

# ÉTUDE DES CONTRAINTES DANS UN SILO POUR UNE MODÉLISATION OPTIMALE

## Positionnement thématique

*Informatique Pratique* (Modélisation numérique), *Mécanique* (Mécanique des écoulements), *Génie Mécanique* (Mécanique appliquée au bâtiment), *Physique de la Matière* (Contraintes)

## Mots-clés

**Mots-clés** (en français)    **Mots-clés** (en anglais)

Effet Janssen	Janssen effect
Loi de Beverloo	Beverloo law
Matériaux granulaires	Granular materials
Débit	Flow rate
Stockage	Storage
Modélisation	Modelling
Contrainte	Strain

## Bibliographie commentée

Un milieu granulaire est un ensemble composé d'un grand nombre d'éléments solides indépendants qui interagissent entre eux comme les poudres, les graines ou encore les sables. En fait, c'est une très grande classe qui regroupe la plupart des matériaux utilisés par l'Homme. Il possède des caractéristiques propres aux trois états de la matière sans pour autant être identifiable à l'un d'eux. Ainsi, il est difficile de le caractériser en général. Son étude relève de la physique moderne [4].

De nombreux secteurs sont concernés par les matériaux granulaires comme les secteurs pharmaceutique et agroalimentaire, de plus on les retrouve dans de nombreux phénomènes naturels. Très présents au quotidien, leur étude représente donc un enjeu considérable [9].

Les silos, structures élevées cylindrique, contiennent très souvent des matériaux granulaires. On constate de nombreux incidents (fissure, rupture, explosion, ...) sur ces structures lors du stockage et de la vidange de matériaux granulaires : comprendre les contraintes physiques réalisées par le matériau granulaire sur le silo semble ainsi primordial [3, 4]. Leur étude n'est pas toute récente. En effet, l'expression des contraintes exercées par des matériaux granulaires statiques à l'intérieur du silo est donnée par Janssen en 1895. Il remarque que la pression mesurée en fond de silo ne dépend pas de la hauteur de remplissage de grains, contrairement à un fluide par exemple. Les frottements statiques entre matériaux granulaires et paroi latérale de la structure, dus à la masse de grains déversés, transfèrent une partie de cette masse sur la paroi. C'est ce que l'on appelle les effets de voûte. Une contrainte horizontale, engendrée par une contrainte verticale, apparaît [3, 4]. Les travaux sur les contraintes à l'intérieur d'un silo ne se sont pas arrêtés au seul Janssen bien qu'ils aient une place primordiale. De nombreux scientifiques ont proposé des modifications et améliorations complexes au modèle, au delà de nos connaissances [6,4]. Par exemple, il a été démontré que le modèle de Janssen est aussi valable en régime dynamique pour des vitesses du grain par rapport à la paroi, allant jusqu'à 100 mm/s.

Autre caractéristique étonnante des matériaux granulaires, le débit à la sortie d'une colonne de matériau granulaire est constant, phénomène que l'on observe aisément avec un sablier. La loi de Torricelli adaptée au débit d'un fluide ne convient pas [5]. Hagen en 1852, puis Beverloo en 1961 proposent une loi modélisant le débit d'un matériau granulaire à la sortie d'une colonne. Cette loi établie expérimentalement et pouvant être retrouvée par analyse dimensionnelle montre que ce débit est constant, proportionnel au diamètre de l'orifice élevé à une puissance  $5/2$ . Encore une fois, les effets de voûte sont responsables de cette aptitude [3]. On apprend par la même occasion que le flux de grains à la sortie de l'orifice d'un silo est indépendant du diamètre du silo, si deux conditions sur le diamètre de l'ouverture de sortie et sur le diamètre des particules sont vérifiées [1].

Enfin, on découvre que la pression de résistance des parois d'un tube a une expression assez simple dans le cas des tubes dits "minces" dépendant du rayon intérieur, extérieur et de la limite d'élasticité en traction de la paroi. Les silos entrent dans cette approximation des tubes minces [2].

De nombreux facteurs vont modifier l'ensemble des contraintes subies par le silo : la taille des grains, leur coefficient de frottement avec la paroi, leur masse volumique, le matériau de construction du silo, ... Même le taux d'hygrométrie des

matériaux granulaires aura un fort impact sur les contraintes subies par les parois du silo. Il reste cependant complexe à formaliser [4]. De manière plus radicale, l'inflammation par réaction de pyrolyse des poudres produites par les matériaux granulaires est la cause fréquente d'explosion de silos, une ventilation interne suffisante est primordiale [7, 8]. A cela s'ajoutent des contraintes liées aux désirs de l'industriel comme le choix du matériau de construction ou les dimensions du silo. Cela fait du silo un bâtiment assez complexe à réaliser, bien que d'apparence simple.

## Problématique retenue

Les matériaux granulaires font l'objet d'études récentes. Cependant durant nos recherches, aucune étude globale et comparative ne rendait compte des différents problèmes qui peuvent se poser dans la préconception d'un silo. Notre problématique est donc celle qu'un industriel pourrait se poser durant cette phase à savoir comment caractériser un silo potentiellement viable à construire et le modéliser informatiquement.

## Objectifs du TIPE

- On se propose d'étudier théoriquement les principales lois physiques qui régissent le comportement des matériaux granulaires lors de leur stockage et de leur écoulement dans le silo.
- On valide ensuite par l'expérience la théorie en faisant varier certains paramètres caractéristiques comme la taille du grain ou le type de silo expérimental. Par la même occasion, on mesure certains paramètres comme le coefficient de frottement entre les grains et les différents matériaux de construction du silo.
- On finira par établir un programme informatique qui façonne virtuellement un silo en fonction d'un cahier des charges précis prenant en compte certaines attentes que pourraient avoir un industriel et surtout l'ensemble des contraintes étudiées. Cette modélisation sera optimisée, c'est-à-dire la plus proche d'attentes que pourraient avoir un industriel (silo le moins cher, silo le plus haut possible mais ne dépassant pas un certain prix, etc).

## Références bibliographiques

- [1] C. Mankoc A. Janda R. Arévalo J. M. Pastor I. Zuriguel A. Garcimartín D. Maza : Granular Matter, Volume 9, Publication 6 (Novembre 2007), The flow rate of granular materials through an orifice, Springer Berlin Heidelberg, 1990, ISSN (en ligne) 1434-7636, [http://fisica.unav.es/publicaciones/Articulos/2007.gran\\_matt.pdf](http://fisica.unav.es/publicaciones/Articulos/2007.gran_matt.pdf)
- [2] Bernard PITROU : Stockage et transfert des fluides des machines hydrauliques et thermiques (10 avril 2001), Éditions T.I., Tuyauteries. Résistance des éléments, <http://www.techniques-ingenieur.fr/base-documentaire/mecanique-th7/stockage-et-transfert-des-fluides-des-machines-hydrauliques-et-thermiques-42174210/tuyauteries-resistance-des-elements-bm6721/>
- [3] Christophe PERGE : contraintes et débit lors de la vidange d'un silo de grains. Rapport de stage, École nationale supérieure d'Arts et Métiers, France, 2010-2011, <http://perso.ens-lyon.fr/jean-christophe.geminard/FILES/cperge2.pdf>
- [4] Yann BERTHO : Dynamiques d'écoulements gaz-particules en conduite verticale. Thèse de doctorat, École Polytechnique. 2003, <https://tel.archives-ouvertes.fr/tel-00171722/document>
- [5] David LOUAPRE : Science Étonnante, Quelle est la différence entre une clepsydre et un sablier ? <https://sciencetonnante.wordpress.com/2013/06/10/quelle-est-la-difference-entre-une-clepsydre-et-un-sablier/>. 10 juin 2013. Consultée en Mai 2016
- [6] J.C. ROTH : Hommes, terre et eaux, Volume 21 (1991), Évolution des méthodes d'analyses et de calcul des efforts engendrés par les matériaux granulaires ensilés, ISSN (en ligne) 0373-9554, <http://www.anafide.org/doc/HTE%2083/83-8.pdf>
- [7] Brochure de l'INRS : Les mélanges explosifs, Poussières combustibles, octobre 2006, [www.inrs.fr/dms/inrs/CataloguePapier/ED/TI-ED-944/ed944.pdf](http://www.inrs.fr/dms/inrs/CataloguePapier/ED/TI-ED-944/ed944.pdf)
- [8] Philippe CLAUDIN : La physique des tas de sable, Introduction et Propagation des contraintes, EDP Sciences, 5 juillet 2006, [http://197.14.51.10:81/pmb/PHYSIQUE/physique %20chimie/La\\_Physique\\_des\\_tas\\_de\\_sable\\_Volume\\_24\\_n%C2%B02\\_.jb.decrypted.pdf](http://197.14.51.10:81/pmb/PHYSIQUE/physique%20chimie/La_Physique_des_tas_de_sable_Volume_24_n%C2%B02_.jb.decrypted.pdf)