Álgebra Linear

ATIVIDADE 28/06/2023

3ALGAM

- **Espaços Vetoriais**
- **Subespaços Vetoriais**
- **Base de um espaço vetorial**
- **Dimensão de um espaço vetorial**
- **Transformações Lineares**
- **Matriz Canônica de uma Transformação Linear**

Professor Cláudio Costa

Prezado(a) aluno(a),
Você deverá resolver as questões propostas neste documento e responder no formulário Google, cujo link está no Google Sala de Aula, ***semana 17 (28/06/2023).***
Esta avaliação deverá ser concluída até o dia 07/07/2023, sexta-feira. A conclusão desta avaliação irá compor a nota do AV1.

1. Seja $T : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$, definido por $T(x, y, z) = (2x - y + 2z,\ 3x + z,\ x + 2y - 3z)$ tem como matriz canônica:

(a) $[T] = \begin{bmatrix} 1 & 2 & -3 \\ 3 & 0 & 1 \\ 2 & -1 & 2 \end{bmatrix}$

(b) $[T] = \begin{bmatrix} 1 & 3 & 2 \\ 2 & 0 & -1 \\ -3 & 1 & 2 \end{bmatrix}$

(c) $[T] = \begin{bmatrix} 3 & 2 & 1 \\ -1 & 0 & 1 \\ 2 & 2 & 1 \end{bmatrix}$

(d) $[T] = \begin{bmatrix} 2 & -1 & 2 \\ 3 & 0 & 1 \\ 1 & 2 & -3 \end{bmatrix}$

(e) $[T] = \begin{bmatrix} 3 & 1 & -2 \\ 0 & 2 & 1 \\ 1 & -3 & -1 \end{bmatrix}$

2. Seja $[T] = \begin{bmatrix} 1 & 2 & -3 \\ 3 & 0 & 1 \\ 2 & -1 & 2 \end{bmatrix}$ a matriz canônica do operador linear T e $T(v) = (-2,\ 0,\ 3)$, então:

(a) $v = (1,\ -9,\ 6)$.

(b) $v = (2,\ -11,\ -6)$.

(c) $v = (1,\ 2,\ -3)$.

(d) $v = (-2,\ 6,\ 3)$.

(e) $v = (-2,\ 6, 6)$.

3. Dada a matriz $A = \begin{bmatrix} 1 & -2 & 1 \\ 3 & -2 & -1 \\ 4 & -1 & 2 \end{bmatrix}$, calcule $(A - 2I)^2$:

(a) $\begin{bmatrix} 1 & -2 & 1 \\ 3 & -2 & -1 \\ 4 & -1 & 2 \end{bmatrix}$

(b) $\begin{bmatrix} -1 & 9 & 1 \\ -19 & 11 & 7 \\ -7 & -4 & 5 \end{bmatrix}$

(c) $\begin{bmatrix} 1 & -2 & 1 \\ 3 & -4 & -1 \\ 4 & -1 & 0 \end{bmatrix}$

(d) $\begin{bmatrix} 3 & -2 & 1 \\ 3 & 0 & -1 \\ 4 & -1 & 4 \end{bmatrix}$

(e) $\begin{bmatrix} 6 & -2 & -1 \\ 3 & -9 & -4 \\ -4 & -1 & 0 \end{bmatrix}$

4. Considere $B = \{(4,\ 0,\ 5), (2,\ k,\ 3)\}$. O valor de k para que $v = (0,\ 2,\ k)$ seja escrito como combinação linear dos vetores de B é:

(a) $k = \pm 1$

(b) $k = 0$

(c) $k = \pm 2$

(d) $k = \pm 3$

(e) $k = \pm 5$

5. Seja $E = \mathbb{R}^3$. Os vetores $\{(1,2,3),(2,5,8),(1,3,7)\}$ são independentes?

(a) Sim.

(b) Não.

(c) Não pode ser calculado.

(d) Sim, se fosse um espaço de $\mathbb{R}^2$.

(e) Seriam independentes se o 1º fosse $(1,5,7)$.

6. Seja $T(x,y,z) = (x,\ 3x+2y+5z,\ 5x+3y+8z)$ e S seu operador linear inverso, então:

(a) $S(x,y,z) = (x,\ 3x+2y+5z,\ 5x+3y+8z)$.

(b) $S(x,y,z) = (x,\ x-8y+5z,\ x+3y-2z)$.

(c) $S(x,y,z) = (x,\ 5x+2y+8z,\ 3x+2y+5z)$.

(d) $S(x,y,z) = (5x+3y+8z,\ 3x+2y+5z,\ x)$.

(e) $S(x,y,z) = (x,\ x+8y-5z,\ -x-3y+2z)$.

7. O núcleo (Ker) da transformação linear cuja imagem é dada por $T(x,y,z) = (x+y,\ 3x+2y+z,\ x+z)$ é:

(a) $Ker(T) = \{(-z,z,z) : z \in \mathbb{R}\}$.

(b) $Ker(T) = \{(z,z,z) : z \in \mathbb{R}\}$.

(c) $Ker(T) = \{(z,-z,z) : z \in \mathbb{R}\}$.

(d) $Ker(T) = \{(-z,-z,-z) : z \in \mathbb{R}\}$.

(e) $Ker(T) = \{(-z,z,-z) : z \in \mathbb{R}\}$.

8. Sobre o operador linear, cuja matriz canônica é $[T] = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 6 \end{bmatrix}$? podemos afirmar que

(a) T é inversível.

(b) $Ker(T) = \{(0,\ 0)\}$.

(c) T é injetora.

(d) T é sobrejetora.

(e) $\dim(Im(T)) = 1$.

9. Considere os seguintes operadores lineares:

- $T(x,\ y) = (x+2y,\ 3x+4y)$
- $S(x,\ y) = (x+4y,\ 6x+7y)$

Podemos afirmar que:

(a) $(S \circ T)(x,\ y) = (x,\ y)$
$(T \circ S)(x,\ y) = (x,\ y)$

(b) $(S \circ T)(x,\ y) = (x,\ y)$
$(T \circ S)(x,\ y) = (13x+18y,\ 27x+40y)$

(c) $(S \circ T)(x,\ y) = (13x+18y,\ 27x+40y)$
$(T \circ S)(x,\ y) = (13x+18y,\ 27x+40y)$

(d) $(T \circ S)(x,\ y) = (13x+18y,\ 27x+40y)$
$(S \circ T)(x,\ y) = (x,\ y)$

(e) $(T \circ S)(x,\ y) = (13x+27y,\ 18x+40y)$
$(S \circ T)(x,\ y) = (13x+27y,\ 18x+40y)$

10. Sejam os operadores lineares T e S, definidos por $T(x,y,z) = (2x+3y+z,\ z,\ 3x+4y-z)$ e $S(x,y,z) = (-4x+7y+3z,\ 3x-5y-2z,\ y)$. Considere a seguinte sequencia de operações:

1. Calculamos $T(u)$ para um $u = (x_u,\ y_u,\ z_u)$ obtendo como imagem um vetor $v = (x_v,\ y_v,\ z_v)$
2. Aplicamos a transformação S no vetor v obtendo como imagem o vetor $w = (x_w,\ y_w,\ z_w)$.

Podemos afirmar que:

(a) $w = u$

(b) $w = 3u$

(c) $w = \dfrac{u}{2}$

(d) $w = -u$

(e) $w = (0,0,0)$