

## Exercícios - Operações com Matrizes

1. Dada as matrizes:

$$A = \begin{bmatrix} 3 & 0 \\ -1 & 2 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 4 & -1 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}, C = \begin{bmatrix} 1 & 4 & 2 \\ 3 & 1 & 5 \end{bmatrix}, D = \begin{bmatrix} 1 & 5 & 2 \\ -1 & 0 & 1 \\ 3 & 2 & 4 \end{bmatrix} \text{ e } E = \begin{bmatrix} 6 & 1 & 3 \\ -1 & 1 & 2 \\ 4 & 1 & 3 \end{bmatrix}$$

Calcule se possível:

a.  $D + E$

$$\begin{bmatrix} 7 & 6 & 5 \\ -2 & 1 & 3 \\ 7 & 3 & 7 \end{bmatrix}$$

b.  $5A$

$$\begin{bmatrix} 15 & 0 \\ -5 & 10 \\ 5 & 5 \end{bmatrix}$$

c.  $-3(D + 2E)$

$$\begin{bmatrix} -39 & -21 & -24 \\ 9 & -6 & -15 \\ -33 & -12 & -30 \end{bmatrix}$$

d.  $2A^T + C$

$$\begin{bmatrix} 7 & 2 & 4 \\ 3 & 5 & 7 \end{bmatrix}$$

e.  $\frac{1}{2}C^T - \frac{1}{4}A$

$$\begin{bmatrix} -0.25 & 1.5 \\ 2.25 & 0 \\ 0.75 & 2.25 \end{bmatrix}$$

f.  $AB$

$$\begin{bmatrix} 12 & -3 \\ -4 & 5 \\ 4 & 1 \end{bmatrix}$$

g.  $BA$

Não é possível calcular

h.  $(3E)^*D$

$$\begin{bmatrix} 42 & 108 & 75 \\ 12 & -3 & 21 \\ 36 & 78 & 63 \end{bmatrix}$$

i.  $CC^T$

$$\begin{bmatrix} 21 & 17 \\ 17 & 35 \end{bmatrix}$$

j.  $D^TE^T$

$$\begin{bmatrix} 14 & 4 & 12 \\ 36 & -1 & 26 \\ 25 & 7 & 21 \end{bmatrix}$$

k.  $B^{-1}$

$$\begin{bmatrix} 1/4 & 1/8 \\ 0 & 1/2 \end{bmatrix}$$

l.  $D^{-1}$

$$\begin{bmatrix} -2/29 & -16/29 & 5/29 \\ 7/29 & -2/29 & -3/29 \\ -2/29 & 13/29 & 5/29 \end{bmatrix}$$

m.  $E^{-1}$

$$\begin{bmatrix} 1/2 & 0 & -1/2 \\ 11/2 & 3 & -15/2 \\ -5/2 & -1 & 7/2 \end{bmatrix}$$

2. Determine os valores de a, b, c e d

$$a. \quad A = \begin{bmatrix} a & 3 \\ -1 & a+b \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 & d-2c \\ d+2c & -2 \end{bmatrix}$$

$$\begin{aligned} a &= 4, \\ b &= -6 \\ c &= -1 \\ d &= 1 \end{aligned}$$

$$b. \quad A = \begin{bmatrix} a-b & b+a \\ 3d+c & 2d-c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 8 & 2 \\ 11 & 14 \end{bmatrix}$$

$$\begin{aligned} a &= 5 \\ b &= -3 \\ c &= -4 \\ d &= 5 \end{aligned}$$

3. Responda com Verdadeiro ou Falso

- a. ( ) A matriz  $\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{bmatrix}$  não tem diagonal principal. **Verdadeiro**
- b. ( ) Uma matriz  $m \times n$  tem  $m$  vetores colunas e  $n$  vetores linha. **Falso**
- c. ( ) Se  $A$  e  $B$  forem matrizes  $2 \times 2$ , então  $BA = AB$ . **Falso**
- d. ( ) O  $i$ -ésimo vetor linha de um produto matricial  $AB$  pode ser calculado multiplicando  $A$  pelo  $i$ -ésimo vetor linhas de  $B$ . **Falso**
- e. ( ) Se  $A$  e  $B$  forem matrizes quadradas de mesma ordem, então  $(AB)^T = A^T B^T$ . **Falso**

4. Verifique se as matrizes abaixo são invertíveis, e se for, encontre sua inversa:

a.  $A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}$

$$\begin{aligned} &\frac{1}{2} \quad \frac{1}{2} \quad -\frac{1}{2} \\ &-\frac{1}{2} \quad \frac{1}{2} \quad \frac{1}{2} \\ &\frac{1}{2} \quad -\frac{1}{2} \quad \frac{1}{2} \end{aligned}$$

b.  $A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}$

**Não resolvível**

c.  $A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \\ -1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$

$$\begin{aligned} &\frac{1}{2} \quad \frac{1}{2} \quad -\frac{1}{2} \\ &-\frac{1}{2} \quad \frac{1}{2} \quad \frac{1}{2} \\ &1. \quad 0. \quad 0. \end{aligned}$$

d.  $A = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 1 \\ 1 & -1 & 1 \\ -1 & 1 & -1 \end{bmatrix}$

**Não resolvível**

$$A = \begin{bmatrix} 2 & -3 & 5 \\ -3 & 6 & 7 \\ 5 & 7 & -8 \end{bmatrix}$$

5. Encontre os valores desconhecidos que tornam a matriz  $A$  simétrica

a.  $\begin{bmatrix} 4 & -3 \\ a+5 & -1 \end{bmatrix}$

$$a = -8$$

b.  $A =$

$$\begin{bmatrix} 2 & a-2b+2c & 2a+b+c \\ 3 & 5 & a+c \\ 0 & -2 & 7 \end{bmatrix}$$

$$A^T = \begin{bmatrix} 2 & 3 & 0 \\ a-2b+2c & 5 & -2 \\ 2a+b+c & a+c & 7 \end{bmatrix}$$

$$a = 11$$

$$b = -9$$

$$c = -13$$

6. Encontre os valores desconhecidos que tornam a matriz  $A$  invertível

$$\text{a. } A = \begin{bmatrix} 1 & x^2 & x^4 \\ 0 & x+2 & x^3 \\ 0 & 0 & x-4 \end{bmatrix}$$

$$(x+2) \cdot (x-4) \neq 0$$

$$x^2 - 2x - 8 \neq 0$$

$$x \neq 4 \text{ e } x \neq -2$$

$$\text{b. } A = \begin{bmatrix} x - \frac{1}{2} & 0 & 0 \\ x & x - \frac{1}{3} & 0 \\ x^2 & x^3 & \frac{1}{4} \end{bmatrix}$$

$$x^2/4 - 5x/24 + 1/24$$

$$x \neq \frac{1}{2} \text{ e } x \neq \frac{1}{3}$$

7. Seja  $A = [a_{ij}]$  uma matriz  $n \times n$ . Em cada caso, determine se  $A$  é simétrica:

$$\text{a. } a_{ij} = i^2 + j^2$$

Simétrica

$$\text{c. } a_{ij} = i^2 - j^2$$

Não simétrica

$$\text{b. } a_{ij} = 2i + 2j$$

Simétrica

$$\text{d. } a_{ij} = 2i^2 + 2j^2$$

Simétrica

8. Calcule a determinante das matrizes abaixo através do método de triangulação

$$\text{a. } A = \begin{bmatrix} 3 & -7 & -2 \\ -3 & 5 & 1 \\ 6 & -4 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\text{Det } A = 6$$

$$\text{b. } A = \begin{bmatrix} 2 & -4 & 2 \\ -4 & 5 & 2 \\ 6 & -9 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\text{Det } A = -6$$

$$\text{c. } A = \begin{bmatrix} 1 & 3 & 2 & 0 \\ -2 & -3 & -4 & 12 \\ 3 & 0 & 4 & -36 \\ -5 & -3 & -8 & 49 \end{bmatrix}$$

$$\text{Det } A = -6$$

$$\text{d. } A = \begin{bmatrix} 1 & 3 & 1 & 5 \\ 5 & 5 & 6 & 1 \\ -2 & -1 & -1 & -4 \\ -1 & 7 & 1 & 7 \end{bmatrix}$$

$$\text{Det } A = 360$$

$$e. \quad A = \begin{bmatrix} 2 & 4 & -1 & 5 & -2 \\ -4 & -5 & 3 & -8 & 1 \\ 2 & -5 & -4 & 1 & 8 \\ -2 & 1 & 4 & 2 & 8 \\ -6 & 0 & 7 & -3 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\text{Det } A = -80$$

9. Calcule a inversa das matrizes:

$$a. \quad A = \begin{bmatrix} 2 & 5 \\ -3 & -4 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} -4/7 & -5/7 \\ 3/7 & 2/7 \end{bmatrix}$$

$$b. \quad A = \begin{bmatrix} 6 & 4 \\ 12 & 5 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} -5/18 & 2/9 \\ 2/3 & -1/3 \end{bmatrix}$$

$$c. \quad A = \begin{bmatrix} 1 & -3 & -6 \\ 0 & 4 & 3 \\ -3 & 6 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 2/7 & 4/7 & -5/21 \\ 1/7 & 2/7 & 1/21 \\ -4/21 & -1/21 & -4/63 \end{bmatrix}$$

$$d. \quad A = \begin{bmatrix} 3 & 0 & 0 \\ -3 & -4 & 0 \\ 8 & 5 & -3 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1/3 & 0 & 0 \\ -1/4 & -1/4 & 0 \\ 17/36 & -5/12 & -1/3 \end{bmatrix}$$

$$e. \quad A = \begin{bmatrix} -1 & -3 & 0 & 1 \\ 3 & 5 & 8 & -3 \\ -2 & -6 & 3 & 2 \\ 0 & -1 & 2 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 9/2 & 1/2 & -2 & 1 \\ -25/12 & -1/4 & 2/3 & 0 \\ -2/3 & 0 & 1/3 & 0 \\ -3/4 & -1/4 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$f. \quad A = \begin{bmatrix} 3 & 4 & 7 & 4 \\ 0 & 1 & 4 & 6 \\ 0 & 0 & 2 & 8 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{array}{cccc} 1/3 & -4/3 & 3/2 & -16/3 \\ 0 & 1 & -2 & 10 \\ 0 & 0 & 1/2 & -4 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{array}$$

$$\text{g. } A = \begin{bmatrix} 4 & 0 & -3 & -7 \\ -6 & 2 & 1 & -2 \\ 7 & -5 & 0 & 1 \\ -1 & 2 & 4 & -1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{array}{cccc} 29/699 & -149/699 & -12/233 & 59/699 \\ 26/699 & -230/699 & -67/233 & 77/699 \\ -8/233 & 17/233 & 26/233 & 48/233 \\ -73/699 & -107/699 & -18/233 & -28/699 \end{array}$$

$$\text{h. } A = \begin{bmatrix} 5 & 3 & 1 & 7 & 9 \\ 6 & 4 & 2 & 8 & -8 \\ 7 & 5 & 3 & 10 & 9 \\ 9 & 6 & 4 & -9 & -5 \\ 8 & 5 & 2 & 11 & 4 \end{bmatrix}$$

$$\begin{array}{ccccc} -662 & -765/2 & 19 & 1 & 683 \\ 1411 & 815 & -41 & -2 & -1455 \\ -700 & -404 & 21 & 1 & 721 \\ -33 & -19 & 1 & 0 & 34 \\ 1 & 1/2 & 0 & 0 & -1 \end{array}$$