Opérations sur les limites

La difficulté réside dans le cas des *formes indéterminées* notées ici F.I., qu'il faut apprendre à lever par une astuce algébrique (simplification, factorisation, quantité conjuguée, etc.)

Limite d'une somme :

$\lim_a f$	L	L	L	$+\infty$	$-\infty$	$+\infty$
$\lim_a g$	L'	$+\infty$	$-\infty$	$+\infty$	$-\infty$	$-\infty$
$\lim_a (f+g)$	$L+L'$	$+\infty$	$-\infty$	$+\infty$	$-\infty$	$F.I.$

Limite d'un produit :

$\lim_a f$	L	$L>0$	$L>0$	$L<0$	$L<0$	$+\infty$	$+\infty$	$-\infty$	0
$\lim_a g$	L'	$+\infty$	$-\infty$	$+\infty$	$-\infty$	$+\infty$	$-\infty$	$-\infty$	$\pm\infty$
$\lim_a (f \times g)$	LL'	$+\infty$	$-\infty$	$-\infty$	$+\infty$	$+\infty$	$-\infty$	$+\infty$	$F.I.$

Limite d'un quotient : deux cas

1) le dénominateur a une limite non nulle :

$\lim_a f$	L	L	$+\infty$	$+\infty$	$-\infty$	$-\infty$	$\pm\infty$
$\lim_a g$	$L' \neq 0$	$\pm\infty$	$L'>0$	$L'<0$	$L'>0$	$L'<0$	$\pm\infty$
$\lim_a (f/g)$	L/L'	0	$+\infty$	$-\infty$	$-\infty$	$+\infty$	$F.I.$

2) le dénominateur a une limite nulle : on doit étudier le signe du dénominateur

$\lim_a f$	$L>0$ ou $+\infty$	$L>0$ ou $+\infty$	$L<0$ ou $-\infty$	$L<0$ ou $-\infty$	0
$\lim_a g$	0 en restant positive	0 en restant négative	0 en restant positive	0 en restant négative	0
$\lim_a (f/g)$	$+\infty$	$-\infty$	$-\infty$	$+\infty$	$F.I.$

Remarque. L'écriture 0^+ (ou 0^-) est autorisée quand elle est présente sous le symbole lim : cela désigne alors un voisinage à droite de 0. Il n'est pas rigoureux en revanche d'écrire « $\lim_{x\to+\infty} \frac{1}{x} = 0^+$ » car la limite de la fonction inverse en $+\infty$ est un réel et ce réel est 0 : le symbole 0^+ n'est pas un réel. Il suffit de dire « $\lim_{x\to+\infty} \frac{1}{x} = 0$ et $\frac{1}{x}$ reste positif au voisinage de $+\infty$ ».