Indice de comparaison de hiérarchies semi-floues : application aux hiérarchies classiques

Sahondra Ravonialimanana *, Henri Ralambondrainy **

Jean Diatta**

* Université de Fianarantsoa rafilipo@wanadoo.mg ** Université de la Réunion {ralambon,jdiatta}@univ-reunion.fr

Résumé. Nous définissons la notion de hiérarchie semi-floue à partir de celle de hiérarchie classique. Nous proposons des indices mesurant d'une part l'imbrication d'un ensemble flou dans une hiérarchie semi-floue, et d'autre part l'imbrication d'une hiérarchie semi-floue dans une autre. Ces indices sont des outils permettant de comparer deux hiérarchies classiques.

1 Introduction

Les méthodes de Classification Ascendante Hiérarchique (CAH) (Benzécri et Collaborateurs, 1973) structurent des données usuelles en une hiérarchie d'ensembles classiques. Cette hiérarchie dépend essentiellement de la mesure de dissimilarité utilisée et pour une mesure de dissimilarité du lien d'agrégation adopté. En effet, sur un même ensemble de données, des mesures de dissimilarité et/ou liens d'agrégation différents peuvent donner lieu à différentes hiérarchies. Cela pose alors le problème de la comparaison de plusieurs hiérarchies que l'on retrouve dans des domaines comme la Systématique (reconstitution d'arbres phylogénétiques par exemple). D'après Leclerc (1985), on peut distinguer deux approches principales : d'une part la construction de critères numériques, un critère servant à évaluer et à comparer les hiérarchies sous un aspect donné (comme la moyenne sert à comparer des distributions du point de vue de leur position centrale); d'autre part la définition d'indices de dissimilarité entre hiérarchies.

L'indice d'imbrication proposé dans ce papier, peut être considéré comme s'inscrivant dans cette deuxième approche même s'il est asymétrique. De plus, il est défini sur des hiérarchies dites "semi-floue" qui généralisent les hiérarchies classiques dans le cadre de la théorie des ensembles flous (Zadeh, 1965). En effet, il étend aux hiérarchies semi-floues l'indice d'imbrication entre sous-ensembles flous proposé par Kosko (1992).

L'article est organisé comme suit : après l'introduction (section 1), la section 2 rappelle quelques concepts de base de la théorie des ensembles flous et introduit la notion de hiérarchie semi-floue. La section 3 introduit l'indice d'imbrication de sous ensembles flous proposé par Kosko. Dans la section 4, des extensions de cet indice sont proposées pour mesurer d'une part le degré d'appartenance d'un ensemble flou à une hiérarchie semi-floue, et d'autre-part le degré d'imbrication d'une hiérarchie semi-floue dans une autre. Un exemple d'application (section