FAETER-RIO

Professor Wagner Zanco

Lista de exercícios de Álgebra Linear

Simulação para a prova AV2

1. Expresse o vetor $u = (-1{,}4, -4{,}6) \in \mathbb{R}^4$ como combinação linear dos vetores $v_1 = (3, -3{,}1{,}0), v_2 = (0{,}1, -1{,}2)\ e\ v_3 = (1, -1{,}0{,}0)$.

2. Determine os subespaços gerados do $\mathbb{R}^3$, gerados pelos seguintes conjuntos:

   a) $A = \{(2, -1{,}1)\}$
   b) $A = \{(-1{,}3{,}2), (2{,}2{,}1)\}$
   c) $A = \{(1{,}0{,}1), (0{,}11), (1{,}0{,}0)\}$

3. Seja o conjunto $A = \{w_1, w_2\}$, sendo $w_1 = (-1{,}3, -1)\ e\ w_2 = (1, -2{,}4)$. Determine:

   a) Subespaço S gerado pelo conjunto A.

   b) O valor de k para que o vetor $w = (5, k, 1{,}1)$ pertença a S.

4. Verifique se o conjunto $V = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 | 2x - z = 0\}$ é um espaço vetorial.

5. Verifique se o conjunto S é um subespaço vetorial de $\mathbb{R}^3$.

$$S = \{x_1, 0, x_3, \}; x \in \mathbb{R}$$

6. Qual o *span* gerado por $A_1, A_2\ e\ A_3$, ou seja, $span\{A_1, A_2, A_3\}$?

$$A_1 = \begin{bmatrix} 2 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad A_2 = \begin{bmatrix} 0 \\ 3 \\ 0 \end{bmatrix} \quad A_3 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 2 \end{bmatrix}$$

7. Determine se $Y = \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \\ 2 \end{bmatrix}$ pertence ao subespaço gerado pelos subconjuntos

$$A_1 = (-1{,}3{,}2)\ e\ A_2 = (2, -2{,}1)$$

8. qual a condição necessária para que um conjunto de vetores seja base de um subespaço vetorial?

9. Verifique se o conjunto V, formado pelos vetores $v_1 = (1{,}0)\ e\ v_2 = (2{,}1)$, é base de $\mathbb{R}^2$.

10. Encontre o vetor LD do conjunto $V = \{v_1, v_2, v_3, v_4\}$, formado pelos vetores $v_1 = (1{,}0{,}0), v_2 = (3{,}2{,}0), v_3 = (0{,}0{,}1)\ e\ v_4 = (4{,}2{,}0)$.

11. Verifique se o conjunto $Y = [V_1, V_2, V_3]$ é LI, sendo $V_1 = (1{,}2{,}3)$, $V_2 = (1{,}0{,}2)$ e $V_3 = (0{,}2{,}1)$. Caso V seja LD, identifique o vetor LD e verifique se os vetores restantes são LI.

12. Encontre o subespaço vetorial gerado pelo conjunto $V = [V_1, V_2]$, sendo $V_1 = (1,2,3), V_2 = (1,0,3)$ e deduza a equação do plano que cobre o subespaço vetorial. Antes, porém, verifique se V_1 e V_2 são LI.

13. Seja o conjunto $V = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 |\ y - 2z = 2x\}$. Prove que V é um subespaço vetorial e encontre uma base de V.

14. Considere, em $\mathbb{R}^3$, o conjunto $F = (x, y, z| - 6x - 2z = 0)$. Indique uma base para F.

15. Qual a forma geométrica do subespaço gerado por:

a) Um único vetor?

b) Dois vetores colineares?

c) Dois vetores coplanares?

d) Três vetores coplanares?

e) Três vetores não coplanares?

16. Defina a expressão do subespaço gerado e o plano π, $span\{A_1, A_2\}$, sendo $A_1 = \begin{bmatrix} 0 \\ 2 \\ 0 \end{bmatrix}$ e $A_2 = \begin{bmatrix} 3 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$

17. Determinar o subespaço $G(A)$ para $A = \{v_1, v_2\}$, sendo $v_1 = (1, -2), v_2 = (-3,6) \in \mathbb{R}^2$, e diga o que representa geometricamente esse subespaço.

18. Qual o subespaço vetorial S, $span\{A_1, A_2\}$, sendo $A_1 = \begin{bmatrix} -1 \\ 3 \\ -1 \end{bmatrix}$ e $A_2 = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ -2 \end{bmatrix}$?

19. O que é Dimensão de um subespaço vetorial?

20. Dado o conjunto V, formado pelos vetores $v_1 = (1,0), v_2 = (0,1)\ e\ v_3 = (1,2)$, verifique se V é base de $\mathbb{R}^2$. Se não for, exclua o vetor redundante e encontre uma base de $\mathbb{R}^2$ nos vetores do conjunto V. Determine, também, a dimensão do subespaço gerado pelo conjunto V.

21. Seja o conjunto $V = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 |\ x + y - 2z = 0\}$. Prove que V é um subespaço vetorial e encontre uma base de V.

22. Qual a dimensão do subespaço gerado pelo conjunto $V = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 |\ x - y + 3z = 0\}$?

23. Verifique se o conjunto $V = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 | 2x - y + z = 0\}$ é um espaço vetorial.

24. Verifique se o conjunto $V = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 | y > 0\}$ é um espaço vetorial.

25. Seja $M_{3x1} = \begin{vmatrix} x \\ y \\ z \end{vmatrix}; x, y, z \in \mathbb{R}$. Mostrar que o conjunto M_{3x1} é um espaço vetorial real.