LISTA 1 - ÁLGEBRA LINEAR

sexta-feira, 18 de agosto de 2023 08:24

ÁLGEBRA LINEAR

LISTA 1

1. Dada as matrizes:

$$A = \begin{bmatrix} 3 & 0 \\ -1 & 2 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 4 & -1 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}, C = \begin{bmatrix} 1 & 4 & 2 \\ 3 & 1 & 5 \end{bmatrix}, D = \begin{bmatrix} 1 & 5 & 2 \\ -1 & 0 & 1 \\ 3 & 2 & 4 \end{bmatrix} \; e \; E = \begin{bmatrix} 6 & 1 & 3 \\ -1 & 1 & 2 \\ 4 & 1 & 3 \end{bmatrix}$$

Calcule se possível:

a. D + E

b. 5A

c. -3(D + 2E)

d. $2A^T + C$

e. $\frac{1}{2}C^T - \frac{1}{4}A$

f. AB

g. BA

h. (3E)*D

i. CC^T

j. D^TE^T

k. B^{-1}

l. D^{-1}

m. E^{-1}

2. Determine os valores de a, b, c e d

a. $A = \begin{bmatrix} a & 3 \\ -1 & a+b \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 & d-2c \\ d+2c & -2 \end{bmatrix}$

b. $A = \begin{bmatrix} a-b & b+a \\ 3d+c & 2d-c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 8 & 2 \\ 11 & 14 \end{bmatrix}$

3. Responda com Verdadeiro ou Falso

a. ( ) A matriz $\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{bmatrix}$ não tem diagonal principal.

b. ( ) Uma matriz m x n tem m vetores colunas e n vetores linha.

c. ( ) Se A e B forem matrizes 2x2, então BA = AB.

d. ( ) O i-ésimo vetor linha de um produto matricial AB pode ser calculado multiplicando A pelo i-ésimo vetor linhas de B.

e. ( ) Se A e B forem matrizes quadradas de mesma ordem, então $(AB)^T = A^T B^T$.

4. Verifique se as matrizes abaixo são invertíveis, e se for, encontre sua inversa:

a. $A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}$

b. $A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}$

$[\,0 \quad 0 \quad 1\,]$

d. $A = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 1 \\ 1 & -1 & 1 \\ -1 & 1 & -1 \end{bmatrix}$

$A = \begin{bmatrix} 2 & -3 & 5 \\ -3 & 6 & 7 \\ 5 & 7 & -8 \end{bmatrix}$

$$A = \begin{bmatrix} -3 & 6 & 7 \\ 5 & 7 & -8 \end{bmatrix}$$

c. $A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \\ -1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$

5. Encontre os valores desconhecidos que tornam a matriz A simétrica

a. $\begin{bmatrix} 4 & -3 \\ a+5 & -1 \end{bmatrix}$

$$A^T = \begin{bmatrix} 2 & 3 & 0 \\ a-2b+2c & 5 & -2 \\ 2a+b+c & a+c & 7 \end{bmatrix}$$

b. $A =$

$$\begin{bmatrix} 2 & a-2b+2c & 2a+b+c \\ 3 & 5 & a+c \\ 0 & -2 & 7 \end{bmatrix}$$

6. Encontre os valores desconhecidos que tornam a matriz A invertível

a. $A = \begin{bmatrix} 1 & x^2 & x^4 \\ 0 & x+2 & x^3 \\ 0 & 0 & x-4 \end{bmatrix}$

b. $A = \begin{bmatrix} x-\frac{1}{2} & 0 & 0 \\ x & x-\frac{1}{3} & 0 \\ x^2 & x^3 & \frac{1}{4} \end{bmatrix}$

7. Seja A = [a_{ij}] uma matriz n x n. Em cada caso, determine se A é simétrica:

a. $a_{ij} = i^2 + j^2$

c. $a_{ij} = i^2 - j^2$

b. $a_{ij} = 2i + 2j$

d. $a_{ij} = 2i^2 + 2j^2$

8. Calcule a determinante das matrizes abaixo através do método de triangulação

a. $A = \begin{bmatrix} 3 & -7 & -2 \\ -3 & 5 & 1 \\ 6 & -4 & 0 \end{bmatrix}$

a. $A = \begin{bmatrix} -3 & 5 & 1 \\ 6 & -4 & 0 \end{bmatrix}$

b. $A = \begin{bmatrix} 2 & -4 & 2 \\ -4 & 5 & 2 \\ 6 & -9 & 1 \end{bmatrix}$

c. $A = \begin{bmatrix} 1 & 3 & 2 & 0 \\ -2 & -3 & -4 & 12 \\ 3 & 0 & 4 & -36 \\ -5 & -3 & -8 & 49 \end{bmatrix}$

d. $A = \begin{bmatrix} 1 & 3 & 1 & 5 \\ 5 & 5 & 6 & 1 \\ -2 & -1 & -1 & -4 \\ -1 & 7 & 1 & 7 \end{bmatrix}$

e. $A = \begin{bmatrix} 2 & 4 & -1 & 5 & -2 \\ -4 & -5 & 3 & -8 & 1 \\ 2 & -5 & -4 & 1 & 8 \\ -2 & 1 & 4 & 2 & 8 \\ -6 & 0 & 7 & -3 & 1 \end{bmatrix}$

9. Calcula a inversa das matrizes:

a. $A = \begin{bmatrix} 2 & 5 \\ -3 & -4 \end{bmatrix}$

b. $A = \begin{bmatrix} 6 & 4 \\ 12 & 5 \end{bmatrix}$

$12 \quad 5$

c. $A = \begin{bmatrix} 1 & -3 & -6 \\ 0 & 4 & 3 \\ -3 & 6 & 0 \end{bmatrix}$

d. $A = \begin{bmatrix} 3 & 0 & 0 \\ -3 & -4 & 0 \\ 8 & 5 & -3 \end{bmatrix}$

e. $A = \begin{bmatrix} -1 & -3 & 0 & 1 \\ 3 & 5 & 8 & -3 \\ -2 & -6 & 3 & 2 \\ 0 & -1 & 2 & 1 \end{bmatrix}$

f. $A = \begin{bmatrix} 3 & 4 & 7 & 4 \\ 0 & 1 & 4 & 6 \\ 0 & 0 & 2 & 8 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$

g. $A = \begin{bmatrix} 4 & 0 & -3 & -7 \\ -6 & 2 & 1 & -2 \\ 7 & -5 & 0 & 1 \\ -1 & 2 & 4 & -1 \end{bmatrix}$

h. $A = \begin{bmatrix} 5 & 3 & 1 & 7 & 9 \\ 6 & 4 & 2 & 8 & -8 \\ 7 & 5 & 3 & 10 & 9 \\ 9 & 6 & 4 & -9 & -5 \\ 8 & 5 & 2 & 11 & 4 \end{bmatrix}$