

Étude des contraintes physiques dans un silo pour une construction optimale

Adrien BLASSIAU

Préambule

Un matériau granulaire est un matériau formé de grains solides non liés entre eux. Ils sont présents dans de nombreux secteurs industriels où le silo-tour permet leur stockage et leur vidange. Dans ce projet, je me mets à la place d'un ingénieur conseillant les industriels dans l'élaboration de leur silo. Ainsi, mon objectif est d'étudier certaines contraintes physiques imposées par le matériau granulaire dans le silo afin de construire un programme informatique qui modélise l'architecture de silos respectant ces contraintes et un cahier des charges précisé par l'industriel.

Introduction

Ces contraintes physiques sont d'abord étudiées de manière à ce que le silo ne s'effondre pas lors du stockage des grains par nécessité et que son débit de vidange soit constant par commodité d'utilisation. Ensuite, je vérifie l'existence des contraintes expérimentalement, tout en mettant en avant des paramètres qui les modifient fortement comme le rayon du silo. Le programme de modélisation est codé sous python en parallèle et certains paramètres nécessaires pour le calcul des contraintes sont mesurés. Enfin les résultats expérimentaux sont analysés et le programme appliqué sur un exemple.

Restitution du déroulé opérationnel

1 Modalités d'action

Le silo ne doit pas s'effondrer lors du stockage des grains ensilés

Les contraintes horizontale et verticale exercées par les grains sur les parois du silo sont reliées par le coefficient de proportionnalité $K = 0.45$ et valent, selon le modèle de Janssen :

$$\sigma_x(z) = K\sigma_z(z) = K\lambda\rho g(1 - \exp(-\frac{H-z}{\lambda}))$$

avec $\lambda = \frac{D}{4\mu_s K}$ la hauteur caractéristique du silo (m), D son diamètre (m), μ_s le coefficient de frottement statique grain-paroi, ρ la masse volumique du milieu granulaire (kg.m^{-3}), g l'accélération de la pesanteur (m.s^{-2}) et H la hauteur des grains ensilés (m).

On considère le silo rempli. Au-dessous de λ , la contrainte horizontale sature vers une valeur critique maximale $\sigma_{x,saturation} = \lambda\rho g K$. Cette saturation caractérise le comportement particulier des grains dans le silo.

Pour éviter l'effondrement du silo, la contrainte $\sigma_{x,saturation}$ ne doit pas dépasser la pression de résistance des parois donnée par :

$$P_{res} = \frac{\sigma_{rupt}e}{R_{moy}a}$$

avec σ_{rupt} la limite d'élasticité en traction du matériau de la paroi (Pa), e son épaisseur (m), R_{moy} le rayon moyen du silo (m) et $a = 1.5$ le coefficient de sécurité.

L'existence d'une contrainte de saturation implique celle d'une masse de saturation en fond de silo. Ainsi, l'étude expérimentale consiste à vérifier l'existence de cette masse. Pour cela, un tube fixe modélise le silo et seul le fond mobile et hermétique repose sur une balance. On verse progressivement du grain dans le tube jusqu'à ce que la masse pesée ne varie plus. On réalise l'expérience pour différents diamètres du silo, types de grains et matériaux de construction du tube afin de montrer l'influence de ces paramètres sur la masse de saturation obtenue donc, a fortiori, sur la contrainte de saturation.

Le débit de vidange des grains ensilés doit être constant

Sous certaines conditions, le débit de matériau granulaire lors de la vidange d'un silo est constant et vaut selon la loi de Beverloo :

$$Q_m = C\rho\sqrt{g}(d - kd_g)^{\frac{5}{2}} \text{ si } D_{int} > 2.5d \text{ et } D_{int} > d + 30d_g \gg d_g$$

avec Q_m le débit massique (kg.s^{-1}), C la compacité des grains, g l'accélération de la pesanteur (m.s^{-2}), ρ la masse volumique du milieu granulaire (kg.m^{-3}), d le diamètre de l'ouverture (m), $d_g > 0.5$ mm le diamètre du grain (m), $k > 1.5$ un coefficient et D_{int} le diamètre intérieur du silo (m).

On souhaite vérifier expérimentalement que le débit d'un matériau granulaire est bien constant. Pour cela, on pèse la masse versée à la sortie d'un entonnoir en fonction du temps. On réalise l'expérience pour différents matériaux granulaires afin de mettre en avant l'impact du rayon des grains sur le débit d'écoulement.

On mesure expérimentalement certains paramètres

On détermine expérimentalement la valeur des coefficients de frottement statique grain-paroi, de la masse volumique des matériaux granulaires et du diamètre des grains intervenant dans le calcul des contraintes physiques par le programme.

On élabore le programme

L'industriel fixe ou non 5 spécifications de son futur silo :

Entrée :

Hauteur (m)	
Min	Max
Diamètre (m)	
Min	Max
Epaisseur (mm)	
Min	Max
Prix (euros)	
Min	Max
Volume (m ³)	
Min	Max

Ensuite, il sélectionne le ou les grains que peut contenir séparément son silo parmi les 5 choisis ici pour leurs propriétés variées :

Matériaux granulaires

- ☐ Soja jaune
- ☐ Quinoa
- ☐ Haricot mungo
- ☐ Blé
- ☐ Gravier



Soja jaune



Quinoa



Haricot mungo



Blé



Gravier

Enfin, il choisit une voie d'optimisation :

Optimisation

- ☐ Prix min
- ☐ Prix max
- ☐ Diamètre min
- ☐ Diamètre max
- ☐ Hauteur min
- ☐ Hauteur max
- ☐ Epaisseur min
- ☐ Epaisseur max
- ☐ Volume min
- ☐ Volume max

La simulation est proposée pour 4 matériaux couramment utilisés dans la construction de silo :

Matériaux de construction

- ☐ Inox
- ☐ Aluminium
- ☐ Béton
- ☐ Bois



Acier
Inoxydable



Aluminium



Béton



Bois

Sortie :

Le programme renvoie, pour chaque matériau de construction choisi, le silo, ainsi que ses spécifications, respectant au mieux : le cahier des charges imposé par l'industriel, les contraintes physiques et la voie d'optimisation sélectionnée. On peut observer le profil des contraintes horizontales des grains sur les parois du silo afin de savoir là où le silo est le plus vulnérable.

2 Restitution, analyse des résultats et exploitation du programme

Le stockage des grains

La masse pesée par la balance suit le modèle de Janssen. On atteint bien une masse de saturation qui dépend des paramètres choisis, variant du simple au double quand on passe d'un diamètre de tube de 1.4 cm à 1.7 cm par exemple. Cependant, il est difficile de l'obtenir précisément avec le matériel disponible.

La vidange des grains

Le débit est bien constant et suit la Loi de Beverloo. De plus, il croît lorsque le diamètre du grain diminue. Il devient saccadé autour de $d > 10d_g$.

Les différents paramètres

La mesure des coefficients de frottement est assez aisée mais moins pour le quinoa, ce que reflètent les incertitudes. Les masses volumiques ont une incertitude relative assez élevée proche de 10 % car le volume d'air entre chaque grain est aléatoire. Les diamètres des grains mesurés sont cohérents.

Un exemple concret

Hauteur (m)
Min 0 20 Max

Diamètre (m)
Min 0 3 Max

Épaisseur (mm)
Min 0.0 100.0 Max

Prix (euros)
Min 0.0 10000 Max

Volume (m³)
Min 100 100 Max

Matériaux de construction
☐ Inox
☒ Aluminium
☐ Béton
☐ Bois

Matériaux granulaires
☒ Soja jaune
☒ Quinoa
☒ Haricot mungo
☒ Blé
☐ Gravier

Optimisation
Prix min
Prix max
Diamètre min
Diamètre max
Hauteur min
Hauteur max
Épaisseur min
Épaisseur max
Volume min
Volume max

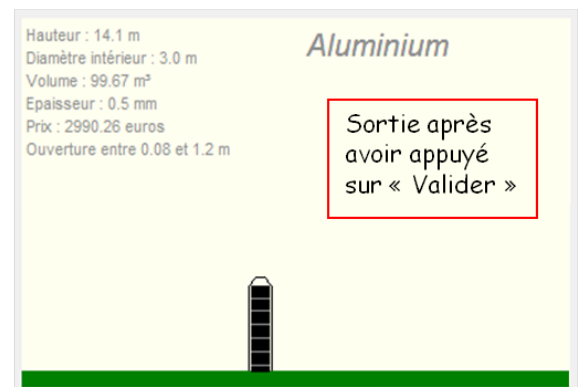
Profil de contrainte Valider

Résultats
Nombre de silo(s) en bois possible(s) :
Nombre de silo(s) en béton possible(s) :
Nombre de silo(s) en aluminium possible(s) : 17
Nombre de silo(s) en acier inoxydable possible(s) :

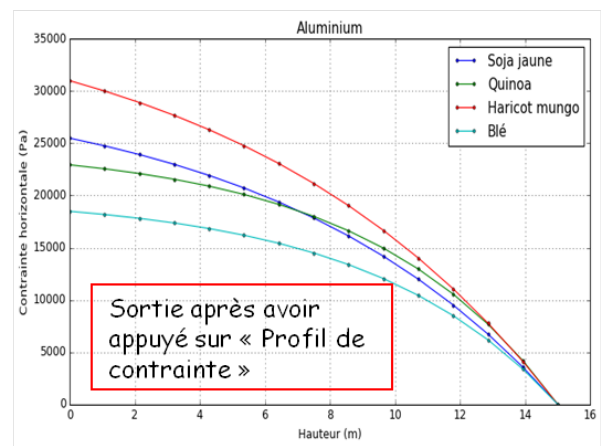
Entrée

Les spécifications imposées par l'industriel en entrée sont : un silo en aluminium, ne devant pas dépasser 20 m de haut et 3 m de diamètre, de capacité 100 m³ et de parois d'épaisseur maximum 100 cm, pouvant contenir séparément du soja jaune, du quinoa, du haricot mungo ou du blé. Son budget est limité à 10000 €. De plus, ce silo sera monté près d'une zone d'habitation.

En cas d'explosion, la distance de projection des débris est proportionnelle à la hauteur du silo. La voie d'optimisation choisie par l'industriel est donc « hauteur min ». Le programme renvoie le silo le moins haut.



Le programme renvoie une image du silo, le prix de fabrication (sans la main d'œuvre) et l'ensemble de ses spécifications.



On obtient, en appuyant sur « profil de contrainte », le profil des contraintes des grains dans le silo.

Conclusion

L'objectif est atteint, le programme renvoie des silos cohérents et respectant divers contraintes influant fortement sur sa structure. En réalité, il faudrait aussi considérer les problèmes liés au remplissage et aux explosions de poussière.