PARTIE 3

APPLICATIONS DE L'ANALYSE STATISTIQUE IMPLICATIVE

Thème 1 : Applications à la didactique des mathématiques

Chapitre 1 : Analyse statistique implicative et didactique des mathématiques

Dominique Lahanier-Reuter

Équipe CIREL-Théodile ÉA 4354 UFR Sciences de l'éducation Université Lille 3, Villeneuve d'Ascq dominique.reuter@numericable.fr

Résumé. L'analyse statistique implicative a toujours été considérée comme une méthode d'analyse de données particulièrement heuristique et fructueuse pour la didactique des mathématiques. Nous soutenons ici que ces choix méthodologiques tiennent au fait que les liens implicatifs que révèle l'analyse statistique implicative peuvent être interprétés en termes de règles et de régulations d'actions. Nous étayons ceci par des exemples précis de recherches menées en didactique des mathématiques tout d'abord, puis dans d'autres didactiques, portant sur la reconstruction et la compréhension d'actions tant matérielles que discursives, actions régulées des élèves, actions régulées et régulatrices des enseignants.

1 Introduction

Penser les relations entre ces deux champs de recherche en termes de producteurs de modèles et de techniques d'une part et de terrain d'application d'autre part est sans doute trop réducteur d'un point de vue historique. En effet, l'histoire, même encore très brève, de l'émergence de ces deux domaines scientifiques nous montre des connexions plus complexes : la coïncidence des temps d'émergence et de reconnaissance, celle de leurs lieux géographiques et institutionnels – certaines universités et associations de chercheurs en France– enfin et surtout la présence d'acteurs communs – Régis Gras tout particulièrement–laissent supposer une dynamique spécifique à ces relations. Ainsi l'analyse implicative de données a-t-elle pu être identifiée comme une méthode d'analyse privilégiée en **didactique**

- 317 - RNTI-E-16

des mathématiques et réciproquement en quelque sorte, certaines problématiques en didactique des mathématiques ont pu marquer des questionnements en analyse implicative.

Nous cherchons dans un premier temps à exposer les raisons que nous voyons à cette coopération fructueuse, en montrant en quoi la mise à jour de règles (ou quasi-règles) que permet l'analyse implicative s'avère un outil précieux et pertinent pour les didacticiens des mathématiques. Dans un second temps, nous décrivons les modes possibles de cette coopération. Nous tentons de prendre en compte à la fois la diversité des comportements étudiés (discours oraux/discours écrits). des situations de recueil (observations/enregistrements/productions d'élèves/questionnaire). Tout d'abord en montrant comment l'ASI permet d'obtenir des résultats remarquables dans le cadre de l'une des principales problématiques en didactique dans lesquelles ces règles prennent sens : l'étude des régulations de comportements observables d'élèves et d'enseignants en situation. Ensuite, nous exposons l'un des intérêts de l'ASI, non plus en tant que méthode d'obtention de résultats mais en tant qu'instrument/outil méthodologique de contrôle de résultats didactiques.

2 Règles et régulations

L'analyse implicative de données permet d'exhiber des règles (ou quasi-règles) qui structurent un ensemble de données à partir de calculs sur les cooccurrences de certaines modalités de variables. Ces règles peuvent être génériquement représentées par une expression du type « si A alors B ». Elles sont par conséquent hiérarchiques, c'est-à-dire qu'elles opèrent une dissymétrie entre les modalités réglées. En cela, l'analyse implicative de données (dorénavant A.S.I) se distingue d'autres modes d'analyses statistiques qui, si elles se fondent également sur des calculs de cooccurrences de modalités de variables, n'exhibent généralement que des règles symétriques qui ne discriminent donc pas les variables étudiées. Etudier les relations entre A.S.I. et didactique des mathématiques interroge par conséquent les statuts théoriques que les didacticiens des mathématiques peuvent accorder à ces modèles de règles ainsi que la nature ou le statut des données à partir desquelles sont construites les modalités de variables soumises à l'A.S.I.

Si l'on peut définir les didactiques disciplinaires par un projet de connaissance scientifique des phénomènes liés à la transmission de savoirs disciplinaires, ceci a pour conséquence que le terrain d'observation privilégié des didacticiens est la classe : la classe au sens d'espace matériel certes (puisque l'on peut y explorer les affiches, les cahiers d'élèves...) mais aussi au sens d'espace symbolique (la classe de mathématiques par exemple existe encore lorsque l'enseignant prépare ses cours, lorsque l'élève apprend ses leçons, chez lui, à l'étude...). Cette classe existe donc dès lors que des interactions entre sujets les posent l'un comme enseignant, l'autre comme élève, relativement à un objet de savoir disciplinaire. Très schématiquement, l'un des principaux objets d'étude de la didactique des mathématiques est celui des manifestations de cette relation entre ces trois éléments inter-dépendants, le maître, l'élève et le savoir disciplinaire, de son établissement et de son maintien au fil du temps. Deux conséquences peuvent être tirées de cette modélisation. Tout d'abord les observables sont construits en tant qu'interactions entre maître et élève, maître et savoir, élève et savoir. Ensuite, cette étude requiert l'analyse des régulations qui vont simultanément être générées par ce système d'interactions et en retour assurer son fonctionnement. Ainsi par exemple, l'une des problématiques les plus

RNTI-E-16 - 318 -

fructueuses en didactique des mathématiques est celle des régulations qui affectent les interactions de l'élève et du savoir en jeu : si les observables sont dans ce cas les actions engagées par l'élève (langagières ou non), les régulations qui régissent ces actions (l'engagement de procédures, certains choix effectués...) ou qui sont produites par ces actions (l'abandon de manières de faire, la mise en œuvre de nouveaux contrôles...) sont essentielles à mettre en évidence.

Certaines des règles mises en évidence ou révélées au travers de l'A.S.I. sont ainsi interprétables en didactique des mathématiques en termes de **régulations d'interactions**. Deux positions peuvent alors être adoptées : soit ces règles ont le statut d'hypothèses pour le didacticien, à charge pour lui de les invalider ou de les confirmer par d'autres méthodes d'analyse (comme par exemple l'analyse de contenu d'entretiens), soit elles ont le statut de faits d'expérience (permettant ainsi de contredire ou de ne pas infirmer l'analyse *a priori*).

L'asymétrie que présentent ces règles est également à prendre en compte dans l'interprétation que peut en faire cette didactique. Elle pose le problème des asymétries explicables par la modélisation en termes de système d'interactions. Le **système didactique** que nous avons sommairement évoqué (triplet des interactions entre élève, enseignant et savoir) est un système où les dissymétries des caractéristiques liées par une règle peut être expliqué de nombreuses façons différentes.

Commençons par le cas le plus classique, où les règles établies le sont à partir de données correspondant à des observables situés (les actions ou les déclarations effectives d'élèves ou d'enseignants recueillies en situation). A la dissymétrie entre les modalités des variables liées par une règle issue de l'A.S.I. « presque tous les sujets possédant la caractéristique A possèdent la caractéristique B » doit correspondre une dissymétrie entre les observables. Cette dissymétrie conduit à interroger de façon didactique le fait que très peu d'élèves ont fait B sans avoir fait A, ont réussi B sans avoir réussi A, ont répondu B sans avoir répondu A, que très peu d'enseignants ont fait B sans avoir fait A etc. Ces régulations des faire, des dire et de leurs effets peuvent être des effets de la temporalité, des différences entre les tâches proposées, d'organisations des connaissances... Ainsi, Jeanne Guiet (Guiet, 1994) à l'aide de l'ASI, a pu hiérarchiser des caractéristiques des divisions à effectuer au CM2 en étudiant les règles qui gèrent les réussites et les échecs d'élèves à un ensemble de ces opérations.

Un autre cas est à envisager, celui où les règles établies le sont à partir de données correspondant à des observables situés, mais aussi à partir de données pérennes à ces observables. La stabilité de ces dernières rend alors compte de groupes de sujets « fixes » (les élèves d'un même milieu socio-culturel, les enseignants « novices » vs « expérimentés » etc.). L'A.S.I. peut alors fournir soit des règles liant des actions, des dires, des effets de ces actions de ces dires et ces groupes constitués, soit, par l'étude des contributions de sujets à des règles, établir des tendances partagées par des sujets d'un même groupe, ou au contraire des évitements également caractéristiques.

3 Régulations d'actions situées, règles établies à partir de modalités d'observables

Nous commençons donc par illustrer l'intérêt de cette méthode d'analyse de données en présentant les cas les plus remarquables d'interprétation des règles ou quasi-règles que fait surgir l'ASI. Il s'agit donc d'interpréter cette organisation « statistique » de caractéristiques

au regard d'une autre organisation « didactiquement » pertinente. Nous avons retenu pour cette dernière, le temps, la structure des représentations, et enfin celle de compétences langagières disciplinaires.

3.1 Asymétries des règles établies et chronologie des tâches

L'exemple que nous proposons de développer est celui de l'étude des réponses d'élèves de CM1-CM2 (9 à 10 ans) à un exercice qui se décompose en deux tâches successives. Les régulations entre ces réponses fournies par l'ASI peuvent de façon fructueuse être associées à ce déroulement chronologique.

En effet, comme nous le détaillons ci-dessous, ces deux tâches sont articulées. Dans un premier temps, il est demandé à ces élèves d'ordonner des écritures décimales et fractionnaires: 0,5; 1,5; 2; 3,5; 4; 5,15; 5,6; 6,2; 9,5; 12. Dans un second temps de les placer sur une droite graduée. Puisque les mots nombres associés à 5,15 et 5,6 s'énoncent « cinq virgule quinze » et « cinq virgule six », une erreur fréquente à ce niveau scolaire consiste à placer 5,6 avant 5,15, en ne comparant que les parties décimales de ces nombres. Cependant, les nombres ont été choisis de telle sorte que la reproduction de cette erreur de classement dans la deuxième partie de la tâche conduise à une contradiction que les élèves – toujours des niveaux scolaires considérés - peuvent appréhender. En effet, placer sur la droite graduée tout d'abord correctement un point correspondant à 5,6, puis placer celui correspondant à 5,15 en décalant le premier d'un écart de « 9 » (l'écart entre 15 et 6) conduit l'élève à placer 5,15 de façon erronée sur le point qui devrait correspondre à 6,5 (5,6+0,9). Ce placement peut sembler contradictoire avec celui correspondant à 6.2 puisque dans ce cas. le point « représentant 5,15 » se trouve après celui représentant 6,2. Nous dirons dans ce cas que les informations renvoyées à l'élève par le placement erroné de 5,15 sont des éléments potentiels du milieu avec lequel l'élève interagit.

Si nous nous attendons par conséquent à ce que certains élèves commettent des erreurs dans le classement des écritures numériques, nous nous interrogeons en revanche sur les effets des conséquences de ces erreurs, lors de l'exécution de la seconde tâche. Deux types de considérations usuels en didactique des mathématiques permettent de les anticiper. Tout d'abord, les informations que donne le placement erroné des points sur la droite ne sont pas « naturellement » interprétées en termes de contradictions. En effet, la lecture et la compréhension de ces informations nécessitent la mise en œuvre de certaines connaissances : il s'agit de considérer le placement de 5,15 et de 6,2 comme « étrange » et de le considérer en tant que conséquence de l'erreur sur le classement de 5,6 et 5,15. Ensuite, les différents travaux menés sur l'erreur ou les dysfonctionnements en situation scolaire nous mènent à différencier la reconnaissance par un élève d'une erreur commise et la prise en compte de cette erreur. Pour le dire de façon rapide, la perception d'une contradiction dans ses résultats est souvent insuffisante pour amener un élève, dans une classe, à infirmer ces derniers car il ne se sent pas toujours investi de la responsabilité de la résolution du problème soulevé (Brousseau 1990, Margolinas 1993). La question de l'étude des comportements des élèves est donc une question légitime.

L'étude du corpus des productions écrites des élèves laisse apparaître des stratégies diverses pour répondre aux deux questions de l'exercice. Pour classer les écritures numériques, certains ont recours à une stratégie de classement par « genres d'écriture », en classant tout d'abord les écritures fractionnaires, puis les écritures d'entiers qui ne comprennent pas de virgule, puis les écritures décimales en séparant celles qui ne comportent

RNTI-E-16 - 320 -

qu'un seul chiffre après la virgule de celle qui en comporte deux. D'autres, comme nous pouvons le prévoir, classent ces écritures selon leur partie entière (visible ou calculée dans le cas de ½) puis selon leur partie décimale, considérée elle aussi en tant que nombre entier (5,15 est alors placé après 5,6). Signalons enfin que certains ont « négligé » les repères de la droite graduée et ont usé de la droite comme « ligne d'écriture » sans placer de points. Cette étude permet également de décider si, finalement, l'élève produit deux ordres différents et en conséquence contradictoires ou si au contraire il produit deux ordres cohérents même s'ils sont erronés.

L'A.S.I permet de mettre en évidence les règles suivantes¹ :

- (1) « Adopter, définitivement, un classement d'écritures par genres d'écritures » implique, avec l'intensité d'implication .99, d'« accepter une non-adéquation des deux ordres produits »
- (2) « Travailler sur la droite graduée en tant que ligne d'écriture » implique, avec l'intensité d'implication .95, d'obtenir « deux ordres cohérents même s'ils sont erronés »
- (3) « Produire, finalement, un classement exact des écritures numériques » implique, avec l'intensité d'implication .95, d'obtenir « deux ordres cohérents ».

Ces trois règles sont interprétées en tant que régulations de comportements d'élèves face à ces deux tâches. Tout d'abord, il est possible de lire dans la règle (1) le fait que certains de ces élèves perçoivent – ou décident de percevoir – les deux tâches comme distinctes. Nous considérons que ces derniers ne conçoivent pas (dans la situation explorée) l'articulation entre l'ordre que « montre » la disposition linéaire des écritures numériques et celui que « montre » la disposition des points de la droite graduée. Ensuite, la règle (2) peut être interprétée, dans le contexte de la situation, comme un « évitement » de la deuxième tâche. L'élève recopie sur la droite graduée la liste précédente des écritures et s'interdit ainsi de prendre en compte les éventuelles difficultés qu'il rencontrerait à assurer une cohérence des deux ordres. Enfin, la règle (3), en établissant la dissymétrie entre les deux modalités², nous laisse supposer que le contrôle de la cohérence des deux ordres permet pour certains élèves, une rectification du classement des écritures.

Ainsi, l'organisation didactique de ces deux tâches, et tout particulièrement la conception d'un milieu susceptible par l'interprétation de ses rétro-actions de faire surgir une incohérence sur les résultats est insuffisante : il est nécessaire en effet, que l'élève admette de relier ces deux tâches pour qu'il accepte d'interpréter les résultats de l'une en fonction de l'autre.

3.2 Asymétrie des règles et organisation de représentations

L'asymétrie des règles peut aussi rendre compte d'autres structures. Nous avons choisi celles des représentations, problématique qui a déjà été illustrée par les travaux de M. Bailleul (Bailleul, 1995) sur celles des enseignants de mathématiques. Nous exposons ici les résultats d'une étude centrée sur les représentations disciplinaires d'élèves de lycée. Il s'agit pour nous d'analyser les façons dont ces élèves reconstruisent la discipline scolaire questionnée, au travers de leurs souvenirs, des usages qu'ils lui reconnaissent et des délimitations qu'ils effectuent. Les différentes manières de penser ces usages, ces

- 321 - RNTI-E-16

¹ Nous n'avons choisi ici que quelques-uns des résultats produits.

² Ce que ne pourrait assurer un test du χ^2 , en particulier.

délimitations, sont autant d'indicateurs de ce qu'Yves Reuter nomme la « conscience disciplinaire » (Reuter, 2007).

Les mathématiques, en tant que discipline scolaire, sont familières aux élèves de Première S³ et de Terminale S depuis longtemps. En revanche, l'analyse est encore une sous-discipline nouvelle⁴: cela signifie pour nous que la conscience disciplinaire de l'analyse est en construction. D'après un questionnaire passé auprès de (bons) élèves de quatre classes de ces niveaux, il ressort des résultats intéressants.

Nous avons posé un ensemble de questions qui ont été systématiquement déclinées en Analyse..., en Statistique..., en Mathématiques...

Ainsi, nous avons demandé

Á quel niveau scolaire ils avaient commencé à faire...

Quelles finalités ils voyaient à l'enseignement de...

Si leur enseignant leur avait déjà mentionné les finalités de ...

S'ils identifiaient des caractéristiques d'un cours de...

D'un exercice de ...

Des usages de... dans d'autres cours

Des contenus enseignés/appris

S'ils utilisaient un classeur, cahier particulier pour...;

Nous avons isolé les variables concernant les réponses portant sur l'analyse, les mathématiques et la statistique : elles sont identifiées par l'initiale de la matière concernée (A pour analyse, M pour Mathématiques, S pour Statistique. L'analyse qui suit isole d'une part les variables concernant les mathématiques, d'autre part l'analyse⁵. Commençons par ces dernières. L'ASI permet d'obtenir le graphe suivant :

RNTI-E-16 - 322 -

³ Le « S » est pour scientifique.

⁴ Nous la qualifions de nouvelle car c'est à partir de ces niveaux scolaires que le nom apparait officiellement (parfois en 2e). Cela ne préjuge en rien du fait que certains contenus des niveaux antérieurs puissent relever de ce domaine.

⁵ Pour une analyse plus détaillée, voir Lahanier-Reuter, 2008.



FIG 1 : Les relations entre les déclarations sur l'Analyse

Presque toutes les caractéristiques rendant compte d'une construction de l'analyse en tant que sous-discipline scolaire sont liées et hiérarchisées. Les règles qui déterminent cet ordre peuvent être interprétées en tant que conditions à la construction de certaines compétences caractéristiques de la conscience disciplinaire. Ainsi, la possibilité d'identifier des apprentissages spécifiques serait, sur la population étudiée, une condition à celles de désigner les débuts de cet enseignement et de discerner les exercices relevant de celui-ci. Cette capacité, à son tour, serait une condition à la perception de l'usage de l'analyse dans d'autres disciplines scolaires et à l'identification d'un cours d'analyse. Enfin, cette capacité à distinguer les enseignements/contenus d'analyse des autres serait nécessaire à la décision de matérialiser⁶ la délimitation de cette matière (l'organisation des cours dans un classeur séparé) ainsi qu'à l'identification d'une finalité cognitive à l'analyse. En résumé, nous avons ici une structure de l'élaboration de cette conscience disciplinaire sur la population considérée : les éléments constitutifs peuvent être classés selon leur contribution à la « profondeur » de celle-ci. Les délimitations de cette sous-discipline s'effectueraient par conséquent d'abord sur les contenus appris/à apprendre, puis sur les exercices, ensuite sur les éléments du cours et enfin par la mise en œuvre personnelle d'une organisation matérielle.

Certains éléments contribueraient à cette structure :

⁶ Nous sommes bien consciente qu'il s'agit de déclarations sur la pratique, et non de pratiques observées.

- L'identification des exercices qui lui sont propres favorise la reconnaissance des usages « hors de la classe d'analyse » de cette discipline, et par conséquent la possibilité d'identifier d'autres disciplines scolaires « liées » : (ce qui est cohérent) ;

La possibilité d'identifier des contenus disciplinaires appris ou enseignés induit la capacité à désigner le début institutionnel de l'enseignement (ce qui est également cohérent)

La conscience disciplinaire manifestée par les discours d'un élève n'est pas la somme de différentes caractéristiques perçues, mais plutôt la délicate élaboration de liens entre ces différentes caractéristiques.

Ces résultats ne peuvent être mis en évidence qu'au travers d'une analyse statistique telle que l'ASI qui préserve la dissymétrie des variables. Cependant, cette puissance de l'analyse est, *a contrario*, un frein à l'interprétation lorsque elle ne fournit aucun lien. C'est le cas justement qui se produit lorsque nous examinons l'ensemble des variables qui décrivent les réponses au questionnaire lorsque celles-ci concernent les Mathématiques. L'ASI menée ne révèle aucun lien. Il est alors nécessaire de faire appel à d'autres techniques d'analyse statistique, en particulier des tests du chi², qui font apparaitre un antagonisme entre les finalités attribuées à l'enseignement des mathématiques⁷ (plutôt cognitive *vs* plutôt sociale), une co-occurence des impossibilités d'identifier un cours et un exercice de mathématiques et des indépendances entre les autres variables. Une analyse des correspondances multiples résume ces résultats (voir Fig.2) ainsi que l'ASI menée cette fois, sur les items et leurs contraires (Fig.3) où n'apparaissent que l'exclusivité des finalités accordées à l'enseignement et aux apprentissages mathématiques : elles sont soit cognitives (MFCognitive) soit sociales (MFSociales).

Ces différents traitements révèlent la différence de l'élaboration de la conscience disciplinaire sur la population étudiée en ce qui concerne l'analyse, sous-discipline « nouvelle », et les mathématiques, discipline éprouvée. Celle de l'analyse est une élaboration étagée qui laisse supposer un mouvement qui irait de l'absence d'identification des contenus appris/ à apprendre jusqu'à la décision de consacrer un classeur particulier à cette sous-discipline. Les élèves interrogés se distingueraient alors, dans cette structure ordonnée par leurs positions sur quelques items. En revanche l'élaboration de la conscience disciplinaire des mathématiques est une élaboration relativement figée : il semble que les choix, les compétences interrogés aient été déjà réalisés ou opérationnalisés. Ce sont cette fois des différences entre réponses d'élèves et non plus des classifications qui permettent de les distinguer.

RNTI-E-16

⁷ Chi²= 17,64, s. à 0.01.

 $^{^{8}}$ Chi²= 7,04, s. à 0.01

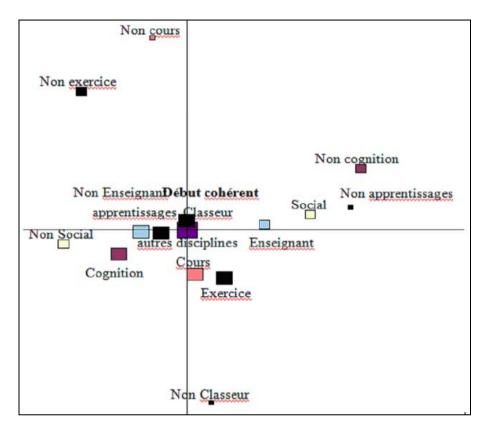


FIG. 2: Analyse portant sur les items et leurs contraires

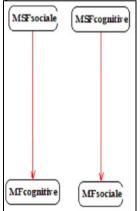


FIG. 3 La répartition exclusive des finalités perçues à l'enseignement des mathématiques

3.3 Asymétrie des règles et analyses de performances à l'écrit

Les régulations fournies par l'ASI peuvent enfin être utilisées pour décrire des performances d'élèves. Cette technique nous apparait comme extrêmement pertinente pour approcher des performances à l'écrit puisqu'elle nous permet, comme nous allons le voir, de retracer des chemins implicatifs reliant des caractéristiques de ces écrits : nous proposons d'interpréter un tel chemin comme la trace d'une *stratégie d'écriture* et les caractéristiques qu'il relie comme des paliers de compétences nécessaires à cette stratégie. Afin d'illustrer cette problématique, nous étudions ci-dessous des productions d'élèves de CM1 et CM2 « géométriques », qui répondent à la consigne suivante : « Comment faire pour tracer cette figure ? »

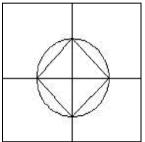


FIG. 4: « Comment faire pour tracer cette figure? »

Il s'agit par conséquent d'une tâche d'écriture d'un « programme d'instructions pour reproduire une figure complexe ». Elle requiert pour être menée à bien, d'identifier et de désigner des éléments constructibles par le lecteur, d'identifier et de désigner les relations constructibles qui existent entre ces divers éléments. Il n'est ainsi pas équivalent, lorsque l'on est élève de CM1 ou de CM2, de produire comme programme de construction : « trace deux droites perpendiculaires, trace un cercle dont le centre est le croisement des deux droites et relie les points d'intersection des deux droites et du cercle » ou « trace un carré, trace ses diagonales et son centre, trace le cercle dont le centre est celui du carré et qui passe par les sommets du carré » ou encore « trace un cercle et un carré à l'intérieur de ce cercle ». En effet le premier texte désigne des objets et des relations géométriques entre ces objets qui sont aisément constructibles par des élèves de ces niveaux scolaires. En revanche le second suppose le tracé d'un carré, ce qui l'est déjà moins. Enfin le dernier omet justement les indications des tracés nécessaires pour parvenir à inscrire un carré dans un cercle.

En conséquence, nous avons retenu comme premiers indicateurs des positions d'écriture adoptées par les élèves *les éléments choisis et leurs désignations, les relations géométriques mentionnées et leur désignation*.

Ainsi un indicateur discriminant se trouve être la mention par les élèves des points : O -le centre du carré qui est aussi intersection des droites et le centre du cercle- et des points A,B,C,D- sommets du carré ou intersections des droites et du cercle ou encore des points repérés sur les droites-. Le fait que cet indicateur soit discriminant n'est pas pour nous surprendre. En effet, l'analyse d'une figure complexe peut s'effectuer à plusieurs niveaux : soit en terme de configuration de traits et de lignes, soit en terme de configuration de points. D'autres que nous (Duval, 2003, Perrin-Glorian, 2004) ont mis en évidence le fait que les

RNTI-E-16 - 326 -

élèves de primaire acquièrent tardivement la compétence d'analyse d'une figure en termes de configuration de points.

Différencier les productions de ces élèves peut également s'appuyer sur *l'image du scripteur* (Delcambre & Reuter) que ceux-ci tentent de construire. Certains ont une position « aidante » ou « coopérative » en fournissant des aides instrumentales, ou des conseils (« tiens bien ta pointe... »). D'autres au contraire, en reconstruisant un autre lecteur (sans doute l'enseignant) se montrent en train de faire (« je prends mon compas ... ». Des indicateurs, tels ceux de la présence de conseils ou d'aides, tels celui du mode utilisé (impératif ou autre) tels celui enfin du sujet adopté (écriture en « je » ou non...) sont ainsi intéressants à mettre en œuvre.

Enfin, la conduite même du discours est à interroger. La tâche demandée requiert une programmation des actions préconisées et en conséquence une planification du discours. Nous avons retenu des indicateurs liés à ces opérations, tels la présence de « clôture » (« et voilà ta figure est terminée »), tels des marques de planification (la numérotation des actions à mener) et ceux qui sont pour nous des indices de dysfonctionnement de ces opérations, comme peuvent l'être des ajouts du type « j'avais oublié de dire » ou des contraintes qui surviennent tardivement, après que les actions aient été décrites.

Dans un premier temps, nous nous attacherons uniquement à l'interprétation des liens entre les items qui révèlent le mode d'analyse de la figure dans le discours des élèves.

Des chemins implicatifs séparés : l'exemple de compétences géométriques différentes Le schéma (FIG. 5) est composé de deux graphes indépendants au seuil d'implication retenu ici. D'un côté apparait une relation entre le fait de situer topologiquement les droites « il ya deux droites à l'intérieur de... » et celui de ne pas relier le cercle aux autres traits et points de la figure. De l'autre côté on remarque des relations entre les critères indiquant la prise en compte des différents points de la figure et ceux indiquant de même la prise en compte des différentes lignes de cette même figure. L'analyse menée permet en conséquence de différencier nettement les productions qui restent dans le descriptif inefficace à la construction de la figure et celles qui s'appuient sur une analyse en termes de points et de lignes, nécessaire à cette construction.

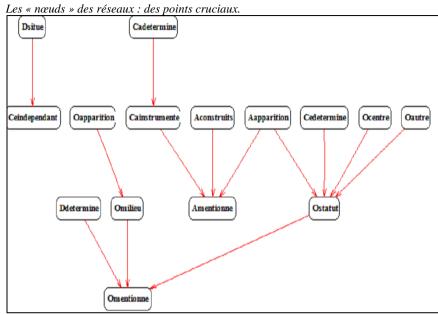


FIG 5 : Décisions d'écriture et modes d'analyse de la figure

Le statut des points est cependant quelque peu différent. Les points ABCD ne sont mentionnés que si O lui même l'est tout d'abord. Ensuite, on remarque l'importance du critère « O apparaît et change de statut » qui peut être considéré comme un nœud du réseau implicatif, à la différence du critère « O apparaît ». En effet, les élèves peuvent faire mention du centre du cercle ou du « milieu » des deux droites sans pour autant entrer dans une perspective de relier les deux tracés (ou de le dire). C'est donc bien le changement de statut de O (tour à tour centre du cercle et intersection des droites ou centre du cercle et intersection des diagonales) qui constitue le critère selon nous décisif pour le classement des productions des élèves et leur évaluation. Confier au lecteur ce changement et trouver les moyens discursifs pour le confier est sans doute une étape cruciale et décisive. Cela suppose en effet de trouver les moyens pour faire resurgir, rappeler un élément déjà présent dans le texte (donc un maniement ou la mise en œuvre de procédés anaphoriques), cela suppose aussi d'être capable de se détacher des évidences visuelles de la figure, bref de passer d'une appréhension visuelle immédiate à la mise en texte linéaire d'un changement invisible. Le point O ne bouge pas, mais il change de rôle.

L'A.S.I. permet donc de mettre en évidence le rôle déterminant de certains critères d'analyse et de réfléchir aux étapes décisives d'une performance d'élève.

- 328 -

Des liens implicatifs univoques: le cas de certaines caractéristiques langagières interprétées comme des genres d'écrits spécifiques à des systèmes didactiques

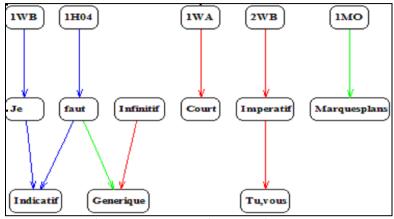


Fig 6 : Des genres spécifiques aux classes

Comme nous l'avons dit plus haut, quelques caractéristiques du texte écrit peuvent aussi être explorées. Les liens qui apparaissent sont pour la plupart attendus puisque les usages même partiels- des modes impératifs et infinitifs sont bien reliés aux pronoms qui marquent le lecteur reconstruit : un « pair » pour l'impératif, marqué par la présence de pronoms « tu » et « vous », un « lecteur générique » pour l'infinitif, un lecteur « évaluatif », marqué par le recours à une écriture en « je » et un mode indicatif. Cependant, la présence de relations univoques entre les pronoms choisis et les modes utilisés permet de supposer que ces règles d'usage auxquelles obéissent les discours des élèves les définissent comme des actualisations de genres de discours. La rigidité de ces usages est assez extraordinaire pour qu'elle puisse être interprétée comme des contraintes fortes, issues de la situation scolaire de production écrite. Ainsi nous supposons que construire le lecteur comme un « pair » par exemple est caractéristique d'un genre d'écrits scolaires dans la classe de mathématiques qui peut être reconnu légitime par l'élève pour plusieurs raisons. Il peut se faire que les dispositifs pédagogiques et didactiques autorisent de telles positions parce que l'aide et la coopération sont des principes mis en œuvre dans les pratiques langagières disciplinaires. Il peut se faire également que les textes d'exercices des manuels de l'école primaire définissent un tel lecteur. De même, construire un lecteur « générique » est aussi une caractéristique de certains écrits disciplinaires. Cependant, cette caractéristique est moins fréquente à l'école dans les textes de construction géométrique des manuels scolaires primaires. En revanche, elle est fréquente dans ceux de « description de recette » qui occupent une place non négligeable dans les activités scolaires de ce niveau d'études, mais également dans les « programmes de construction » ou « manuel d'utilisation » rencontrés cette fois à l'extérieur de l'école. Enfin, les conduites discursives en « je » où l'élève montre au récepteur du texte ce qu'il sait faire ou réussit à faire est une caractéristique de situations d'évaluation. Ainsi, les résultats de l'A.S.I. présentés plus haut peuvent être interprétés en termes d'actualisation de genres scolaires.

Apparait alors la question récurrente en didactique des mathématiques de la raison de ces inscriptions : sont-elles les effets de l'enseignement ?

Notre projet est de montrer comment le recours à cette analyse statistique permet d'apporter des éléments de réponse à cette question.

4 Régulations relatives à des groupes de sujets

L'A.S.I. permet de distinguer les cas où les caractéristiques sont celles d'un sous ensemble du groupe d'élèves étudié de ceux où tous les élèves d'un groupe étudié partagent « presque » les mêmes caractéristiques. La problématique principale en didactique des mathématiques dans laquelle cette distinction prend sens est celle des relations entre enseignement et apprentissages, ou, pour la préciser encore davantage, celle de la mesure des effets d'un dispositif pédagogique particulier sur certains apprentissages en mathématiques. De nombreuses recherches antérieures peuvent être convoquées sur ce thème, dont deux synthèses également intéressantes ont été publiées récemment (Mercier et Buty, 2004 d'une part et Bru, Altet, Blanchard-Laville, 2004 d'autre part). Elles font apparaître comme légitime l'hypothèse selon laquelle des particularités de la gestion didactique des situations d'enseignement l'enseignant peuvent avoir une influence sur l'élaboration des savoirs mathématiques et sur l'appropriation de ,savoir-faire disciplinaires par les élèves concernés. Nous avons pu étayer cette hypothèse, et l'élargir à des attitudes, des comportements face à des tâches spécifiques (Lahanier-Reuter, 2005, 2007).

Nous reprendrons l'exemple précédent pour montrer l'intérêt de l'ASI à cet ensemble de questions. Dans le schéma précédent nous avions en effet fait apparaître les classes en tant que « groupes d'élèves » : il s'agit dans ce cas de classes de CM1 (1WA, 1WB, 1H04, 1MO) et CM2 (2WA, 2WB, 2H03).

Nous interprétons ces relations comme autant d'inscriptions dans des genres spécifiques de « presque tous » les élèves de chacune des six classes (sur les sept) concernées. Il nous semble dans ce cas possible d'envisager le respect ces règles auxquelles se soumettent « presque » tous les élèves d'une même classe comme un effet de l'enseignement qu'ils partagent.

Après avoir évoqué cette problématique didactique et l'apport que peut représenter le recours à l'ASI dans ce cas, nous souhaitons terminer cette revue des échanges entre ASI et didactique des mathématiques par l'examen d'une dernière question, celle de l'analyse des pratiques langagières, des discours tenus par les acteurs principaux du système didactique, l'enseignant et les élèves.

5 Régulations des discours

Le champ de ces recherches étant extrêmement large, nous nous contentons, dans le cadre de cet ouvrage, de développer trois aspects complémentaires des usages de l'ASI. Le premier d'entre eux met en lumière une contribution de l'ASI aux travaux de didactique que nous avions laissés dans l'ombre jusqu'ici, celui d'apport de preuves. Dans l'exemple que nous développons, le thème de l'analyse de discours n'est tout d'abord qu'illustration de cette contribution. Mais il redevient prépondérant lorsque nous présentons des résultats qui sont interprétés dans une autre didactique que celle des mathématiques, celle de l'écrit. Enfin, il redevient le thème principal de la seconde étude que nous présentons ensuite, et qui a pour

RNTI-E-16 - 330 -

projet de proposer une méthode d'analyse des interactions langagières dans des classes de mathématiques.

5.1 Comment l'asymétrie d'une relation devient élément de preuve : le cas du contrat de communication de réponses à un questionnaire

Nombre d'études en didactiques tendent à reconstruire des représentations d'élèves, ou encore à décrire les rapports d'élèves ou d'enseignants à certains objets enseignés, ou encore des compétences, des dysfonctionnements... bref à comprendre des pratiques ou des comportements, à inférer des réussites, des échecs et des performances. L'une des méthodes d'investigation en usage est celle du questionnaire. Cependant, cette méthode est sensiblement différente de celle qui a cours dans des sciences connexes, en sociologie par exemple: deux dimensions particularisent l'usage du questionnaire en didactique, celle quantitative tout d'abord du nombre de questionnaires étudiés, et celle plus « qualitative » de la construction de l'interviewé. En effet les questionnaires en didactique construisent leur interlocuteur en tant qu'élève, acteur d'un système didactique particulier (ou tentent de le faire), tandis que les questionnaires composés par des géographes par exemple constituent leur interviewé en tant qu'élément/acteur/sujet d'un espace géographique. Malgré cette différence voulue, des problèmes communs à cette méthode d'investigation traversent les champs. L'un d'entre eux est bien sûr la pertinence des discours recueillis et la position de scripteur de l'interviewé: les déclarations recueillies ne sont que des discours et sont soumises au contrat de communication qu'interviewé et interviewer négocient au long des questions. Le degré de crédibilité accordé à ces dires est par conséquent un problème récurrent, contre lequel certaines techniques (comme celle des questions répétées...) sont éprouvées. Dans le cas d'un traitement de ces réponses par l'analyse implicative de données, des règles intéressantes de ce contrat de communication peuvent être mises en évidence.

En voici un exemple.

Dans la recherche ANR EUIPM⁹ à laquelle nous participons, c'est l'univers de l'écrit que rencontrent et élaborent des étudiants de sciences humaines¹⁰ qui est interrogé. Un long questionnaire a été distribué à plus de 600 étudiants de ces diverses formations et années d'études. On comprend l'importance de ce contrat de communication et la vigilance toute particulière des exploitants de ce questionnaire, au vu de la longueur de ce dernier et du temps conséquent (près d'une heure) qui est nécessaire pour y répondre.

Nous avons demandé en particulier à ces étudiants de désigner parmi une liste de treize items ceux auxquels *ils faisaient attention* lors de l'écriture d'un genre représentatif de leur formation universitaire. Puis (les deux questions apparaissent sur la même page du questionnaire) nous leur avons demandé de désigner, par ordre d'importance, trois dimensions de l'écrit sur lesquels *ils estimaient être évalués* par leur enseignant.

Nous attendions de voir :

- Si les critères que les étudiants sélectionnaient parmi les treize proposés dépassaient les critères de surface (orthographe etc.) au profit des critères plus « universitaires »;
- Les critères qu'ils considéraient, à tort ou à raison, comme évaluatifs ;

 $^{^9}$ ANR-06-APPR-019 « Les écrits à l'université : Inventaire, pratiques, modèles », pilotée par Isabelle Delcambre.

¹⁰ Etudiants d'histoire, de lettres modernes, de psychologie, de sciences de l'éducation et de sciences du langage, de tous les niveaux d'enseignement (L1 à M2).

ASI et didactique des mathématiques

- Les cohérences entre les deux réponses ;
- Enfin si nous pouvions attribuer les cohérences dans les déclarations successives à des règles du contrat de communication.

Pour répondre à ces questions, nous avons :

- Créé treize variables dichotomiques pour chacun des treize critères sélectionnés¹¹, variables qui se déclinent en « présence du critère *clarté du discours* comme critère d'attention » ou encore « Clarté discours ATT » etc.
- Créé treize variables dichotomiques en présence/absence pour la première dimension de l'évaluation, variables qui se déclinent en « *clarté du discours* choisie comme dimension principale de l'évaluation sur l'écrit choisi » ou encore « ClartédiscoursD1Ev »
- Fait de même pour les dimensions 2 (« CartédiscoursD2Ev ») et 3 (« ClartédiscoursD3Ev »)
- Créé trois variables dichotomiques en présence/absence d'autres critères que ceux utilisés précédemment et sur lesquels certains étudiants estiment être évalués (le respect de la longueur imposée de l'écrit par exemple).

Comme nous l'avons annoncé plus haut, notre première intention est de montrer comment l'asymétrie des relations que permet d'exhiber l'ASI peut devenir un élément de preuve. Pour cela, nous avons volontairement réduit l'ensemble des implications statistiques pour nous focaliser sur trois d'entre elles.

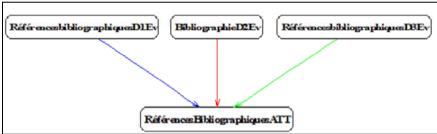


FIG 7 : Quand l'asymétrie des relations contribue à prouver l'établissement d'un type de contrat de communication.

Ces trois relations peuvent s'interpréter de façon similaire : « Citer les références bibliographiques comme un élément auquel on prête attention dans l'écrit universitaire est une condition pour citer ces références bibliographiques comme dimension de l'évaluation ». Cet ensemble de relations concerne également d'autres critères ¹², à savoir : les articulations, les citations, la clarté du discours et la clarté formelle, les connaissances, la correction de la langue, la justesse de la réponse, l'originalité, le style, soit au total dix items sur les treize.

¹² Nous ne reproduisons pas les graphiques qui sont similaires à celui-ci-dessus.

RNTI-E-16

¹¹ Voici les treize items parmi lesquels les étudiants sélectionnent ceux auxquels ils déclarent porter une attention particulière, lors de leur écriture: Les articulations (entre les parties de votre texte ou entre les concepts, les idées présentées); L'avis personnel; Les citations (citer des auteurs ou des extraits de textes); La clarté du discours (introductions ou conclusions partielles, exemples); La clarté formelle (graphie, mise en page, paragraphes, etc.); Les connaissances; La correction de la langue (syntaxe, lexique, orthographe, etc.); La discussion des auteurs au programme; La justesse de la réponse; L'originalité; Les références bibliographiques; La reformulation des textes lus; Le style.

Seuls les items citations, discussion des auteurs, reformulation des textes lus ne sont pas concernés par ce type de relations.

Par conséquent, il est légitime de supposer que les étudiants qui sélectionnent l'un de ces dix items comme critère auquel ils portent attention, répondent à la question sur les dimensions évaluatives en utilisant les critères que le questionnaire met à leur disposition. Ainsi, ces étudiants perçoivent comme règle locale du contrat de communication l'intention de rendre compte de la cohérence entre leurs attentions et leurs représentations de l'évaluation par les enseignants. Cette règle locale, qui gère la *chronologie* des actions et des choix, ne peut être établie que grâce à la dissymétrie des liens implicatifs.

Conjointement, nous testons si la décision d'indiquer d'autres critères pour l'évaluation que pour l'attention portée est également une règle locale à laquelle se soumettent d'autres étudiants

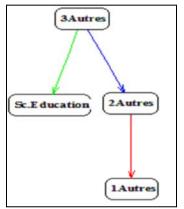


FIG. 8 : Traces de trois représentations distinctes

D'après le graphique ci-dessus, il est manifeste que la décision de fournir d'autres critères pour l'évaluation que ceux proposés pour rendre compte de l'attention portée à l'écrit, est immédiate : en effet, c'est lors du choix de la première dimension (1Autres) de l'évaluation que cette décision apparaît et entraîne en conséquence la même stratégie de réponse aux deux dimensions suivantes (2Autres et 3Autres). On remarque enfin que cette décision est plus ou moins caractéristique d'un groupe particulier d'étudiants, ceux qui suivent des études en Sciences de l'éducation.

5.2 Un usage de l'ASI dans une autre didactique que celle des mathématiques.

Notre projet est de montrer, sur un exemple trop partiel sans doute, que les résultats apportés par l'ASI sont encore interprétables dans une autre didactique, celle de l'écrit. Reprenons l'étude précédente et les réponses à la question des attentions portées sur les écrits universitaires (Fig. 9).

Les trois chemins implicatifs distincts apparaissent : cette séparation est interprétée comme la marque de trois systèmes de représentations différents, qui gouvernent la cohérence des réponses à cette question. Le premier est celui de l'écrit universitaire

comme monstration des connaissances, le second celui de l'écrit universitaire comme lecture critique des auteurs, le troisième enfin celui de l'écrit universitaire comme expression de soi. Ces résultats satisfont aux objectifs de la recherche ANR poursuivie puisqu'ils permettent de distinguer ces représentations, pour ensuite explorer l'influence de la discipline universitaire et du niveau d'étude sur celles-ci.

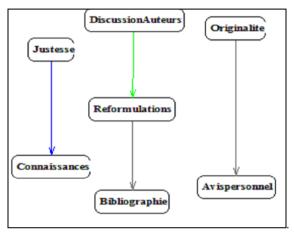


FIG. 9 Traces de trois représentations distinctes

5.3 Une mise en œuvre de l'analyse implicative de données sur des retranscriptions orales

En guise de dernière proposition pour rendre compte de l'apport de l'ASI aux problématiques didactiques, nous présentons dans ce paragraphe l'intérêt que revêt cette analyse statistique à l'étude des pratiques langagières dans des classes. En effet les différentes didactiques s'intéressent à ce qui se dit et les manières dont les choses sont dites dans les espaces disciplinaires. La place si importante de l'oral à l'école le constitue en un type de corpus « obligé » pour qui cherche à comprendre, décrire ou expliquer ce qui s'y passe. Certes, les façons de constituer en corpus de données des enregistrements, de les interroger et de les traiter enfin sont étroitement liées aux questions spécifiques qui les dirigent. Il est ainsi légitime, dans le champ des didactiques, de chercher à savoir si l'oral prend des formes particulières selon la discipline enseignée. L'exploration de cette question amène aussi à poser celle des raisons de ces particularités disciplinaires: peut-on expliquer leur permanence par leurs effets supposés, attendus ou effectifs sur les apprentissages ? Ou par la « nature » des contenus enseignés ? Un autre ensemble de questions est également au centre des préoccupations actuelles des didacticiens : comment décrire l'activité (ou les activités) des élèves et de l'enseignant durant ces échanges ou ces prises de parole ? Pour le dire autrement, que font-ils lorsqu'ils parlent?

Nous n'avons listé ces questions que pour suggérer la diversité des modes de catégorisation, de description, d'isolements, bref de traitements de ces données. De façon encore une fois très générale, les analyses menées en didactiques nécessitent un cadre

RNTI-E-16 - 334 -

théorique puissant et des systématisations dont un « étranger » ne peut guère s'emparer : en quelque sorte, les modes de traitements des données sont extrêmement lourds et ne peuvent guère s'exporter. Toujours dans cette perspective de remise en cause ou plutôt de pas de côté par rapport aux positions orthodoxes, nous dirons que ces analyses ¹³ reposent sur un principe de « découpages » des situations.

C'est pourquoi il nous a paru intéressant d'explorer les résultats que permet l'analyse implicative de données, en ne nous embarrassant que très peu au départ de considérations théoriques, et surtout en considérant ces traitements *comme une alternative possible à la recherche de découpages des séances observées*. C'est bien sûr une présentation plutôt non orthodoxe que la nôtre, qui ne peut être jugée qu'à l'efficacité qu'elle offre, à la pertinence des résultats et bien sûr des interprétations en retour.

Nous avons isolé les tours de paroles d'un enseignant 1, dans une situation fermée au cours d'un exercice disciplinaire, ici un exercice de calcul mental autour de la règle des zéros¹⁴. Chacun de ces énoncés présente des caractéristiques diverses, selon par exemple que l'enseignant1 programme le travail des élèves, le contrôle ou apporte des éléments de savoir, selon qu'il rebondit sur le discours d'un élève ou au contraire l'arrête¹⁵ etc. Ce qui nous intéresse dans ce cas est le traitement de ces caractéristiques :

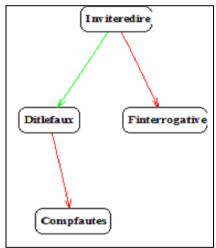


FIG. 10 : Graphe implicatif des caractéristiques d'énoncés de l'enseignant1 de CE2 en situation de calcul mental

Il vient que les énoncés où l'enseignant « invite à redire ou à reformuler » font partie de ceux où l'enseignant « dit ce qui est faux », « compte les fautes », et enfin s'insèrent dans ceux de « forme interrogative ».

¹³ Sensévy et Mercier 2007, Marlot 2007, Chappet-Pariès, Robert et Rogalski 2008.

 $^{^{14}}$ La « règle des zéros » est celle qui permet de calculer un produit du type $45\mathrm{x}1000$ en ajoutant trois zéros à 45.

¹⁵ Pour une description plus complète de ces caractéristiques et de leur élaboration, voir D. Lahanier-Reuter. 2007.

A contrario cela peut être dit sous la forme suivante : l'enseignant1 n'invite l'élève à reformuler ses dires uniquement si cet élève a dit quelque chose d'erroné et ne le fait qu'après avoir décompté « les fautes ».

Comparons avec une autre séance, menée dans la même classe par le même enseignant 1, qui porte cette fois sur la compréhension d'un énoncé de problème arithmétique (Fig. 11).

Cette fois, les règles auxquelles se plie son discours sont les suivantes (nous faisons abstraction des règles générales, telles que la forme interrogative des questions):

L'enseignant 1 dans ce cas ne reformule que s'il approuve explicitement les propositions ou les résultats des élèves et toute reformulation, toute approbation s'accompagne inéluctablement d'une question factuelle. C'est un enchaînement très classique de questions, réponses, reformulations etc. Les énoncés erronés sont rejetés sans plus. Les aides apportées sont des indices de la « bonne réponse » et non pas des encouragements par exemple... L'énoncé du programme d'actions (ce que l'on va faire) est imposé.

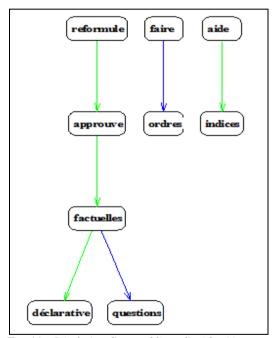


FIG. 11: Résolution d'un problème d'arithmétique

Comparons cette fois avec un autre enseignant 2 et une autre séance de mathématiques consacrée elle aussi à la résolution d'un problème arithmétique.

RNTI-E-16 - 336 -

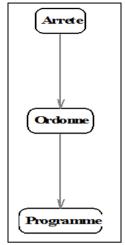


Fig. 12: Un autre mode d'intervention sur un contenu « identique »

Nous voyons un autre mode d'intervention : ici l'enseignant 2 arrête (les échanges, le travail des élèves) plus tôt s'il a à programmer des actions.

Nous terminons cette très rapide exploration par l'analyse cette fois d'une séance consacrée à la règle des zéros (comme l'était la première de l'enseignant 1) mais avec une autre classe et un autre enseignant 3 :

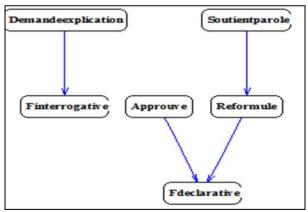


FIG. 13: Un mode d'intervention spécifique

D'après ce dernier graphique, l'enseignant 3 concerné ne reformule que pour soutenir la parole de l'élève.

Ainsi cette analyse menée auprès de trois classes différentes, d'enseignants différents, dans des situations « ordinaires » de l'enseignement des mathématiques, révèle des divergences importantes quant aux pratiques langagières de l'enseignant.

Il est bien sûr possible de produire des résultats en étudiant les énoncés des élèves durant une séquence. Nous avons choisi, pour sa représentativité, la séance 2, qui tourne autour de la résolution en CE2 d'un problème d'arithmétique, menée par l'enseignant 1 (Fig.13).

Certains de ces résultats sont prévisibles : lorsque les élèves « demandent une méthode », leurs énoncés ont plutôt une forme interrogative, lorsqu'ils « fournissent des réponses » c'est plutôt sur le mode déclaratif.

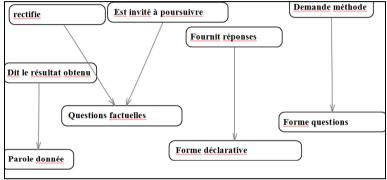


Fig. 14 : Interventions des élèves dans une séance de résolution de problème arithmétique

Ce qui est plus intéressant ici, est l'apparition de règles scolaires¹⁶: un élève ne « dit le résultat obtenu » que si on (l'enseignant) lui donne la parole explicitement. Il ne rectifie (son résultat/son énoncé) que lorsqu'il réagit aux questions factuelles posées par l'enseignant. Et il n'est invité à poursuivre que si l'enseignant lui pose une question factuelle (et non pas de méthode).

Nous voyons en conséquence apparaître ici des régulations des actions langagières dans cette séance qui semblent varier selon les enseignants et les tâches disciplinaires. Cette méthode d'analyse paraît en conséquent intéressante à poursuivre, en l'étendant de façon systématique aux séances disciplinaires menées par cet enseignant, puis aux disciplines enseignées et enfin à d'autres enseignants.

6 En guise de conclusion

Les études dont nous venons de rendre compte permettent de révéler des cas où l'analyse implicative de données nous amène à des résultats différents de ceux tirée des analyses « plus classiques ». Il va de soi que nous n'avons pu explorer toutes les interprétations possibles en didactique des mathématiques des résultats issus de l'ASI, mais nous espérons avoir pu montrer à quel point ces traitements sont fructueux. On peut retenir dès à présent l'apport de ces méthodes à l'étude des performances d'élèves, à la classification d'exercices disciplinaires, à la reconstruction de représentations. Il nous semble que les domaines d'études des interactions langagières, des régulations des discours, des stratégies d'écriture

- 338 -

RNTI-E-16

¹⁶ Nous ne nous hasarderons pas à les dire disciplinaires.

sont autant de domaines dans lesquels la contribution de l'ASI devrait se révéler d'un très grand intérêt.

Références

- Bailleul M. (1995). Une approche statistique des représentations de l'enseignement des mathématiques chez des enseignants de mathématiques de collège et de lycée. *Recherches en didactique des mathématiques*, Vol. 15/2: 9-30.
- Brousseau G. (1990). Le contrat didactique et le concept de milieu: Dévolution. *Recherches en didactique des Mathématiques*, Vol 9/3: 309-336.
- Bru M., Altet M., Blanchard-Laville C. (2004). La recherche des processus caractéristiques des pratiques enseignantes dans leurs rapports aux apprentissages. Revue française de pédagogie, vol. 148: 75-87.
- Chappet-Pariès M., Robert A., Rogalski J. (2008). Que font des élèves de troisième et de quatrième avec un même enseignant dans une séance de géométrie?. in Vandebrouck coord. La classe de mathématiques: activités des élèves et pratiques des enseignants. Toulouse: Octares Éditions: 95-138.
- Delcambre I., Reuter Y. (2000). Rapports à l'écriture et images du scripteur. *Les Cahiers Théodile*, 1:1-18
- Duval R. (2003). Décrire, visualiser ou raisonner: Quels apprentissages premiers de l'activité mathématique ?. *Annales de didactique et de sciences cognitives*, 8: 13-62.
- Guiet J. (1994). *La division: une longue souffrance*. Thèse de doctorat en Sciences de l'Education, Université René Descartes Paris V.
- Lahanier-Reuter D. (2005). Enseignement et apprentissages mathématiques dans une école Freinet. Revue Française de Pédagogie, 153: 55-65.
- Lahanier-Reuter D. (2007). Enseignement et apprentissages mathématiques. in Reuter Y. (dir). *Une école Freinet, Fonctionnements et effets d'une pédagogie alternative en milieu populaire*. Paris. L'Harmattan, 185-216.
- Lahanier-Reuter D. (2008). Didactics of mathematics and implicative statistical analysis. in Gras R., Suzuki E., Guillet F., Spagnolo F. (eds.). Statistical Implicative Analysis: Theory and Applications. Series: Studies in *Computational Intelligence*, Vol. 127. Berlin Heidleberg. Springer, 277–298.
- Margolinas C. (1993). De l'importance du vrai et du faux dans la classe de mathématiques. Grenoble: La Pensée Sauvage.
- Marlot C. (2007). Analyse de l'action du professeur en classe ordinaire: formes méthodologiques de réduction du corpus et gestion de la disparité des unités de découpage de l'action. in Lahanier-Reuter D., Roditi E. (éds.) Questions de temporalités, Les méthodes de recherche en didactiques (2). Villeneuve d'Ascq: Presses Universitaires du Septentrion:153-172.

ASI et didactique des mathématiques

- Mercier A., Buty C. (2004). Evaluer et comprendre les effets de l'enseignement sur les apprentissages des élèves: problématiques et méthodes en didactique des mathématiques et des sciences. *Revue Française de Pédagogie*, 148: 47-59.
- Perrin Glorian M-J. (2004). Eclairages et questions pour la didactique des mathématiques : cadres et registres en jeu dans la résolution de problèmes en lien avec les connaissances des élèves et recherches sur l'action des enseignants en classe. *Annales de didactique et de sciences cognitives*, 9: 67-82.
- Reuter Y. (2007). La conscience disciplinaire: présentation d'un concept. Éducation & Didactique, 1/2 : 57-72.
- Sensévy G., Mercier A. (2007) Agir ensemble, Éléments de théorisation de l'action conjointe du professeur et des élèves. Rennes: Presses Universitaires de Rennes.

Summary

Statistical Implicative Analysis provides a successful method for Didactics of mathematics. This is due to the possibility for the implicative links to be interpreted as rules and regulations. Describing some researches in the fields of didactics make this clear, especially when focused upon construction and interpretation of actions. These might be either regulated actions of pupils or regulated and regulating actions of teachers.

RNTI-E-16 - 340 -