\ &= \vec{E}_0 \cdot e^{i\phi}\end{aligned}\tag{1.9}$$

Da sich im (ortsfesten) Resonator eine stehende Welle ausbildet, ist o.B.d.A. $\vec{k}\vec{x} = 0$ und damit $\phi = -\omega_{\text{HF}}t$. Daher ist in dieser Schreibweise die Phase ϕ für ein Teilchen mit $\delta E > 0$ aufgrund der longitudinalen Dispersion *kleiner* (oder negativer) als die des Sollteilchens. Der Sollenergiegewinn ΔE_{Soll} eines Einzelresonators oder auch eines Linacs beträgt:

$$\Delta E_{\text{Soll}} = eU_0 \cos(\phi_{\text{Soll}})\tag{1.10}$$

mit $\phi_{\text{Soll}} < 0$ in dieser Konvention. Die Sollphase der RTMs ist also immer negativ.

1.4 Periodische Systeme: Grundlagen der Longitudinaldynamik

Bei einem periodischen System muss vermieden werden, dass kleinere Fehleinstellungen dazu führen, dass Abweichungen über alle Grenzen anwachsen (z.B. bewirkt ein Energiegewinn $\Delta E \neq \Delta E_{\text{Soll}}$ in einem späteren Umlauf i Phasenabweichungen $\delta\phi_i = \phi_{\text{Soll}} - \phi_i$). Die Grundlagen der Longitudinaldynamik sind sehr detailliert in verschiedenen Werken (z.B. [7, 14]) zu finden und hier daher nur zusammenfassend dargestellt.

1.4.1 Beschreibung durch die lineare Strahldynamik

Mit den Mitteln der linearen Strahldynamik können zur Überprüfung der Stabilität einfache Bedingungen formuliert werden, unter denen eine periodisch stabile Beschleunigung stattfinden kann. Das soll im weiteren Verlauf zunächst am Beispiel des longitudinalen Phasenraums $(\delta\phi, \delta E)$ gezeigt werden.

Die Ableitung des hierfür verwendeten Matrixformalismus aus dem Hamilton-Lagrange-Formalismus sowie den Vektorpotentialen der verschiedenen Beschleunigerkomponenten ist in zahlreichen Schriften nachzulesen [14]. Hier folgt eine kurze Zusammenfassung der ursprünglichen Herleitung [20].

1.4.2 Matrix-Formalismus der Strahldynamik

Die Bewegung eines einzelnen Elektrons in äußeren elektromagnetischen Feldern wird durch die Hamiltonfunktion $H(\vec{v})$ mit $\vec{v} = (\delta x, \delta p_x, \delta y, \delta p_y, \phi, \delta E, \delta z)^T$ beschrieben, wobei δx , δy sowie δp_x und δp_y die lokalen Teilchenkoordinaten bzw. die Impulse bezogen auf das Sollteilchen und weiter $\delta \phi$ und δE die Phasen- und die Energieabweichung festlegen. Die Koordinate z entspricht der zurückgelegten Strecke entlang der Sollbahn und ist für hochrelativistische Teilchen „fest“ mit der Phase ϕ bzw. den Abweichungen $\delta \phi$ verknüpft.

Mit einer Matrix \mathcal{S}

$$\mathcal{S} = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 \end{pmatrix} \quad (1.11)$$

wird die Bewegung eines Teilchens aus der Hamiltonfunktion berechnet:

$$\frac{d\vec{v}}{dz} = \mathcal{S} \frac{\partial H}{\partial \vec{v}} \quad (1.12)$$

Eine Lösung ist für den Fall, dass nur die Jakobimatrix \mathcal{J} von $H(\vec{v})$ berücksichtigt wird, durch Integration über die Wegstrecke z möglich:

$$\vec{v}(z) = \vec{v}(0) + \int_0^z \mathcal{S} \mathcal{J}(s) \vec{v}(s) ds \quad (1.13)$$

Für ein von z unabhängiges \mathcal{J} (d.h. für eine Driftstrecke, für eine Bewegung in einem homogenen Magnetfeld, etc.) gilt insbesondere

$$\vec{v}(z) = e^{\mathcal{S} \mathcal{J} z} \vec{v}(0) = \mathcal{M}(z) \vec{v}(0) \quad (1.14)$$

wobei $\mathcal{M}(z)$ in der linearen Strahloptik dann den o.g. Abschnitt des Beschleunigers beschreibt.

Für eine reale Strahlführung bestehend aus n einzelner solcher Abschnitte, die hier mit $i \in [1, n]$ bezeichnet sind, ist die Lösung für $\vec{v}(z)$ demnach gegeben:

$$\vec{v}(z) = \mathcal{M}_n \cdot \mathcal{M}_{n-1} \cdot \dots \cdot \mathcal{M}_i \cdot \dots \cdot \mathcal{M}_2 \cdot \mathcal{M}_1 \cdot \vec{v}(0) \quad (1.15)$$

Im Fall des longitudinalen Phasenraums ist $\vec{v}(0) \equiv (\delta \phi_{\text{vor}}, \delta E_{\text{vor}})^T$ und analog $\vec{v}(z) \equiv (\delta \phi_{\text{nach}}, \delta E_{\text{nach}})^T$. Die Transformationsmatrix \mathcal{M} ist das Produkt der Matrizen \mathcal{M}_i . Damit kann Gleichung 1.15 wie folgt geschrieben werden:

$$\begin{pmatrix} \delta \phi_{\text{nach}} \\ \delta E_{\text{nach}} \end{pmatrix} = \mathcal{M} \cdot \begin{pmatrix} \delta \phi_{\text{vor}} \\ \delta E_{\text{vor}} \end{pmatrix} \quad (1.16)$$

In einem rezirkulierenden Beschleuniger wird eine Folge von Beschleunigerkomponenten mehrfach durchflogen. Dabei wird die kleinste sich wiederholende Folge *Elementarzelle* genannt, anhand der die Longitudinaldynamik eines Mikrotrons gut charakterisiert werden kann.

Die Entwicklung des longitudinalen Phasenraums bestehend aus Phasen- und Energieabweichungen $\delta\phi$ und δE wird im Wesentlichen durch das Magnetfeld der Ablenkmagnete und durch die Beschleunigungsstrecken festgelegt. Damit beschreibt Gleichung 1.17 die Transformation eines Umlaufs i bestehend aus einem Linac \mathcal{L}_i und einem Ablensystem \mathcal{D}_i :

$$\begin{pmatrix} \delta\phi_{\text{nach}} \\ \delta E_{\text{nach}} \end{pmatrix} = \mathcal{D}_i \cdot \mathcal{L}_i \cdot \begin{pmatrix} \delta\phi_{\text{vor}} \\ \delta E_{\text{vor}} \end{pmatrix} \quad (1.17)$$

Bei den nun folgenden Erläuterungen wird der Umlauf-Index i weggelassen, da i hier keine spezielle Funktion besitzt. Beim DSM ändern sich durch die Sollphasenwanderung auch die entsprechenden Matrizen.

Dipol-Matrix

Die Matrix \mathcal{D} des Dipols wirkt als energieabhängige Driftstrecke: Die Energie wird nicht verändert, nur die Phasenabweichung unterliegt einer energieabhängigen Transformation. Dazu ist die Länge der Drift mit dem Matrixelement \mathcal{D}_{12} so gewählt, dass eine dem Sollenergiegewinn $\Delta E_{\text{Soll}} = eU_0 \cos(\phi_{\text{Soll}})$ entsprechende „Energieablage“ δE genau zu einer Phasenänderung von $n \cdot 360^\circ$ bzw. $n \cdot 2\pi$ führt, um die Kohärenzbedingung zu erfüllen:

$$\mathcal{D} = \begin{pmatrix} 1 & -\frac{n \cdot 2\pi}{eU_0 \cos(\phi_{\text{Soll}})} \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (1.18)$$

Das Vorzeichen von \mathcal{D}_{12} berücksichtigt die in Abschnitt 1.3.2 definierte Wahl der Sollphase ($\phi_{\text{Soll}} < 0$), da $\delta E < 0$ eine kürzere Laufzeit bedeutet und damit das Elektron eine Beschleunigung größer als ΔE_{Soll} erfahren muss.

Linac-Matrix

Die Matrix \mathcal{L} des Linacs hingegen soll die Phasenabweichung $\delta\phi$ nicht verändern, weil die Elektronen relativistisch sind und der Linac für $v = c$ ausgelegt ist. Allerdings führt eine Phasenabweichung $\delta\phi$ zu einem abweichenden Energiegewinn:

$$\begin{aligned} \Delta E &= \Delta E_{\text{Soll}} + \delta E_{\text{nach}} \\ &= eU_0 \cos(\phi_{\text{Soll}} + \delta\phi) \end{aligned} \quad (1.19)$$

Ein Linac verhält sich in dieser Notation grundsätzlich nichtlinear, weil in diesem Ausdruck die Phasenabweichung $\delta\phi$ als Argument der Kosinus-Funktion auftritt. Um das Verhalten

der Longitudinaldynamik einfach untersuchen zu können, ist eine Linearisierung sinnvoll:

$$\begin{aligned}\delta E_{\text{nach}} &= \Delta E - \Delta E_{\text{Soll}} \\ &= eU_0 \cos(\phi_{\text{Soll}} + \delta\phi) - eU_0 \cos(\phi_{\text{Soll}}) \\ &\approx -eU_0 \sin(\phi_{\text{Soll}}) \cdot \delta\phi\end{aligned}\quad (1.20)$$

Hier wurde der Ausdruck in der letzten Zeile von Gleichung 1.20 durch die zeitliche Ableitung des Feldverlaufs approximiert, was mit dem Matricelement \mathcal{L}_{21} fortgesetzt wird:

$$\mathcal{L} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -eU_0 \sin(\phi_{\text{Soll}}) & 1 \end{pmatrix} \quad (1.21)$$

Die Wirkung von \mathcal{L} entspricht einer Fokussierung.

Beschleunigung als lineare Abbildung approximiert

Weil sich beide Matrizen von einem Umlauf zum nächsten gar nicht (RTM, homogenes Magnetfeld) bzw. nur geringfügig (DSM, Feldgradient) verändern, kann man einen Umlauf als Elementarzelle des periodischen Beschleunigungsvorgangs auffassen. Der gesamte Beschleunigungsvorgang von Umlauf 1 bis n wird dann durch das Matrixprodukt beschrieben:

$$\begin{pmatrix} \delta\phi_n \\ \delta E_n \end{pmatrix} = \mathcal{D}_n \cdot \mathcal{L}_n \cdot \mathcal{D}_{n-1} \cdot \mathcal{L}_{n-1} \cdot \dots \cdot \mathcal{D}_2 \cdot \mathcal{L}_2 \cdot \mathcal{D}_1 \cdot \mathcal{L}_1 \cdot \begin{pmatrix} \delta\phi_1 \\ \delta E_1 \end{pmatrix} \quad (1.22)$$

1.4.3 Stabilität, Eigenellipse und Resonanzphänomene

Stabilität im genannten Sinne erfordert, dass die Transformationsmatrix \mathcal{M} der Elementarzelle einer speziellen Ähnlichkeitsabbildung (bzw. einer Drehstreckung) mit Eigenwerten $|\lambda| = e^{\pm i\Psi}$ und dem Drehwinkel Ψ entspricht. Da nach dem Satz von Liouville das Phasenraumvolumen unter dem Einwirken konservativer Kräfte⁸ eine Erhaltungsgröße ist, gilt:

$$\det(\mathcal{M}) \equiv 1 \quad (1.23)$$

Wenn beide Bedingungen erfüllt sind, führt die wiederholte Anwendung der Transformationsmatrix \mathcal{M} nicht zu einem unbegrenzten Anwachsen der Eingangsabweichungen $\delta\phi_0$ und δE_0 , sondern die Abweichungen beschreiben von Umlauf zu Umlauf Punkte auf der sogenannten Eigenellipse, was als Synchrotronschwingung (longitudinal) oder Betatronschwingung (transversal) zu beobachten ist. Der Winkel Ψ , um den die Punkte von Umlauf zu Umlauf auf dieser Ellipse weiterwandern, ist der sogenannte longitudinale

⁸Die statischen Magnetfelder der Ablenkmagnete und die elektrischen Felder der Beschleunigungssektionen können als Gradient eines Potentials dargestellt werden [28].

Phasenvorschub Ψ , der häufig auch als Arbeitspunkt („tune“) $q = \Psi/2\pi$ ausgedrückt wird. Dann entspricht die Matrix \mathcal{U} der ursprünglichen Matrix \mathcal{M} :

$$\mathcal{U} = \begin{pmatrix} \cos(\Psi) + \alpha \sin(\Psi) & \beta \sin(\Psi) \\ -\gamma \sin(\Psi) & \cos(\Psi) - \alpha \sin(\Psi) \end{pmatrix} \equiv \mathcal{M} \quad (1.24)$$

Die Twissparameter α , β und γ unterliegen der Bedingung $\beta\gamma - \alpha^2 = 1$ und können durch Vergleich der Matrixelemente aus \mathcal{M} bestimmt werden können. Die Twissparameter legen die Fläche (Akzeptanz), Exzentrizität und Orientierung (konvergent/divergent) der Eigenellipse fest.

Gleichzeitig gilt

$$\text{Spur}(\mathcal{U}) \equiv 2 \cos(\Psi) \quad (1.25)$$

d.h. man kann aus der Matrix \mathcal{M} direkt den Phasenvorschub Ψ berechnen und erkennen, unter welchen Bedingungen die Transformation periodisch und nicht resonant ist:

$$|\text{Spur}(\mathcal{M})| \leq 2 \quad (1.26)$$

Für ein RTM bedeutet das:

$$\begin{aligned} \text{Spur}(\mathcal{M}_{\text{RTM}}) &= \text{Spur}(\mathcal{L} \cdot \mathcal{D}) \\ &= 1 - eU_0 \sin(\phi) \cdot \frac{-n \cdot 2\pi}{eU_0 \cos(\phi)} + 1 \\ &= 2 + n \cdot 2\pi \tan(\phi) \end{aligned} \quad (1.27)$$

Aus dem Phasenvorschub Ψ kann die Sollphase ϕ_{Soll} bestimmt werden:

$$\phi_{\text{Soll}} = \arctan\left(\frac{\cos(\Psi) - 1}{n\pi}\right) \quad (1.28)$$

Mit $|2 + n \cdot 2\pi \tan(\phi)| \leq 2$ folgt eine periodische Beschleunigung für $-32.5^\circ \leq \phi \leq 0^\circ$ im Falle eines RTMs mit harmonischer Zahl $n = 1$. Bei einem DSM muss mit der Matrix \mathcal{D}_i berücksichtigt werden, dass nun der Gesamtenergiegewinn eines kompletten Umlaufs (mit zwei Linacs ΔE) durch Longitudinaldispersion eine Bahnlängenvergrößerung von 360° pro Ablensystem erzeugen muss. Daher in der vorigen Herleitung des RTM der Ausdruck $\Delta E = eU_0 \cos(\phi_{\text{Soll}})$ durch $2\Delta E$ für das DSM ersetzt werden:

$$\begin{aligned} \text{Spur}(\mathcal{M}_{\text{DSM}}) &= \text{Spur}(\mathcal{L} \cdot \mathcal{D}) \\ &= 1 - eU_0 \sin(\phi) \cdot \frac{-n \cdot \pi}{eU_0 \cos(\phi)} + 1 \\ &= 2 + n \cdot \pi \tan(\phi) \end{aligned} \quad (1.29)$$

Eine stabile periodische Beschleunigung ist daher für $-51.85^\circ \leq \phi \leq 0^\circ$ bei $n = 1$ möglich [6, 29]. Dieser vergleichsweise große Stabilitätsbereich wird zumindest teilweise vom Feldgradienten der Ablenkmagnete benötigt.

Abbildung 1.14 zeigt in zwei Beispielen die Transformation des Phasenraums mit verschiedenen Phasenvorschüben Ψ .

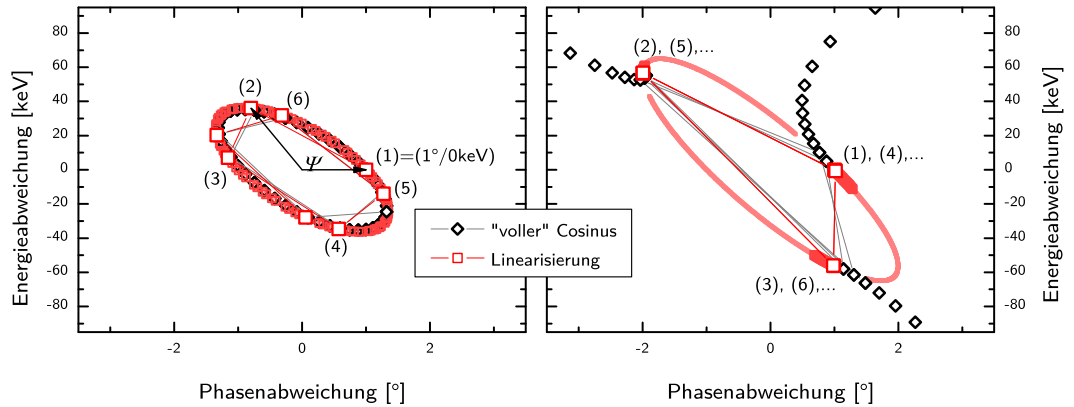


Abbildung 1.14:

Eigenellipse und Resonanz (RTM3): Transformation eines Phasenraums vom Startpunkt (+1°, 0 keV) für 100 Perioden, die ersten acht sind durch Linien verbunden. Links ist die Eigenellipse mit einem Phasenvorschub Ψ von etwa 84.3° ($\phi = -16^\circ$) dargestellt. Die Unterschiede zwischen der vollständigen Rechnung und der Linearisierung sind kaum zu erkennen. Rechts ist die Eigenellipse in der Nähe von $\Psi \sim 120^\circ$ ($1/3$ -Resonanz) bereits sehr entartet. Hier ist auch zu sehen, dass nur die vollständige Rechnung die Resonanzüberhöhung wiedergibt (schwarze Rauten); die Linearisierung bleibt auch nach vielen Umläufen beschränkt und überstreicht irgendwann den gesamten Rand, was durch die blassrote Kurve dargestellt wird.

„Anpassung“ (Matching) des eingeschossenen Phasenraums

Bisher (und insb. in Abbildung 1.14) ist nur ein punktförmiger Strahl betrachtet worden, der den Schwerpunkt eines realen und ausgedehnten Bunches beschreibt.

Die Verteilung im Bunch erstreckt sich über eine Fläche im Phasenraum, deren Größe durch die Emittanz⁹ des Strahls vorgegeben wird. Um den Phasenraum durch Nichtlinearitäten (siehe oben) möglichst wenig zu verzerren, sollte die Orientierung der eingeschossenen Phasenraumverteilung der Eigenellipse des Systems entsprechen., da sonst die Teilchen aus den Randbereichen des eingeschossenen Phasenraums unnötigerweise größere Schwingungsamplituden erreichen. Wird der eingeschossene Phasenraum jedoch mit der richtigen Orientierung in das Zentrum der Akzeptanz eingelenkt, spricht man von einem „angepassten“ Strahl.

Um dies zu erreichen, wird im transversalen Phasenraum eine geeignete Strahlführung benötigt, die mit Hilfe von Quadrupolmagneten und Driftstrecken den Phasenraum in die benötigte Orientierung rotiert (z.B. divergenter Strahl, paralleler Strahl, etc.).

Für den longitudinalen Phasenraum aus $\delta\phi$ und δE bedeutet dies, dass durch eine Kombination aus Beschleunigung und Ablensystem die Orientierung des Phasenraums

⁹Die Emittanz beschreibt die Größe der Orts- und Impulsverteilung.

an die Eigenellipse angepasst werden kann. Im Falle des HDSM beginnt diese Anpassung in der Injektionsstrahlführung mit der sog. „Matchingsektion“ (MS, einer kurzen Beschleunigungssektion, Abbildung 1.6), die vom Strahl in der Nähe des Nulldurchgangs des elektrischen Felds durchquert werden soll. Dadurch wird die mittlere Energie des Strahls nicht verändert, aber die fokussierende Wirkung des Gradienten kann ausgenutzt werden, um bei Eintreffen in den 4.9 GHz-Linac den Phasenraum zu optimieren. Weil das allein nicht ausreicht, erfolgt der Einschuss in den 4.9 GHz-Linac bei einer *positiven* Phase. Durch eine kleine Magnetschikane wird die Weglänge zwischen 4.9 GHz-Linac und 2.45 GHz-Linac um etwa 10° bzgl. 4.9 GHz verlängert, so dass nach dieser Schikane die Beschleunigung bei Phasen $\phi < 0^\circ$ fortgesetzt wird [20, 26]. Abgesehen davon wird die Matchingsektion später bei den Messungen benutzt, um die Einschussenergie um rund ± 1 MeV zu variieren.

Synchrotronschwingung und Optimierung der Longitudinaloptik

Eine Abweichung $(\delta\phi, \delta E)$ des Strahls vom Sollteilchen führt dazu, dass der Strahl eine Ellipse mit dem Phasenvorschub Ψ um das Sollteilchen beschreibt. Wenn mehrere Umläufe i betrachtet werden, können die Phasenabweichungen $\delta\phi_i$ (als Projektion dieser Ellipse auf die Phasenkoordinaten) gemessen werden, die eine Synchrotronschwingung

$$\delta\phi_i = A_S \sin(\Psi \cdot i + \psi_0) \quad (1.30)$$

beschreiben. Beides ist in Abbildung 1.15 dargestellt. A_S ist die Amplitude der Phasenvariationen $\delta\phi_i$ und ψ_0 die Phase der Synchrotronschwingung beim ersten Erreichen des Linacs, die über die Twissparameter mit der Phase des Teilchens auf der Eigenellipse verknüpft ist [20].

Aufgrund der im Vergleich zum RTM stärker variierenden Einschussphasen $\phi_{4.9}$ und $\phi_{2.45}$ sind auch die Twissparameter größeren Schwankungen unterworfen. Dennoch kann bei bekannter Amplitude A_S und Phase ψ_0 ungefähr die Abweichung $(\delta\phi_0, \delta E_0)$ berechnet und ggf. korrigiert werden. Dies wird in Abschnitt 4.5 empirisch überprüft und seitdem zur Optimierung des HDSM verwendet.

Resonanzen

Liegt Ψ zu nahe an einem rationalen Quotienten von 2π (also z.B. $\Psi = \pi$, $\Psi = \pi/2$, $\Psi = \pi/3\dots$), können Resonanzphänomene beobachtet werden, die vorhandene Fehler weiter verstärken (siehe Abbildung 1.14). Die Matrixrechnungen können den Phasenvorschub Ψ gut bestimmen, allerdings können die Resonanzüberhöhungen mit dieser Methode nicht sichtbar gemacht werden.

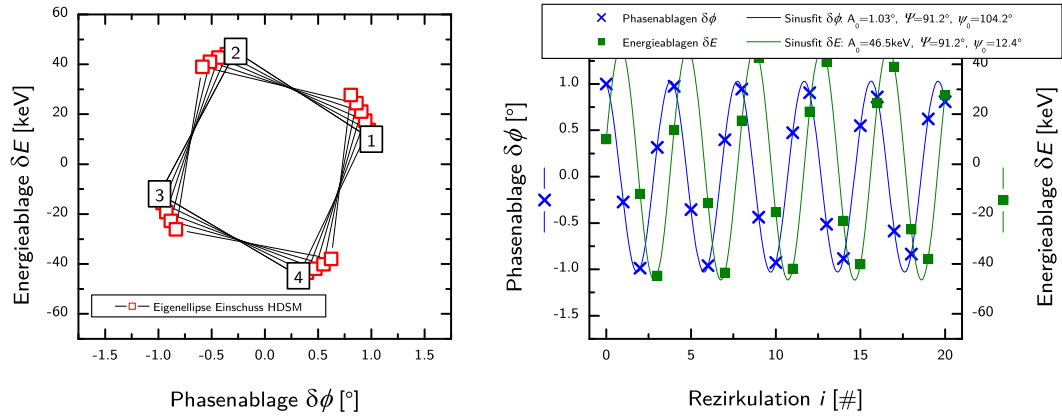


Abbildung 1.15:

Eigenellipse und Synchrotronschwingung (Einschuss HDSM 4.9 GHz: 9 MV, -1° ; 2.45 GHz: 9 MV, -34° , linearisierte Methode): Analog zu Abbildung 1.14 ist links die Eigenellipse vom Startpunkt ($+1^\circ$, 10 keV) für 20 „Rezirkulationen“ dargestellt, die in der Nähe der $1/4$ -Resonanz liegt. Rechts ist diese Eigenellipse als Synchrotronschwingung dargestellt, an die für $\delta\phi_i$ und δE_i jeweils eine Funktion $y = A_0 \sin(\Psi i + \psi_0)$ gefittet wurde. Die messbaren Phasenablagen $\delta\phi_i$ werden in Abschnitt 4.5 benutzt, um mit Hilfe von Amplitude $A_0 \equiv A_S$ und Anfangsphase ψ_0 des Phasenverlaufs den eingeschossenen Strahl zu korrigieren.

1.4.4 Einfluss des Magnetfeld-Gradienten auf die Longitudinaldynamik

Der Gradient des Magnetfelds führt in der Kohärenzbedingung nach Gleichung 1.7 zu einem kleineren mittleren Magnetfeld $\langle B \rangle_i$, das der Strahl in einen gegebenen Umlauf i erfährt. Das wiederum führt zu einem entsprechend kleineren Energiegewinn ΔE_i , der sich beim Mikrotron aber automatisch durch die Phasenfokussierung einstellt, indem die zum richtigen Energiegewinn passende Sollphase $\phi_{\text{Soll},i}$ getroffen wird. Daher wird sie von Injektion bis Extraktion ein gewisses Intervall $\phi_i \in [\phi_0, \phi_1]$ durchlaufen.

Beim ideal symmetrischen DSM werden beide Linacs mit derselben HF-Amplitude U_0 betrieben, auch die Einschussphase ϕ ist für beide Linacs identisch.

Abweichungen von der Symmetrie durch Fehler (z.B. HF-Amplitude, Einschussphase, Justage) führen dazu, dass die Einschussphasen $\phi \rightarrow \phi_1, \phi_2$ in beiden Linacs einen Versatz $\rho \neq 0^\circ$ aufweisen können:

$$\rho = \phi_2 - \phi_1 \quad (1.31)$$

Für kleine ρ kann dann eine mittlere und fiktive Phase $\langle \phi \rangle$ definiert werden, um mit dem resultierenden mittleren Energiegewinn beider Linacs die Kohärenzbedingung zu erfüllen [26]:

$$\cos(\phi_1) + \cos(\phi_2) = 2 \cos(\langle \phi \rangle) \quad (1.32)$$

Aufgrund der Definition von ρ kann seine Größe am einfachsten durch Verändern der

Einschussphase ϕ_2 in den zweiten Linac kontrolliert werden, was beim HDSM genauer betrachtet werden muss (besonders in Kapitel 4, Abschnitt 4.5.4).

1.4.5 Longitudinale Stabilität des DSM

Um die Stabilität zu untersuchen, müssen in beiden Linacs des DSM unterschiedliche Sollphasen ϕ_1 und ϕ_2 angenommen werden. Damit ist die Elementarzelle nicht mehr ein Halbumlauf, sondern muss beide Linacs durch \mathcal{M}_1 bzw. \mathcal{M}_2 separat berücksichtigen:

$$\begin{aligned} \text{Spur}(\mathcal{M}) &= \text{Spur}(\mathcal{L}_2 \cdot \mathcal{D} \cdot \mathcal{L}_1 \cdot \mathcal{D}) \\ &= \left(2 + \frac{n \cdot \pi \sin(\phi_2)}{\cos(\langle \phi \rangle)}\right) \cdot \left(2 + \frac{n \cdot \pi \sin(\phi_1)}{\cos(\langle \phi \rangle)}\right) - 2 \end{aligned} \quad (1.33)$$

Das Ergebnis ist nun nicht mehr ein Intervall stabiler Beschleunigung, sondern eine zweidimensionale Fläche über den Phasenkoordinaten ϕ_1 und ϕ_2 der beiden Linacs. Allerdings wird hier stillschweigend vorausgesetzt, dass für die HF-Amplituden von Linac 1 und 2 $U_{0,1} = U_{0,2}$ gilt.

Die Spur nach Gleichung 1.33 ist in Abbildung 1.16 dargestellt. Dort wird deutlich, dass Abweichungen von der Symmetrie ($\phi_{1,i} \neq \phi_{2,i}$) dazu führen, dass der stabile Bereich in der Nähe von -32.5° durch ein Stopband unterbrochen wird, d.h. das Stabilitätsdiagramm zerfällt in zwei disjunkte Teilbereiche. Davon abgesehen müssen einige longitudinale Resonanzen durchquert werden, was aber durch die jeweils geringe Anzahl von Umläufen im kritischen Bereich unproblematisch ist.

Stopband bei -32.5° ist problematisch

Für einen stabilen Betrieb des Beschleunigers muss also unbedingt dafür gesorgt werden, dass der instabile Bereich um die $1/2$ -Resonanz vermieden werden kann, was im folgenden Abschnitt dargestellt wird.

1.5 Das Harmonische Doppelseitige Mikrotron als Spezialfall für MAMI-C

Nachdem der für transversale Abbildungseigenschaften optimierte Feldverlauf $B(z)$ eine Änderung der Sollphase $\phi_{\text{Soll},i}$ von einem Umlauf i zum nächsten erfordert, waren beim Betrieb mit zwei identischen Linacs ernsthafte Schwierigkeiten bei der Longitudinaldynamik zu erwarten. Ursächlich ist das Erreichen der $1/2$ -Resonanz in den letzten Umläufen um $\phi \sim -32.5^\circ$, was an der starken fokussierenden Wirkung der Linacs $\mathcal{L}_{21} = -eU_0 \sin(\phi_i)$ liegt.

Wenn man die Phase ϕ jedoch als Zeitkoordinate betrachtet, findet man, dass dieses Matrixelement aber auch durch die Frequenz beeinflusst wird, denn die Energieabweichung

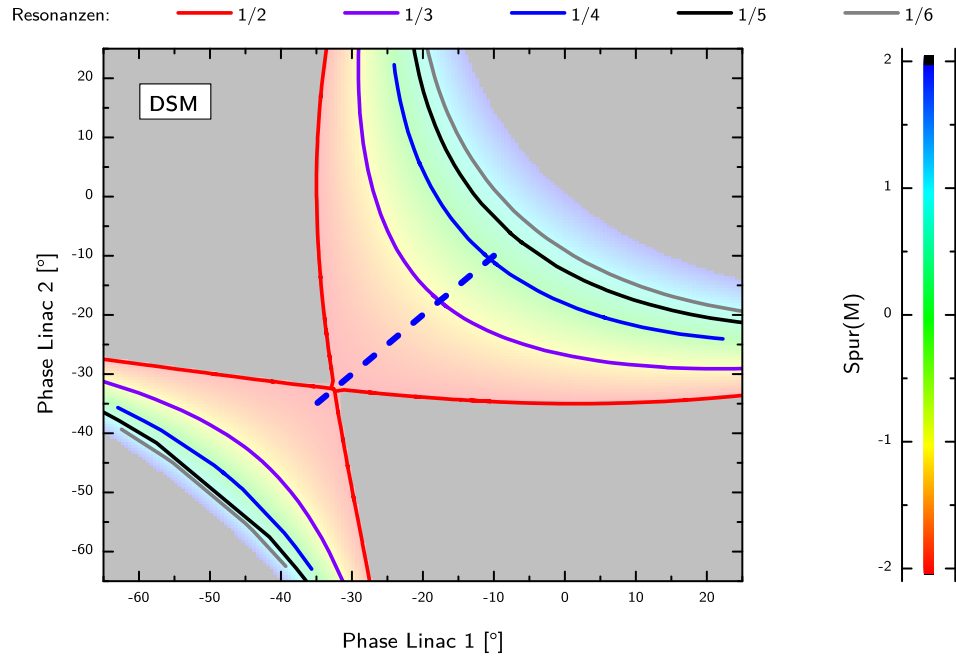


Abbildung 1.16:

Longitudinaler Stabilitätsbereich des DSM: Die farbige Fläche stellt den Bereich longitudinal stabiler Beschleunigung dar (Darstellung etwas blasser, um die Resonanzlinien und den Phasenverlauf hervorzuheben). Dabei repräsentieren die Farben die Spur der Elementarmatrix (grau $\hat{=}$ instabil). Auftretende Resonanzen sind durch die durchgezogenen farbigen Linien dargestellt. Die blau gepunktete Linie stellt den vorgesehenen Phasenverlauf dar [26]. Im DSM werden bei einer Einschussphase von -10° die $1/4$ -, $1/3$ - und sogar die $1/2$ -Resonanz gekreuzt. Der Stabilitätsbereich besitzt bei -32.5° praktisch keine Ausdehnung. Dadurch führen bereits kleine Phasenfehler in diesem Bereich zu Instabilitäten, die wiederum leicht zu Strahlverlusten führen können.

δE_{nach} nach Passieren des Linacs (siehe Gleichung 1.20) hängt von der Phase $\phi = \omega t$ und damit auch von der Frequenz ω ab (o.B.d.A. $\delta E_{\text{vor}} \equiv 0$):

$$\begin{aligned}
 \delta E_{\text{nach}} &= eU_0 \cos(\phi + \delta\phi) - eU_0 \cos(\phi) \\
 &= eU_0 \cos(\omega(t + \delta t)) - eU_0 \cos(\omega t) \\
 &\approx \frac{d}{dt} eU_0 \cos(\omega t) \cdot \delta t \\
 &= -\omega eU_0 \sin(\omega t) \cdot \delta t
 \end{aligned} \tag{1.34}$$

Dem entspricht, dass ein Linac mit höherer Frequenz durch ein vergleichsweise größeres Matrixelement \mathcal{L}_{21} beschrieben wird; kleinere Frequenzen reduzieren das Matrixelement entsprechend (insb. gilt bei gleicher Sollphase $\mathcal{L}_{21,2.45} = \frac{1}{2} \mathcal{L}_{21,4.9}$). In Abbildung 1.17 sind die beiden unterschiedlichen Frequenzen (4.9 GHz und 2.45 GHz) dargestellt.

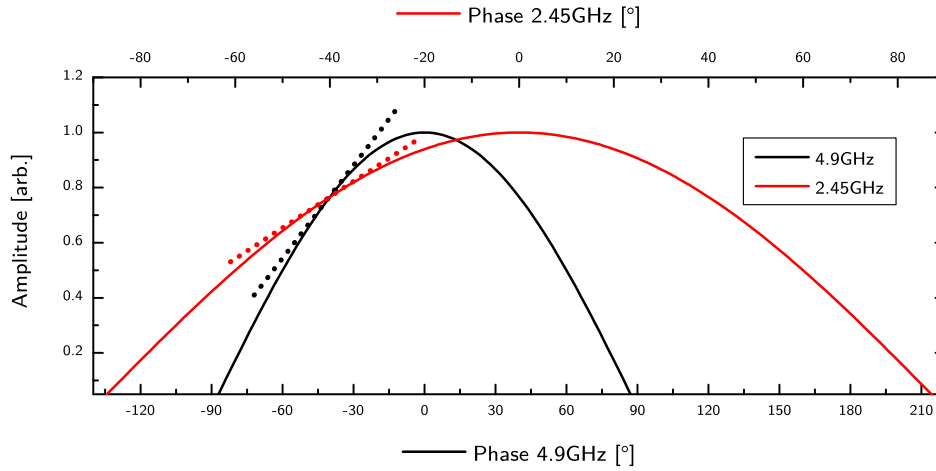


Abbildung 1.17:

Linacmatrixelement bei zwei Frequenzen: Die subharmonische Frequenz (rot, 2.45 GHz) bewirkt bei gleicher Sollphase (hier: $\phi = -40^\circ$) durch den flacheren Gradienten (siehe Gleichung 1.34) eine Halbierung der Fokussierstärke \mathcal{L}_{21} im Vergleich zu 4.9 GHz, was durch die Punktlinien dargestellt wird.

Im weiteren Verlauf beziehen sich Phasenangaben normalerweise auf die Grundfrequenz des entsprechenden Linacs (also z.B. $\phi_{2.45} = -32.5^\circ$). Im Fall von ρ , wo beide Frequenzen aufeinandertreffen, werden die Angaben auf die Grundfrequenz des HDSM – also auf 4.9 GHz – bezogen.

1.5.1 Subharmonischer Einschuss

Nun fällt bereits in Abbildung 1.8 auf, dass das Auslassen jedes zweiten Bunches dazu führt, dass in einem der beiden Linacs ebenfalls nur jeder zweite beschleunigende Resonator mit Elektronen besetzt ist. Genau diese Situation trifft bei MAMI-C zu: Der Strahl wird mit einer Wiederholrate von 2.45 GHz in das 4.9 GHz-System des DSM eingeschossen. Daher kann einer der beiden Linacs bei 2.45 GHz betrieben werden, was die longitudinale Stabilität wie vorgesehen wesentlich verbessert.

Verlauf der Sollphase im HDSM

Die Sollphasenänderungen der beiden HDSM-Linacs von Umlauf zu Umlauf sind durch den Feldgradienten festgelegt, da die Kohärenzbedingung (Gleichung 1.5) erfüllt werden muss. Lediglich die Einschussphasen $\phi_{4.9}$ bzw. $\phi_{2.45}$ sind zunächst beliebig, aber das Stabilitätskriterium nach Gleichung 1.26 sollte für alle Umläufe erfüllt werden. Außerdem

soll die $\frac{1}{2}$ -Resonanz mit ausreichendem Sicherheitsabstand¹⁰ vermieden werden.

In [26] wird ausführlich auf diese Problematik eingegangen. Resümierend sei hier festgestellt, dass sich der ideale Phasenverlauf im 4.9 GHz-Linac zwischen 0° und -32.5° bewegt (entsprechend dem stabilen Bereich eines RTM); der Phasenverlauf im 2.45 GHz-Linac soll dann zwischen -32.5° und maximal -51.85° liegen.

1.5.2 Longitudinale Stabilität des HDSM

Die Symmetrie beider Linacs des DSM ist beim HDSM nicht mehr vorhanden. Daher stellt sich die Elementarzelle des HDSM als Produkt aus $\{180^\circ\text{-Ablenkung, 4.9 GHz-Linac, } 180^\circ\text{-Ablenkung, 2.45 GHz-Linac}\}$ – also einem ganzen Umlauf – dar. Der Sollenergiegewinn ΔE muss dazu auf beide Linacs aufgeteilt werden:

$$\Delta E = \Delta E_{4.9} + \Delta E_{2.45} \quad (1.35)$$

$$\Delta E_{4.9} = eU_{4.9} \cos(\phi_{4.9}) \quad (1.36)$$

$$\Delta E_{2.45} = eU_{2.45} \cos(\phi_{2.45}) \quad (1.37)$$

In Gleichung 1.21 ist deshalb im Ausdruck für \mathcal{L}_i der Soll-Energiegewinn des jeweiligen Linacs und in \mathcal{D}_i der Gesamt-Energiegewinn einzusetzen. Demnach lautet die Spur der longitudinalen Umlaufmatrix:

$$2 + \frac{2\pi\Delta E_{2.45}}{\Delta E} \tan(\phi_{2.45}) - \Delta E_{4.9} \left(-\frac{2\pi}{\Delta E} - \frac{2\pi \left(1 + \frac{\pi\Delta E_{2.45}}{\Delta E} \tan(\phi_{2.45}) \right)}{\Delta E} \right) \tan(\phi_{4.9}) \quad (1.38)$$

Abbildung 1.18 zeigt den resultierenden Stabilitätsbereich des HDSM.

1.5.3 Konsequenz der Sollphasenänderung im HDSM

Der Energiegewinn $\Delta E = \Delta E_{4.9} + \Delta E_{2.45}$ bewirkt eine Flugzeitänderung von Umlauf zu Umlauf, weshalb sich der Eintreffzeitpunkt des Strahls in beiden Linacs je um einen ähnlichen Betrag verändert. Diese Flugzeitänderung bedeutet aber bei unterschiedlichen Frequenzen, dass z.B. 1° Phasenänderung bei 4.9 GHz nur 0.5° bei 2.45 GHz entsprechen und die Sollphasenänderung unterschiedlich verläuft. Deshalb muss Gleichung 1.31 modifiziert werden:

$$\rho = 2\phi_{2.45} - \phi_{4.9} \quad (1.39)$$

Durch die Wahl der beiden Einschussphasen $\phi_{4.9}$ sowie $\phi_{2.45}$ wird ρ festgelegt; will man also z.B. ρ verändern, aber die Einschussphase im 4.9 GHz-Linac belassen, so kann durch die Einschussphase im 2.45 GHz-Linac ρ festgelegt werden.

¹⁰Die Bunchlänge an MAMI liegt bei typischerweise 2° bezogen auf 2.45 GHz [30, 31]. Der Sicherheitsabstand sollte dieser Ausdehnung entsprechen.

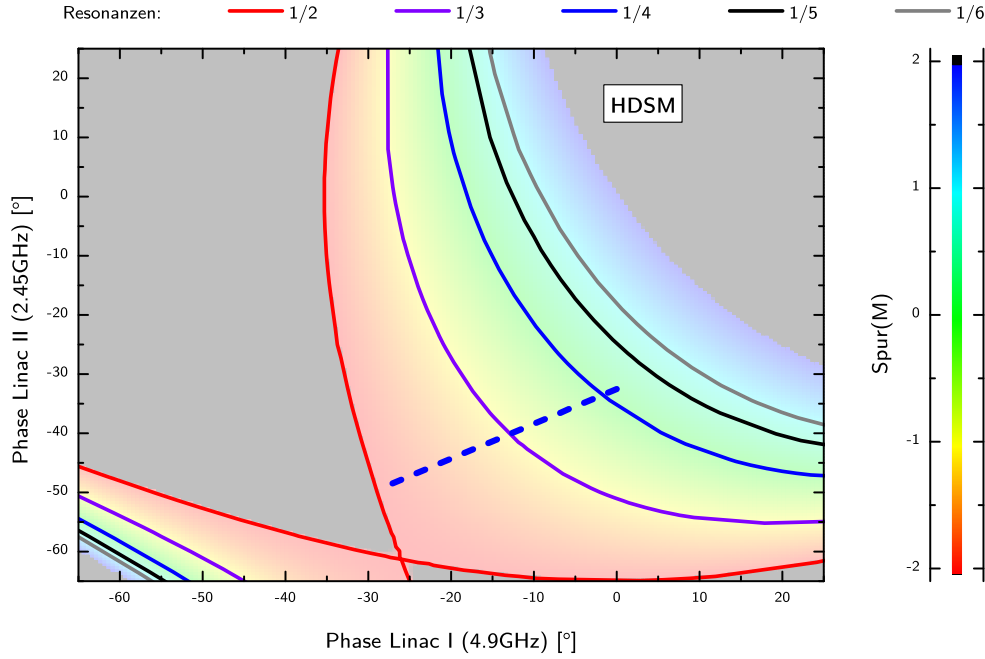


Abbildung 1.18:

Longitudinaler Stabilitätsbereich des HDSM: Darstellung wie in Abbildung 1.16. Die Phasen $\phi_{4.9}$ und $\phi_{2.45}$ der beiden Linacs beziehen sich auf die jeweiligen Frequenz. Die blau gepunktete Linie stellt den vorgesehenen Phasenverlauf dar [26]. Die Einschussphasen im HDSM betragen 0° (4.9 GHz) bzw. -32.5° (2.45 GHz) und nur die $1/4$ - und $1/3$ -Resonanzen müssen gekreuzt werden. Untersuchungen dazu in Kapitel 4.

Auswirkung auf die Verteilung des Energiegewinns auf beide Linacs

Idealerweise sollte sich der Energiegewinn eines Umlaufs i gleichmäßig auf beide Linacs verteilen – wie bereits beim DSM:

$$\Delta E_i = eU_{4.9} \cos(\phi_{4.9,i}) + eU_{2.45} \cos(\phi_{2.45,i}) \quad (1.40)$$

mit

$$eU_{4.9} \cos(\phi_{4.9,i}) \simeq eU_{2.45} \cos(\phi_{2.45,i}) \simeq \frac{1}{2} \Delta E_i \quad (1.41)$$

Bei konstanter Sollphase ϕ_i ist das unproblematisch, aber durch die Sollphasenänderung wird sich das Verhältnis r_i der beiden Energiegewinne $\Delta E_{4.9,i}$ und $\Delta E_{2.45,i}$ verändern. Das ergibt:

$$r_i := \frac{\Delta E_{4.9,i}}{\Delta E_{2.45,i}} = \frac{eU_{4.9}}{eU_{2.45}} \cdot \frac{\cos(\phi_{4.9,i})}{\cos(\phi_{2.45,i})} \quad (1.42)$$

Da das Verhältnis der Amplituden $U_{4.9}/U_{2.45}$ konstant ist, muss nur der zweite Bruch mit den Kosinus-Funktionen betrachtet werden. Mit Gleichung 1.39 eingesetzt gilt für das neu definierte \hat{r}_i :

$$\hat{r}_i := \frac{\cos(\phi_i)}{\cos((\phi_i + \rho)/2)} \quad (1.43)$$

Dieses Verhältnis der zwei Energiegewinne ist aber während der Beschleunigung wegen der Änderung der Sollphase ϕ_i *nicht* konstant. Trotzdem sollte es möglichst wenig variieren, um den Energiegewinn für alle Umläufe gleichmäßig auf beide Linacs zu verteilen. Die Wahl der Einschussphasen $\phi_{4.9}$ und $\phi_{2.45}$ (und damit auch von ρ) sollte das berücksichtigen.

Eine günstige Situation stellt sich beispielsweise bei identischen Amplituden dann ein, wenn die Phase im 4.9 GHz-Linac von 0° bis -30° wandert und simultan im 2.45 GHz von -20° bis -35° ($\rho = -40^\circ$), da in diesem Fall der Quotient $\hat{r}_i = \cos(\phi_i)/\cos((\phi_i + \rho)/2)$ im entsprechenden Phasenintervall relativ konstant bleibt (Abbildung 1.19, grüne Kurve). Geplant wurde jedoch ein Wert für $\rho \sim -70^\circ$ (Einschussphasen $\phi_{4.9} \sim 0^\circ$ und $\phi_{2.45} \sim -35^\circ$), um einerseits die $1/2$ -Resonanz zu vermeiden und andererseits gleichzeitig dem durch den Feldgradienten vorgegebenen Energiegewinn zu folgen. Dadurch wird der Energiegewinn für höhere Umläufe immer mehr durch den 4.9 GHz-Linac geleistet (\hat{r}_i läuft von ca. 1.2 nach 1.35).

Diese vereinfachte Betrachtung (hier bei identischen Amplituden) soll lediglich verdeutlichen, dass allein durch die Wahl der Einschussphasen $\phi_{4.9}$ und $\phi_{2.45}$ die Verteilung des Energiegewinns zwischen beiden Linacs entscheidend beeinflusst werden kann. In Kapitel 4 wird dies weiter untersucht.

Abbildung 1.20 zeigt den Einfluss unterschiedlicher HF-Amplituden auf die Spur der Longitudinalmatrix.

1.5.4 Folgen im Betrieb und für strahldynamische Untersuchungen

Die vorangegangenen Abschnitte haben verdeutlicht, dass ein doppelseitiges Mikrotron als Nachbeschleuniger für MAMI gut geeignet ist. Durch den Feldgradienten der Ablenkmagnete wird die Vertikaloptik hervorragend vereinfacht – andererseits erzwingt er eine nicht vernachlässigbare Änderung der Sollphase im Verlauf der Beschleunigung. Das harmonische doppelseitige Mikrotron umgeht auf clevere Weise die kritische longitudinale $1/2$ -Resonanz – zunächst auf dem Papier.

Nun stellt sich die Herausforderung, diese geplante Konfiguration auch an der realen Maschine einzustellen, zu untersuchen, zu optimieren und z.B. anhand des Stabilitätsdiagramms nach Abbildung 1.18 einzuordnen.

Deshalb müssen Methoden entwickelt werden, um die relevanten Parameter so präzise wie möglich zu erfassen. Besonders wichtig sind dabei die HF-Amplituden $U_{4.9}$ und $U_{2.45}$ sowie die zugehörigen Phasen $\phi_{4.9,i}$ bzw. $\phi_{2.45,i}$ der einzelnen Umläufe i .

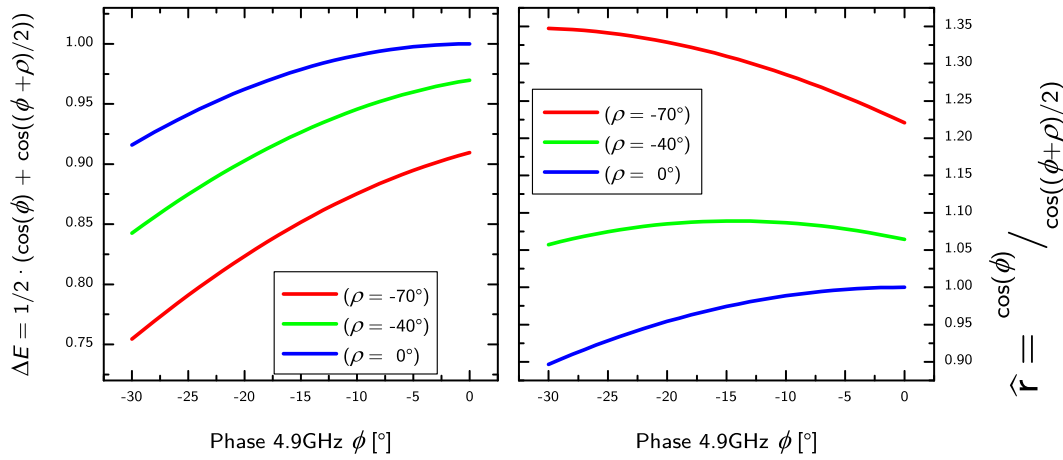


Abbildung 1.19:

Energiegewinn bei zwei Frequenzen und Sollphasenänderung: Links ist die Summe der Energiegewinne beider Linacs vereinfacht ($U_{4.9} = U_{2.45} = 1$) dargestellt. Für $\rho = 0^\circ$ sinkt der relative Energiegewinn um etwa 9% – zu wenig für den Feldgradienten. Für $\rho = -40^\circ$ sinkt er um etwa 15%, erst für $-80^\circ < \rho < -60^\circ$ nimmt er um den durch den Feldgradienten erforderlichen Betrag von 17% ab [26]. Rechts ist das Verhältnis $\hat{r}_i = \cos(\phi) / \cos((\phi + \rho)/2)$ dargestellt. Idealerweise sollte \hat{r}_i während der Beschleunigung möglichst konstant sein, so dass der Energiegewinn eines Umlaufs immer annähernd gleich auf beide Linacs verteilt ist (z.B. grüne Kurve für $\rho = -40^\circ$), aber die Änderung des Energiegewinns erfordert $\rho \sim -70^\circ$.

1.5.5 Verkopplung zwischen den Phasenräumen

In bestimmten Fällen können die Phasenräume (x, x') , (y, y') und $(\delta\phi, \delta E)$ unabhängig voneinander betrachtet werden; der Satz von Liouville gilt dann in allen drei Phasenräumen separat. Die einzelnen Unterräume können allerdings *nicht* mehr unabhängig voneinander betrachtet werden, wenn Verkopplungen zwischen den Phasenräumen auftreten. Stattdessen muss dann der ganze Phasenraum durch eine 6×6 -Matrix transformiert werden.

Ein einfaches Beispiel hierfür ist der Einschuss in den 180° -Segmentmagneten des RTM mit einem Winkelfehler $\delta x' \neq 0$. Dadurch verkürzt oder verlängert sich die Strecke im Magnetfeld, so dass nach dem Magneten eine Phasenabweichung $\delta\phi$ zu beobachten ist. Verkopplung kann aber auch durch viele andere Effekte verursacht werden und war auch bei den RTMs an MAMI gelegentlich Gegenstand von Untersuchungen [20, 32].

In dem in Kapitel 4 entwickelten Modell des HDSM werden zwar Verkopplungen zwischen longitudinalem und transversalem Phasenraum bewusst vernachlässigt, um das Modell nicht unnötig zu verkomplizieren, allerdings werden während der durchgeführten Messungen auch die zugänglichen transversalen Daten (normalerweise x, y) abgespeichert. Bei der Analyse des Experiments können dann z.B. diejenigen Daten aussortiert werden,

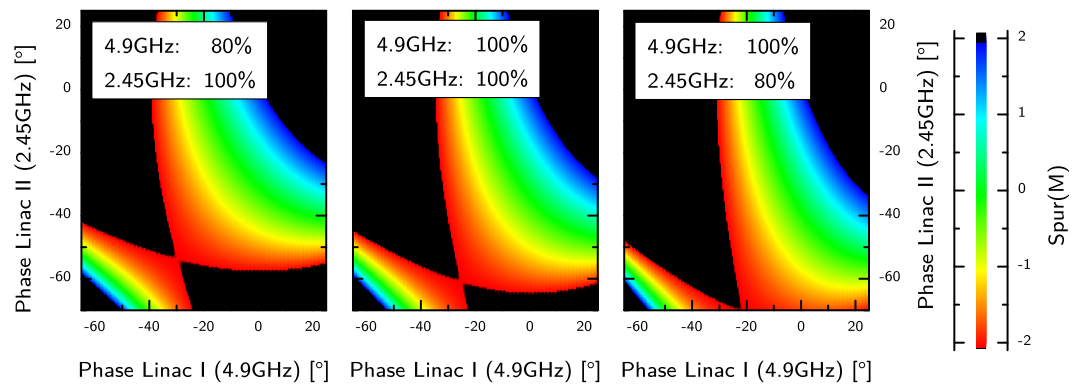


Abbildung 1.20:

Spur der longitudinalen Transformation: Nach Gleichung 1.38 ausgewertete Spur für drei verschiedene HF-Amplitudenrelationen. In den schwarz dargestellten Bereichen ist die Beschleunigung nicht stabil.

die zu große transversale Ablagen von der Sollbahn zeigen.