### Ondelettes et télédétection

Catherine Charles\*, Jean-Paul Rasson\*

\*Unité de Statistique - Département de Mathématiques - FUNDP Rempart de la Vierge, 8, B-5000 Namur, Belgique catherine.charles@fundp.ac.be http://www.fundp.ac.be/~ ccharles/

Résumé. Le but de cet article est de mettre en évidence l'apport des ondelettes en télédétection. Dans un premier temps, en classification supervisée, la méthode behavioriste de J.P. Rasson (Orban et al. 1998) suppose que les valeurs des pixels sont distribuées selon un processus de Poisson (p.p.) sur des supports convexes et mène à un critère intuitif d'analyse discriminante. Nous analysons comment les ondelettes peuvent améliorer cette technique au moyen d'une estimation de l'intensité du p.p. via les ondelettes au lieu des noyaux. Nos résultats montrent que l'estimation de l'intensité par ondelettes améliore le taux global de pixels correctement classés et diminue le temps calcul. Dans un second temps, en classification non-supervisée, C. Van Huffel (Van Huffel 1999) a analysé la puissance de l'algorithme de segmentation hiérarchique de J.M. Beaulieu (Beaulieu 1991). Nous améliorons légèrement la segmentation en introduisant un nouveau critère basé sur l'estimation de la densité par ondelettes.

### 1 Introduction

Les méthodes statistiques de classification se basent généralement sur l'estimation d'intensité ou de densité. Différentes méthodes d'estimation existent telles les histogrammes ou la méthode des noyaux. Ces techniques possèdent chacune leurs limites comme le manque de régularité dans le cas des histogrammes ou la difficulté du choix du paramètre de lissage pour la méthode des noyaux. Or, depuis quelques temps, différents aspects du traitement du signal sont traités de façon performante par les ondelettes. Cet article en est une illustration. En effet, il a pour but de mettre en évidence l'efficacité de notre nouvelle méthode d'estimation d'intensité par ondelettes en classification de pixels dans une image. L'article est structuré de la façon suivante. Nous proposons dans la deuxième section une nouvelle méthode d'estimation de l'intensité d'un processus de Poisson (p.p.) au moyen d'ondelettes. Dans une troisième section, nous analysons l'apport de celle-ci dans la méthode statistique "behavorial" développée à Namur (Orban et al. 1998) dans le cas de la classification supervisée. Dans une quatrième section, nous analysons sa contribution à la méthode statistique "HSWO" étudiée à Namur (Van Huffel 1999) dans le cas de la classification non-supervisée.

# 2 Estimation de l'intensité d'un processus de Poisson au moyen d'ondelettes (méthode LTFTIPSH)

Malgré son grand nombre d'applications, peu d'études ont été réalisées sur l'estimation de l'intensité d'un p.p. En voici un rapide tour d'horizon. L'approche d'Anscombe (Starck et al. 1998) a tendance à lisser fortement le signal et les conditions asymptotiques requises ne sont pas toujours vérifiées. Kolaczyk (Kolaczyk 1996) a proposé une méthode qui ne s'adresse qu'à une classe spéciale de p.p. appelé processus "burstlike". Nowak et Baraniuk (Nowak et al. 1997) ont suggéré une technique appliquée en imagerie médicale qui fournit des résultats satisfaisants dans certaines situations. Timmerman et Nowak ont proposé une procédure d'estimation bayesienne basée sur les ondelettes qui utilise de l'information a priori (Timmermann et al. 1999). Dans cette section, nous décrivons une nouvelle méthode d'estimation d'intensité d'un p.p., sans autres hypothèses.

Considérons un p.p. non-homogène sur [a,a+np]  $(a \in \mathbb{R}, n \in \mathbb{N}, p \in \mathbb{R})$ :

$$N_t \equiv N(a,t) \sim Po(\Lambda((a,t])) \tag{1}$$

où  $\Lambda((a,t])=\int_a^t\lambda(s)ds\ \forall t\in[a,a+np]$  et où  $\lambda$  est l'intensité du p.p. Nous observons ce processus à intervalles réguliers de taille p. Ces observations peuvent être vues comme un ensemble de comptages cumulatifs:  $N_a,N_{a+p},...,N_{a+np}$ . Nous définissons  $X_i=N_{a+(i+1)p}-N_{a+ip}$   $(i=0,\ldots,n-1)$ . Ces  $X_i$  sont des variables aléatoires de Poisson indépendantes:  $X_i\sim Po(\lambda_i)$  où  $\lambda_i=\int_{a+ip}^{a+(i+1)p}\lambda(t)dt$  doit être estimé.

Si nous décomposons  $\underline{\lambda}=(\lambda_i)_{i=0}^{n-1}$  dans une base d'ondelettes, nous obtenons des coefficients d'ondelettes, notés  $(c_{L,k}^{\lambda})_k$ , relatifs à une approximation grossière de  $\underline{\lambda}$  à l'échelle L ainsi que des coefficients d'ondelettes, notés  $(d_{j,k}^{\lambda})_{j,k}$ , relatifs aux détails. Par une transformée inverse, nous retrouvons  $\underline{\lambda}$ . Si nous dotons  $\underline{\lambda}$  d'un bruit de Poisson i.e. nous considérons  $\underline{X}=(X_i)_{i=0}^{n-1}$  défini ci-dessus et si nous décomposons  $\underline{X}$  dans une base d'ondelettes, nous obtenons des coefficients d'ondelettes bruités notés  $(c_{L,k}^X)_k$  et  $(d_{j,k}^X)_{j,k}$ . Dans Charles et al. 2003, nous avons démontré qu'il est possible de calculer une estimation de  $\underline{\lambda}$  en enlevant le bruit de  $(c_{L,k}^X)_k$  et  $(d_{j,k}^X)_{j,k}$ . En réalité, l'algorithme se déroule en trois étapes. Premièrement, on décompose  $\underline{X}$  dans la base d'ondelettes de Haar. Deuxièmement, on "seuille "les coefficients d'ondelettes  $(c_{L,k}^X)_k$  et  $(d_{j,k}^X)_{j,k}$  avec une paire de seuils spécifique à chaque coefficient (i.e. seuls les coefficients caractéristiques de l'intensité et non du bruit sont gardés, les autres sont seuillés). Finalement, on calcule la transformée inverse des coefficients obtenus. Notons que l'ondelette de Haar (valant -1 sur [0,0.5[, 1 sur [0.5,1[ et 0 ailleurs) est choisie pour des facilités de calculs. Afin d'obtenir la convergence de notre estimateur  $\underline{\hat{\lambda}}$  vers  $\underline{\lambda}$ , les coefficients d'ondelettes de  $\underline{\hat{\lambda}}$  sont définis à partir des coefficients de  $\underline{X}$  comme suit. Pour les coefficients d'andelettes de  $\underline{\hat{\lambda}}$  sont définis à partir des coefficients de  $\underline{X}$  comme suit. Pour les coefficients  $d_{j,k}^{\hat{\lambda}}$ , nous avons

$$d_{j,k}^{\hat{\underline{\lambda}}} = d_{j,k}^{X} I(d_{j,k}^{X} < t_{j,k}^{l}, d_{j,k}^{X} > t_{j,k}^{r}) + 2^{-j/2} (\lambda_{j-1,2k+1}^{*} - \lambda_{j-1,2k}^{*}) I(t_{j,k}^{l} \le d_{j,k}^{X} \le t_{j,k}^{r})$$
(2)

où  $\lambda_{0,k}^* = \lambda_i^*$  avec  $k \in [a_{i-1}, a_i)$  et  $\lambda_{j,k}^* = \lambda_{j-1,2k}^* + \lambda_{j-1,2k+1}^*$ . La fonction  $\lambda_{background} = \lambda_i^*$  sur  $[a_{i-1}, a_i)$  où  $a_i \in \mathbb{R}$ ,  $a_0 = a$ ,  $a_g = a + np$  correspond à une fonction en escalier qui approche très grossièrement  $\underline{\lambda}$ . Elle est calculée de telle façon que, sur  $[a_{i-1}, a_i)$ ,  $\underline{\lambda}$  ne prenne pas une valeur 100 fois plus importante qu'une autre. Avec  $n_j = 2^{J-j}$   $(n = 2^J)$ , les seuils  $t_{j,k}^r$  et  $t_{j,k}^l$  sont

$$t_{j,k}^{r} = 2^{-j/2} \{ (\lambda_{j-1,2k+1}^{*} - \lambda_{j-1,2k}^{*}) + log(n_{j}) + \sqrt{log^{2}(n_{j}) + 2log(n_{j})(\lambda_{j-1,2k+1}^{*} + \lambda_{j-1,2k}^{*})} \},$$

$$t_{j,k}^{l} = 2^{-j/2} \{ (\lambda_{j-1,2k+1}^{*} - \lambda_{j-1,2k}^{*}) - log(n_{j}) - \sqrt{log^{2}(n_{j}) + 2log(n_{j})(\lambda_{j-1,2k}^{*} + \lambda_{j-1,2k+1}^{*})} \}.$$

$$(3)$$

De façon similaire, nous avons pour les coefficients  $c_{j,k}^{\hat{\lambda}}$ 

$$c_{j,k}^{\hat{\lambda}} = c_{j,k}^{X} I(c_{j,k}^{X} < t_{j,k}^{l}, c_{j,k}^{X} > t_{j,k}^{r}) + 2^{-j/2} \lambda_{j,k}^{*} I(t_{j,k}^{l} \le d_{j,k}^{X} \le t_{j,k}^{r})$$

$$\tag{4}$$

avec

$$t_{j,k}^{l} = 2^{-j/2} \{ \lambda_{j,k}^* - \sqrt{\lambda_{j,k}^* 2log(n_j)} \} \quad \text{et} \quad t_{j,k}^{r} = 2^{-j/2} \{ \lambda_{j,k}^* + \sqrt{\lambda_{j,k}^* 2log(n_j)} \}.$$
 (5)

Cependant, l'estimateur  $\underline{\lambda}$  obtenu par cet algorithme ressemble à une fonction en escalier à cause de la nature accidentée de l'ondelette de Haar. Nous proposons dès lors d'utiliser la transformée par ondelette de Haar invariante par translation (Donoho et al. 1995). Cet algorithme "Local in Time and in Frequency Translation Invariant Poisson Smoothing using Haar wavelet " (LTFTIPSH) est réalisé en O(n) sans l'utilisation de la transformée invariante par translation et en O(nlogn) avec l'utilisation de celle-ci. Notons que cet algorithme à une dimension a été facilement généralisé à plusieurs dimensions dans Charles 2003.

# 3 Contribution des ondelettes à la méthode behavioriste

Nous nous sommes tout d'abord tournés vers la classification supervisée qui suppose la connaissance a priori d'une base d'entraînement. Dans ce domaine, l'unité de Statistique de Namur a développé une méthode appelée behavioriste (Bertholet et al. 1999) qui se base sur l'estimation de l'intensité d'un processus de Poisson. Connaissant l'efficacité de la méthode LTFTIPSH pour cette estimation, nous avons remplacé l'estimation de l'intensité faite par la méthode des noyaux dans la méthode behavioriste par la méthode LTFTIPSH. Dans cette section, nous rappelons la méthode behavioriste et analysons la pertinence de notre remplacement.

#### 3.1 La méthode behavioriste

L'unité de Statistique de Namur a développé une solution au problème général de classification supervisée lorsque les points à classer sont distribués selon des processus de Poisson sur des supports convexes. Cette approche (Baufays et al. 1985) est

appelée "méthode des hypervolumes". Le laboratoire GEOSATEL (né d'une collaboration entre l'unité de Statistique et le département de géographie - www.fundp.ac.be/ $\sim$  geosatel/) a adapté cette approche à la télédétection. La méthode résultante est appelée behavioriste (Bertholet et al. 1999).

La méthode behavioriste concernant la classification supervisée, nous connaissons le nombre g de classes présentes dans l'image et la base d'entraînement i.e.  $n_k$  observations spectrales représentant chaque classe k  $(1 \le k \le g)$ . La méthode behavioriste procède en deux étapes. Premièrement, l'approche par hypervolumes est appliquée aux valeurs spectrales des pixels. Ceci veut dire que la classification se base uniquement sur les valeurs spectrales des pixels et non sur les formes géométriques ou les schémas présents dans l'image. Cependant, vu l'importance de la structure spatiale des pixels, une stratégie de ce type est appliquée en second lieu.

La première étape est l'application de la méthode des hypervolumes. Nous supposons que les valeurs spectrales des pixels sont des réalisations de g processus de Poisson non-homogènes, indépendants, d'intensité  $q_k$  et observés sur g domaines  $D_k$   $(1 \le k \le g)$ . La règle de classification bayesienne assigne un nouveau pixel x à la classe  $k^*$  avec  $k^* = argmax_{1 \le k \le g} P(D_k|x) = argmax_{1 \le k \le g} p_k f(x|D_k)$  où  $p_k$  est la probabilité a priori d'appartenir au domaine  $D_k$ . Nous avons  $p_k = \frac{\int_{D_k} q_k(y) dy}{\sum_{j=1}^g \int_{D_j} q_j(y) dy}$  et

 $f(x|D_k) = \frac{q_k(x)}{\int_{D_k} q_k(y)dy}$ . Les convexes  $D_k$  sont estimés par leur estimateur du maximum de vraisemblance défini en Eq. 6. Si x est alloué à la classe k, les estimateurs sont :

$$\hat{D}_j = \begin{cases} H(X_j) & j \neq k \\ H(X_j \cup \{x\}) & j = k \end{cases}$$
 (6)

où  $X_j$  désigne les pixels de la base d'entraînement appartenant à la classe j et  $H(X_j)$  est l'enveloppe convexe de  $X_j$ . Si nous notons,

$$S = \sum_{j=1}^{g} \int_{H(X_j)} q_j(y) dy \text{ and } S_k(x) = \int_{H(X_k \cup \{x\}) \setminus H(X_k)} q_k(y) dy, \tag{7}$$

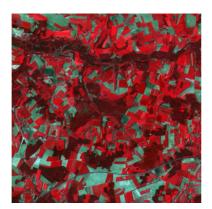
la règle bayesienne devient :

$$k^* = \operatorname{argmax}_{1 \le k \le g} \hat{p}_k \hat{f}(x|D_k) = \operatorname{argmax}_{1 \le k \le g} \frac{q_k(x)}{(S + S_k(x))}.$$
 (8)

Les estimations des intensités sont faites par une adaptation multivariée de la méthode du noyau uniforme. La seconde étape est l'application d'un classifieur contextuel. Ce classifieur peut être vu comme un filtre ICM opéré sur l'image. En effet, soit  $Z^{(0)} = (Z_{i,j}^{(0)})_{i,j}$  la classification obtenue lors de la première étape et Y l'image spectrale. Sous des hypothèses appropriées d'indépendance (Besag 1974) sur la densité jointe de Y, l'algorithme ICM (Iterated Conditional Modes) a pour but de maximiser pour chaque pixel i,j la densité conditionnelle

$$\phi_{i,j}(k) = P(Z_{i,j} = k | Y, Z_{u,v}, u \neq i, v \neq j) \simeq f_k(y_{i,j}) P(Z_{i,j} = k | Z_{u,v}, u \neq i, v \neq j)$$
(9)

où  $\simeq$  veut dire "proportionnel à " et  $y_{i,j}$  désigne les valeurs spectrales du pixel i,j.



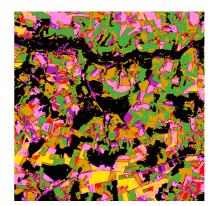


Fig. 1-(a)Image satellite de la région de Marigny (1992) (b) Classification de l'image de Marigny par l'algorithme kmeans

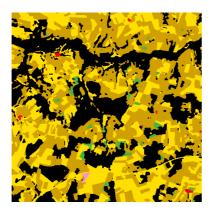
	0	1	2	3	4	5	6	7	
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	17	28	2	18	0	0	0	0	65
2	21879	33	54291	1012	646	2265	517	3	80646
3	267	0	6	2835	5	197	0	0	3310
4	20047	21	1774	245	46336	2273	970	435	72101
5	55994	13	3605	4406	2409	37832	918	2	105179
6	21	0	2	6	15	6	505	0	555
7	1	0	0	0	0	0	0	287	288
	98226	95	59680	8522	49411	42573	2910	727	262144

Table 1 – Matrice de confusion de la classification correspondant à la vérité terrain et de la classification par ICW (Marigny)

## 3.2 Classification d'images au moyen d'ondelettes (ICW)

La stratégie proposée est basée sur deux composantes: la méthode behavioriste et l'estimation des intensités des processus de Poisson utilisés dans la méthode behavioriste au moyen d'ondelettes (LTFTIPSH).

Voici deux illustrations de l'algorithme ICW (Image Classification by Wavelets). "Marigny.img" (Fig. 1(a)) est une image satellite représentant la région du Château-Thierry (France) en Avril 1992. Cette image a été prise par un satellite SPOT. Elle est composée de 512\*512 pixels et est codée sur 3 canaux. Elle comprend 7 classes. La Figure 2 représente les résultats provenant de l'algorithme ICW et de la méthode behavioriste. Le Tableau 1 contient la matrice de confusion de la classification correspondant à la vérité terrain et de la classification par l'algorithme ICW (Fig. 2(a)). Le taux global de pixels correctement classés par ICW s'élève à 86.70%, ce qui est supérieur au taux de la méthode behavioriste (80.81%). Notons que le programme ICW



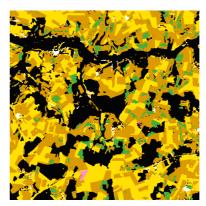


Fig. 2 – Classification de l'image de Marigny (a)par ICW (b)par la méthode behavioriste (les pixels blancs correspondent aux pixels non-classés)

se termine après quelques minutes tandis que la méthode behavioriste s'effectue en une vingtaine de minutes (pentium III bi-processeur 800 Mhz). Une comparaison avec le résultat (Fig. 1(b)) obtenu au moyen de l'algorithme kmeans met en évidence l'efficacité de l'algorithme ICW. "Arlon.img" (Fig. 3(a)) est une prise aérienne de la région d'Arlon en 1985. Elle est composée de 512\*512 pixels codés sur un canal. La Figure 4 comprend les résultats provenant de la méthode ICW et de la méthode behavioriste. Une comparaison avec le résultat (Fig. 3(b)) obtenu au moyen de l'algorithme kmeans met en évidence l'efficacité de l'algorithme ICW.

De manière générale, l'estimation de l'intensité au moyen d'ondelettes augmente le pourcentage de pixels correctement classés. Ceci est entre autres dû au fait que l'estimation par ondelettes est plus régulière que celle par le noyau uniforme. Ensuite, l'estimation de l'intensité dans l'algorithme ICW est réalisée en  $O(256^d)$  où d désigne le nombre de canaux. En effet, l'intensité est basée sur un histogramme de la valeur des pixels. L'estimation de l'intensité par l'algorithme behavioriste est réalisée en O(n\*n\*nb\*d) où n\*n est la taille de l'image et nb le nombre de pixels dans la base d'entraînement. Dès lors, si on considère une image 512\*512 à 3 canaux, il suffit de nb > 64/3 (et c'est toujours le cas) pour que l'estimation de l'intensité par ondelettes soit plus rapide que l'estimation de l'intensité par les noyaux.

# 4 Contributions des ondelettes à l'algorithme HSWO (Hierarchical StepWise Optimisation)

Dans le domaine de la classification non-supervisée, l'unité de Statistique de Namur (Van Huffel 1999) a étudié la méthode HSWO (Beaulieu 1991). Nous avons utilisé cette méthode en introduisant un nouveau critère basé sur l'estimation de l'intensité

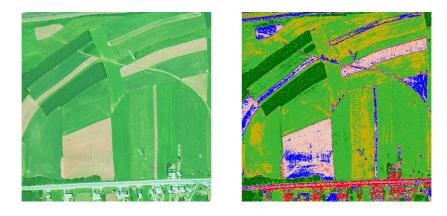
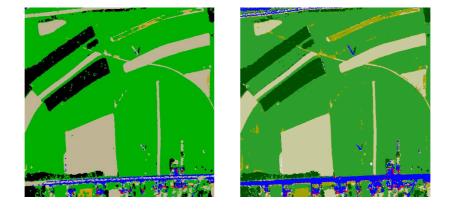


Fig. 3-(a) Prise aérienne de la région d'Arlon (1985) (b) Classification de l'image d'Arlon par l'algorithme kmeans



 $\label{eq:Fig. 4-Classification de l'image d'Arlon (a) par ICW (b) par la méthode behavioriste (les pixels blancs correspondent aux pixels non-classés)}$ 

par la méthode LTFTIPSH. Dans cette section, nous rappelons la méthode HSWO et analysons ensuite l'efficacité du nouveau critère.

## 4.1 L'algorithme HSWO

Le principe de l'algorithme HSWO est simple. Notons qu'un segment est défini comme un ensemble connexe de pixels. A partir d'une segmentation initiale, deux segments qui minimisent un critère donné sont fusionnés jusqu'à obtenir un nombre donné de segments. L'utilisateur doit donc choisir une partition initiale et un critère de fusion. Afin d'obtenir une classification de l'image plutôt qu'une segmentation, les segments finaux doivent alors être groupés en classes (ville, champs,...). Cette section s'intéresse uniquement à la segmentation d'image.

## 4.2 L'algorithme HSWO et les ondelettes

Le critère de fusion proposé est le suivant: on fusionne les deux segments dont la différence symétrique de leur densité estimée via l'agorithme LTFTIPSH est la plus petite. En effet, la densité d'un segment est une représentation satisfaisante du segment lui-même. Comme la densité d'un segment ne prend sens que lorsque son nombre de pixels est suffisamment élevé, nous partons d'une segmentation initiale où le nombre de pixels dans chaque segment est supérieur à 20. La segmentation initiale est calculée en deux temps: utilisation du test de Kolmogorov-Smirnov et ensuite du critère de Ward (qui fusionne deux segments dont la différence des moyennes est la plus petite). Le test de Kolmogorov-Smirnov ne peut être utilisé pour tout le processus de segmentation car il est trop sévère. De même, le critère de Ward qui ne tient pas compte de l'aspect texture d'un segment ne donne pas de bons résultats pour tout le processus. Ces méthodes sont donc uniquement utiles pour l'initialisation.

Voici quelques illustrations de l'algorithme HSWO avec notre critère. Par souci de comparaison, nous avons estimé les densités par : (H)histogramme, (K)noyau, (KW)une combinaison de la méthode du noyau uniforme pour les segments de taille inférieure à 300 pixels et de la méthode LTFTIPSH pour les autres. Dans les figures 5 et 6 correspondant à l'image d'Arlon et de Marigny respectivement, l'image originale, la segmentation initiale et les résultats de l'algorithme HSWO avec l'estimation de la densité via (H), (K) and (KW) sont représentés en (a), (b), (c), (d) et (e) respectivement. Les trois images (c), (d) and (e) de la figure 5 sont plus ou moins équivalentes. Nous n'avons pas d'améliorations significatives. Cependant, l'image (e) (estimation par KW) retrouve certaines bonnes fusions qui ne sont pas retrouvées par (c) et (d). Dans la figure 6, nous observons, dans l'image (c) (correspondant à H) mais aussi dans l'image (d) (estimation par K) et (e) (estimation par KW), la grande tendance de l'algorithme HSWO qui est de fusionner les grands segments. Dès lors, nous stoppons la segmentation assez tôt afin de réduire le nombre d'erreurs. Dans ce cas, nous obtenons des résultats caractérisés par des petits segments correspondant à une précision locale. En conclusion, quelle que soit l'estimation de densité, nous retrouvons les caractéristiques de

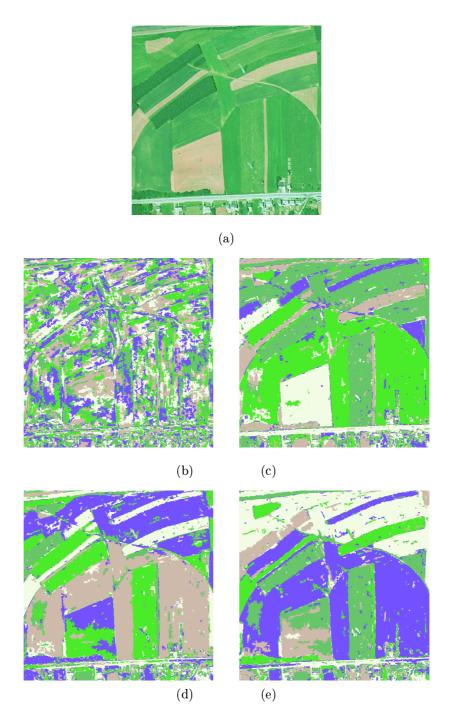


Fig. 5 – (a)arlon.img (b)Segmentation initiale (c)H HSWO (d)K HSWO (e)KW HSWO

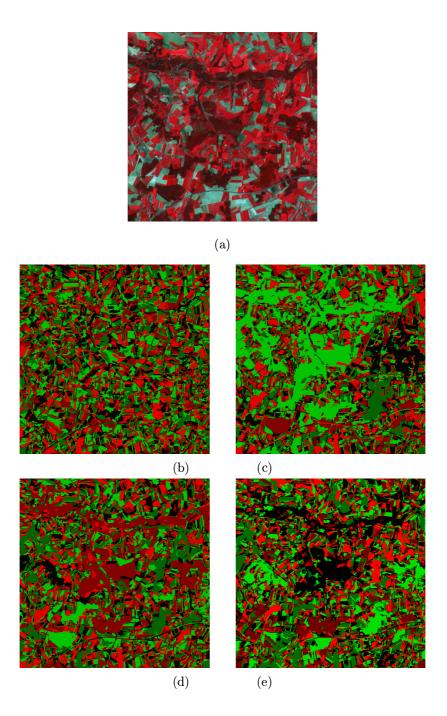


Fig. 6 – (a) marigny.img (b) Segmentation initiale (c) H HSWO (d) K HSWO (e) KW HSWO

RNTI - 1

la méthode HSWO (Van Huffel 1999): larges zones identifiées, détection de contours, petis segments esseulés, tendance à fusionner de grandes zones plutôt que de petits segments,... Considérant le point de vue des ondelettes, nous pouvons dire que l'estimation de densité fournit des résultats au moins aussi bons que l'estimation de densité par histogramme ou noyau. Les résultats sont meilleurs pour les images à un canal. Mentionnons que les résultats dépendent de la segmentation initiale (Van Huffel 1999).

### 5 Conclusion

Nous avons étudié quelques contributions des ondelettes à la télédétection, un important sujet de recherches de l'unité de Statistique de Namur. Nous nous sommes tout d'abord intéressés à la classification supervisée. Nous suggérons d'utiliser la méthode behavioriste avec l'estimation de l'intensité par la méthode LTFTIPSH à la place de la méthode des noyaux. Nous appelons cet algorithme "ICW". Nous l'avons testé sur des images à un ou plusieurs canaux. Au moyen d'images et de statistiques, nous avons vu que la classification s'avère meilleure avec ICW. Entre autres, le taux global de pixels bien classés croît tandis que le temps calcul décroît. D'autres recherches doivent encore être faites sur l'introduction d'un aspect multi-échelle sur ICW. Nous nous sommes ensuite intéressés à la classification non-supervisée. Nous proposons d'utiliser l'algorithme HSWO avec la différence symétrique des densités estimées par LTFTIPSH comme critère de fusion. Nous avons vu que l'algorithme HSWO avec ce critère donne des résultats aussi satisfaisants que ceux des autres méthodes. Nous avons retrouvé les avantages et les inconvénients de la méthode HSWO. De plus amples recherches doivent être faites sur le choix de la partition initiale.

# Acknowledgements

Catherine Charles est titulaire d'une bourse "aspirant" au Fonds National de la Recherche Scientifique (FNRS) en Belgique. Nous remercions également les membres du laboratoire de GEOmétrie Statistique appliquée à la TELédétection (GEOSATEL) de Namur ainsi que le Professeur J.M. Beaulieu pour leur aide.

### Références

Baufays P. et Rasson J.P. (1985), A new geometric discriminant rule, Computational Statistics Quaterly, 2, pp 15-30.

Beaulieu J.M. (1991), Efficient Hierarchical Clustering for Picture Segmentation, IEEE Transaction on Geoscience and Remote Sensing.

Bertholet V., Rasson J.P. et Orban-Ferauge F. (1999), A Behavorial Approach for Classification in Remote Sensing and Photogrammetry, Proc. of 9th Australian Remote Sensing Photogrammetry Conf. on Converging Technologies and Applications.

Besag J. (1974), Spatial interaction and the statistical analysis of lattice systems, J. Royal Stat. Soc. B, 36, pp 192-226.

- Charles C. et Rasson J.P. (2003), Wavelet denoising of Poisson distributed data and applications, Computational Statistics and Data Analysis.
- Charles C. (2003), Some wavelet applications to signal and image processing, Thèse, Facultés Universitaires Notre-Dame de la Paix, Namur.
- Donoho D.L. et Coifman R.R. (1995), Translation-Invariant Denoising, Wavelets and Statistics, A. Antoniadis and G. Oppenheim, Springer-Verlag.
- Kolaczyk E.D. (1996), Estimation of Intensities of Burst-Like Poisson Processes Using Haar Wavelets, Biometrika, 46, pp 352-363.
- Kolaczyk E.D. (1997), Non-parametric Estimation of Gamma-Ray Burst Intensities Using Haar Wavelets, The Astrophysical Journal, 483, pp 340-349.
- Mallat S. (1998), A wavelet tour of signal processing, Academic Press, 1998.
- McLachlan G.J. (1992), Discriminant analysis and statistical pattern recognition, Wiley series in probability and mathematical statistics, 1992.
- Orban-Ferauge F., Rasson J.P. et Bertholet V. (1998), A behavioral approach for classification in remote sensing and photogrammetry, FUNDP University, Proceedings of 9th australian remote sensing photogrammetry conference.
- Nowak R.D. et Baraniuk R.G. (1997), Wavelet-domain filtering for photon imaging systems, Proc. SPIE, Wavelet Applic. in Signal and Image Proc. V, 3169, pp 55-66.
- Rasson J.P. et Granville V. (1996), Geometrical tools in classification, Computational Statistic and Data Analysis, 23, pp 105-123.
- Starck J.L., Murthag F. et Bijaoui A. (1998), Image Processing and Data Analysis. The multiscale approach., Cambridge University Press, 1998.
- Timmermann K.E. et Nowak R.D. (1999), Multiscale Modeling and Estimation of Poisson Processes with Application to Photon-limited Imaging, IEEE Transactions Information Theory, Special Issue on Multiscale Signal Analysis and Its Applications, 45, pp 846-862.
- Van Huffel C. (1999), Exploration de la segmentation hiérarchique par différents critères optimaux, Mémoire, Facultés Universitaires N-D de la Paix, Namur.

# Summary

The purpose of this work is to explore which specific contributions wavelet analysis could bring to remote sensing. Firstly, about *supervised* classification, the behavioral method of J.P. Rasson (Orban et al. 1998) supposes that the pixel values are distributed according to a Poisson process (p.p) on convex supports and leads to an intuitive discriminant analysis criterion. We analyze how wavelets can improve this technique by means of an estimation of the intensity of the p.p. via wavelets instead of kernels. Our results show that the wavelet intensity estimation improves the overall rate of well classified pixels and decreases the CPU time. Secondly, in *unsupervised* remote classification, C. Van Huffel (Van Huffel 1999) analyzed the power of the Hierarchical StepWise Optimization algorithm of J.M. Beaulieu (Beaulieu 1991). We carry on her study with a new criterion based on wavelet density estimation, which slightly improves the segmentation.