

Analyse d'images multispectrales par diagonalisation simultanée de matrices de covariances.

Philippe Courcoux *, Marie-Françoise Devaux **, Michel Séménou *

* ENITIAA / INRA Unité de Sensométrie et Chimiométrie
Domaine de la Géraudière BP 82225 44322 Nantes France
courcoux@enitiaa-nantes.fr

** INRA URPOI
Domaine de la Géraudière BP 82225 44322 Nantes France

Résumé. L'analyse conjointe d'un ensemble d'images multispectrales peut être présentée comme un problème de diagonalisation simultanée des matrices de variances associées. L'application d'un algorithme de décomposition simultanée d'un ensemble de matrices définies positives permet l'extraction des structures communes à une collection d'images multispectrales d'objets différents. La méthode est illustrée par l'analyse d'une séquence d'images de grains de céréales. Des images de microscopie en fluorescence de cinq variétés de blé et d'orge ont été acquises dans 19 conditions spectrales. L'analyse permet de mettre en relief les comportements communs de fluorescence.

1 Introduction

Une image multivariée est un ensemble d'images du même objet ou de la même scène prises dans des conditions différentes. Dans le cas de l'imagerie multispectrale, les conditions d'acquisition varient en fonction de la longueur d'onde. Une image multivariée est donc un objet multi-voies et peut être analysée comme un cube d'images ou comme une image de vecteurs de pixels. De nombreuses techniques d'analyse multivariée ont été appliquées sur ce type de structure avec des objectifs divers : analyse exploratoire, segmentation d'images, reconnaissance de formes ou calibration d'instruments de mesure. En particulier, l'Analyse en Composantes Principales a été largement employée pour l'interprétation d'images multivariées. Des techniques de régression (comme la régression en composantes principales ou la régression PLS) peuvent aussi être appliquées sur ce type de données afin de mettre en relation les structures extraites des images avec des informations externes.

Ce papier traite de l'analyse simultanée de plusieurs images multivariées. On suppose que l'on possède un ensemble d'images multispectrales d'objets différents dont on souhaite faire une analyse commune. L'objectif premier est donc d'extraire l'information commune aux images 3-voies des différents objets ou textures. Dans le même esprit qu'en analyse multivariée, l'utilisateur souhaite résumer la structure de données en un nombre restreint de variables latentes afin de mettre en évidence la partie commune à cet ensemble multivoies.

Dans l'application qui sera présentée, nous sommes intéressés par la mise en évidence des tissus cellulaires communs à différents grains de céréales par microscopie. Une technique d'étude de ces images multivariées consiste à analyser séparément chacune des images par

Analyse d'images multispectrales par diagonalisation simultanée de matrices de covariances.

Analyse en Composantes Principales (Esbensen et al., 1989, Bharati et al., 1998). Le problème est alors de mettre en relation les composantes extraites indépendamment de chacune des images afin de décrire la structure commune à ces différentes céréales. On préférera utiliser des techniques d'analyse de données multi-tableaux (multi-way data analysis) faisant référence à une famille de techniques statistiques multidimensionnelles permettant l'analyse simultanée d'un ensemble de matrices. Une approche générale a été donnée par Tucker (1966) : une extension de l'Analyse en Composantes Principales permet d'analyser directement un cube de données. L'algorithme Parafac (Parallel Factors Analysis) est communément mis en oeuvre pour estimer les paramètres d'un modèle de Tucker par moindres carrés alternés mais suppose que tous les modes sont communs à tous les objets à étudier, ce qui n'est pas nécessairement le cas avec les images multispectrales : les pixels ne sont en effet pas nécessairement homologues d'une image à l'autre.

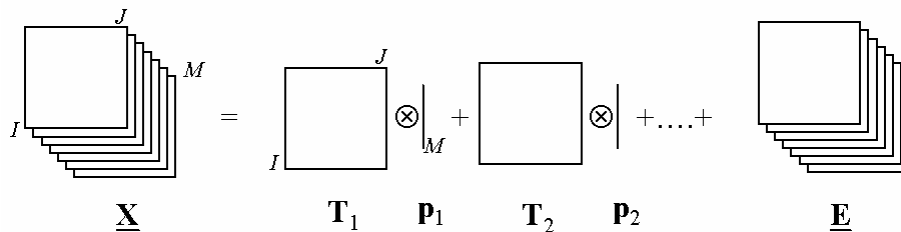
2 Analyse d'images multivariées

2.1 Analyse en Composantes Principales d'une image multispectrale

L'Analyse en Composantes Principales (ACP) d'un cube de taille $(I \times J \times M)$ constitué de M images $(I \times J)$ conduit à sa décomposition en composantes principales \mathbf{T}_a et facteurs principaux \mathbf{p}_a . Avec les notations trois-voies usuelles, la décomposition d'un cube \mathbf{X} est la suivante

$$\mathbf{X} = \sum_{a=1}^A \mathbf{T}_a \otimes \mathbf{p}_a + \mathbf{E}$$

où \mathbf{E} est le résidu d'une ACP de rang A de \mathbf{X} et \otimes désigne le produit de Kronecker.

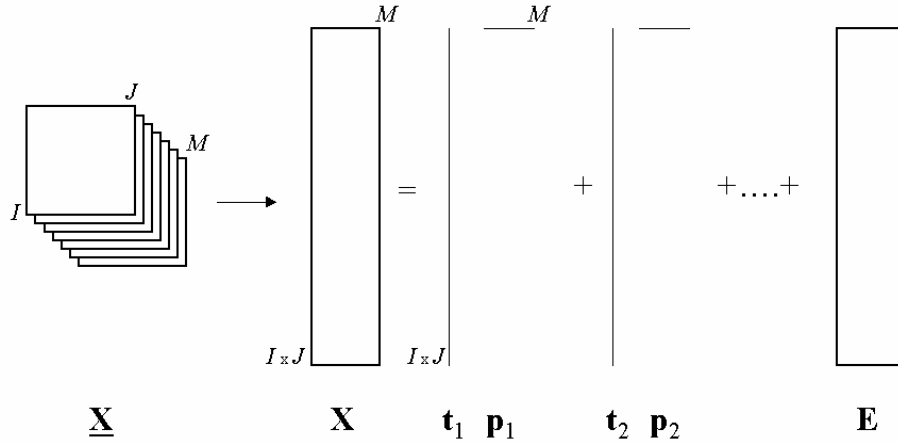


Les matrices composantes principales \mathbf{T}_a peuvent être interprétées comme des images et sont ordonnées en fonction d'une quantité décroissante d'inertie globale expliquée.

Cette technique est équivalente à une ACP du tableau "déplié" \mathbf{X} dérivé de \mathbf{X} . Chaque ligne de la matrice \mathbf{X} correspond à un des $(I \times J)$ pixels des images tandis qu'une de ses colonnes correspond à une des M variables d'origine (conditions spectrales par exemple).

Les composantes principales \mathbf{t}_a issus d'une ACP de \mathbf{X} correspondent alors au dépliage des matrices \mathbf{T}_a précédentes.

$$\mathbf{X}_{I \times J \times M} \xrightarrow{\text{dépliage}} \mathbf{X}_{(I \times J) \times M} = \sum_{a=1}^A \mathbf{t}_a \mathbf{p}_a' + \mathbf{E}$$



Les paramètres de ce modèle sont le plus souvent obtenus (Geladi et *al.*, 1989) par décomposition en valeurs singulières de la matrice $\mathbf{X}' \mathbf{X}$ afin de calculer les facteurs principaux \mathbf{p}_a :

$$\mathbf{V} = \mathbf{X}' \mathbf{X} = \mathbf{P} \mathbf{L} \mathbf{P}'$$

Cette décomposition conduit à l'estimation de facteurs orthonormés \mathbf{P} et de la matrice diagonale des valeurs propres \mathbf{L} . La reconstitution des composantes principales est ensuite réalisée en utilisant la formule $\mathbf{T} = \mathbf{X} \mathbf{P}'$.

2.2 Analyse d'un ensemble d'images multispectrales

En généralisant l'analyse précédente, l'étude d'un ensemble d'images multivariées peut être vue comme la diagonalisation simultanée des matrices de covariances associées. L'objectif de ce traitement est d'extraire les structures communes dans la collection d'images multivariées de différents objets.

On suppose l'existence de facteurs principaux communs aux différentes scènes analysées, mais avec des poids éventuellement différents. Ainsi, si on note $\mathbf{X}^{(k)}$ $k=1..K$ le tableau déplié issu du bloc image k , le modèle est

$$\mathbf{V}^{(k)} = \mathbf{X}^{(k)'} \mathbf{X}^{(k)} = \mathbf{P} \mathbf{L}^{(k)} \mathbf{P}' = \sum_{a=1}^A \mathbf{p}_a \mathbf{l}_a^{(k)} \mathbf{p}_a'$$

où \mathbf{P} est orthonormal et les matrices $\mathbf{L}^{(k)}$ sont diagonales.

Les vecteurs de \mathbf{P} sont interprétés comme les facteurs communs aux tableaux $\mathbf{X}^{(k)}$. Les termes diagonaux de la matrice $\mathbf{L}^{(k)}$ sont notés $\lambda_a^{(k)}$ et reflètent les poids spécifiques des dimensions latentes successives dans les images de la scène k .

Ce modèle a été appelé Analyse en Composantes Communes par Flury et peut être considéré comme une forme de généralisation de l'ACP à plusieurs ensembles d'individus ou à un ensemble de tableaux. L'hypothèse principale est que les facteurs principaux sont identiques dans tous les groupes mais que les variances des composantes principales

associées peuvent être spécifiques à chacun de ces groupes. Ce modèle peut donc être considéré comme une décomposition simultanée d'un ensemble de matrices de covariances.

Flury et *al.* (1986) ont proposé une méthode pour l'estimation par maximum de vraisemblance des facteurs communs et des poids spécifiques. Ils montrent que la maximisation de la fonction de vraisemblance est équivalente à la minimisation de la quantité suivante

$$\Phi(\mathbf{P}) = \prod_{k=1}^K \frac{\det(\text{diag}(\mathbf{P}' \mathbf{V}^{(k)} \mathbf{P}))}{\det(\mathbf{P}' \mathbf{V}^{(k)} \mathbf{P})}$$

Ce critère est d'autant plus petit que les matrices de covariance $\mathbf{V}^{(k)}$ peuvent être diagonalisées simultanément. La valeur minimale de 1 est atteinte si ces matrices admettent les mêmes vecteurs propres (en l'occurrence les colonnes de \mathbf{P}). Les termes non-diagonaux de $\mathbf{P}' \mathbf{V}^{(k)} \mathbf{P}$ sont alors tous nuls.

La technique d'estimation de \mathbf{P} est une généralisation de la méthode de Jacobi pour le calcul des valeurs singulières d'une matrice symétrique.

Pham (2001) a étudié le même modèle en relaxant certaines contraintes, notamment l'orthogonalité des composantes communes. Dans le cas de l'analyse d'images, cette orthogonalité favorise l'interprétation successive des solutions et la solution de Flury semble préférable.

Le problème de la diagonalisation de matrices symétriques a été étudié en vue de la détermination de rotations varimax (ten Berge, 1984; ten Berge et *al.*, 1988) ou de la recherche de solutions en positionnement multidimensionnel (Carroll et *al.*, 1970; De Leeuw et *al.*, 1978). Les méthodes développées utilisent en général une solution de type moindres carrés.

Une autre formulation du modèle d'analyse du cube de données présenté est Parafac (Parallel factor Analysis). Cette technique consiste en une décomposition d'un tableau multi-voies (Kroonenberg, 1983). L'analyse porte alors sur les tableaux $\mathbf{X}^{(k)}$ plutôt que sur les matrices de variances $\mathbf{V}^{(k)}$ associées. Les algorithmes d'estimation sont basés sur des moindres carrés alternés et supposent que les différents tableaux traités ont les mêmes dimensions. Dans le contexte du traitement d'images multispectrales, les différentes images n'étant pas nécessairement de même taille, cette technique ne peut pas être mise en oeuvre sans modification.

3 Application

3.1 Echantillons et prise d'images

Des grains issus de trois variétés de blé (Recital, Soissons, Market) et deux variétés d'orge (Clarine and Prisma) ont été analysés. Des images de la fluorescence naturelle des échantillons ont été acquises à l'aide d'un microscope confocal à balayage laser (Zeiss LSM 410). Les échantillons sont excités par rayonnement laser de longueurs d'onde suivantes : 364 nm (ultraviolet), 488 nm (laser bleu), 543 nm (laser vert) and 633 nm (laser rouge). L'émission de lumière est sélectionnée à l'aide de filtres Long Pass (qui recueillent la fluorescence au dessus d'une certaine longueur d'onde) ou Band Pass (qui recueillent la

fluorescence entre deux longueurs d'onde données). En utilisant 9 filtres différents, le microscope peut collecter une séquence de 19 images par échantillon.

Chaque coupe de grain de céréale a été observée à deux grossissements différents (x10 et x40). On obtient des images de taille 512x512 en noir et blanc codant la fluorescence sur 256 niveaux de gris.

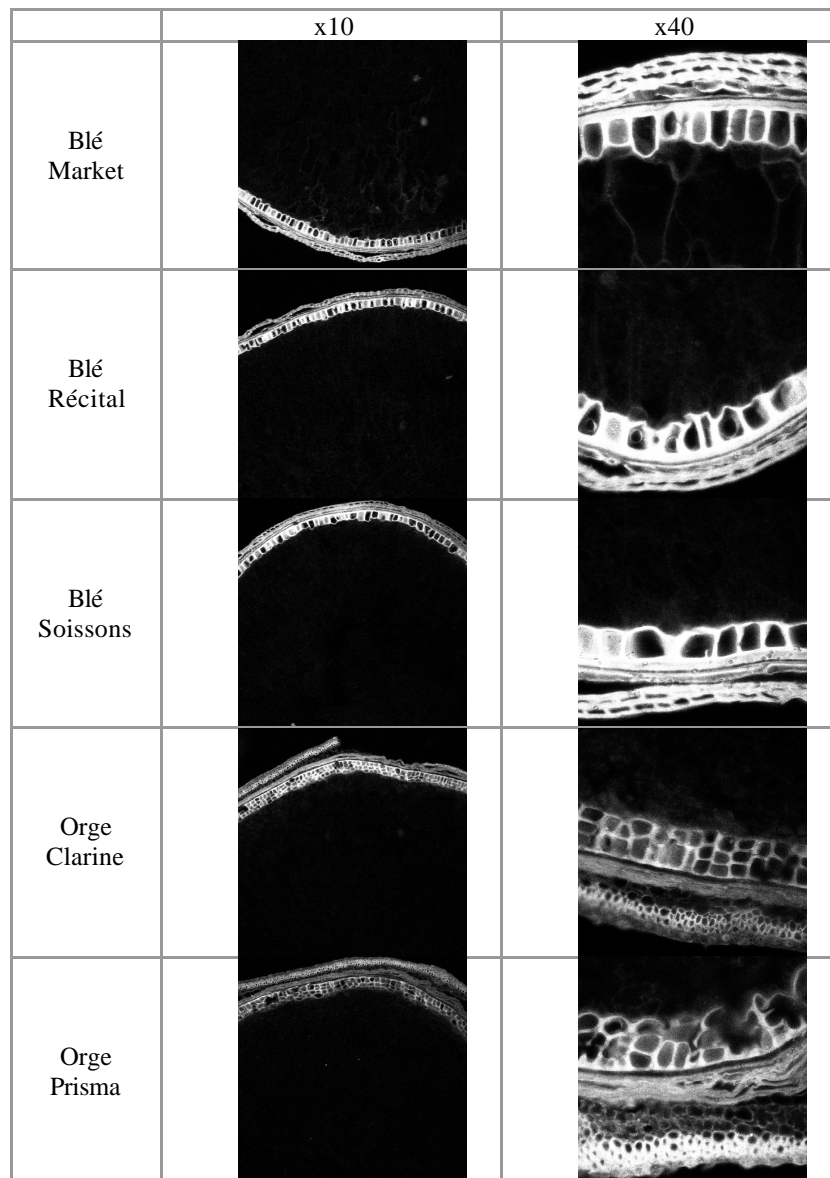


FIG. 1 : PARTIE DE LA COLLECTION D'IMAGES

Analyse d'images multispectrales par diagonalisation simultanée de matrices de covariances.

Les dimensions des données récoltées sont donc 5 grains x 2 grossissements x 512 lignes x 512 colonnes x 19 conditions de fluorescence.

La Figure 1 présente l'image de fluorescence acquise dans une certaine condition d'excitation et d'émission pour chacune des variétés et chacun des deux grossissements choisis.

3.2 Traitement des images multivariées

La décomposition simultanée des 10 (5 variétés x 2 grossissements) matrices de covariance de taille (19 x 19) issues de ces images permet de révéler les structures communes aux différents grains étudiés. Les tissus mis en évidence par une dimension commune peuvent être considérés comme ayant des comportements de fluorescence proches et possédant donc des caractéristiques histologiques voisines.

La décomposition de l'inertie des matrices $X^{(k)}$ sur les premières dimensions (Table 1) montre clairement l'importance des deux premières variables latentes dans la structure de covariance des images multivariées.

	dim 1	dim 2	dim 3
Blé Market (x10)	0.80	0.13	0.04
Blé Market (x40)	0.77	0.19	0.01
Blé Récital (x10)	0.79	0.16	0.02
Blé Récital (x40)	0.74	0.23	0.00
Blé Soissons (x10)	0.79	0.16	0.02
Blé Soissons (x40)	0.72	0.25	0.01
Orge Clarine (x10)	0.81	0.14	0.02
Orge Clarine (x40)	0.73	0.22	0.01
Orge Prisma (x10)	0.83	0.12	0.02
Orge Prisma (x40)	0.84	0.13	0.01

TAB. 1 : DECOMPOSITION DE L'INERTIE DES 10 IMAGES
(EN POURCENTAGE)

On remarque d'autre part que les deux grossissements ne se comportent pas strictement de la même manière : la deuxième dimension a un poids toujours plus important pour les images acquises au grossissement x40 que pour les images relatives au grossissement x10. Le phénomène inverse est généralement observé pour les première et troisième dimensions (hormis pour l'orge Prisma). Ceci montre que le grossissement choisi a tendance à accentuer la mise en évidence de certains comportements de fluorescence.

La visualisation des images composantes principales (Figure 2) permet d'interpréter le comportement de fluorescence commun aux différentes images et trouve une interprétation histologique : la première dimension extrait la couche de péricarpe alors que la deuxième montre la couche à aleurone.



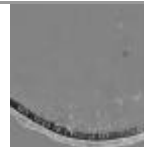



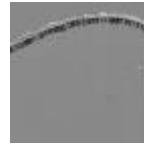
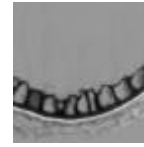

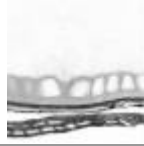

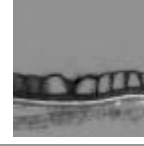


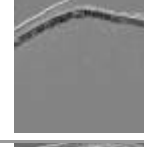
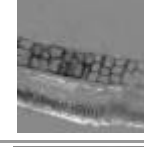

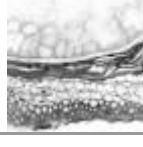
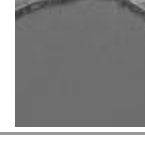
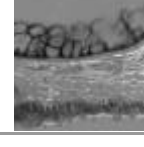
	dimension 1		dimension 2	
	x10	x40	x10	x40
Blé Market				
Blé Récital				
Blé Soissons				
Orge Clarine				
Orge Prisma				

FIG. 2 :IMAGES DES COMPOSANTES COMMUNES.

4 Conclusion

L'intérêt de cette méthode apparaît clairement quand l'objectif est de mettre en évidence des dimensions communes à un ensemble d'images, grâce à l'étude des covariances entre les conditions spectrales d'acquisition. Cela suppose donc à priori une homogénéité des objets ou scènes étudiées. L'évolution dans le temps d'un objet peut être étudiée par exemple avec efficacité en utilisant la technique décrite dans cet article.

Dans certains cas, l'utilisateur est intéressé non seulement par la mise en évidence des structures communes mais également par la discrimination des objets étudiés. Une approche complémentaire pouvant alors être employée consisterait à identifier simultanément des groupes d'objets homogènes et à estimer la structure commune à ces différents ensembles. Cela permettrait alors d'effectuer une classification des images multispectrales et d'en extraire les caractéristiques qui les segmentent. Le développement d'une approche classification en classes latentes du modèle présenté ici fait partie des perspectives de ce travail.

Références

- Bharati M.H., MacGregor J.F.(1998), Multivariate Image Analysis for Real-Time Process, Monitoring and Control Ind. Eng. Chem. Res., 37, p. 4715-4724
- Caroll J.D., Chang J.J.(1970), Analysis of individual differences in multidimensional scaling via an N-way generalization of 'Eckart-Young' decomposition, Psychometrika, 40, p. 33-51
- Courcoux P., Devaux M.F., Bouchet B.(2002), Simultaneous decomposition of multivariate images using three-way data analysis. Application to the comparison of cereal grains by confocal laser scanning microscopy, Chemometrics and Intelligent Laboratory Systems, 62, p. 103-113.
- De Leeuw J., Pruzansky S.(1978), A new computational method to fit the weighted euclidan model, Psychometrika, 43, 4, p. 479-490.
- Esbensen K., Geladi P.(1989), Strategy of Multivariate Analysis (MIA), Chemometrics and Intelligent Laboratory Systems, 7, p. 67-86.
- Flury B.(1988), Common Principal Components and Related Multivariate Models, New-York, John Wiley and Sons, 1988.
- Flury B., Gautschi W.(1986), An algorithm for simultaneous orthogonal transformation of several positive definite symmetric matrices to nearly diagonal form, SIAM Journal on Scientific and Statistical Computing, 7, p. 169-184.
- Geladi P., Isaksson H., Lindqvist L., Wold S., Esbensen K.(1989), Principal Component Analysis of Multivariate Images, Chemometrics and Intelligent Laboratory Systems, 5, p. 209-220.
- Kroonenberg P.M.(1983), Three-mode Principal Component Analysis, Leiden, DSWO Press, 1983.

- Pham D.T.(2001), Joint approximate diagonalization of positive definite hermitian matrices, SIAM Journal of Matrix Analysis Applications, 22, 4, p. 1136-1152.
- ten Berge J.M.F.(1984), A joint treatment of varimax rotation and the problem of diagonalizing symmetric matrices simultaneously in the least squares sense, Psychometrika, 49, 3, p. 347-358.
- ten Berge J.M.F., Knol D.L., Kiers H.A.L.(1988), A treatment of the orthomax rotation family in terms of diagonalization, and re-examination of a singular value approach to varimax rotation, Computational Statistics Quarterly, 3, p. 207-217.
- Tucker L.R. (1966) Some mathematical notes on three-mode factor analysis, Psychometrika, 31, p. 279-311.