

Structure fractale d'un dendrogramme

Casanova-del-Angel, Francisco

Section d'Études de Troisième Cycle et de la Recherche de l'École Supérieure d'Ingénierie et d'Architecture,
Unité « Adolfo López Mateos » de l'Institut Polytechnique National, Mexico, Mexique.

fcasanova@ipn.mx et fcasanova49@prodigy.net.mx

Résumé La structure fractale présentée par la polygonale formée par les unions des points moyens des sommets, des nœuds ou des crêtes des classes terminales est présentée. Son fractal générateur, les particularités de sa construction et la façon de mesurer ses segments sont définis. La propriété d'échelle inverse qu'il possède, le type de maillage, sa propriété de symétrie axiale et un théorème sur la transformation d'affinité linéaire sont posés. Enfin, deux applications avec des données réelles servent d'exemple.

Mots clés: dendrogramme, fractale, propagation d'une fractale, symétrie axiale et courbe génératrice.

Abstract The fractal structure shown by the polygonal created by unions of middle points of vertices, nodes or peaks of dendrograms a terminal class is presented. Its generating fractal, the details of its construction, and the way to measure its segments are defined; its property of inverted scale, the type of meshing, its property of axial symmetry and a theorem on transformation of linear affinity are considered. This is exemplified by means of two applications with real data.

Key words: dendrogram, fractal, fractal propagation, axial symmetry and generating curve.

Introduction

La classification est une technique mathématique utilisée pour la taxonomisation et la description factorielle des données étudiées. La classification, hiérarchique ou pas, a au sein de l'analyse des données une présence importante et elle est très utilisée en Psychologie, Sociologie, Linguistique et Archéologie, c'est à dire, dans les sciences humaines. Les méthodes de classification sont également très utilisées en Biologie, Médecine, Botanique, Zoologie et Écologie. Celles-ci ne sont pas les seules branches de la science ayant recours à la classification, car la Physique, l'Économie et l'Histoire s'en servent également. Il est bien connu que le principal apport de ces techniques est leur utilité comme méthodologie complémentaire aux autres méthodes statistiques vu qu'elle aide de façon plus ou moins efficace à l'interprétation de groupes d'objets homogènes qu'une analyse factorielle ne peut définir. Comme vous le savez, les techniques de classification construisent une relation dendrogrammatique dénommée arbre, lequel est coupé à un niveau où son indice d'agrégation n'est pas trop élevé, fournissant des partitions réelles et définissant des classes.

Ci-dessous est présentée une technique d'aide pour la lecture et l'interprétation d'un dendrogramme hiérarchique, consistant à caractériser de forme fractale la polygonale formée par les unions des points moyens des sommets, nœuds et crêtes des classes terminales d'un arbre hiérarchique, ce qui permet de s'assurer que la hiérarchie construite soit, si ce n'est la meilleure, tout du moins une bonne taxonomisation.

La caractérisation de la fractale dendrogrammatique

Définition de la courbe génératrice 1.1. Soit I_0 un segment de ligne à la longueur unitaire contenu dans un intervalle fermé, c'est à dire, $I_0 \subset [a, b]$. Soit I_1 un ensemble au comportement sectionné, consistant en trois segments de droites formant, en prenant comme base le point initial a de I_0 , deux triangles scalènes qui se reflètent au niveau du point moyen c de I_0 , obtenus de la manière suivante : la première moitié du segment I_1 est remplacée ou déplacée par les côtés du triangle formant un