
Para onde vai a Dívida Pública?

Vítor Wilher, Bacharel e Mestre em Economia*

Clube do Código nº 2 - Março de 2016

A trajetória da Dívida Bruta brasileira tem sido objeto de preocupação entre analistas e investidores. Exemplo disso foi o recente rebaixamento da nota de crédito do país pelas três principais agências de classificação de risco. Mas o que está por trás do aumento da relação Dívida/PIB? Quais são os determinantes do endividamento público? Como podemos modelar essa relação ao longo do tempo? Melhor: como podemos prever essa relação para os próximos meses? São essas e outras questões que abordamos nessa edição do Clube do Código. Boa leitura e bons códigos!

1 Carregando pacotes e importando dados

Como sempre, vamos carregar alguns scripts externos, pacotes e importar os dados que vamos usar. O código abaixo faz isso.¹

```
### Scripts externos
source('bcb.R')
source('ARPDIA2.R')
source('plot.riksbank.R')

### Pacotes
library(forecast)
library(BMR)
library(ggfortify)
library(ggthemes)
library(urca)
library(forecast)
library(stargazer)

### Importar arquivo
data <- ts(read.csv2('clube02.csv', header=T, sep=';',
                    dec=',')[, -1],
           start=c(2006,12), freq=12)
```

*contato@vitorwilher.com

¹Caso não tenha algum pacote instalado, o faça com a função `install.packages`. Em particular, para instalar o pacote BMR veja a Nota Técnica nº 02 do Clube do Código. Os scripts externos, por fim, vão em anexo ao arquivo fonte desse exercício.

2 Visualização e Tratamento de Dados

O arquivo `clube02.csv`, que está disponível na área restrita do [Clube do Código](#), contém seis séries, a saber: a Dívida Bruta do Governo Geral (DBGG) em relação ao PIB, o crescimento acumulado em 12 meses do PIB mensal do IBRE/FGV, o juro real, o superávit primário efetivo acumulado em 12 meses como percentual do PIB, o superávit primário requerido para estabilizar a relação Dívida/PIB e a taxa de câmbio R\$/US\$ venda mensal.² Com efeito, nossa primeira ação é visualizar os dados. Isso é feito com a função `gtsplot` do pacote `BMR`, para economizarmos linhas de código.

```
colnames(data) <- c('Dívida Bruta', 'Crescimento do PIB',  
                    'Juro Real', 'SP Efetivo',  
                    'Taxa de Câmbio', 'SP Requerido')  
dates <- seq(as.Date('2006-12-01'), as.Date('2016-02-01'),  
             by='1 month')  
gtsplot(data, dates=dates)
```

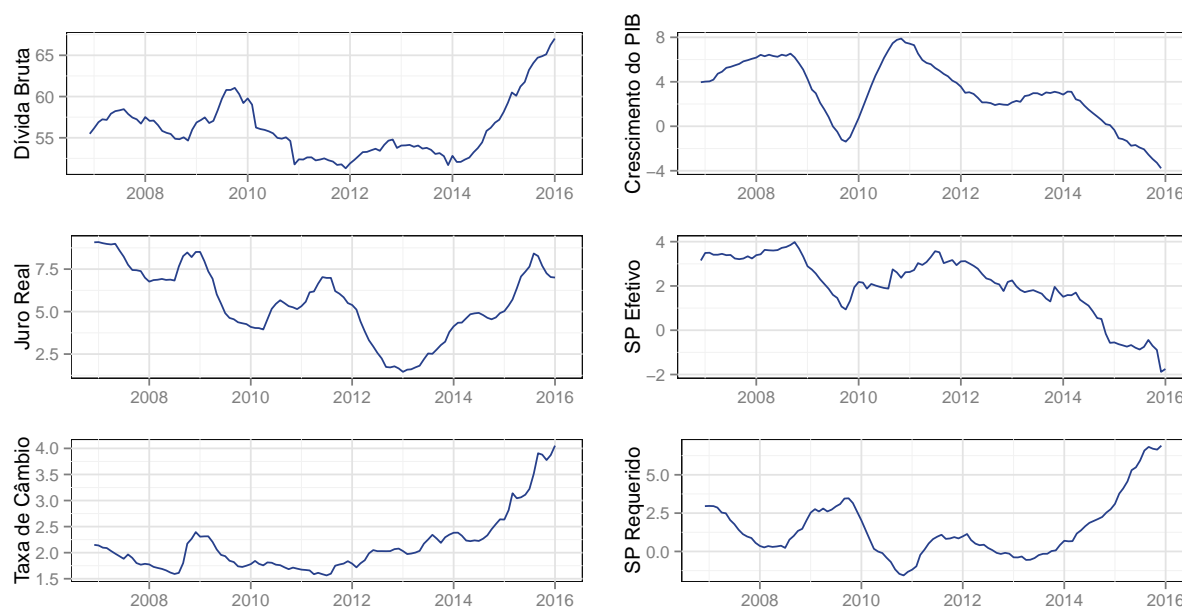


Figura 1: Dívida Bruta e alguns dos seus determinantes.

Por enquanto, nenhuma ação imediata de tratamento de dados será necessária, o que nos leva diretamente para o exercício.

²Você deve baixar o arquivo `clube02excel`, que é um arquivo comprimido. Uma vez descomprimido esse arquivo, com um programa tipo Winrar, você encontrará o arquivo `clube02.csv` com as referidas séries. A DBGG em relação ao PIB, a taxa de câmbio e o superávit primário são séries do Banco Central. O juro real foi obtido pela taxa Selic deflacionada pela expectativa de inflação 12 meses à frente, enquanto o superávit primário requerido foi calculado conforme Goldfajn (2002). Por fim, o PIB mensal foi obtido através do professor Cláudio Considera, pesquisador do IBRE/FGV, ao qual agradecemos.

3 Exercício

A evolução do fluxo de despesas e receitas, bem como do estoque de endividamento do setor público brasileiro tem sido motivo de grande preocupação nos últimos anos. Em particular, a trajetória da **Dívida Bruta do Governo Geral (DBGG) em relação ao PIB** ganhou atenção redobrada, diante do forte aumento que vem tendo. Ela era de 51,69% em dezembro de 2013, passando para 67,03% em janeiro desse ano. Um aumento de 15,34 pontos percentuais.

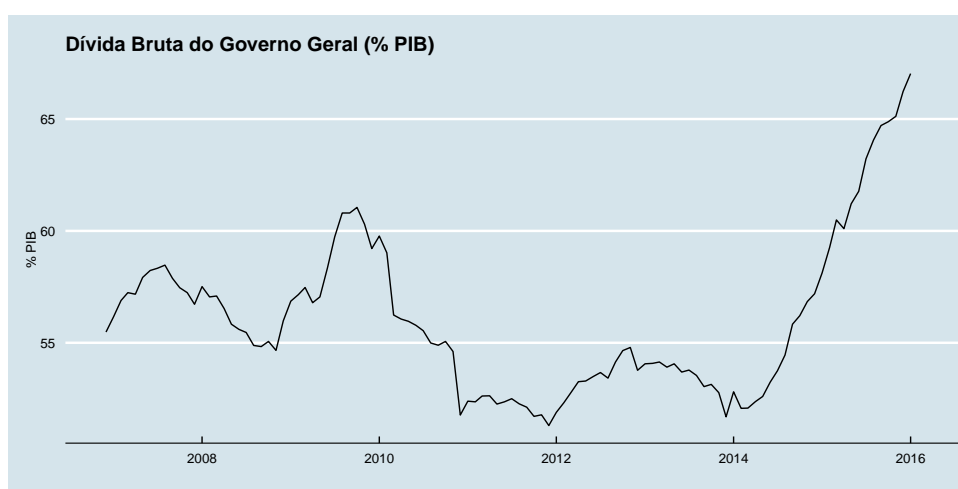


Figura 2: Evolução da Dívida Bruta do Governo Geral (DBGG) em relação ao PIB.

Para explicar esse salto na relação Dívida Bruta/PIB, vamos primeiro ilustrar a conexão que existe entre fluxo e estoque. Para isto, observe que:³

$$s_t^{req} = \frac{(r_t - g_t)}{(1 + g_t)} b_t \quad (1)$$

Onde b_t é a relação Dívida/PIB, s_t^{req} é o superávit primário requerido para estabilizar a relação Dívida/PIB, g_t é o crescimento do PIB e r_t é a taxa de juros real. Em outros termos, se a diferença entre a taxa de juros real e o crescimento do PIB aumentar, o superávit primário necessário para estabilizar a relação Dívida/PIB deve igualmente aumentar. Caso contrário, a relação Dívida/PIB dispara. Nesses termos, mostramos abaixo o comportamento dessas três variáveis: o crescimento do PIB, o juro real e o superávit primário efetivo.

³Ver Goldfajn (2002).

Clube do Código

Exercícios macroeconômicos usando o R

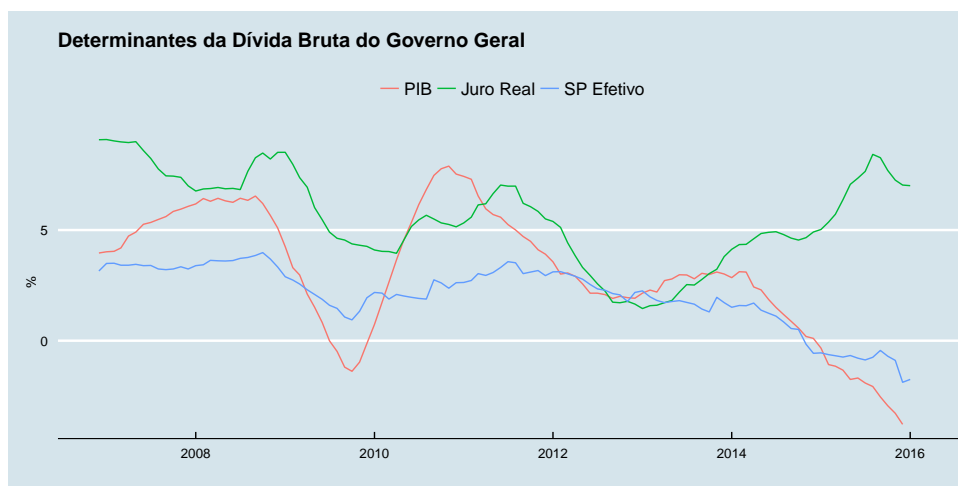


Figura 3: *Elaboração própria com dados do BCB e do IBRE-FGV.*

Observa-se que enquanto o crescimento do PIB e o superávit primário efetivo caíram no período recente, o juro real se elevou. Tais comportamentos, nesse contexto, explicam o salto observado na relação Dívida/PIB, ilustrado na figura 2. Dado o aumento da diferença entre o juro real e o crescimento do PIB, o superávit primário requerido para estabilizar a relação Dívida/PIB deveria caminhar em direção contrária ao que de fato ocorreu, como ilustra a figura 3.

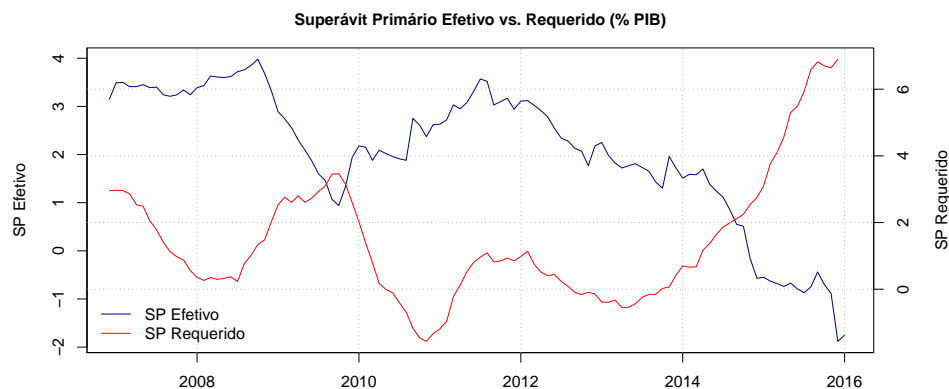


Figura 4: *Elaboração própria com dados do BCB.*

Em resumo, o comportamento do superávit primário efetivo potencializou o aumento dos juros reais e a queda do crescimento do PIB, como determinantes da trajetória Dívida/PIB. É basicamente por isso que a DBGG em relação ao PIB tem apresentado um comportamento explosivo nos últimos tempos, o que levou as três principais agências de classificação de risco a rebaixarem a nota de crédito do Brasil.

3.1 Um modelo univariado de determinação da DBGG em relação ao PIB

Para começarmos a modelar a DBGG em relação ao PIB, vamos fazer uso da metodologia elaborada por [Box et al. \(1994\)](#). Nosso objetivo é construir um modelo univariado que explique a evolução da relação DBGG/PIB ao longo do tempo. Desse modo, nosso primeiro problema é determinar a ordem de integração da série. Faremos isso com base no teste ADF Sequencial de raiz unitária, como exposto em [Pfaff \(2008\)](#).⁴ Para implementá-lo no R, primeiro definimos quantas defasagens são necessárias no teste ADF, para prevenir autocorrelação serial.

Isso é feito em nosso código com o uso da função `ARPDIA2`. Essa função irá aplicar o teste Ljung-Box nos resíduos do teste ADF, de modo a definir se com aquele número de defasagens, os resíduos possuem autocorrelação. Para não ter que fazer isso de forma manual, isto é, em cada defasagem, usaremos um `loop`, usando a função `for`, como abaixo.

```
for (i in 0:13){  
  arpdia2(na.omit(data[,1]),  
    lags.ljung=20,  
    lags.adf=i, # Usar um loop para ver vários lags no teste ADF  
    type.adf='trend', # Ver a equação do ADF com tendência  
    plot=TRUE) # plotar os resultados  
}
```

A aplicação da função `ARPDIA2` nos diz que com apenas uma defasagem é possível controlar problemas de autocorrelação. Dito isto, passamos ao teste ADF Sequencial. Para tal, começamos com a equação completa do teste ADF, isto é, aquela que contém tanto a tendência quanto o drift:

$$\Delta Y_t = \alpha + \beta t + \pi Y_{t-1} + \sum_{i=1}^m \gamma_i \Delta Y_{t-i} + \varepsilon_t \quad (2)$$

No R, implementamos isso com a função `ur.df`, do pacote `urca`, como abaixo.

```
lags <- 1  
adf.t <- ur.df(na.omit(data[,1]), type='trend', lags=lags)
```

A tabela 1 abaixo traz a estatística de teste e os valores críticos. A estatística `tau3` fornece a hipótese nula de que o coeficiente π é igual a zero. Como ele é maior do que os valores críticos, não podemos rejeitar essa hipótese nula. Com efeito, devemos prosseguir com o teste, verificando a presença de tendência. Isso é feito testando se β é igual a zero, dado π igual a zero, que está implementado na estatística `phi3`. Nesse caso, se a estatística de teste for maior que o valor crítico, devemos rejeitar a hipótese nula de que a série não possui tendência. Como podemos ver na tabela 1, isso não é possível de ser feito, logo devemos continuar o nosso teste, retirando a tendência da equação.⁵

⁴Talvez seja interessante controlar o teste de raiz unitária para a existência de quebras estruturais, dado o comportamento recente da série. Uma forma de fazer isso é utilizando o teste proposto por [Zivot and Andrews \(1992\)](#).

⁵Em um primeiro olhar, isso pode parecer confuso. Intuitivamente, nós começamos com tendência e drift a fim de verificar se mesmo com esses regressores, conseguimos rejeitar a hipótese nula de presença de raiz unitária. Se a tendência não se mostrar significativa, entretanto, podemos aumentar o poder do teste ADF, retirando-a da equação.

Clube do Código

Exercícios macroeconômétricos usando o R

Tabela 1: *Teste ADF com drift e tendência*

	statistic	1pct	5pct	10pct
tau3	0.709	-3.990	-3.430	-3.130
phi2	2.207	6.220	4.750	4.070
phi3	2.654	8.430	6.490	5.470

Para fazer isso na equação `ur.df`, basta substituir o argumento `type` igual a *trend* por *drift*. A tabela 2 mostra agora a comparação das estatística de teste com seus valores críticos. Novamente, devemos primeiro verificar a hipótese nula de que π é igual a zero (i.e., se a série possui raiz unitária). Isso está implementado na estatística `tau2`. Se ela for menor do que os valores críticos, rejeitamos a hipótese nula. Como podemos ver na tabela, esse não é o caso, logo prosseguimos com o fluxograma de decisões.

Tabela 2: *Teste ADF com drift*

	statistic	1pct	5pct	10pct
tau2	0.603	-3.460	-2.880	-2.570
phi1	0.814	6.520	4.630	3.810

Devemos testar agora a significância do *drift*. A hipótese nula, de que α é igual a zero, dado π igual a zero, está implementada na estatística `phi1`. A regra de decisão aqui é que se `phi1` for maior que os valores críticos, então devemos rejeitar a hipótese nula de que o *drift* não é estatisticamente significativo. Como pode ser visto na tabela 2, isso não é possível de ser feito, i.e., podemos retirar o *drift* para aumentarmos o poder do nosso teste ADF. Para isso, deve-se implementar a função `ur.df` com o argumento `type` igual a *none*, isto é, sem tendência e drift. A tabela 3 resume os resultados da estatística de teste e dos valores críticos.

Tabela 3: *Teste ADF sem drift e tendência*

	statistic	1pct	5pct	10pct
tau1	1.161	-2.580	-1.950	-1.620

Como de praxe, verificamos se π é igual a zero. Isso está implementado na estatística `tau1`. Como ela é maior do que os valores críticos, não podemos rejeitar a hipótese nula, logo chegamos à conclusão que a DBGG normalizada pelo PIB possui raiz unitária.⁶ Com efeito, de modo a encontrar a ordem de integração dessa série, precisamos diferenciá-la e ver se a primeira diferença passa no mesmo teste acima. Fazemos isso no código seguinte.

⁶O leitor pode observar que em alguns momentos a regra de decisão é se a estatística de teste é menor do que o valor crítico e em outras, maior. Isso se deve ao fato de que hora usamos um teste F, hora usamos um teste t. Para detalhes desses momentos, bem como do fluxograma exposto em Pfaff (2008), ver, por exemplo, esse pequeno tutorial aqui.

```
adf.t <- ur.df(na.omit(diff(data[,1])), type='trend', lags=lags)
```

E a tabela 4 resume as métricas do teste ADF com tendência e drift para a primeira diferença da DBGG normalizada pelo PIB. Como se pode ver, a estatística `tau3` é menor do que os valores críticos, logo podemos rejeitar que a primeira diferença possui raiz unitária. Em outras palavras, a DBGG em relação ao PIB é *um processo integrado de ordem 1*.

Tabela 4: Teste ADF com drift e tendência

	statistic	1pct	5pct	10pct
tau3	-5.815	-3.990	-3.430	-3.130
phi2	11.362	6.220	4.750	4.070
phi3	17.043	8.430	6.490	5.470

Com efeito, devemos considerar d igual a 1 no momento de construir nosso modelo univariado. Passemos, agora, à definição dos valores p e q do modelo *ARIMA*, seguindo a metodologia proposta por [Box et al. \(1994\)](#), de modo a caracterizar a parte estacionária da série. Para isso, vamos ver as funções de autocorrelação da primeira diferença da série.

```
par(mfrow=c(2,1))
acf(na.omit(diff(data[,1])), lag.max=24, main='ACF')
pacf(na.omit(diff(data[,1])), lag.max=24, main='PACF')
```

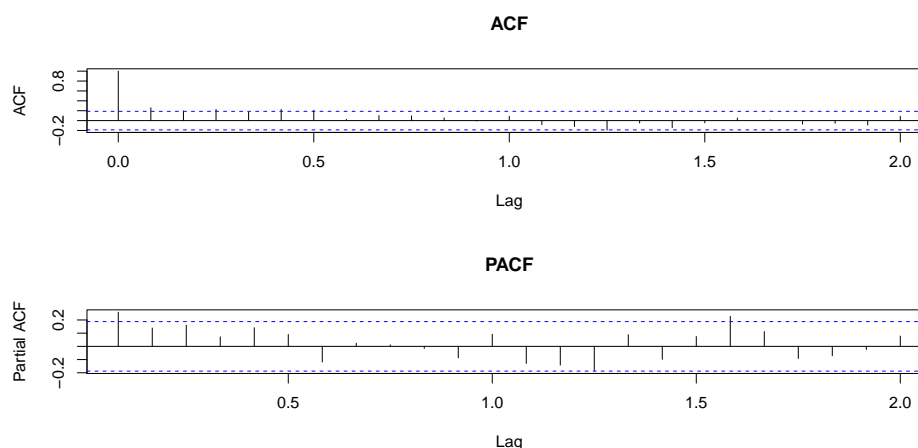


Figura 5: Funções de autocorrelação da primeira diferença da DBGG em relação ao PIB.

As funções de autocorrelação mostram um processo de médias móveis $MA(1)$. Nesse sentido, podemos modelar nossa série de DBGG em relação ao PIB com um *ARIMA*(0, 1, 1). Isso é feito com a função `Arima` do pacote `forecast`, como abaixo.

```
modelo1 <- Arima(na.omit(data[,1]), order=c(0,1,1))
```

Por fim, podemos comparar nosso modelo com a série efetiva, como mostrado na figura 6.⁷

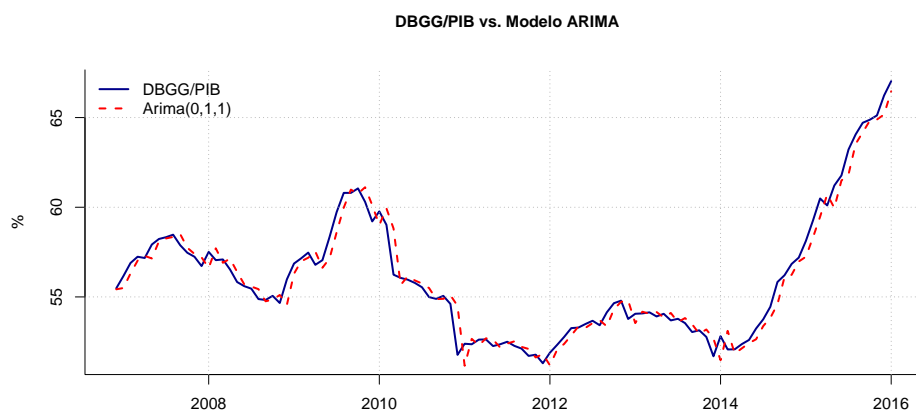


Figura 6: *DBGG/PIB vs. Modelo univariado.*

3.2 Um modelo multivariado de determinação da DBGG em relação ao PIB

Com um modelo univariado simples, é possível captar razoavelmente bem a dinâmica da DBGG/PIB ao longo do tempo. Entretanto, como veremos na subseção 3.3 desse exercício, a previsão com esse modelo não é das melhores. Isto porque, não é possível com um modelo univariado, por motivos óbvios, incorporar as trajetórias daquelas variáveis definidas na equação (1). Com efeito, se queremos avançar em termos de previsão, precisamos construir um modelo multivariado.

A construção de um modelo multivariado não é, contudo, trivial. Para que, por exemplo, possamos construir um modelo linear, é preciso que, ao menos: (i) todas as séries em questão sejam estacionárias; (ii) não haja problemas de endogeneidade. Como vimos em nosso exemplo univariado, a DBGG/PIB não é estacionária, o que implica que precisamos diferenciá-la um vez para tal. Isso, provavelmente, ocorrerá com todas as séries contidas no arquivo `clube02.csv`. Por fim, se os juros reais, o crescimento do PIB ou o superávit primário efetivo afetam a Dívida Pública, é possível afirmar com certeza que o caso contrário é falso? Isto é, que a Dívida Pública não exerce influência sobre essas variáveis?

Talvez seja possível dizer que o superávit primário efetivo é uma decisão do *policymaker* a cada ponto do tempo, tornando-o exógeno. O mesmo, entretanto, não se pode inferir sobre os juros reais ou sobre o crescimento, por exemplo. Isto porque, é razoável supor que à medida que o endividamento público aumente, isso afete o prêmio de risco dos agentes, bem como as expectativas de empresários envolvidos em decisões de investimento. Alguma endogeneidade, portanto, entre as variáveis é inevitável.

Poderíamos contornar essas dificuldades diferenciando as séries e aplicando o método de Mínimos Quadrados em 2 estágios (TSLS) ou mesmo o Método dos Momentos Generalizado (GMM), em

⁷É preciso notar que o trabalho não termina aqui, se quisermos usar esse modelo para fins de previsão. É preciso verificar os resíduos do modelo, bem como fazer testes de autocorrelação, normalidade, heterocedasticidade, etc.

que se utilizam variáveis instrumentais. Vamos, contudo, fazer uso do *método bayesiano*, supondo implicitamente que todas as variáveis em questão são endógenas. Para isso, vamos estimar um modelo de Vetores Autoregressivos Bayesiano, ou simplesmente BVAR, usando o pacote BMR.⁸

Para construirmos nosso modelo, é preciso que o pacote BMR esteja corretamente instalado na sua máquina. Consulte a Nota Técnica nº 2 do Clube do Código caso tenha dificuldades nesse processo. Dito isto, passemos ao modelo propriamente dito, com o código abaixo. Note que, (i) nós pegamos uma subamostra do nosso objeto `data`, de modo que não haja *missing values*; (ii) estamos usando a DBGG/PIB, o crescimento do PIB, o juro real e o superávit primário efetivo apenas.⁹

```
subdata <- window(data, end=c(2015,12))

modelo2 <- BVARW(subdata[,1:4], cores=1, coefprior=NULL, p=1,
                 constant=T, irf.periods=20, keep=10000, burnin=1000,
                 XiBeta=1, XiSigma=1, gamma=NULL)
```

Acima estimamos um modelo BVAR Normal-Inverse-Wishart-Prior, assumindo que as séries são passeios aleatórios. Para isso, colocamos NULL no argumento `coefprior`.¹⁰ Nesses termos, temos dois modelos sobre os quais podemos realizar previsões: um modelo univariado e outro multivariado. Passemos a isso na próxima seção.

3.3 Previsão

Vamos começar com o nosso modelo univariado. Para isso, vamos utilizar a função `forecast` do pacote de mesmo nome. O código abaixo ilustra o processo para uma previsão com $h = 11$ e 95% como intervalo de confiança.

##	Point Forecast	Lo 95	Hi 95
## Feb 2016	67.15554	65.81431	68.49678
## Mar 2016	67.15554	65.03726	69.27383
## Apr 2016	67.15554	64.47686	69.83422
## May 2016	67.15554	64.01492	70.29617
## Jun 2016	67.15554	63.61270	70.69839
## Jul 2016	67.15554	63.25171	71.05938
## Aug 2016	67.15554	62.92138	71.38971
## Sep 2016	67.15554	62.61502	71.69607
## Oct 2016	67.15554	62.32806	71.98303
## Nov 2016	67.15554	62.05723	72.25386
## Dec 2016	67.15554	61.80008	72.51101

Como o leitor pode notar, nosso modelo faz uma estimativa pontual constante para os próximos períodos, dado um intervalo de confiança. Isso é um tanto quanto frustrante, dada a cada vez mais nítida percepção de piora do quadro econômico brasileiro. Sobre isso, não me entenda mal: não é que este escreva queira mal para o país. A frustração advém do fato que o nosso modelo não está captando

⁸Estamos supondo que o superávit primário efetivo sofre alguma influência do estoque de endividamento público ao longo do tempo. Essa não é uma hipótese tão tresloucada assim, haja visto o que ocorreu, por exemplo, nos últimos anos na economia brasileira. Para o leitor interessado em econometria bayesiana, veja, por exemplo, [Albert \(2009\)](#). O vignette do pacote BMR pode ser um bom resumo. Baixe-o em <http://bayes.squarespace.com/bmr/>.

⁹Usamos um modelo com a taxa de câmbio, mas esse apresentou trajetórias bastante pessimistas, nos levando a deixá-lo de fora nesse exercício. Contudo, o leitor interessado pode tentar usar o câmbio em outra abordagem.

¹⁰Para um resumo sobre essa abordagem, ver a página 12 do vignette do pacote BMR.

Clube do Código

Exercícios macroeconômétricos usando o R

essa piora do ambiente. E nem poderia, por se tratar de um modelo univariado. No código abaixo, nós refazemos o objeto `forecast`, de modo a incluir outros intervalos de confiança. Isso para poder usar a função `plot.riksbank`, que vai em anexo ao documento fonte desse exercício.

```
f1 <- forecast(modelo1, h=11, level=c(50,75,90))
plot.riksbank(f1, main='Forecasting with ARIMA(0,1,1)',
              plot.start = 2013, save=F)
```

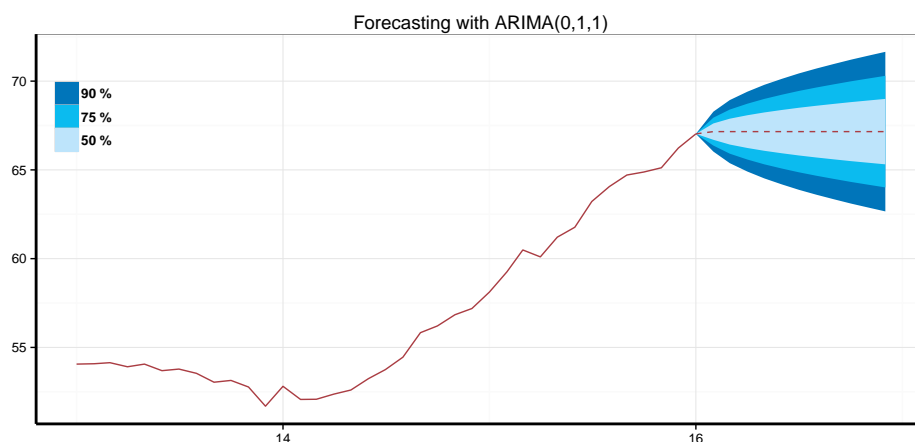


Figura 7: *Trajetória prevista pelo modelo1.*

Dito isto, podemos agora ver o que o nosso **BVAR** nos diz. Para fazer a previsão, vamos utilizar a função `forecast` do pacote **BMR**, como abaixo, colocando o argumento `periods` igual a 12. Repare, entretanto, que nossa amostra aqui termina em dezembro de 2015, de modo que a projeção é feita para todo o ano de 2016.

```
f2 <- forecast(modelo2, periods=12, shocks=T, plot=F,
              percentiles = c(.05, .50, .95), backdata=10)
```

Por fim, podemos salvar as previsões pontuais do nosso `modelo2` com o código abaixo.

```
prev.table <- f2$PointForecast
colnames(prev.table) <- colnames(data[,1:4])
```

A tabela 5 resume as previsões do `modelo2`. Como o leitor pode notar, a Dívida Bruta chega a quase 80% no final de 2016, contando com trajetórias igualmente ruins para as outras variáveis. O modelo, nesse aspecto, está claramente pessimista, o que abre brecha para pensarmos em uma trajetória intermediária para as variáveis que determinam o endividamento público. Não faremos isso nessa edição do Clube do Código, mas fica como exercício para o leitor.

Tabela 5: *Previsões do Modelo BVAR*

Mês	Dívida Bruta	Crescimento do PIB	Juro Real	SP Efetivo
1	67.10	-4.03	7.21	-2.03
2	68.02	-4.27	7.40	-2.19
3	68.97	-4.52	7.58	-2.35
4	69.91	-4.76	7.76	-2.51
5	70.91	-5.01	7.96	-2.69
6	71.91	-5.25	8.16	-2.87
7	72.97	-5.48	8.38	-3.05
8	74.03	-5.70	8.60	-3.24
9	75.15	-5.90	8.84	-3.42
10	76.26	-6.13	9.09	-3.61
11	77.41	-6.32	9.36	-3.81
12	78.60	-6.53	9.67	-4.00

4 Discussões Finais

A Dívida Bruta brasileira sofre nesse momento três grandes pressões. Por um lado, o superávit primário efetivo declinou ao longo dos últimos anos, dado o aumento dos gastos do governo e a queda da receita. Essa por sua vez está diretamente relacionada ao baixo crescimento do PIB, que reflete restrições de oferta. Por fim, os juros reais se elevaram, tanto refletindo o aumento dos prêmios de risco, quanto a necessidade de conter a inflação. Desse modo, continuadas essas trajetórias, a Dívida Bruta se manterá em trajetória explosiva.

A dificuldade para o analista, como procuramos abordar nessa edição do Clube do Código, passa a ser quantificar essa evolução do endividamento público. Sabe-se que a trajetória da Dívida Bruta está diretamente relacionada ao comportamento dos juros reais, do crescimento do PIB e do superávit primário efetivo do governo. À medida que essas variáveis também sofrem influência do estoque de Dívida, a modelagem multivariada não é trivial.

Contornamos essa dificuldade ao estimar um modelo BVAR, onde supomos que todas as séries são endógenas, bem como se tratam de processos não estacionários. Com efeito, obtivemos trajetórias para todas as variáveis do modelo, no horizonte dos próximos meses.

Essas trajetórias, contudo, se mostraram bastante pessimistas. Nesse aspecto, pode ser interessante construir trajetórias intermediárias para as variáveis determinantes do endividamento público. Fica para futuras edições do Clube do Código. Até lá!

Referências

Albert, J. *Bayesian Computation with R*. Springer, New York, second edition, 2009.

Clube do Código

Exercícios macroeconômétricos usando o R

- Box, G. E.; Jenkins, G. M., and Reinsel, G. C. *Time series analysis: forecasting and control*. Prentice Hall, Englewood Cliffs, second edition, 1994.
- Goldfajn, I. Há Razões para Duvidar de que a Dívida Pública no Brasil é Sustentável? *Notas Técnicas do Banco Central do Brasil*, (25), 2002.
- Pfaff, B. *Analysis of integrated and cointegrated time series with R*. Springer, New York, second edition, 2008.
- Zivot, E. and Andrews, D. W. K. Further evidence on the Great Crash, the Oil-Price Shock, and the Unit-Root Hypothesis. *Journal of Business and Economic Statistics*, 10(3):251–270, 1992.