

# Kholle 11

Gabriel Belouze

09/01/2023

## Group 6

Alexis Giacomotto

**Cours.** *Théorème des accroissements finis*

**Exercice.** Soit  $f$  de  $\mathbb{R}$  dans  $\mathbb{R}$  vérifiant  $f^2 + (1 + f')^2 \leq 1$ . Montrer que  $f$  est nulle.

Quelques maladroresses sur des raisonnements qui n'étaient finalement pas très compliqués. Prends le temps de poser les choses pour être toi même convaincu de la preuve. Surtout attention aux formulations des raisonnements par l'absurde, il ne faut plus faire de fautes sur les quantificateurs (e.g. la négation d'un  $\forall$  est un  $\exists$  et non pas un  $\forall$ ). On est passé un peu vite sur la correction, vérifie que tu arrives à l'écrire proprement.

Note : 11

Maxime Plowiecki

**Cours.** *Derivative at an extremum*

**Exercice.** Soit  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  dérivable telle que  $f' \xrightarrow{x \rightarrow +\infty} l$ . Montrer que

$\frac{f(x)}{x} \xrightarrow{x \rightarrow +\infty} l$ . Que dire de la réciproque ?

C'était des premiers pas sur du raisonnement asymptotique. Avec plus d'autonomie tu aurais eu le temps d'arriver au bout de l'exercice, mais tu as bien réagi aux indications.

Note : 14.5

Eduard Van den Hoek

**Cours.** *Rolle*

**Exercice.** Soit  $f : [-1, 1] \rightarrow \mathbb{R}$   $\mathcal{C}^1$ , deux fois dérivable sur  $] - 1, 1[$ , telle que  $f(-1) = -1$ ,  $f(0) = 0$  et  $f(1) = 1$ . Montrer qu'il existe  $c \in ] - 1, 1[$  tel que  $f(c) = 0$ .

**Exercice.** Soit  $f : [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$  tel que  $f'(a) = f'(b)$ . Montrer qu'il existe  $c \in ]a, b[$  tel que  $f'(c) = \frac{f(b)-f(a)}{b-a}$ .

Des bon réflexes sur le premier exercice que tu as fait facilement. Avec un peu plus de temps, tu aurais sûrement pu finir le deuxième, il ne restait qu'à mettre en équation. Attention juste de ne pas mélanger le nom des théorèmes  
Note : 16.5

## Group 9

**Jonas Kadouch**

**Cours.** *Théorème des accroissements finis*

**Exercice.** Soit  $f : [-1, 1] \rightarrow \mathbb{R}$   $\mathcal{C}^1$ , deux fois dérivable sur  $] -1, 1[$ , telle que  $f(-1) = -1$ ,  $f(0) = 0$  et  $f(1) = 1$ . Montrer qu'il existe  $c \in ] -1, 1[$  tel que  $f(c) = 0$ .

**Exercice.** Soit  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  dérivable et  $a \in \mathbb{R}$ . Déterminer  $\lim_{x \rightarrow a} \frac{xf(a) - af(x)}{x - a}$ .

J'espère que cette colle t'a permis de mettre au clair les résultats du chapitre. Le premier exercice doit devenir un exercice facile, le second n'est pas fondamental mais reste un bon exercice de calculus. Attention de bien travailler le cours. Le but c'est de se souvenir des grandes lignes des raisonnements pour être capable de les refaire même dans 6 mois.

Note : 11

**Eliot Mertz**

**Cours.** *Rolle*

**Exercice.** Soit  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  dérivable, et  $a \in \mathbb{R}$  tel que  $f'(a) \neq 0$ .

1. Montrer qu'il existe un voisinage  $V$  de  $a$  tel que  $\forall x \in V \setminus \{a\}, f(x) \neq f(a)$ .
2. Si  $f'$  est continue en  $a$ , montrer qu'il existe un voisinage  $V$  de  $a$  tel que  $f|_V$  soit injective. Et si  $f'$  n'est pas continue en  $a$  ?

**Exercice.** Soit  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  telle que  $\forall a, b \in \mathbb{R}$ ,

$$f(b) - f(a) = (b - a)f'\left(\frac{a+b}{2}\right)$$

Montrer que  $f$  est un polynôme de degré inférieur ou égal à 2.

Bonne impression sur le premier exercice, tu cherches dans plusieurs directions jusqu'à trouver la bonne. Il ne restait plus vraiment de temps pour le deuxième. Regarde quand même la deuxième question de l'exercice 1 que l'on a sauté.

Note : 15.5