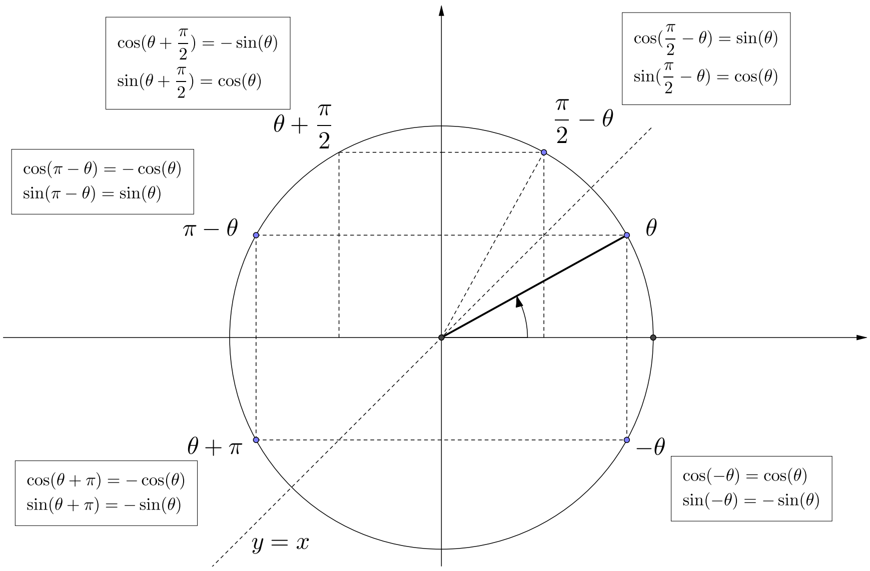

Formules d'addition

Pour tous réels a et b pour lesquels ces expressions ont un sens, on a

$$\begin{aligned}
\cos(a+b) &= \cos(a)\cos(b) - \sin(a)\sin(b),\\
\cos(a-b) &= \cos(a)\cos(b) + \sin(a)\sin(b),\\[1em]
\sin(a+b) &= \sin(a)\cos(b) + \sin(b)\cos(a),\\
\sin(a-b) &= \sin(a)\cos(b) - \sin(b)\cos(a).
\end{aligned}$$

$$\tan(a+b) = \frac{\tan(a)+\tan(b)}{1-\tan(a)\tan(b)}, \qquad \tan(a-b) = \frac{\tan(a)-\tan(b)}{1+\tan(a)\tan(b)}.$$

En faisant $a = b$ on obtient le résultat suivant.

Formules de duplication

Pour tout réel a pour lequel ces expressions ont un sens, on a

$$\cos(2a) \;=\; \cos^2(a) - \sin^2(a) \;=\; 2\cos^2(a) - 1 \;=\; 1 - 2\sin^2(a),$$

$$\sin(2a) = 2\sin(a)\cos(a), \qquad \tan(2a) = \frac{2\tan(a)}{1-\tan^2(a)}.$$

Formules de l'arc moitié

Si $\theta \in]-\pi;\pi[$ on pose $t = \tan(\theta/2)$. Alors

$$\cos(\theta) = \frac{1-t^2}{1+t^2}, \qquad \sin(\theta) = \frac{2t}{1+t^2}, \qquad \tan(\theta) = \frac{2t}{1-t^2}.$$

Formules de linéarisation

$$\cos(a)\cos(b) = \frac{\cos(a-b)+\cos(a+b)}{2}, \quad \sin(a)\sin(b) = \frac{\cos(a-b)-\cos(a+b)}{2}$$

$$\sin(a)\cos(b) = \frac{\sin(a-b)+\sin(a+b)}{2}.$$

En particulier, $\cos^2(a) = \frac{1+\cos(2a)}{2}$ et $\sin^2(a) = \frac{1-\cos(2a)}{2}$.

Formules de factorisation

$$\cos(p)+\cos(q) = 2\cos\left(\frac{p+q}{2}\right)\cos\left(\frac{p-q}{2}\right),$$

$$\cos(p)-\cos(q) = -2\sin\left(\frac{p+q}{2}\right)\sin\left(\frac{p-q}{2}\right),$$

$$\sin(p)+\sin(q) = 2\sin\left(\frac{p+q}{2}\right)\cos\left(\frac{p-q}{2}\right).$$

Formule du déphasage

Pour tous réels a, b et θ,

$$a\cos(\theta) + b\sin(\theta) = A \cdot \cos(\theta - \varphi),$$

où $A = |a+bi|$ (l'amplitude) et $\varphi = \arg(a+bi)$ (la phase).