

*Convention :*

Toute assertion commençant par :  $\exists x \in \emptyset$  est fausse.

Par négation : toute assertion commençant  $\forall x \in \emptyset$  est vraie.

**Exemple** Soit  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  une application.

- la fonction  $f$  est la fonction nulle :

$$\forall x \in \mathbb{R}, f(x) = 0 ;$$

- la fonction  $f$  s'annule :

$$\exists x \in \mathbb{R}, f(x) = 0 ;$$

- la fonction  $f$  s'annule une seule fois :

$$\exists! x \in \mathbb{R}, f(x) = 0 ;$$

- la fonction  $f$  s'annule sur  $\mathbb{R}^+$  :

$$\exists x \in \mathbb{R}^+, f(x) = 0 ;$$

- la fonction  $f$  ne s'annule que sur  $\mathbb{R}^+$  :

$$\forall x \in \mathbb{R}, f(x) = 0 \Rightarrow x \geq 0 ;$$

- la fonction  $f$  ne prend que des valeurs positives :

$$\forall x \in \mathbb{R}, f(x) \geq 0 ;$$

- la fonction  $f$  ne prend des valeurs positives que sur  $\mathbb{R}^+$  :

$$\forall x \in \mathbb{R}, f(x) \geq 0 \Rightarrow x \geq 0 ;$$

- la fonction  $f$  est constante :

$$\forall x, y \in \mathbb{R}, f(x) = f(y)$$

ou encore

$$\exists C \in \mathbb{R}, \forall x \in \mathbb{R}, f(x) = C ;$$

- la fonction  $f$  est croissante :

$$\forall x, y \in \mathbb{R}, x \leq y \Rightarrow f(x) \leq f(y) ;$$

- tout réel possède un antécédent par  $f$  :

$$\forall y \in \mathbb{R}, \exists x \in \mathbb{R}, f(x) = y ;$$

- la fonction  $f$  prend des valeurs deux à deux distincts :

$$\forall x, y \in \mathbb{R}, x \neq y \Rightarrow f(x) \neq f(y)$$

ou encore

$$\forall x, y \in \mathbb{R}, f(x) = f(y) \Rightarrow x = y$$