FAETERJ-Rio
Faculdade de Educação Tecnológica do Rio de Janeiro

FAETEC

Álgebra Linear

TRANSFORMAÇÕES LINEARES 2

3ALG Manhã

- **Combinação Linear**
- **Espaços Vetoriais**
- **Transformações Lineares**
- **Matriz Canônica de uma Transformação Linear**
- **Núcleo e Imagem de uma Transformação Linear**

Professor Cláudio Bispo

1. Consideremos a transformação linear $T : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$, definida por $T(x, y) = (3x - 2y, x + 4y)$. Utilizar os vetores $u = (1, 2)$ e $v = (3, -1)$ para mostrar que $T(3u + 4v) = 3T(u) + 4T(v)$.

2. Dada a transformação linear $T : V \to W$, tal que $T(u) = 3u$ e $T(v) = u - v$, calcular em função de u e v:

a) $T(u + v)$

b) $T(3v)$

c) $T(4u - 5v)$

3. Seja T um operador linear no $\mathbb{R}^3$ tal que $T(1, 0, 0) = (0, 2, 0)$, $T(0, 1, 0) = (1, 2, 0)$ e $T(0, 0, 1) = (0, 0, 2)$. determinar $T(x, y, z)$ e o vetor $v \in \mathbb{R}^3$ tal que $T(v) = (5, 4, -9)$

4. Dada uma transformação linear $T : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^2$ tal que $T(1, 0, 0) = (2, 1)$, $T(0, 1, 0) = (-1, 0)$ e $T(0, 0, 1) = (1, -2)$,

a) determinar a matriz canônica de T;

b) Calcular $T(3, 4, 5)$;

c) Calcular $T(x, y, z)$.

5. Dada uma transformação linear $T : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^3$ tal que $T(-1, 1) = (3, 2, 1)$, e $T(0, 1) = (1, 1, 0)$. Determinar:

a) $T(2, 3)$;

b) $T(x, y)$;

c) $v \in \mathbb{R}^2$ tal que $T(v) = (-2, 1, -3)$.

6. Considere a transformação linear $T : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^2$, tal que $T(1, -1, 0) = (1, 1)$, $T(0, 1, 1) = (2, 2)$ e $T(0, 0, 1) = (3, 3)$. Determine $T(1, 0, 0)$ e $T(0, 1, 0)$ e A matriz canônica de T.

7. Dado o operador linear $T : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$, dado por $T(x, y) = (2x + y, 4x + 2y)$. Determinar:

a) a matriz canônica de T;

b) o núcleo de T ($N(T)$);

c) uma base para $N(T)$;

d) uma base para $\mathrm{Im}(T)$.

8. Dado o operador linear $T : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$, representado pela matriz canônica

$$[T] = \begin{bmatrix} 1 & 5 \\ -1 & 3 \end{bmatrix}$$

Determinar os vetores

a) $T(u) = u$

b) $T(v) = 2v$

c) $T(w) = (4, 4)$

9. Seja T um operador linear dado pela matriz

$$[T] = \begin{bmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 2 & 0 & 1 \\ 1 & -2 & 2 \end{bmatrix}$$

a) Calcular $N(T)$ e $\dim N(T)$

b) Calcular $\mathrm{Im}(T)$ e $\dim \mathrm{Im}(T)$

10. Considerando os operadores lineares T e S definidos por $T(x, y) = x - 2y, y)$ e $S(x, y) = (2x, -y)$, calcule:

a) $T \circ S$

b) $S \circ T$

c) $T \circ T$

d) $S \circ S$