

Rapport de RODD

Planification de production avec contraintes environnementales

Adrien BLASSIAU
Corentin JUVIGNY

19 mars 2020

Table des matières

1	Introduction	2
2	Modélisation	2
2.1	Modèle mathématique pour le modèle périodique	2
2.2	Modèle mathématique pour le modèle cumulatif	2
2.3	Modèle mathématique pour le modèle globale	3
2.4	Modèle mathématique pour le modèle glissant	4
3	Analyse Expérimentale	5
3.1	Influence de la longueur de l'intervalle sur le coût total et la valeur de l'émission carbone moyenne	5
3.2	Influence de l'augmentation de la limite en carbone	6
3.3	Influence du nombre de modes ainsi que de la longueur de l'horizon	7
3.4	Influence du nombre de périodes ainsi que de la longueur de l'horizon	9

1 Introduction

L'objectif est de résoudre un **problème de planification de production avec des contraintes environnementales**. Dans un premier temps, on **modélisera** le problème avec différents modèles, ensuite on **implémentera** le problème sur un modèle précis et enfin on **analysera** les résultats obtenus.

L'ensemble du TP a été réalisé en julia. La commande suivante vous permet de lancer le projet sur une instance : `julia src/pl.jl instances/var_Emax/set_4/inst_12.dat`

2 Modélisation

2.1 Modèle mathématique pour le modèle périodique

Le modèle périodique est celui donné dans l'énoncé :

$$\begin{aligned} \min \quad & \sum_{m=1}^M \sum_{t=1}^T (p_t^m x_t^m + f_t^m y_t^m) + \sum_{t=1}^T h_t s_t \\ \text{s.c.} \quad & \sum_{m=1}^M x_t^m - s_t + s_{t-1} = d_t \quad \forall t = 2 \dots T \quad \text{(C1)} \\ & \sum_{m=1}^M x_1^m - s_1 = d_1 \quad \text{(C2)} \\ & x_t^m \leq \left(\sum_{t'=t}^T d_{t'} \right) y_t^m \quad t = 1 \dots T, \quad m = 1 \dots M \quad \text{(C3)} \\ & \sum_{m=1}^M (e_t^m - E_t^{\max}) x_t^m \leq 0 \quad t = 1 \dots T \quad \text{(C4)} \\ & x_t^m \in \mathbb{R}^+, y_t^m \in \{0, 1\} \quad t = 1 \dots T, \quad m = 1 \dots M \\ & s_t \in \mathbb{R}^+ \quad t = 1 \dots T \end{aligned}$$

Propriété de dominance : Il existe une solution optimale du problème dans laquelle au plus deux modes d'approvisionnement sont utilisés pour chaque période : un mode écologique et éventuellement un mode non-écologique.

Idée de preuve : On se place à une période donnée. On remarque qu'il faut au moins un mode écologique. En effet, si on n'utilise pas de mode écologique, la contrainte écologique **(C4)** ne peut pas être satisfaite. Ensuite, on complète la demande avec un autre mode qui peut être ou non écologique.

2.2 Modèle mathématique pour le modèle cumulatif

Pour le modèle cumulatif on reprend le modèle de base en rajoutant la contrainte **(C4)** qui symbolise le fait que l'on peut compenser la consommation d'une période à la période suivante :

$$\begin{aligned}
& \min \sum_{m=1}^M \sum_{t=1}^T (p_t^m x_t^m + f_t^m y_t^m) + \sum_{t=1}^T h_t s_t \\
\text{s.C. } & \sum_{m=1}^M x_t^m - s_t + s_{t-1} = d_t \quad \forall t = 2 \dots T \quad \text{(C1)} \\
& \sum_{m=1}^M x_1^m - s_1 = d_1 \quad \text{(C2)} \\
& x_t^m \leq \left(\sum_{t'=t}^T d_{t'} \right) y_t^m \quad t = 1 \dots T, \quad m = 1 \dots M \quad \text{(C3)} \\
& \sum_{t'=1}^t \sum_{m=1}^M (e_{t'}^m - E_{t'}^{max}) x_{t'}^m \leq 0 \quad t = 1 \dots T \quad \text{(C4)} \\
& x_t^m \in \mathbb{R}^+, y_t^m \in \{0, 1\} \quad t = 1 \dots T, \quad m = 1 \dots M \\
& s_t \in \mathbb{R}^+ \quad t = 1 \dots T
\end{aligned}$$

2.3 Modèle mathématique pour le modèle globale

Le modèle global étend la contrainte cumulative **(C4)** sur l'horizon de planification :

$$\begin{aligned}
& \min \sum_{m=1}^M \sum_{t=1}^T (p_t^m x_t^m + f_t^m y_t^m) + \sum_{t=1}^T h_t s_t \\
\text{s.C. } & \sum_{m=1}^M x_t^m - s_t + s_{t-1} = d_t \quad \forall t = 2 \dots T \quad \text{(C1)} \\
& \sum_{m=1}^M x_1^m - s_1 = d_1 \quad \text{(C2)} \\
& x_t^m \leq \left(\sum_{t'=t}^T d_{t'} \right) y_t^m \quad t = 1 \dots T, \quad m = 1 \dots M \quad \text{(C3)} \\
& \sum_{t=1}^T \sum_{m=1}^M (e_t^m - E^{max}) x_t^m \leq 0 \quad \text{(C4)} \\
& x_t^m \in \mathbb{R}^+, y_t^m \in \{0, 1\} \quad t = 1 \dots T, \quad m = 1 \dots M \\
& s_t \in \mathbb{R}^+ \quad t = 1 \dots T
\end{aligned}$$

2.4 Modèle mathématique pour le modèle glissant

On obtient la formulation suivante pour le modèle glissant :

$$\begin{aligned}
 & \min \sum_{m=1}^M \sum_{t=1}^T (p_t^m x_t^m + f_t^m y_t^m) + \sum_{t=1}^T h_t s_t \\
 \text{s.c. } & \sum_{m=1}^M x_t^m - s_t + s_{t-1} = d_t \quad \forall t = 2 \dots T \quad \textbf{(C1)} \\
 & \sum_{m=1}^M x_1^m - s_1 = d_1 \quad \textbf{(C2)} \\
 & x_t^m \leq \left(\sum_{t'=t}^T d_{t'} \right) y_t^m \quad t = 1 \dots T, \quad m = 1 \dots M \quad \textbf{(C3)} \\
 & \sum_{t'=t-R+1}^t \sum_{m=1}^M (e_{t'}^m - E_{t'}^{max}) x_{t'}^m \leq 0 \quad t = R \dots T \quad \textbf{(C4)} \\
 & x_t^m \in \mathbb{R}^+, y_t^m \in \{0, 1\} \quad t = 1 \dots T, \quad m = 1 \dots M \\
 & s_t \in \mathbb{R}^+ \quad t = 1 \dots T
 \end{aligned}$$

3 Analyse Expérimentale

On utilisera les paramètres suivants que l'on fera varier si c'est demandé :

- $T = 12$
- $M = 4$
- $R = 6$
- $E_t^{max} = 3, \forall t \in 1 \dots T$
- $f_m = [10, 30, 60, 90], \forall t \in 1 \dots T$
- $e_m = [8, 6, 4, 2], \forall t \in 1 \dots T$
- $h_t = 1, \forall t \in 1 \dots T$
- $p_t^m = 0, \forall t \in 1 \dots T, \forall m \in 1 \dots M$
- $d = [48, 34, 35, 69, 43, 70, 45, 62, 41, 25, 37, 46]$

3.1 Influence de la longueur de l'intervalle sur le coût total et la valeur de l'émission carbone moyenne

On représente tout d'abord l'évolution du coût total et de la valeur de l'émission carbone moyenne en fonction de la longueur de l'intervalle. On fait varier R de 1 à T .

On obtient les résultats suivants (Figure 1) :

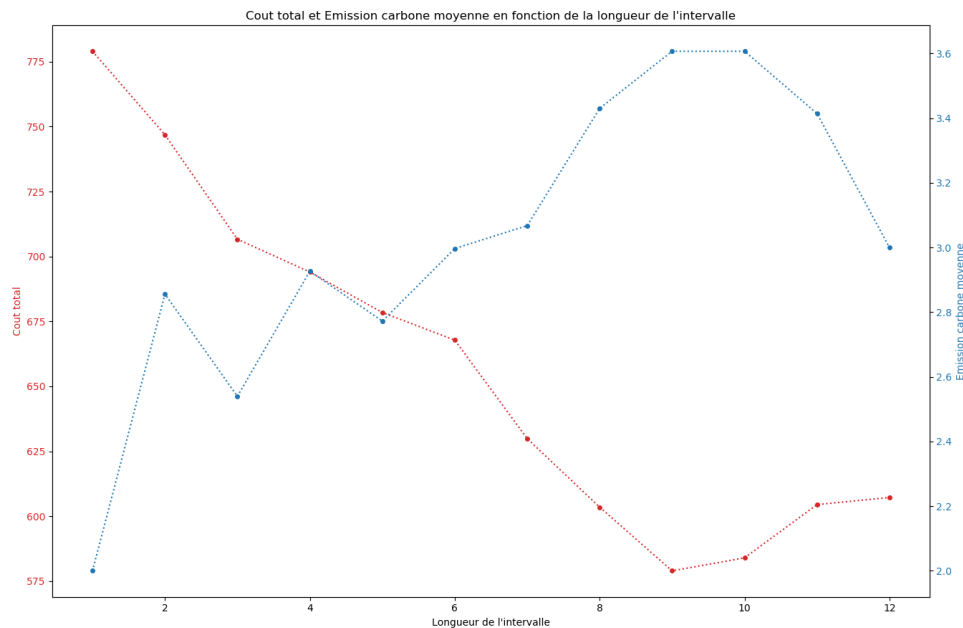


FIGURE 1 – Évolution du coût total et de la valeur de l'émission carbone moyenne en fonction de la longueur de l'intervalle

On remarque à partir de la figure Figure 1 que **plus la longueur de l'intervalle augmente, plus la valeur de l'émission carbone moyenne va elle aussi augmenter** tandis que le **coût total diminue**. Cela s'explique par le fait que plus l'intervalle est grand, plus il est possible de polluer sur les périodes où il est rentable de le faire tout en compensant au final ce sur-coût d'émission en polluant moins sur les **périodes creuses**.

3.2 Influence de l'augmentation de la limite en carbone

On représente maintenant l'impact de l'augmentation de la limite carbone imposée sur l'évolution du coût total (Figure 2) et de la valeur de l'émission carbone moyenne (Figure 3) en fonction de la longueur de l'intervalle. On fait varier E_t^{max} , $\forall t \in 1 \dots T$ de 2 à 10.

On obtient les résultats suivants (Figure 2) et (Figure 3) :

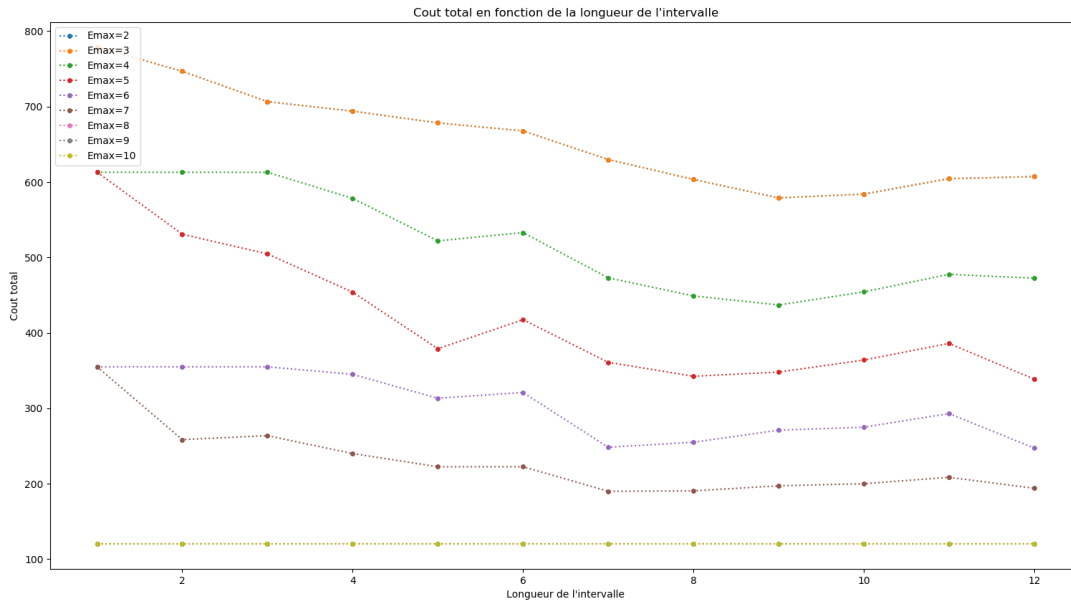


FIGURE 2 – Impact de l'augmentation de la limite carbone imposée sur le coût total en fonction de la longueur de l'intervalle

On remarque que plus la limite carbone est élevée, plus le coût total est faible. C'est logique car on permet de produire en polluant plus, donc les coûts baissent. À partir d'une limite de 8, le coût ne change plus car on utilise les modes les moins coûteux.

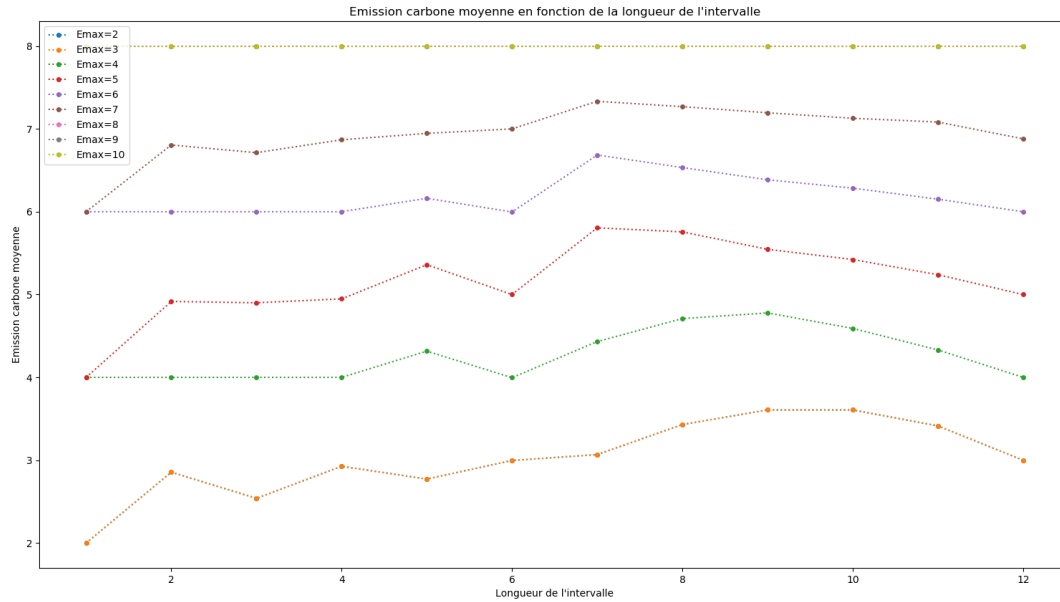


FIGURE 3 – Impact de l’augmentation de la limite carbone imposée sur la valeur de l’émission carbone en fonction de la longueur de l’intervalle

On remarque que plus la limite carbone est élevée, plus l’émission carbone est élevée. C’est logique car on permet de produire en polluant plus, donc on pollue plus (car les modes les plus polluants sont les moins coûteux) ! À partir d’une limite de 8, la pollution sature car on utilise les modes les plus polluants.

3.3 Influence du nombre de modes ainsi que de la longueur de l’horizon

On représente l’impact du nombre de modes sur l’évolution du coût total (Figure 4) et de la valeur de l’émission carbone moyenne (Figure 5) en fonction de la longueur de l’intervalle. On fait varier M de 4 à 8 de 2 en 2. On fait aussi en sorte que plus le mode pollue, moins il est coûteux. On prend $E_t^{max} = 5, \forall t \in 1 \dots T$

On obtient les résultats suivants (Figure 4) et (Figure 5) :

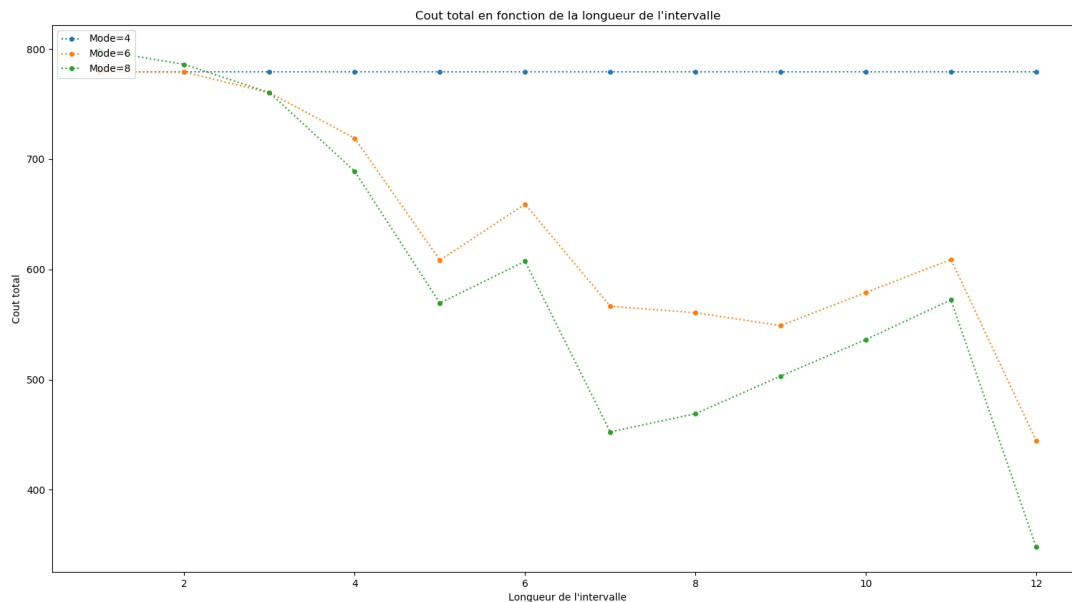


FIGURE 4 – Impact du nombre de modes sur le coût total en fonction de la longueur de l'intervalle

On remarque que plus le nombre de modes est élevé, plus le coût total est faible. C'est cohérent car on offre plus de possibilités de production dont certaines moins coûteuses.

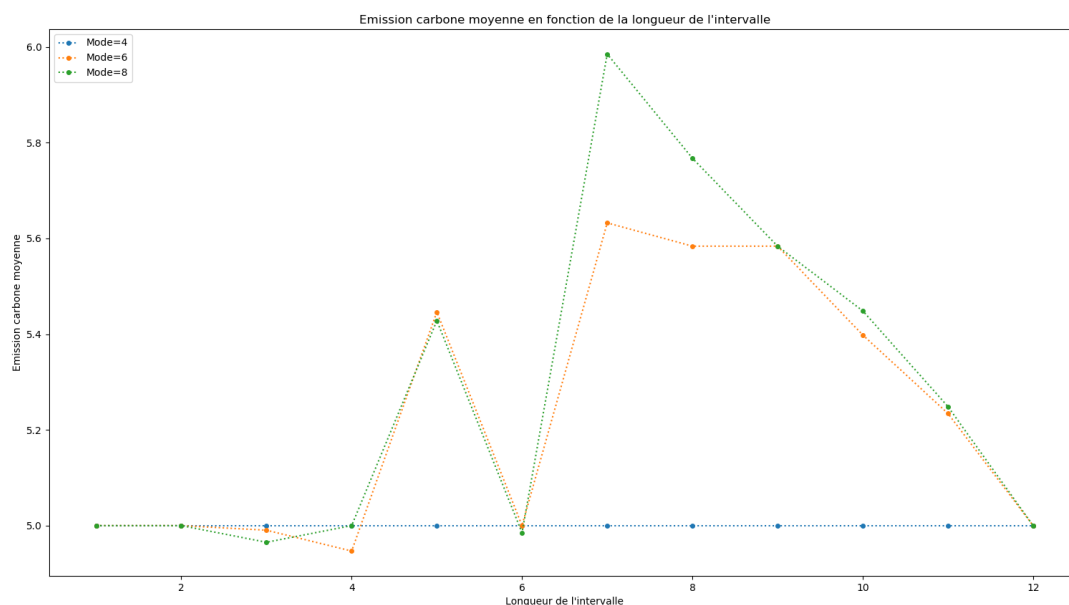


FIGURE 5 – Impact du nombre de modes sur la valeur de l'émission carbone en fonction de la longueur de l'intervalle

On remarque que plus le nombre de modes est élevé, plus la pollution est élevée. C'est cohérent car on offre plus de possibilités de production dont certaines plus polluantes et moins coûteuses.

3.4 Influence du nombre de périodes ainsi que de la longueur de l'horizon

On représente l'impact du nombre de périodes sur l'évolution du coût total (Figure 7) et de la valeur de l'émission carbone moyenne (Figure 6) en fonction de la longueur de l'intervalle. On fait varier T de 10 à 20 de 2 en 2.

On obtient les résultats suivants (Figure 7) et (Figure 6) :

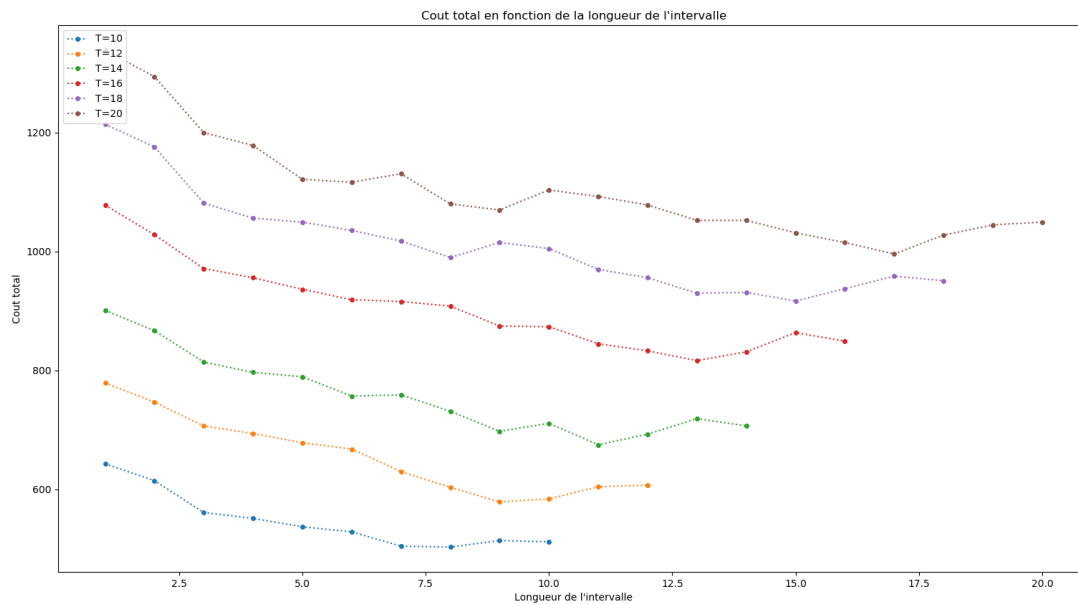


FIGURE 6 – Impact du nombre de périodes sur le coût total en fonction de la longueur de l'intervalle

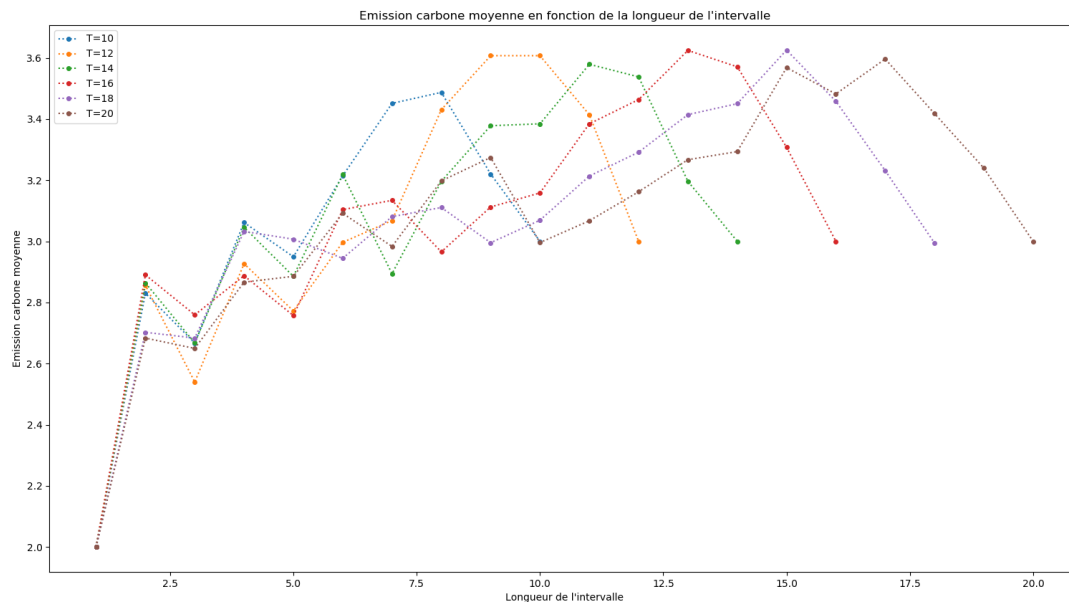


FIGURE 7 – Impact du nombre de périodes sur l'émission moyenne de carbone en fonction de la longueur de l'intervalle

On remarque que plus le nombre de périodes est long, plus le coût total va être élevé, ce qui est cohérent avec le fait qu'il va falloir produire sur une longue période et qu'il y a plus de demandes ; c'est pour cela que la longueur de l'intervalle n'intervient quasiment pas sur le coût. Concernant l'émission moyenne de carbone on remarque que plus le nombre de périodes augmente plus la courbe émission / longueur de l'intervalle va s'allonger, sans changer de forme.