Matemática para Computação

PROVA AV1 – 2023/1

CADERNO DE QUESTÕES

- **Introdução à Lógica**
- **Introdução à Teoria dos Conjuntos**

Professor Cláudio Bispo

Nome: ______________________________

ATENÇÃO !

✎ Esta avaliação possui 10 questões objetivas cada uma vale 1,0 ponto.

✎ Cada questão possui apenas uma resposta correta.

✎ Devolva o caderno de questões devidamente assinado e com as respostas marcadas (com caneta preta ou azul).

"Não se preocupe com suas dificuldades em matemática, posso garantir que as minhas são maiores". (Albert Eistein)

FORMULÁRIO

1. Leis da Lógica:

- Lei da Idempotência: Para qualquer proposição p, temos:

$$p \wedge p \equiv p$$
$$p \vee p \equiv p$$

- Leis da Comutatividade: Dada duas proposições quaisquer, p e q, temos:

$$p \wedge q \equiv q \wedge p$$
$$p \vee q \equiv q \vee p$$

- Leis da Associatividade: Dadas três proposições quaisquer, p, q e r, temos:

$$(p \wedge q) \wedge r \equiv p \wedge (q \wedge r)$$
$$(p \vee q) \vee r \equiv p \vee (q \vee r)$$

- Leis da Distributividade: Dadas três proposições quaisquer, p, q e r, temos:

$$p \vee (q \wedge r) \equiv (p \vee q) \wedge (p \vee r)$$
$$p \wedge (q \vee r) \equiv (p \wedge q) \vee (p \wedge r)$$

- Leis da Absorção: Para quaisquer proposições p e q, temos

$$p \vee (p \wedge q) \equiv p$$
$$p \wedge (p \vee q) \equiv p$$

- Leis de De Morgan: Dada duas proposições quaisquer, p e q, temos:

$$\sim (p \vee q) \equiv \sim p \wedge \sim q$$
$$\sim (p \wedge q) \equiv \sim p \vee \sim q$$

2. Equivalências Lógicas

- $p \rightarrow q \equiv \sim p \vee q$
- $p \leftrightarrow q \equiv (p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow p)$
- $p \rightarrow q \equiv \sim q \rightarrow \sim p$
- $p \vee \sim p \equiv$ [V], onde [V] é uma Tautologia.
- $p \wedge \sim p \equiv$ [V], onde [F] é uma Contradição.

3. Argumentos Fundamentais

- **Modus Ponens (MP)**
  Premissas: $p \rightarrow q$, p
  Conclusão: q
- **Modus Tolens (MT)**
  Premissas: $p \rightarrow q$, $\sim q$
  Conclusão: $\sim p$
- **Silogismo Disjuntivo (SD)**
  Premissas: $p \vee q$, $\sim p$
  Conclusão: q

  Premissas: $p \vee q$, $\sim q$
  Conclusão: p
- **Silogismo Hipotético (SH)**
  Premissas: $p \rightarrow q$, $q \rightarrow r$
  Conclusão: $p \rightarrow r$
- **Dilema Construtivo (DC)**
  Premissas: $p \rightarrow q$, $r \rightarrow s$, $p \vee r$
  Conclusão: $q \vee s$
- **Dilema Destrutivo (DD)**
  Premissas: $p \rightarrow q$, $r \rightarrow s$, $\sim q \vee \sim s$
  Conclusão: $\sim p \vee \sim r$

1. Considerando a lógica proposicional quanto às suas composições analise cada uma das proposições lógicas abaixo:

I. “*Se* $7E7_{(16)} = 2023$*, então* $31 = 11111_{(2)}$.”

II. “$69_{(16)} = 1101001_{(2)}$ *e* $1101001_{(2)} = 105$.”

III. “*7 não é um número primo ou não é solução da equação* $x^2 - x - 42 = 0$.”

são verdadeiras:

(a) As proposições II e a III.

(b) As proposições I e a III.

(c) Nenhuma das proposições.

(d) As proposições I e a II.

(e) Todas as proposições.

2. Considere

A: *o conjunto dos algarismos do número* 1101101101.

Podemos afirmar que:

(a) A possui quatro subconjuntos.

(b) $\{1101101101, 0111111100\}$ é um subconjunto de A.

(c) A possui dez elementos.

(d) A possui três elementos.

(e) A possui seis subconjuntos além dos triviais.

3. Considere a proposição condicional abaixo:

“*Se* f *uma função é bijetora, então* f *é injetora e sobrejetora.*”.

A proposição logicamente equivalente é:

(a) Se f não é injetora ou não é sobrejetora, então f não é bijetora.

(b) Se f não é bijetora, então f não é injetora e não é sobrejetora .

(c) Se f não é bijetora, então f não é injetora ou não é sobrejetora .

(d) Se f não é injetora e não é sobrejetora, então f não é bijetora.

(e) Se f não é injetora ou é sobrejetora, então f não é bijetora.

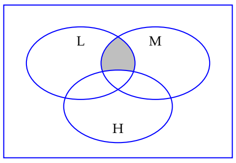
4. Sejam

M: o conjunto dos alunos que estudam com o professor Massilon.

H: o conjunto dos alunos que estudam com a professora Heliana.

L: o conjunto dos alunos que estudam com o professor Leonardo.

Considere o diagrama abaixo:



Podemos afirmar que o subconjunto da região sombreada é formado

(a) por alunos da professora Heliana ou do professor Leonardo.

(b) por alunos da professora Heliana e do professor Leonardo.

(c) somente por alunos da professora Heliana e do professor Leonardo.

(d) somente por alunos da professora Heliana e do professor Massilon.

(e) somente por alunos do professor Leonardo e do professor Massilon.

5. A composição lógica $p \odot q$ possui a seguinte tabela verdade:

p	q	$p \odot q$
V	V	F
V	F	V
F	V	F
F	F	V

Sendo assim, $(p \odot q) \rightarrow (p \wedge q)$ é equivalente a:

(a) $p \vee q$

(b) $p \wedge q$

(c) $p \rightarrow q$

(d) $p \leftrightarrow q$

(e) $p \odot q$

6. O matemático, eslavo hispânico, Ricardo Marcianinsk enunciou o seguinte argumento:

✎ *"Se o diagrama de atividades é eficaz, então seus componentes (atores, fluxos e atividades) estão bem definidos. Os componentes do diagrama não estão bem definidos. Podemos concluir que o diagrama de atividades não é eficaz."*

Leonnard Vianna, um matemático de origem ítalo alemã e contemporâneo a Ricardo, enunciou outro argumento sobre o mesmo assunto:

✎ *"Se o diagrama de atividades é eficaz, então seus componentes (atores, fluxos e atividades) estão bem definidos. O diagrama de atividades é eficaz. Logo, os seus componentes estão bem definidos."*

Observando as premissas e suas respectivas conclusões em cada argumento podemos afirmar que:

(a) Apenas o argumento de Ricardo Marcianinsk é válido.

(b) Apenas o argumento de Leonnard Vianna é válido.

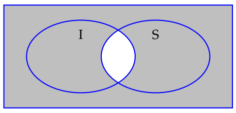
(c) Ambos os argumentos são válidos.

(d) Nenhum dos argumentos são válidos.

(e) Não é possível verificar a validade dos argumentos apresentados.

7. Considere:

- U: o conjunto das funções reais de uma variável.
- I: o conjunto das funções reais injetoras de uma variável.
- S: o conjunto das funções reais sobrejetoras de uma variável.
- I, $S \subset U$.
- E o diagrama abaixo



Podemos afirmar que a região sombreada no diagrama é:

(a) $\overline{(I \cup S)}$

(b) $I \cap S$

(c) $\overline{(I - S)}$

(d) $\overline{(S - I)}$

(e) $\overline{(I \cap S)}$

8. Considere $D(10)$ o conjunto dos divisores positivos de 10, $D(20)$ o conjunto dos divisores positivos de 20 e as seguintes afirmações:

I. $D(10) = D(20)$

II. $D(10) \not\subset D(20)$

III. O número de subconjuntos possíveis de $D(10)$ é igual a 16.

Então:

(a) São verdadeiras as afirmações I e II.

(b) Nenhuma afirmação é verdadeira.

(c) Apenas a afirmação II é verdadeira.

(d) Apenas a afirmação III é verdadeira.

(e) São verdadeiras as afirmações II e III.

9. A composição $(P \wedge Q \wedge R) \to (P \vee Q)$ é:

(a) uma contradição.

(b) uma tautologia.

(c) uma contingência.

(d) uma contrapositiva

(e) uma conversão.

10. Na Introdução à Teoria dos Conjuntos, temos o seguinte resultado: *"Se* $A = A_1 \cup A_2 \cup \ldots \cup A_n$ *e* $A_i \cap A_j = \varnothing$, *para* $i \neq j$, *então* $P = \{A_1, A_2, \ldots, A_n\}$ *é uma partição de* A*"*. A afirmação logicamente equivalente é:

(a) Se $P = \{A_1, A_2, \ldots, A_n\}$ não é uma partição de A, então $A \neq A_1 \cup A_2 \cup \ldots \cup A_n$ e $A_i \cap A_j \neq \varnothing$, para $i \neq j$.

(b) Se $P = \{A_1, A_2, \ldots, A_n\}$ é uma partição de A, então $A_i \cap A_j = \varnothing$, para $i \neq j$.

(c) $A_i \cap A_j \neq \varnothing$, para $i \neq j$ ou $P = \{A_1, A_2, \ldots, A_n\}$ é uma partição de A.

(d) Se $P = \{A_1, A_2, \ldots, A_n\}$ não é uma partição de A, então $A_i \cap A_j \neq \varnothing$ ou $A \neq A_1 \cup A_2 \cup \ldots \cup A_n$, para $i \neq j$.

(e) Se $P = \{A_1, A_2, \ldots, A_n\}$ é uma partição de A, então $A = A_1 \cup A_2 \cup \ldots \cup A_n$.