



Universidade Federal do Ceará  
Instituto de Tecnologia  
Departamento de Engenharia Elétrica

# Circuitos Elétricos

## Capítulo B – Amplificadores Operacionais



**Prof. Fabrício Nogueira**



## Circuito Amplificador Somador Inversor

⚡ A tensão de saída de um amplificador somador é uma soma, multiplicada por um fator de escala negativo, invertida, das tensões aplicadas à entrada do amplificador.

$$-\frac{v_a - v_n}{R_a} - \frac{v_b - v_n}{R_b} - \frac{v_c - v_n}{R_c} - \frac{v_o - v_n}{R_f} + i_n = 0$$

⚡ Admitindo que o AMPOP é ideal:

$$v_n = v_p = 0 \text{ e } i_n = 0$$

⚡ Então:

$$\frac{v_a}{R_a} + \frac{v_b}{R_b} + \frac{v_c}{R_c} + \frac{v_o}{R_f} = 0$$

$$v_o = -\left( \frac{R_f}{R_a} v_a + \frac{R_f}{R_b} v_b + \frac{R_f}{R_c} v_c \right)$$

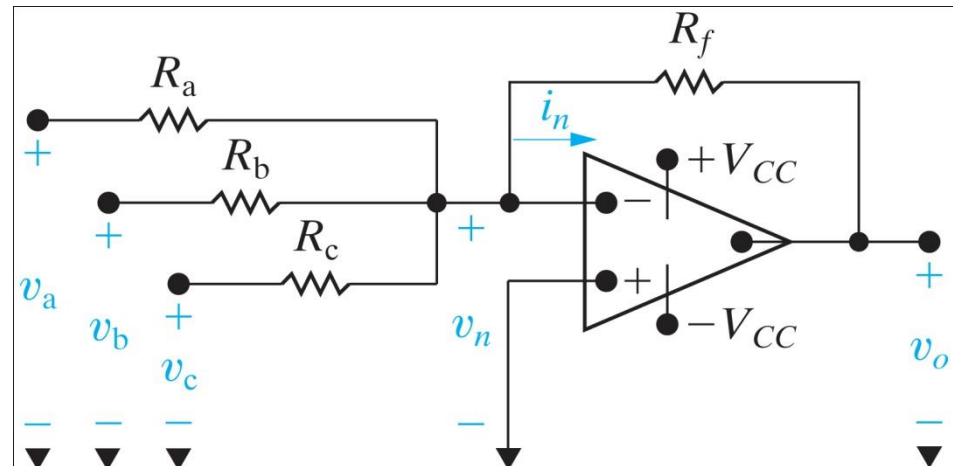


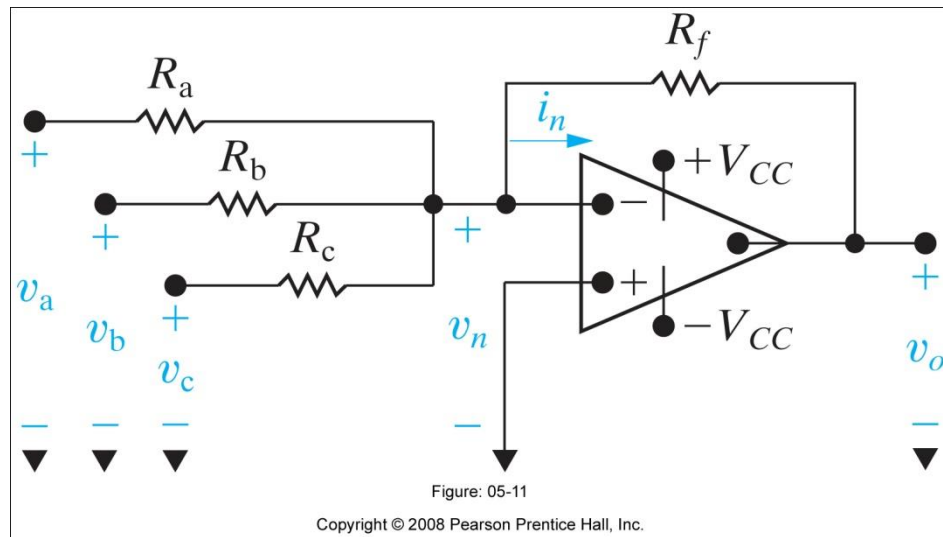
Figure: 05-11



# Circuito Amplificador Somador Inversor

⚡ Se  $R_a = R_b = R_c = R_f$

$$v_o = -(v_a + v_b + v_c)$$





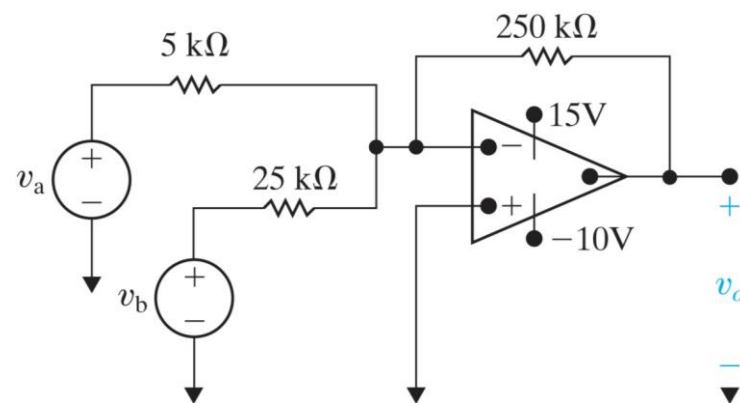
## Circuito Amplificador Somador Inversor

⚡ Exemplo:

a) Determine  $v_o$  se  $v_a = 0,1$  V e  $v_b = 0,25$  V.

$$v_o = -\left(\frac{250k\Omega}{5k\Omega}0,1 + \frac{250k\Omega}{25k\Omega}0,25\right)$$

$$v_o = -(50 \times 0,1 + 10 \times 0,25) = -7,5V$$



b) Para  $v_b = 0,25$  V, qual o maior valor de  $v_a$  antes da saturação?

$$p/v_o = 15V \quad 15 = -(50 \times v_a + 10 \times 0,25)$$

$$v_a = -0,35V$$

$$p/v_o = -10V \quad -10 = -(50 \times v_a + 10 \times 0,25)$$

$$v_a = 0,15V$$

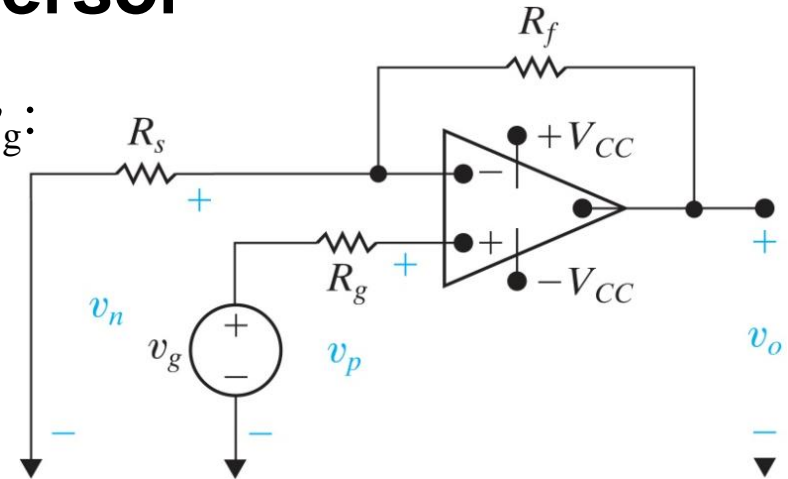


## Circuito Amplificador Não-Inversor

⚡ Cálculo da saída  $v_o$  em função da entrada  $v_g$ :

$$-\left(\frac{v_o - v_n}{R_f}\right) + \frac{v_n}{R_s} = 0$$

⚡ Admitindo que o AMPOP é ideal:  $v_n = v_g$



$$\frac{v_g}{R_f} + \frac{v_g}{R_s} = \frac{v_o}{R_f} \quad \Rightarrow \quad v_g \left( \frac{1}{R_f} + \frac{1}{R_s} \right) = \frac{v_o}{R_f} \quad \Rightarrow \quad v_o = v_g \left( \frac{R_f + R_s}{R_s} \right)$$

⚡ A operação na região linear requer que:

$$\frac{R_f + R_s}{R_s} < \left| \frac{V_{cc}}{v_g} \right|$$

Ex.:  $V_{cc} = \pm 10V$

$$\frac{R_f + R_s}{R_s} < 4$$

⚡ Obs.: O menor ganho é 1.

$v_g = 2,5$



### Circuito Amplificador Não-Inversor

#### ⚡ Exercício:

a) Determine  $v_o$  quando  $R_x = 60\text{k}\Omega$  :

$$\frac{0,4 - v_p}{15000} = \frac{v_p}{60000} \quad \Rightarrow \quad \frac{v_p}{60} + \frac{v_p}{15} = \frac{0,4}{15}$$

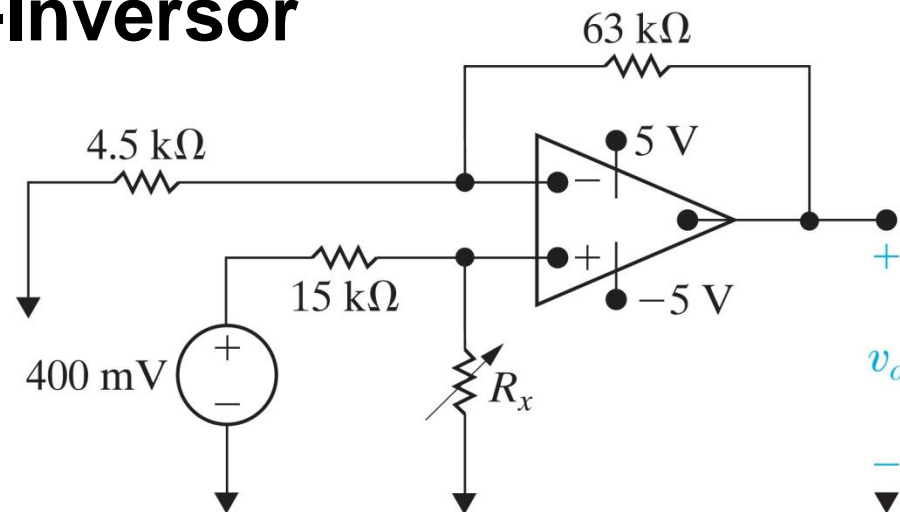
$$v_p = 0,32\text{V}$$

$$\frac{v_n}{4500} - \frac{v_o - v_n}{63000} + i_n = 0, \quad i_n = 0$$

$$\frac{v_o}{630} = \frac{v_n}{45} + \frac{v_n}{630}$$

$$v_o = 14v_p + v_p, \quad v_p = v_n$$

$$v_o = 15v_p \quad \Rightarrow \quad v_o = 15(0,32) = 4,8\text{V}$$



b) Qual o valor máximo de  $R_x$  antes que sature:

$$\frac{15000v_p}{R_x} + v_p = 0,4 \quad \Rightarrow \quad v_p = \frac{0,4R_x}{15000 + R_x}$$

$$v_o = 15 \times \left( \frac{0,4R_x}{15000 + R_x} \right) \quad \xrightarrow{v_o = 5} \quad 5 = 15 \times \left( \frac{0,4R_x}{15000 + R_x} \right)$$

$$5 \times 15000 + R_x = 15 \times 0,4R_x \quad R_x = 75\text{k}\Omega$$



## Circuito Amplificador Diferencial

⚡ A tensão de saída é proporcional à diferença entre as duas tensões de entrada.

$$-\frac{(v_a - v_n)}{R_a} - \frac{(v_o - v_n)}{R_b} + i_n = 0$$

Se  $i_n = 0$

$$-\frac{(v_a - v_n)}{R_a} R_a R_b - \frac{(v_o - v_n)}{R_b} R_a R_b = 0$$

$$-(v_a - v_n)R_b - (v_o - v_n)R_a = 0$$

Como  $v_n = v_p$ ,

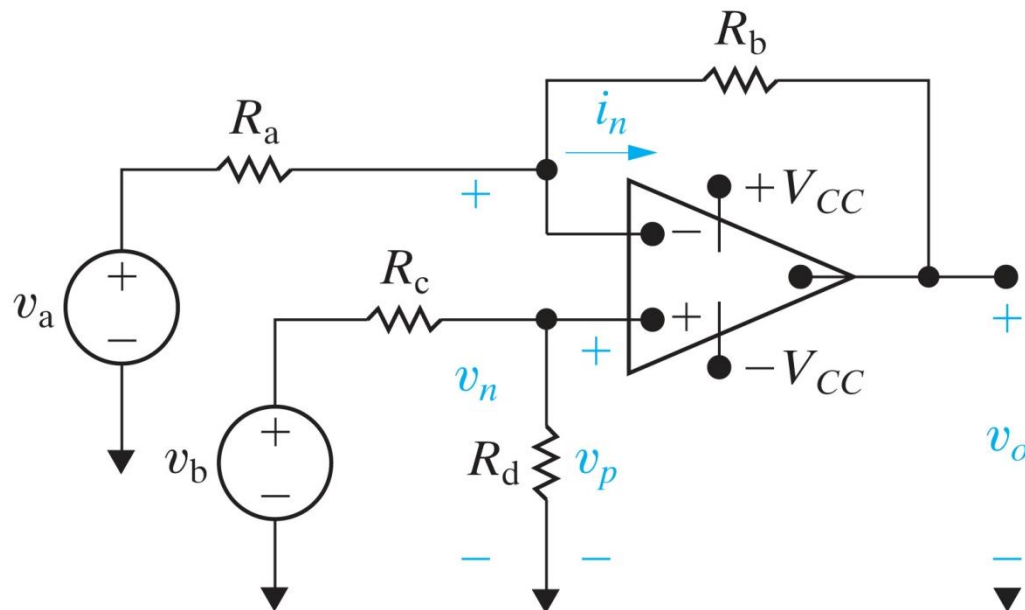
$$v_p = v_b \frac{R_d}{R_d + R_c}$$

$$v_o R_a = -v_a R_b + v_n R_b + v_n R_a$$



$$v_o R_a = -v_a R_b + v_p (R_b + R_a)$$

$$v_o = -v_a \frac{R_b}{R_a} + v_b \frac{R_d (R_a + R_b)}{R_a (R_c + R_d)}$$







## Circuito Amplificador Diferencial

⚡ A partir da equação abaixo, a tensão de saída é proporcional à diferença entre as duas tensões de entrada,  $v_a$  e  $v_b$ , multiplicadas por fatores de escala.

$$v_o = -v_a \frac{R_b}{R_a} + v_b \frac{R_d(R_a + R_b)}{R_a(R_c + R_d)}$$

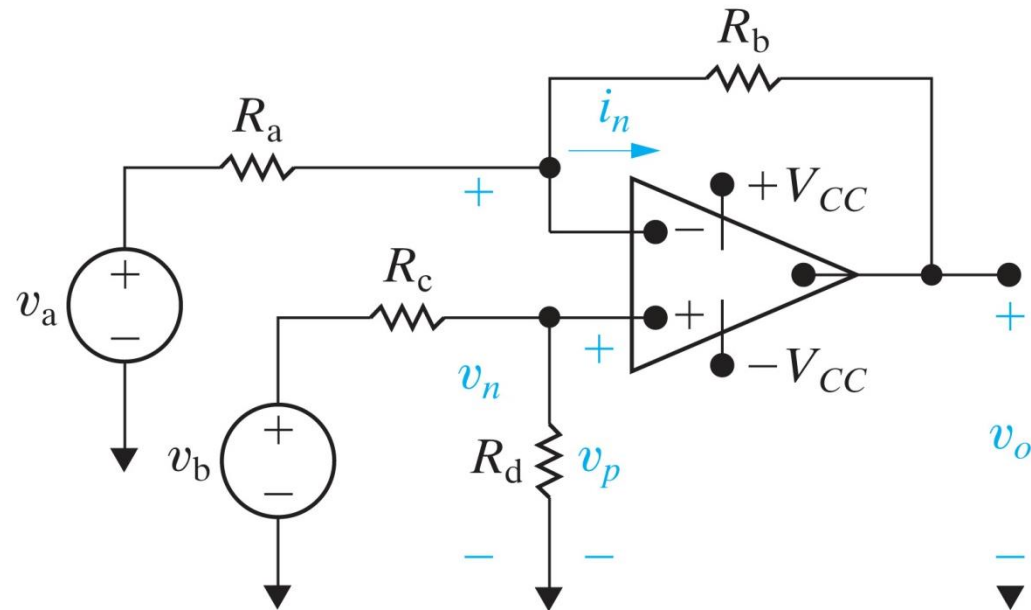
$$\text{Se } \frac{R_a}{R_b} = \frac{R_c}{R_d}$$

$$v_o = -v_a \frac{R_b}{R_a} + v_b \frac{R_d(R_a + R_b)}{R_a R_c + R_a R_d}$$

$$\text{Como : } R_a R_d = R_c R_b$$

$$v_o = -v_a \frac{R_b}{R_a} + v_b \frac{R_d(R_a + R_b)}{R_a R_c + R_b R_c}$$

$$v_o = -v_a \frac{R_b}{R_a} + v_b \frac{R_d(R_a + R_b)}{R_c(R_a + R_b)}$$



$$v_o = -v_a \frac{R_b}{R_a} + v_b \frac{R_b}{R_a}$$



$$v_o = \frac{R_b}{R_a} (v_b - v_a)$$





## Circuito Amplificador Diferencial

⚡ Exemplo: Considerando que  $v_b = 4,0$  V, qual a faixa de valores de  $v_a$  que resulta em uma operação linear do ampop?

$$v_o = -v_a \frac{R_b}{R_a} + v_b \frac{R_d(R_a + R_b)}{R_a(R_c + R_d)}$$

$$v_o = -v_a \frac{50k}{10k} + v_b \frac{20k(10k + 50k)}{10k(4k + 20k)}$$

$$v_o = 5(v_b - v_a)$$

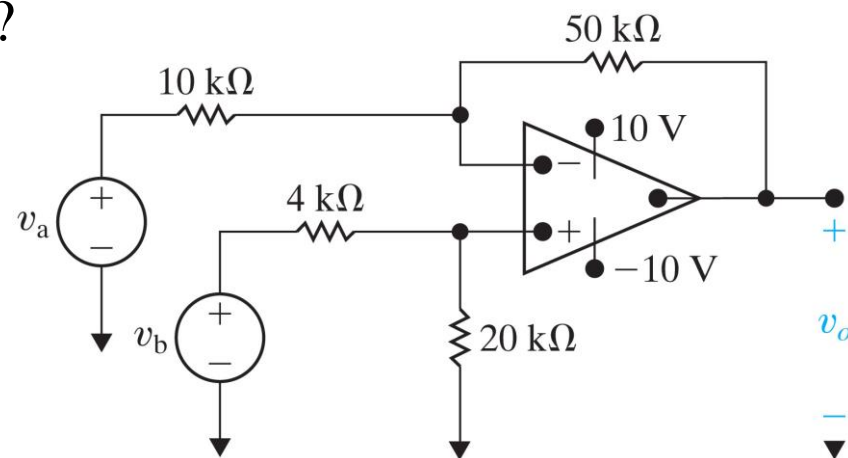
$$p / v_o = 10V \text{ e } v_b = 4,0V$$

$$10 = 5(4,0 - v_a) \quad \Rightarrow \quad v_a = 2V$$

$$p / v_o = -10V \text{ e } v_b = 4,0V$$

$$-10 = 5(4,0 - v_a) \quad \Rightarrow \quad v_a = 6V$$

$$2V \leq v_a \leq 6V$$

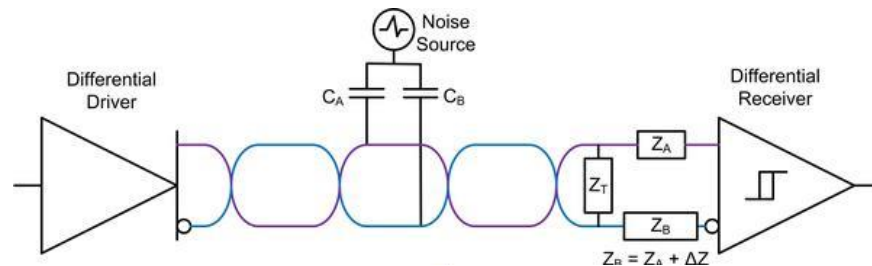




## Circuito Amplificador Diferencial

⚡ Importância do amplificador diferencial:

- Em muitos casos a informação útil do sinal de entrada está no modo diferencial.
- O modo comum é ruído.





## Circuito Amplificador Diferencial

A entrada de um amplificador diferencial pode ser decomposta em duas componentes:

⚡ Tensão de modo diferencial: diferença entre as duas tensões de entrada.

$$v_{md} = v_b - v_a$$

⚡ Tensão de modo comum: média das tensões de entrada.

$$v_{mc} = \frac{(v_a + v_b)}{2}$$

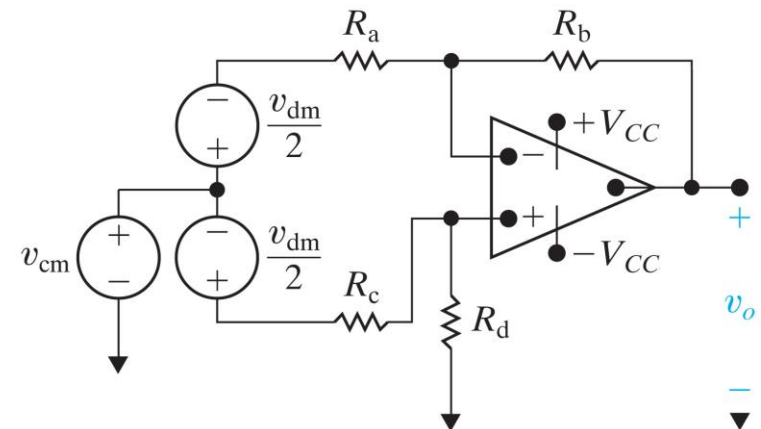


Figure: 05-14



## Circuito Amplificador Diferencial

⚡ Podemos representar as tensões de entrada originais,  $v_a$  e  $v_b$ , em termos de tensões de modo diferencial e de modo comum.

$$v_{md} = v_b - v_a$$

$$v_{mc} = \frac{(v_a + v_b)}{2}$$

$$\begin{cases} v_a = v_b - v_{md} \\ v_a = 2v_{mc} - v_b \end{cases}$$

$$\begin{cases} v_b = v_a + v_{md} \\ v_b = 2v_{mc} - v_a \end{cases}$$

$$v_b - v_{md} = 2v_{mc} - v_b$$

$$2v_b = 2v_{mc} + v_{md}$$

$$v_b = v_{mc} + \frac{1}{2}v_{md}$$

$$v_a + v_{md} = 2v_{mc} - v_a$$

$$2v_a = 2v_{mc} - v_{md}$$

$$v_a = v_{mc} - \frac{1}{2}v_{md}$$



## Circuito Amplificador Diferencial

⚡ Substituindo:

$$v_b = v_{mc} + \frac{1}{2} v_{md} \qquad v_a = v_{mc} - \frac{1}{2} v_{md}$$

⚡ Em:

$$v_o = -v_a \frac{R_b}{R_a} + v_b \frac{R_d(R_a + R_b)}{R_a(R_c + R_d)}$$

⚡ Resulta:

$$v_o = \left[ \frac{R_a R_d - R_b R_c}{R_a(R_c + R_d)} \right] v_{mc} + \left[ \frac{R_d(R_a + R_b) + R_b(R_c + R_d)}{2R_a(R_c + R_d)} \right] v_{md}$$

$$v_o = A_{mc} v_{mc} + A_{md} v_{md}$$

⚡ Onde:  $A_{mc}$  é o ganho de modo comum e  $A_{md}$  é o ganho de modo diferencial.



## Circuito Amplificador Diferencial

⚡ Se:

$$R_c = R_a \text{ e } R_d = R_b$$

$$\left( \frac{R_a}{R_b} = \frac{R_c}{R_d} \right)$$

⚡ A equação:

$$v_o = \left[ \frac{R_a R_d - R_b R_c}{R_a (R_c + R_d)} \right] v_{mc} + \left[ \frac{R_d (R_a + R_b) + R_b (R_c + R_d)}{2 R_a (R_c + R_d)} \right] v_{md}$$

⚡ Simplifica para:

$$v_o = (0) v_{mc} + \left( \frac{R_b}{R_a} \right) v_{md}$$

⚡ Portanto, um amplificador diferencial ideal tem ganho de modo comum  $A_{mc} = 0$ , amplificando apenas a porção de modo diferencial da tensão de entrada e eliminando a porção de modo comum.



## Circuito Amplificador Diferencial

### Fator de Rejeição de Modo Comum (FRMC)

- Um amplificador diferencial ideal tem ganho nulo de modo comum e ganho não-nulo de modo diferencial.
- O FRMC pode ser usado para medir quão próximo do ideal está um amplificador diferencial.

$$FRMC = \left| \frac{A_{md}}{A_{mc}} \right|$$

- Quanto maior o FRMC, mais próximo do ideal está um amplificador diferencial.





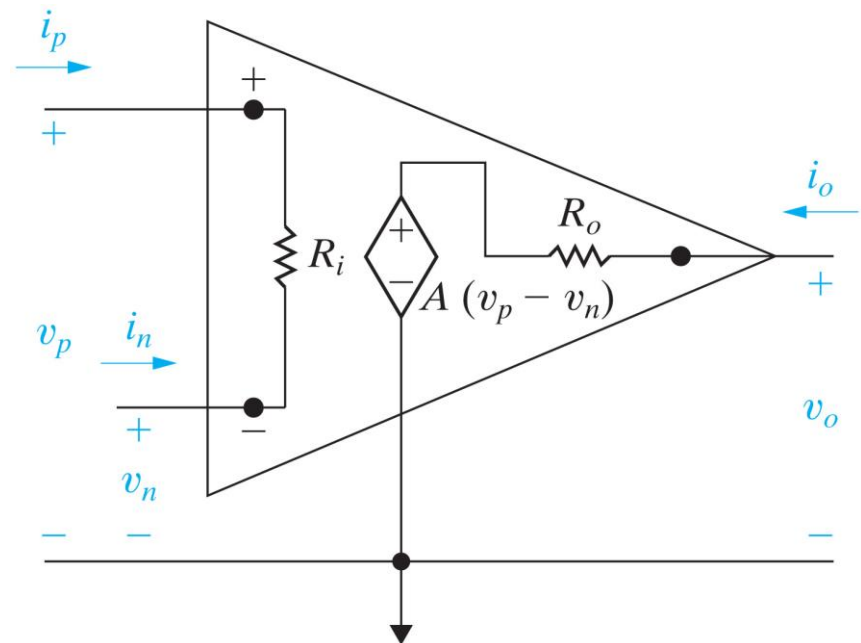
## Modelo não-ideal

### Três modificações no modelo ideal:

- ⚡ Resistência de entrada finita,  $R_i$ ;
- ⚡ Ganho de malha aberta finito,  $A$ ;
- ⚡ Resistência de saída não-nula,  $R_o$ .

### Devem ser desconsideradas:

$$\cancel{v_n = v_p}$$
$$\cancel{i_n = i_p = 0}$$





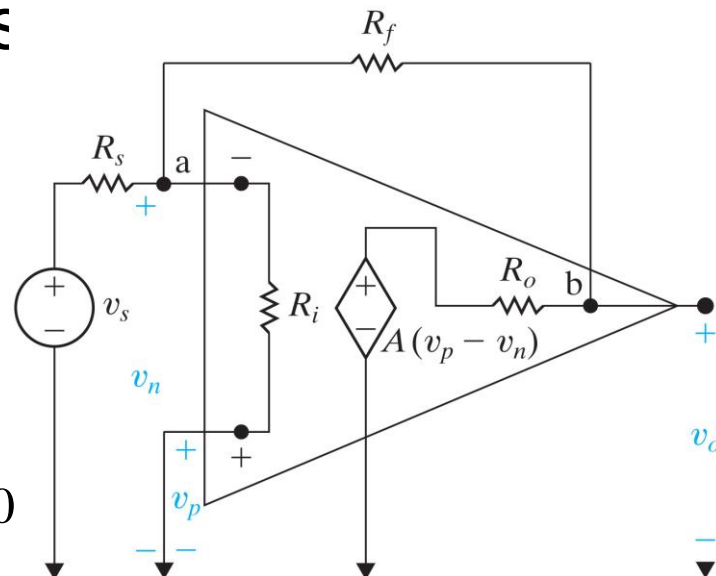
## Modelo não-ideal

### Amplificador inversor:

⚡ Equações dos nós  $a$  e  $b$ :

$$\frac{v_n - v_s}{R_s} + \frac{v_n}{R_i} + \frac{v_n - v_o}{R_f} = 0$$

$$\frac{v_o - v_n}{R_f} + \frac{v_o - A(-v_n)}{R_o} = 0$$



⚡ Reorganizando:

$$\left( \frac{1}{R_s} + \frac{1}{R_i} + \frac{1}{R_f} \right) v_n - \frac{1}{R_f} v_o = \frac{1}{R_s} v_s$$

$$\left( \frac{A}{R_o} - \frac{1}{R_f} \right) v_n - \left( \frac{1}{R_f} + \frac{1}{R_o} \right) v_o = 0$$

⚡ Resolvendo para  $v_o$ :

$$v_o = \frac{-A + (R_o/R_f)}{\frac{R_s}{R_f} \left( 1 + A + \frac{R_o}{R_i} \right) + \left( \frac{R_s}{R_i} + 1 \right) + \frac{R_o}{R_f}} v_s$$



## Referências Bibliográficas:

Nilsson, J.W. e Riedel, S.A., Circuitos Elétricos, 8<sup>a</sup> Edição, Pearson Prentice Hall, São Paulo, 2009.

Svoboda, J.A. and Dorf, R.C., Introduction to Electric Circuits, 9th edition, Wiley, 2011.