

Chaque colle comporte une question de cours ainsi qu'un ou plusieurs exercices. Les questions de cours portent sur les éléments précédés d'un astérisque (★) sur le chapitre 10 : dérivabilité. Les exercices porteront sur le chapitre 9 : continuité.

## Chapitre 10 : Dérivabilité des fonctions de $\mathbb{R}$ dans $\mathbb{K}$ .

### Fonctions dérivables, fonction dérivée

Taux d'accroissement, dérivabilité en  $a$ .  $f$  est dérivable en  $a$  si et seulement si elle admet un développement limité à l'ordre 1 en  $a$ . La dérivabilité implique la continuité. Dérivabilité à gauche, à droite. Fonction dérivée. (★) Opérations sur les fonctions dérivables : combinaison linéaire, produit, quotient, composée, réciproque.

### Conséquences de la dérivabilité

(★) Si  $f$  admet un extremum local en  $a \in \mathring{I}$ , alors  $f'(a) = 0$ . Théorème de Darboux. (★) Théorème de Rolle dans le cas d'un segment. Extensions sur des intervalles non bornés. (★) Égalité des accroissements finis. Égalité généralisée des accroissements finis. (★) Inégalité des accroissements finis dans le cas réel. Inégalité des accroissements finis dans le cas complexe. Lien entre monotonie et signe de la dérivée. (★) Théorème de la limite de la dérivée.

### Fonctions de classe $C^k$

Fonction  $k$ -fois dérivable, de classe  $C^k$ . Opérations sur les fonctions  $k$ -fois dérivables : combinaisons linéaires, (★) Formule de Leibniz, composée, quotient, réciproque. Théorème de la limite de la dérivée  $n$ -ième. Toute fonction de classe  $C^1$  sur un segment est Lipschitzienne.

★ ★ ★ ★ ★