Kholle 19 filière MP*
Planche 1

★★★

1. Si f est différentiable en a, alors f est ... en a et ... en a selon tout vecteur.
2. Montrer que l'équation $x'' - 2x' + x = \dfrac{1}{\sqrt{\pi t}}$ possède une unique solution définie sur $\mathbb{R}^{+*}$, telle que, par prolongement $x(0) = 0$ et $x'(0) = 0$.
3. Soit (f, g) une base de solutions de l'équation différentielle homogène :

$$x''(t) + p(t)x'(t) + q(t)x(t) = 0$$

avec p et q des fonctions continues sur un intervalle ouvert $I =]a, b[$ de $\mathbb{R}$. Montrer que les zéros de f sont isolés. En déduire qu'entre deux zéros consécutifs de f, il y a un unique zéro de g.

★★★

Kholle 19 filière MP*
Planche 2

★★★

1. Lien entre différentielle et dérivées partielles
2. Résoudre le système différentiel

$$\begin{cases} x'' &= 2x - 3y \\ y'' &= x - 2y \end{cases}$$

3. Soit f une application continue non constante de $\mathbb{R}$ dans $\mathbb{R}$. Montrer que l'équation différentielle $y'' - y = f$ admet au plus une solution périodique.

★★★

Ipesup 2022/2023

Kholle 19 filière MP*
Planche 3

★★★

1. Lorsque f définie sur un intervalle ouvert de $\mathbb{R}$, lien entre différentiabilité et dérivabilité.
2. Résoudre l'équation différentielle

$$xy'' + 2y' + xy = 0$$

3. Soit f une fontion de classe C^1 sur $\mathbb{R}^+$ telle que $\lim_{t \to 0} f(t) = 0$ et $f' \in L^2(\mathbb{R}^+)$. Montrer que toute solution de l'équation différentielle

$$x'' + (1+f)x = 0$$

est bornée.

★★★