



Álgebra Linear
LISTA 1 MATRIZES
3ALGAM

- Matrizes: definição
- Tipos de Matriz
- Igualdade de Matrizes
- Operações com Matrizes
- Matriz Inversa

Professor Cláudio Bispo

1. Escreva a matriz $A = [a_{ij}]$ do tipo 3×4 sabendo que $a_{ij} = 2i - 3j$.

2. Escreva a matriz $A = [a_{ij}]$ do tipo 3×4 sabendo que $a_{ij} = \begin{cases} 2i - 3j, & \text{se } i = j \\ 3i - 2j, & \text{se } i \neq j \end{cases}$

3. Determine a matriz $A = [a_{ij}]$ do tipo 3×2 sabendo que o termo geral de sua transposta é dado por $a_{ij} = \frac{i^2 - 3j}{2}$.

4. Determine a matriz diagonal de ordem 5 tal que $a_{ij} = i - 3$.

5. Determine a matriz quadrada de ordem 4 tal que $a_{ij} = \begin{cases} 0, & \text{se } i \neq j \\ i, & \text{se } i = j \end{cases}$. De que tipo é a matriz encontrada?

6. Construa a matriz $A = (a_{ij})_{2 \times 3}$ de modo que $a_{ij} = 3i^2 - j$.

7. Construa a matriz $C = (c_{ij})_{3 \times 3}$ tal que $c_{ij} = \begin{cases} i + j, & \text{se } i = j \\ -i - j, & \text{se } i \neq j \end{cases}$.

8. Calcule o valor de x para que sejam iguais as duas matrizes: $A = \begin{bmatrix} 3x^2 - 4x & 3x \\ 5 & 0 \end{bmatrix}$ e $B = \begin{bmatrix} -1 & 1 \\ 5 & 0 \end{bmatrix}$.

9. Calcule o valor de x para que sejam iguais as duas matrizes: $A = \begin{bmatrix} 3x^2 - 4x & 1 \\ 5 & 0 \end{bmatrix}$ e $B = \begin{bmatrix} -1 & 1 \\ 5 & 0 \end{bmatrix}$.

10. Calcule o valor de x, y e z de modo que as matrizes $A = \begin{bmatrix} 2x - 3y & 1 & -\frac{1}{2} \\ 0 & 4 & 0 \end{bmatrix}$ e $B = \begin{bmatrix} 4 & 1 & -\frac{1}{2} \\ y - 2z & 4 & x + z \end{bmatrix}$ sejam iguais.

11. Sejam $M = \begin{bmatrix} -\frac{1}{2} & -\frac{1}{3} \\ -\frac{1}{3} & -6 \\ -0,7 & -\sqrt{9} \end{bmatrix}$ e $kM = \begin{bmatrix} -\frac{3}{2} & -1 \\ -1 & -18 \\ -2,1 & -9 \end{bmatrix}$, calcule o valor de k .

12. Determine x e y sabendo que:

a) $\begin{bmatrix} x^2 & -1 \\ 4 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 9 & -1 \\ 2x - y & 0 \end{bmatrix}$

b) $\begin{bmatrix} x + y & 2 \\ 3 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 & x - y \\ 3 & 1 \end{bmatrix}$

c) $\begin{bmatrix} 0 & x + 3y \\ 2 & 5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 8 \\ 2 & y^2 - 1 \end{bmatrix}$

13. Sendo $A = \begin{bmatrix} 1 & 3 & 5 \\ 7 & 9 & -1 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} 6 & 7 & 0 \\ -1 & -3 & -1 \end{bmatrix}$ e $C = \begin{bmatrix} 4 & 5 & 2 \\ -1 & 0 & -4 \end{bmatrix}$. Resolva as equações matriciais abaixo, determinando o valor da matriz x .

a) $X + A = 2B - C$

b) $X - C = 2A + 3B$

c) $X + 2B = 3A - C$

14. Sendo $A = \begin{bmatrix} 5 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$ e $B = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 5 \end{bmatrix}$.

a) Calcule AB

b) Calcule BA

c) Calcule A^2

d) Calcule B^2

15. Determine as inversas das matrizes:

$$\begin{array}{ll} \text{a) } P = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix} & \text{b) } P = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \\ \text{c) } P = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 5 \end{bmatrix} & \text{d) } P = \begin{bmatrix} 4 & 3 \\ 7 & 0 \end{bmatrix} \end{array}$$

16. Dada as matrizes $A = \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 7 \end{bmatrix}$ e $B = \begin{bmatrix} -2 & 0 \\ 3 & 5 \end{bmatrix}$, determine a matriz X tal que $X = A^{-1} \cdot B$.

17. Se $A = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}$, calcule $A^2 - 2A + 3I^2$.

18. Se $A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 3 & 2 \end{bmatrix}$ e $B = \begin{bmatrix} -1 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$, verifique se $(AB)^t = (B^t) \cdot (A)^t$. Mostre que esta igualdade se verifica para quaisquer matrizes de ordem 2.

19. Dada as matrizes: $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 2 & 3 \end{bmatrix}$ e $C = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$, teste as propriedades:

a) $A \cdot (B + C) = AB + AC$

b) $A \cdot (BC) = (AB) \cdot C$

GABARITO

1. $A = \begin{bmatrix} -1 & -4 & -7 & -10 \\ 1 & -2 & -5 & -8 \\ 3 & 0 & -3 & -6 \end{bmatrix}$

2. $A = \begin{bmatrix} -1 & 1 & -3 & -5 \\ 4 & -2 & 0 & -2 \\ 7 & 5 & -3 & 1 \end{bmatrix}$

3. $A = \begin{bmatrix} -1 & \frac{1}{2} \\ -\frac{5}{2} & -1 \\ -4 & -\frac{5}{2} \end{bmatrix}$

4. $A = \begin{bmatrix} -2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 2 \end{bmatrix}$

5. $A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$

6. $A = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 11 & 10 & 9 \end{bmatrix}$

7. $C = \begin{pmatrix} 2 & -3 & -4 \\ -3 & 4 & -5 \\ -4 & -5 & 6 \end{pmatrix}$

8. $x = \frac{1}{3}$

9. $x = \frac{1}{3}$ ou $x = 1$

10. $x = -1$, $y = 2$ e $z = 1$

11. $k = 3$

12.
a) $(x, y) = (3, 2)$ ou $(x, y) = (-3, -10)$
b) $x = 3$; $y = 1$
c) $(x, y) = (2, 2)$ ou $(x, y) = (14, -2)$

13.
a) $X = \begin{bmatrix} 7 & 6 & 7 \\ -8 & -15 & 3 \end{bmatrix}$
b) $X = \begin{bmatrix} 24 & 32 & 12 \\ 10 & 9 & -9 \end{bmatrix}$
c) $X = \begin{bmatrix} -13 & -10 & 13 \\ -24 & 21 & 3 \end{bmatrix}$

14.
a) $AB = \begin{bmatrix} 9 & 19 \\ 11 & 23 \end{bmatrix}$ b) $BA = \begin{bmatrix} 8 & 6 \\ 25 & 24 \end{bmatrix}$
c) $A^2 = \begin{bmatrix} 21 & 18 \\ 27 & 22 \end{bmatrix}$ d) $B^2 = \begin{bmatrix} 3 & 6 \\ 4 & 17 \end{bmatrix}$

15.
a) $P^{-1} = \begin{bmatrix} 1/2 & 1/2 \\ 1/2 & -1/2 \end{bmatrix}$ b) $Q^{-1} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1/3 & -2/3 \end{bmatrix}$
c) $R^{-1} = \begin{bmatrix} -5/13 & 3/13 \\ 1/13 & -2/13 \end{bmatrix}$ d) $S^{-1} = \begin{bmatrix} 0 & 1/7 \\ 1/3 & -4/21 \end{bmatrix}$

16. $X = \begin{bmatrix} -23 & -15 \\ 7 & 5 \end{bmatrix}$