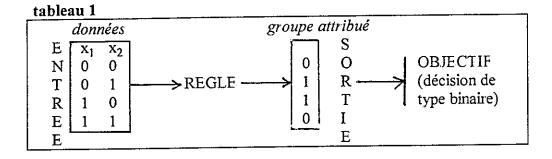
QU'EST-CE QU'UN RESEAU DE NEURONES?

Laurence Tricot
CNAM département de mathématiques
292 rue Saint-Martin 75141 PARIS CEDEX03

Voici un petit exemple¹ pédagogique sur la question. Si vous voulez en savoir plus, lisez le compte-rendu de l'école MODULAD dans MODULAD-INFORMATION et procurez-vous le support de cours intitulé STATISTIQUE ET METHODES NEURONALES, ECOLE MODULAD-ASU, 6-8 décembre 1996, diffusé par l'INRIA (voir la page des publications).

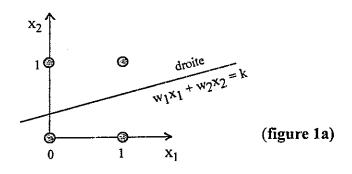
Prenons les quatre sommets d'un carré ; et supposons que les points du plan doivent être répartis en deux groupes. Vous voulez construire une règle qui place dans un groupe deux sommets *opposés* du carré et dans l'autre les deux autres sommets. Si l'on représente les sommets dans un repère orthogonal du plan, l'objectif peut s'exprimer ainsi après codage des groupes :



Supposons qu'on se borne aux règles de classement linéaires. L'attribution à un groupe se fera à partir de la comparaison avec un seuil fixé d'une valeur

$$w_1x_1 + w_2x_2$$

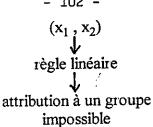
w₁ et w₂ étant les paramètres de la fonction de classement.



La figure 1a montre qu'une telle règle ne permet pas de résoudre le problème car il est impossible qu'une droite sépare les sommets du carré selon l'objectif énoncé dans le tableau 1. On a donc le diagramme pour chaque sommet (x_1, x_2) du carré :

I tiré du premier chapitre de :

J.A. Freeman, D.M. Skapura; NEURAL NETWORKS, Algorithms, Applications and Programming Techniques. Addison-Wesley 1991.



En revanche, il est possible de trouver une solution en établissant un "processus de règles", linéaires en l'occurence. Par exemple :

- au temps 0: on considère un couple (x_1, x_2) ,

- au temps 1 : on utilise deux règles linéaires en parallèle qui vont chacune donner lieu à une décision de type binaire; on peut noter ces deux décisions y1 et y2 (chacun des y prend la valeur 0 ou 1);

- au temps 2 : on prend les deux décisions obtenues au temps 1 et on leur applique une règle linéaire qui permettra dans ce cas de réaliser l'objectif.

Au temps 1, les deux règles linéaires parallèles seront par exemple :

si
$$x_1 + x_2 < 0.4$$
 décision $y_1 = 0$
si $x_1 + x_2 \ge 0.4$ décision $y_1 = 1$

$$\sin x_1 + x_2 \ge 0.4$$
 décision $y_1 = 1$

et

si
$$x_1 + x_2 < 1.2$$
 décision $y_2 = 0$
si $x_1 + x_2 \ge 1.2$ décision $y_2 = 1$

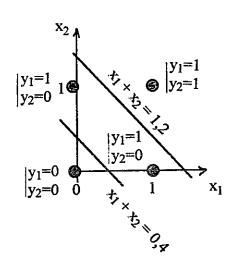
$$\sin x_1 + x_2 \ge 1.2$$
 décision $y_2 = 1$ (figure 1b)

Au temps 2, on établira une règle linéaire sur y1 et y2:

$$\sin 0.6y_1 - 0.2y_2 < 0.5$$
 décision "groupe 0"

si
$$0.6y_1 - 0.2y_2 < 0.5$$
 décision "groupe 0"
si $0.6y_1 - 0.2y_2 \ge 0.5$ décision "groupe 1"

figure 1b



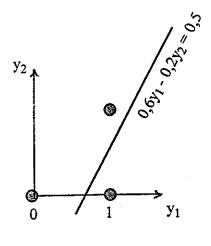
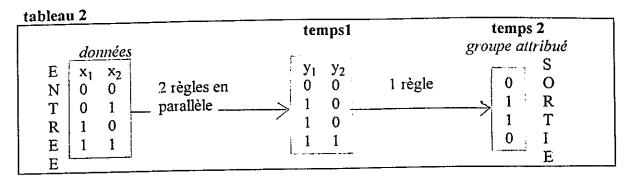


figure 1c

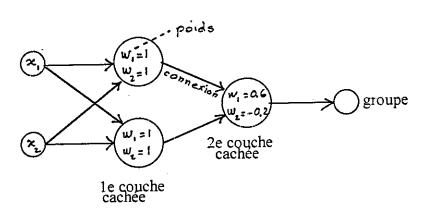
Le tableau 2 donne les résultats des différentes phases :



On peut voir que le temps 1 a permis de passer au problème du classement de trois points en deux groupes, ce qui est toujours possible (figure 1c)

Sans le savoir, nous avons utilisé un réseau de neurones, et même un **PERCEPTRON MULTI-COUCHES**...

figure 2



Remarque : il y a autant de couches cachées dans le réseau que de "temps" dans le processus.