



Universidade Federal do Ceará  
Instituto de Tecnologia  
Departamento de Engenharia Elétrica

# Circuitos Elétricos

## Capítulo 4 D – Técnicas de Análise de Circuitos

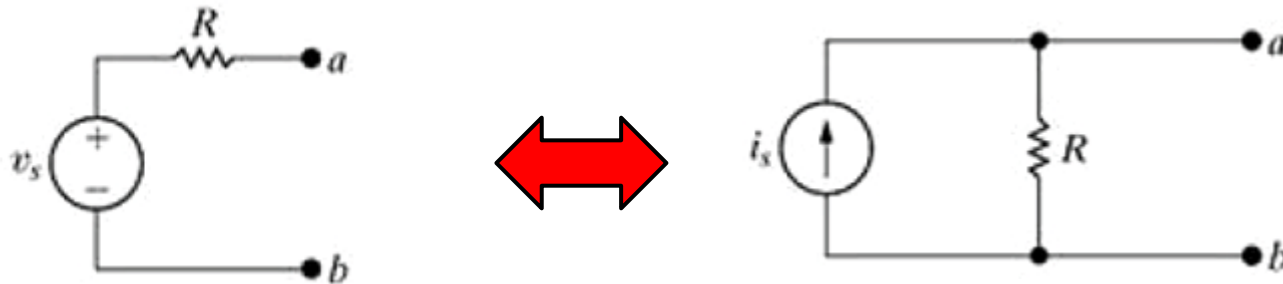


**Prof. Fabrício Nogueira**



## Transformação de Fontes

⚡ Fonte de tensão  $\Leftrightarrow$  Fonte de Corrente



⚡ Supondo que ambos estão alimentando uma carga  $R_L$  nos terminais  $a$  e  $b$ :

$$i_L = \frac{v_s}{R + R_L}$$

$$i_L = \frac{R}{R + R_L} i_s$$

⚡ Se os circuitos forem equivalentes a corrente na carga  $R_L$  deve ser a mesma.

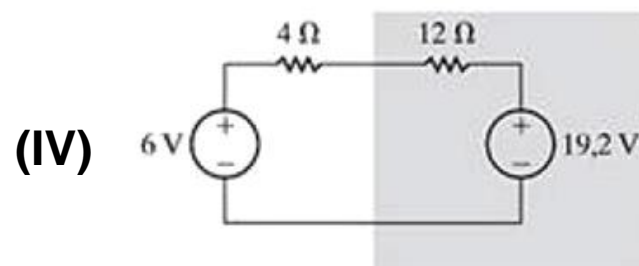
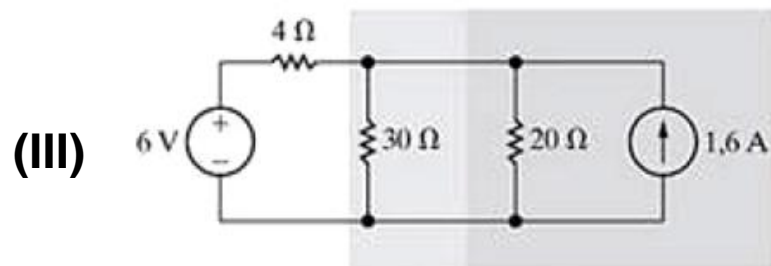
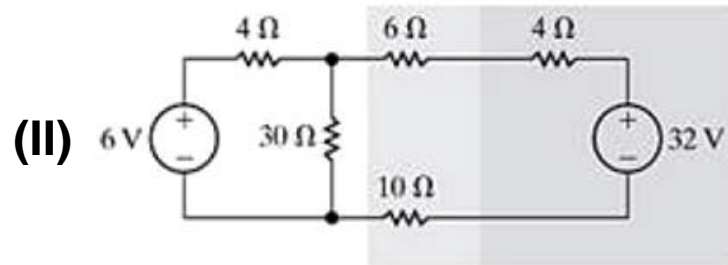
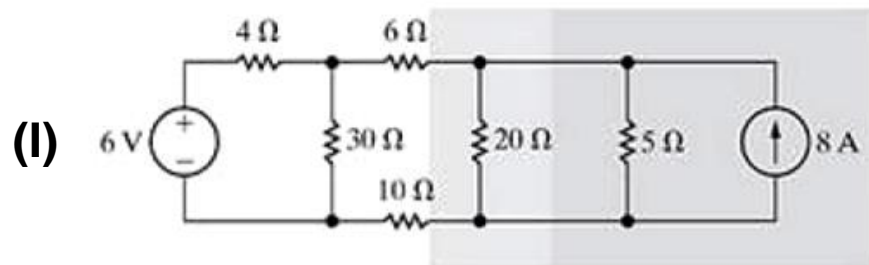
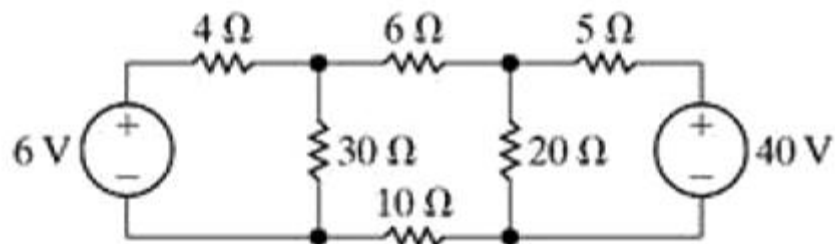
$$i_s = \frac{v_s}{R}$$



## Transformação de Fontes

⚡ Exemplo:

*Calcule a potência na fonte de 6 V.*



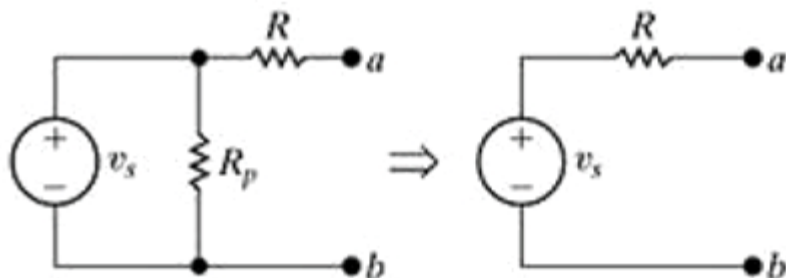
$$i = \frac{(19,2 - 6)}{16} = 0,825 \text{ A}$$

$$P = (0,825)6 = 4,95 \text{ W}$$



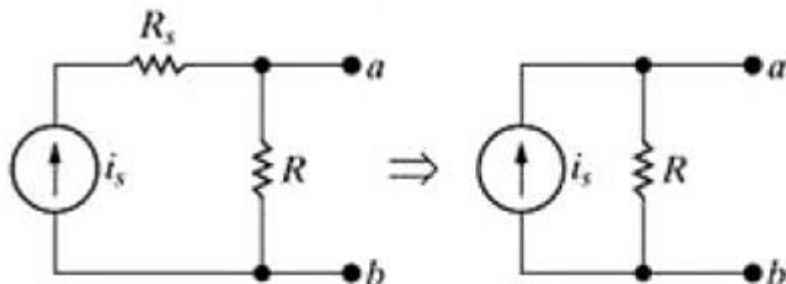
## Transformação de Fontes

⚡ Fonte de tensão com resistor  $R_p$  em paralelo:



$$i_L = \frac{v_s}{R + R_L}$$

⚡ Fonte de corrente em série com resistor  $R_s$ :



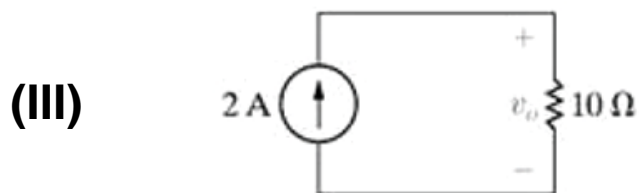
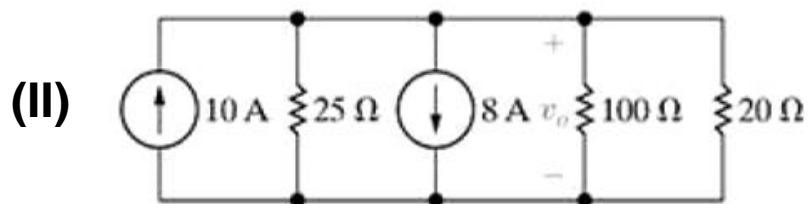
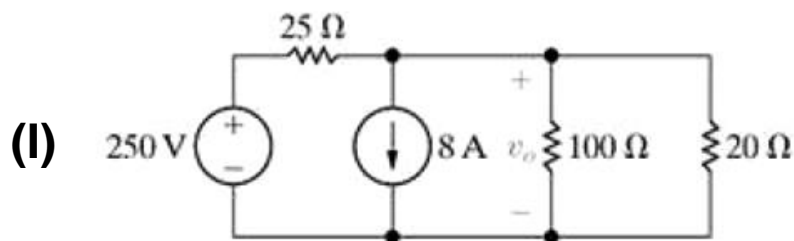
$$i_L = \frac{R}{R + R_L} i_s$$



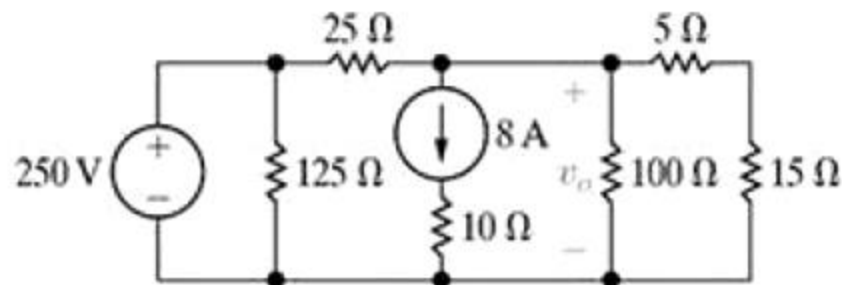
## Transformação de Fontes

⚡ Exemplo: Determine:

a) A tensão  $v_0$ ,



$$v_0 = 10 \times 2 = 20V$$



b) A corrente na fonte de 250 V:

$$i_{250} = \frac{250}{125} + \frac{(250 - 20)}{25} = 11,2 A$$

$$p_{250} = -250 \times 11,2 = -2800W$$

c) A potência na fonte de 8 A:

$$20 = v_{8A} + (10 \times 8) \quad v_{8A} = -60V$$

$$p_{8A} = -60 \times 8 = -480W$$



## Equivalentes de Thévenin e Norton

- ⚡ Técnicas de simplificação de circuitos lineares;
- ⚡ Interesse no comportamento de um par de terminais;

**Função Linear:** atende ao princípio da aditividade e homogeneidade

**Princípio da aditividade:** a resposta de um sistema a uma entrada constituída pela soma de várias será a soma das respostas individuais consideradas separadamente.

$$i_1 = g(v_1) \quad i_2 = g(v_2)$$

$$g(v_1 + v_2) = i_1 + i_2$$

**Homogeneidade:** A homogeneidade expressa o fato de que se a entrada de um sistema (excitação) for multiplicada por uma constante, a saída (resposta) também será multiplicada pela mesma constante.

$$i_1 = g(v_1)$$

$$g(kv_1) = ki_1$$

$$f(ax + bx') = af(x) + bf(x')$$

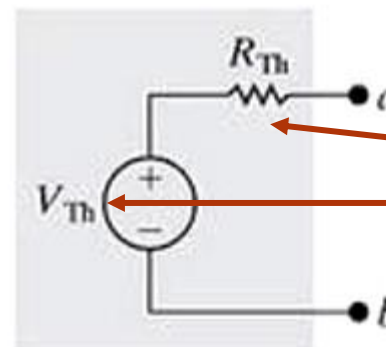


## Equivalente de Thévenin

- ⚡ Circuito equivalente de Thévenin: fonte de tensão independente ( $v_{Th}$ ) em série com resistor ( $R_{Th}$ ).
- ⚡ Se ligarmos uma carga aos terminais  $a$  e  $b$ , obteremos a mesma tensão e corrente na carga.
- ⚡ Tal equivalência tem validade para qualquer valor de carga.



**Circuito  
original**



**Equivalente  
Thévenin**

?





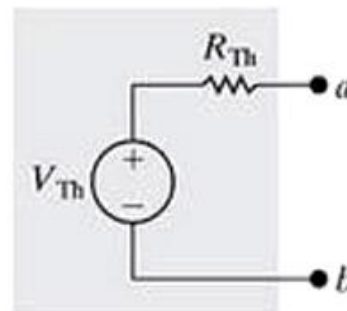
## Equivalente de Thévenin

### Procedimento:

- ⚡ Se a resistência de carga for infinitamente grande, é equivalente a um circuito aberto.
- ⚡ Tensão de circuito aberto nos terminais  $a, b$  é igual a  $v_{Th}$ .
- ⚡ Por hipótese a tensão  $v_{Th}$  deve ser igual a tensão nos terminais  $a, b$  do circuito original.



**Circuito  
original**



**Equivalente  
Thévenin**





## Equivalente de Thévenin

### Procedimento:

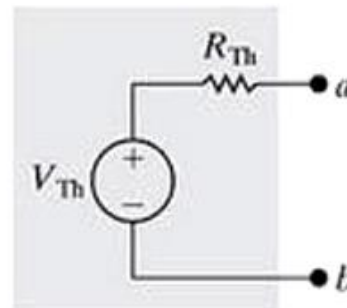
- ⚡ Reduzir a resistência de carga a zero é equivalente a um curto-circuito;
- ⚡ Se estabelecermos um curto nos terminais  $a, b$  do circuito Thévenin, a corrente de curto-circuito de  $a$  para  $b$  será:

$$i_{cc} = \frac{V_{Th}}{R_{Th}}$$

- ⚡ Por hipótese, essa corrente de curto-circuito deve ser idêntica à corrente de curto do circuito original.



**Circuito  
original**



**Equivalente  
Thévenin**



## Equivalente de Thévenin

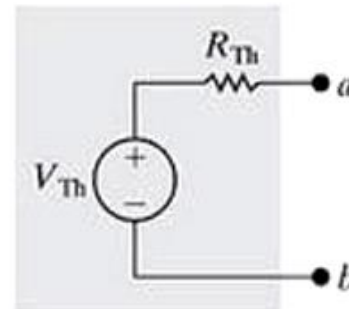
### Procedimento:

⚡ A resistência de Thévenin é a razão entre a tensão de circuito aberto e a corrente de curto-circuito.

$$R_{Th} = \frac{V_{Th}}{i_{cc}}$$



**Circuito  
original**



**Equivalente  
Thévenin**



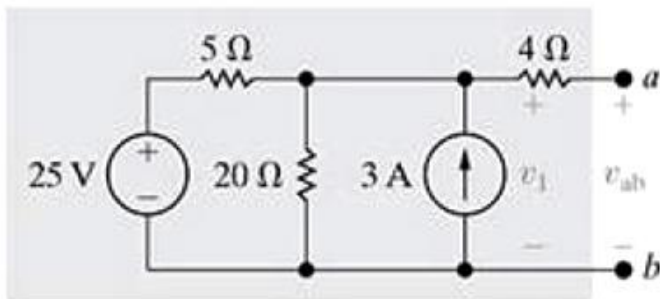
## Equivalente de Thévenin

### Exemplo:

⚡ Tensão de circuito aberto:

$$\frac{v_1 - 25}{5} + \frac{v_1}{20} - 3 = 0$$

$$v_1 = 32V \quad v_{Th} = 32V$$

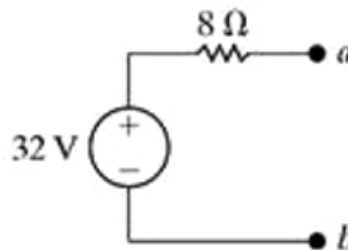
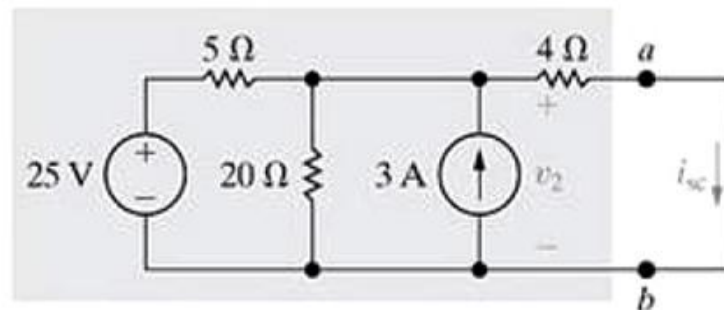


$$R_{Th} = \frac{v_{Th}}{i_{cc}} = \frac{32}{4} = 8\Omega$$

Corrente de Curto Circuito:

$$\frac{v_2 - 25}{5} + \frac{v_2}{20} - 3 + \frac{v_2}{4} = 0$$

$$v_2 = 16V \quad i_{cc} = \frac{16}{4} = 4A$$

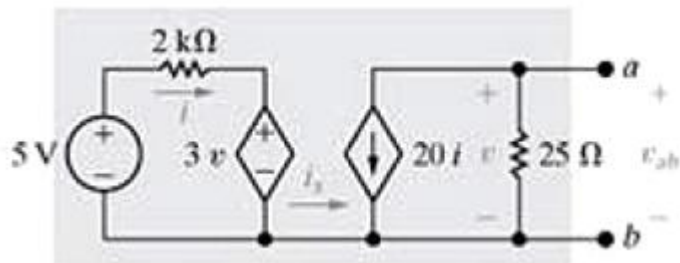




## Equivalente de Thévenin

### Exercício:

⚡ Tensão de circuito aberto:



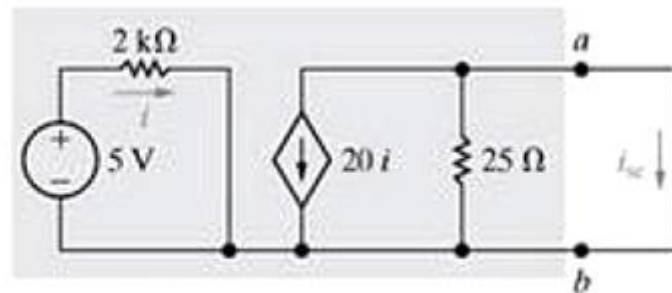
$$v_{Th} = v_{ab} = 25(-20i) \quad i = \frac{(5 - 3v_{Th})}{2000}$$

$$v_{Th} = -500 \frac{(5 - 3v_{Th})}{2000}$$

$$20v_{Th} - 15v_{Th} = -25$$

$$v_{Th} = \frac{-25}{5} = -5V$$

Corrente de Curto Circuito:

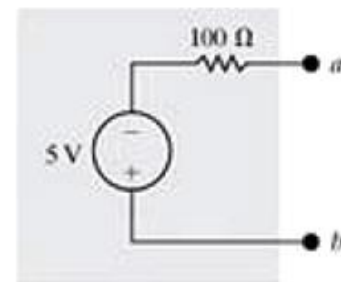


$$i_{CC} = -20i \quad i = \frac{5}{2000} = 2,5 \times 10^{-3}$$

$$i_{CC} = -20(2,5 \times 10^{-3}) = -50 \times 10^{-3}$$

$$R_{Th} = \frac{v_{Th}}{i_{cc}} = \frac{-5}{-50 \times 10^{-3}}$$

$$R_{Th} = 100\Omega$$





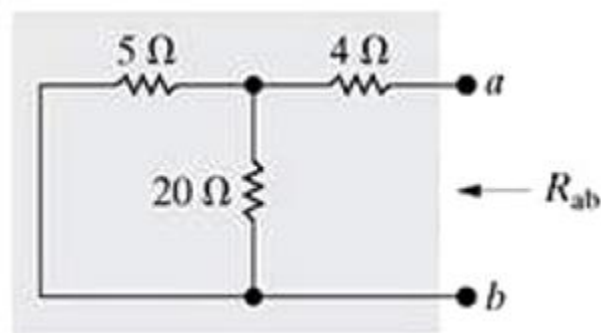
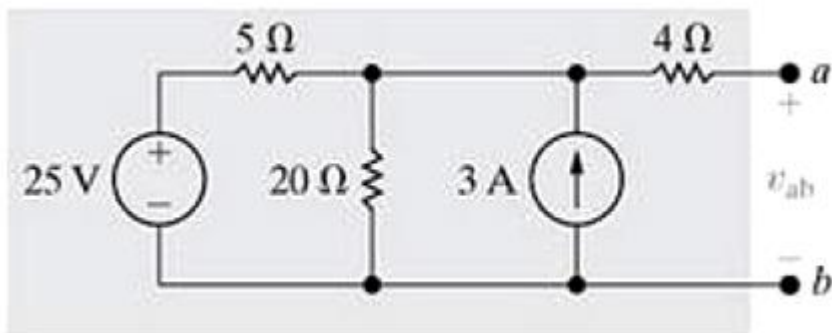
## Equivalente de Thévenin - Variações

### Circuito somente com fontes independentes

⚡ Para calcular  $R_{Th}$ , eliminar todas as fontes e calcular a resistência equivalente nos terminais de interesse.

-Fonte de tensão é eliminada substituindo-a por um curto circuito;

-Fonte de corrente é eliminada substituindo-a por um circuito aberto



$$R_{ab} = R_{Th} = 4 + \frac{5 \times 20}{25} = 8 \Omega$$



## Equivalente de Thévenin - Variações

### Circuito com fontes dependentes

- ⚡ Eliminar todas as fontes independentes;
- ⚡ Aplicar uma fonte independente de tensão ou corrente nos terminais  $a, b$ .
- ⚡ A resistência de Thévenin  $R_{Th}$  é igual à razão entre a tensão nos terminais da fonte auxiliar e a corrente fornecida por ela.

$$R_{Th} = \frac{v_{Fonte\_auxiliar}}{i_{Fonte\_auxiliar}}$$

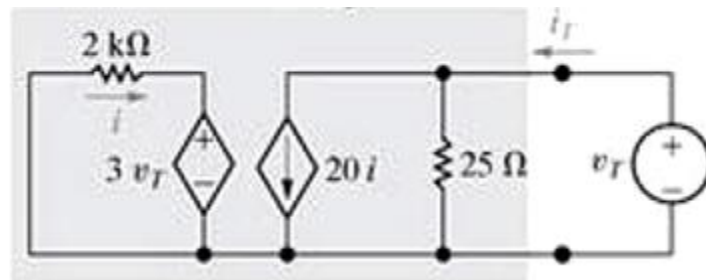
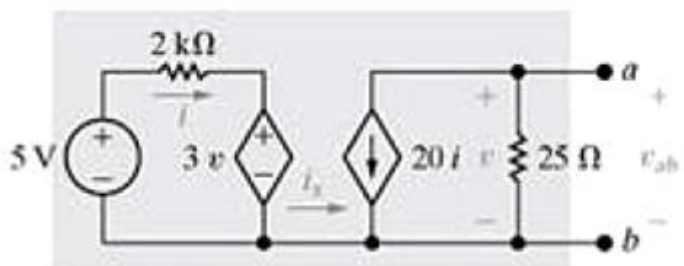
- ⚡ Em geral esses cálculos são mais fáceis do que os envolvidos no cálculo da corrente de curto-circuito.



## Equivalente de Thévenin - Variações

### Circuito com fontes dependentes - Exemplo

⚡ Eliminar todas as fontes independentes e aplicar fonte de tensão em  $a, b$ .



$$i_T = \frac{v_T}{25} + 20i \quad i = \frac{-3v_T}{2000}$$

$$i_T = \frac{v_T}{25} - \frac{60v_T}{2000}$$

$$\frac{i_T}{v_T} = \frac{1}{25} - \frac{6}{200} = \frac{1}{100}$$

$$R_{Th} = \frac{v_{Fonte\_auxiliar}}{i_{Fonte\_auxiliar}} = \frac{v_T}{i_T}$$

$$R_{Th} = \frac{v_T}{i_T} = 100\Omega$$





## Equivalente de Norton

- ⚡ Circuito equivalente de Norton: fonte de corrente independente ( $i_{Th}$ ) em paralelo com um resistor ( $R_{Th}$ ).
- ⚡ Podemos obtê-lo de um equivalente Thévenin utilizando simples transformação de fonte.
- ⚡ A corrente de Norton é igual à corrente de curto circuito e nos terminais de interesse, e a resistência é igual a resistência de Thévenin.



## Referências Bibliográficas:

Nilsson, J.W. e Riedel, S.A., Circuitos Elétricos, 8<sup>a</sup> Edição, Pearson Prentice Hall, São Paulo, 2009.

Svoboda, J.A. and Dorf, R.C., Introduction to Electric Circuits, 9th edition, Wiley, 2011.