

Chaque colle comporte une question de cours ainsi qu'un ou plusieurs exercices. Les questions de cours portent sur les éléments précédés d'un astérisque (★) sur la fin du chapitre 18 : espaces vectoriels et le début du chapitre 19 : Intégration. Les exercices porteront sur le chapitre 18 : espaces vectoriels. Prêtez attention au fait que les applications linéaires n'ont pas encore été abordées, même si cela peut donner lieu à des exercices pertinents.

Chapitre 18 : Espaces vectoriels.

Dimension d'un espace vectoriel

Espace vectoriel de dimension finie. Existence de bases. Théorème de la base extraite. Théorème de la base incomplète.

(★) Si (x_1, \dots, x_n) est génératrice dans E , alors toute famille de $n + 1$ vecteurs est liée. (★) Toutes les bases ont même longueur. Dimension d'un espace vectoriel de dimension finie. Dimension des exemples fondamentaux. (★) Dans E de dimension n , (x_1, \dots, x_p) est une base ssi libre et $p = n$ ssi génératrice et $p = n$. Dimension d'un produit d'espaces vectoriels.

En dimension finie, (★) F sev de E , $\dim(F) \leq \dim(E)$ avec égalité ssi $F = E$. Existence de supplémentaires, (★) formule de Grassmann. Caractérisation dimensionnelle des supplémentaires. Existence de base adaptée à une somme directe, à deux sev supplémentaires.

Chapitre 19 : Intégration

Approximation uniforme

Subdivisions d'un segment, « union » de subdivisions, subdivision plus fine. Décroissance du pas avec l'union. Fonctions en escalier, subdivision adaptée. $\mathcal{E}([a, b], \mathbb{K})$ est un sev et un sous-anneau des fonctions bornées de $[a, b]$ dans \mathbb{K} . Fonctions continues par morceaux, sev et sous-anneau du même espace. Continuité uniforme (★) Théorème de Heine. (★) Pour toute fonction continue par morceaux de $[a, b]$ dans \mathbb{R} , pour tout $\varepsilon > 0$, il existe φ et ψ des fonctions en escaliers telles que $\varphi \leq f \leq \psi$ et $\psi - \varphi \leq \varepsilon$ (la démonstration dans le cas d'une fonction continue est suffisante).

★ ★ ★ ★ ★